# Application of multi-fractal and kriging interpolation method for the reconstruction of strata



文章编号: 1000-7598 (2011) 06-1864-06

### 多重分形与 Kriging 插值在地层模型生成中的应用

王长虹1,朱合华2

(1. 上海应用技术学院 轨道交通学院, 上海 200235; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要:为了建立三维数字地层,采用钻孔信息构建三棱柱,以适合工程地质和岩土工程特点。钻孔数据具有局部的、随机的、异常的特征,另外,钻孔数据具有一定的结构特点。传统的数理统计方法无法很好地解决空间样本点的选取、空间估值和2组以上空间数据的关系等问题,借鉴地质统计学的 Kriging 方法给出全局区域内一种距离加权插值算法,先根据空间数据得到统计特征,再根据统计特征进行插值,并引入多重分形理论弥补 Kriging 方法的滑动加权平均缺陷,度量区域化变量的局部奇异性。通过对地层模型插值结果的观察,得出该算法可以获得良好的全局和局部特征插值效果。

关 键 词:钻孔;地层数据模型;空间散乱点插值;Kriging方法;多重分形

中图分类号: TB 115 文献标识码: A

## Application of multifractal and Kriging interpolation to reconstruction of stratum

WANG Chang-hong<sup>1</sup>, ZHU He-hua<sup>2</sup>

- (1. Shool of Railway Transportation, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 200235, China;
  - 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to generate 3-dimensional stratum, a stratum data model of tri-prism based on borehole data is first presented, which is applicable to geological engineering and geotechnical engineering. Due to the local variance and spatial structure among attributes of boreholes, the geological properties at unknown location have to be estimated or interpolated by some special methods. However, classic statistical methods could not resolve such problem which includes selection of sample points, spatial estimation and comparison of bilateral data. A distance-weighted interpolation method for scattered borehole data points is proposed, which exploits the Kriging method in global geostatistics. On the premise that the distributed statistics characters of the spatial borehole data were obtained at first; accorded to the distributed statistics characters, the spatial interpolation was presenting successively. Moreover, Multi Fractal is presented to depict the local singularity which should be ignored by sliding weighted average algorithm of Kriging method. Case study shows that the generation of 3-dimensional stratum by proposed interpolation methods could give a good result in global and local occasions.

Key words: borehole; stratum data model; scattered points interpolation; Kriging method; multifractal

#### 1 引 言

随着国民经济的发展,地学界和工程界将目光 投向了地下空间的开发和利用,三维地学模拟成为 研究热点<sup>[1]</sup>。

三维地学建模数据的来源主要来自于地质平面图、地质剖面图和钻孔资料。工程地质钻孔作为获取地层数据的最直观手段,一直受到许多学者的关注<sup>[2-5]</sup>,通过获取钻孔柱状图中不同地层的分界

点,建立相应的拓扑关系,可采用面模型、体模型 或混合模型建立空间三维地层。

工程地质钻孔在空间上可以认为是区域化变量点数据源,具有2个显著特征,即随机性和结构性。首先,区域化变量是一个随机变量,它具有局部的、随机的、异常的特征。其次,区域化变量具有一定的结构特点。因此,获取钻孔数据的空间统计特征,对区域地质特性进行模拟或插值有着深远的应用前景。

收稿日期:2010-06-10

基金项目:国家科技攻关项目世博专项资助(No. 2005BA908B06)。

第一作者简介:王长虹,男,1978 年生,博士,讲师,从事结构全生命周期性能研究。E-mail:changhong\_wang@163.com

Kriging 方法通过引进以距离为自变量的半变差函数来计算权值,由于半变差函数既可以反映变量的空间结构特性,又可以反映变量的随机分布特性,所以利用 Kriging 方法进行全局空间数据插值可以取得理想的效果<sup>[6-9]</sup>。

Kriging 方法是基于半变差函数的空间插值方法,实质上是一种滑动加权平均方法。它以空间变异性为原则进行加权平均,因而不可避免地对数据造成平滑,尤其对于局部地层隆起和下陷等奇异性地质条件。引入多重分形理论<sup>[10-11]</sup>可弥补 Kriging方法的不足,描述场值随量度范围变化的奇异性规律,所分析的地层特征数据与被分析的区域大小相关。

#### 2 基于钻孔信息地层建模思想

基于钻孔数据建立三维地层模型步骤分为 3 步: ①钻孔数据预处理; ②建立表面基准三角网; ③生成三维地层。将表面基准三角网由上向下拖拉而成三棱柱,得到区域三维地层,如图 2 所示。

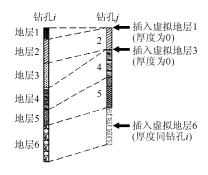


图 1 钻孔数据预处理 Fig.1 Borehole data pre-processing

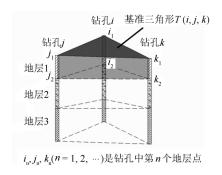


图 2 由基准三角形生成三棱柱地层

Fig.2 Triangular prisms generated from reference triangle

如上所述,根据钻孔数据建立正常地层、褶皱、 尖灭等地质模型可实现全过程自动化,而对于断 层、透镜体等复杂地质现象,还需要人工干预。

#### 3 Kriging 方法插值

设 Z(x) 是点承载的区域化变量,且是 2 阶平稳(或内蕴)的, $Z(x_i)(i=1,2,\cdots,n)$ ,它们是定义在点承载  $x_i(i=1,2,\cdots,n)$  上的,现要对点  $x_0$  承载处的区域化变量进行估计,所用的估计量为

