

\*\*\*\*\*双面 A4 纸打印并作答\*\*\*\*\*

**题目 1:** 将如下布尔表达式转换为 3CNF 形式, 使转换前后的表达式在是否可满足上保持一致。

(1)  $(x \vee y) \wedge z \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z \vee a \vee b \vee \bar{c})$

(2)  $x \wedge y \vee \bar{x} \wedge z$

**题目 2:** 4TA-SAT 问题定义如下: 给定布尔表达式  $\varphi$ ,  $\varphi$  是否至少有 4 个不同的可满足赋值。证明该问题是 NP-完全问题。

**题目 3:** 布尔表达式  $\varphi_n$  是 3CNF, 包含  $n$  个布尔变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 对每一组 1 到  $n$  之间的三个不同整数  $i, j, k$ , 均有  $x_i \vee x_j \vee x_k$  和  $\overline{x_i} \vee \overline{x_j} \vee \overline{x_k}$  属于  $\varphi_n$ 。回答下列问题。

(1)  $\varphi_4$  是否可满足, 说明理由;

(2)  $\varphi_5$  是否可满足, 说明理由。

**题目 4:** **子图同构问题**: 给定图  $G$  和  $H$ ,  $G$  是否是  $H$  的一个子图? 证明子图同构问题是 NP 完全问题。

---

**题目 5:** 反馈边问题: 给定有向图  $G$  和整数  $k$ , 是否可以删除  $k$  条边使得图  $G$  无环? 证明反馈边问题是 NP 完全问题。

**题目 6: 半团问题:** 图  $G$  是否有一个由  $G$  中恰好一半顶点组成的团? 证明半团问题是 NP 完全问题。

**题目 7:** 证明 NAE-3SAT 问题是 NP 完全问题。[问题定义参见课件, 提示: (1) 可以将  $x \vee y \vee z$  变换为  $(x \vee y \vee h)$  以及  $(\bar{h} \vee z \vee b)$ , 其中  $b$  是所有子句共享的,  $h$  是该子句独有的, (2) 假设存在赋值  $\tau$  满足 NAE-3SAT 的要求, 将  $\tau$  所有变量赋值翻转获得的新赋值函数仍然满足要求。]

**题目 8:** 3-可着色问题: 图  $G$  是否存在一个着色方案, 将每个顶点染色为红, 黄, 蓝其中一种颜色, 并且同一条边的两个顶点颜色不同? 证明 3-可着色问题是 NP-完全问题。