

*******双面 A4 纸打印并作答*******

题目 1: 利用字母序对 $\{0, 1\}^*$ 中字符串排序并与自然数建立对应关系, 则 $w_1 = \epsilon, w_2 = 0, w_3 = 1, w_4 = 00, w_5 = 01, \dots$, 写出 w_{37} 对应的字符串; 该字符串是否是一个讲义中列举的合法图灵机编码, 请说明原因。

题目 2: 假设按照讲义中所给出的方式对图灵机进行编码, 写出下列三个编码对应的图灵机。

<01001001010011001010100100110010010001010011001000100010010>
<0100100101001100101010010011001001010011001000100010010>
<01001001010011001010100100110010010001010011001000100010010
11001000100010010>

计算理论作业-貳 姓名:_____ 学号:_____

题目 3: 令 w_i 表示第 i 个字符串且 M_i 表示 w_i 对应的图灵机, 证明下面的集合是非递归可枚举的, 即不是图灵可识别的。

(1) $L = \{w_i | w_i \notin L(M_{2i})\}$ 提示: 验证合法图灵机编码 (除空串) 均为偶数, 则 $\{M_{2i}\}$ 包含所有图灵机

(2) $L = \{w_j | w_{2j} \notin L(M_j)\}$ 提示: 考虑 $L' = \{w_{2j} | w_{2j} \notin L(M_j)\}$ 是否递归可枚举

计算理论作业-貳 姓名:_____ 学号:_____

题目 4: 假设 L_1, L_2, \dots, L_k 是定义在字符集 Σ 上的语言集合, 并且
(1) 对于任意 $i \neq j$, 我们有 $L_i \cap L_j = \emptyset$; (2) $L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_k = \Sigma^*$;
(3) 每个 L_i 都是递归可枚举的。证明: 每个 L_i 都是递归的。

题目 5: 证明递归语言在并操作下封闭, 即如果 L 和 L' 均是递归的, 那么 $L \cup L'$ 也是递归的。

题目 6: 证明递归可枚举语言在并操作下封闭。

题目 7: 证明集合 $\{\langle M \rangle \mid L(M) = \{ww^R \mid w \text{ 是 } 0、1 \text{ 字符串}\}\}$ 是不可判定的, w^R 是 w 的逆序字符串。

题目 8: 证明集合 $\{\langle M \rangle \mid L(M) = (L(M))^R, \text{ 即若 } w \in L(M) \text{ 有 } w^R \in L(M)\}$ 是不可判定的, 进一步证明是非递归可枚举的。

题目 9: 令问题集合 $L = \{\langle M \rangle | M \text{ 在所有输入上均停机}\}$ 。

- (1) 利用 Rice 定理证明 L 是不可判定的；
- (2) 证明 L 是非递归可枚举的（提示：利用归约技术）；
- (3) 证明 \bar{L} 是非递归可枚举的（提示：利用归约技术）。

计算理论作业-貳 姓名:_____ 学号:_____

题目 10: 如果波斯特对应问题中的字母表 Σ 只包含一个字符, 例如 $\Sigma = \{1\}$, 那么波斯特对应问题是否可判定, 如果不可判定给出证明, 否则给出算法。