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \tag{1}$$

满足的约束条件为

$$E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$$

$$\sigma_E^2 = E[\hat{Z}(x_0) - Z(x_0)]^2 = M \text{ in}$$
(2)

最后得到用半变差函数值表示的Kriging方程组:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_{j} y_{i,j} + \mu = y_{i,0}, \quad (i = 1, 2, \dots n)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_{j} = 1$$
(3)

式中: 半变差函数值  $y_{i,j} = y(x_i, x_j) = y(x_i - x_j)$ , 通过实测数据拟合而成的 Kriging 理论曲线上计算。

#### 4 多重分形理论

多重分形是由 Mandelbrot 在研究湍流时提出来的,以后逐渐建立它的数学形式并在各方面得到应用。多重分形是研究物理量和其他量在几何支撑上的奇异性分布而引入的基本概念。

用矩方法特征化多重分形,矩方法采用剖分函数计算多重分形维数  $\alpha$  ,公式为 $^{[12]}$ 

$$\alpha = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\lg \langle \chi(\varepsilon) \rangle}{\lg \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\lg \langle \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} \mu_i(\varepsilon) \rangle}{\lg \varepsilon}$$
(4)

式中:  $\langle \rangle$  为定义在剖分数据集合 S 上的测度  $\mu_i$  ( $\varepsilon$ ) 的 统计矩;  $\varepsilon$  为容量尺度的大小;  $N(\varepsilon)$  为容量的个数。

众多的空间插值和滤波方法都是基于对场值 的某种滑动加权平均,将式(1)改写为

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{\Omega(x_0,\varepsilon)} \omega(||x_0 - x||) Z(x)$$
 (5)

式中:  $\Omega(x_0,\varepsilon)$  为围绕中心点  $x_0$  半径为  $\varepsilon$  的小滑动窗口;  $\omega(\|x_0-x\|)$  为  $\Omega(x_0,\varepsilon)$  中与中心点  $x_0$  相隔距离  $|x_0-x\|$  的任意点 x 的加权函数。它可由 Kriging方法确定,但不涉及局部奇异性度量。由 Cheng 提出的多重分形方法将滑动平均关系式表达为

$$\hat{Z}(x_0) = \varepsilon^{\alpha - 2} \sum_{\Omega(x_0, \varepsilon)} \omega(||x_0 - x||) Z(x)$$
 (6)

式中:  $\alpha$  为  $x_0$  处的局部多重分形维数。

以上表达式不仅包含了空间相关性的成分,而 且具有度量局部奇异性的因子。由此可见,多重分 形适合于局部异常的描述,通常的加权平均方法只 是该多重分形方法的特殊情况。

#### 5 工程应用

#### 5.1 钻孔数据来源

某研究区域已有地质钻孔 98 个,揭露的主要地层有 12 层,如图 3、4 所示,未出现连续地层表明某些地层缺失,其数据结构<sup>[13-14]</sup>见表 1。

表 1 主要地层分布表 Table 1 main stratum sequence

土层名称 —	高程/ m		
	最大值	最小值	平均值
地层表面	7.00	3.00	4.26
①人工填土	4.61	-2.65	1.91
②1 粉质黏土	1.70	-0.36	0.68
③淤泥质粉质黏土	-1.71	-6.49	-4.0
④淤泥质黏土	-9.03	-14.76	-12.11
⑤1 粉质黏土	-11.7	-45.29	-18.66
⑤2 砂质粉土	-13.82	-63.99	-33.65
⑤3 粉质黏土	-19.92	-57.56	-39.52
⑤4 粉质黏土	-27.72	-51.70	-41.95
⑦2 粉砂	-53.68	-81.19	-62.17
⑨1 细砂	-65.22	-83.25	-78.53
⑨2 含砾细砂	-90.49	-105.26	-96.77
⑩粉质黏土	-95.69	-103.59	-99.31

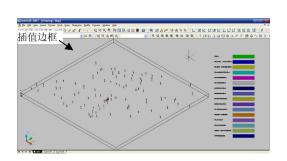


图 3 钻孔全局坐标分布(单位: m) Fig.3 Global coordinates of boreholes(unit: m)

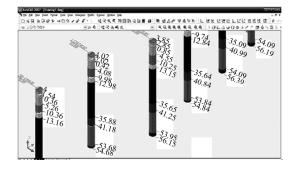


图 4 钻孔局部坐标(单位: m) Fig.4 Local coordinates of boreholes(unit: m)

如图 3 所示,钻孔在空间上呈稀疏分布,采用 原始钻孔数据建立的不规则三维地层模型将无法满 足研究的需要。为便于后续基于数字地层的研究开 展,需要在图 3 所示的矩形区域内进行虚拟钻孔空 间插值,矩形区域的参数如表 2 所列。

表 2 空间插值区域 Table 2 Spatial interpolation area

序号	边界点	X/m	Y/m
1	_	-93.0	-6 721.0
2	$\equiv$	3 757.0	-6 721.0
3	三	3 757.0	-2 789.0
4	四	-93.0	-2 789.0

矩形区域长 3 850 m, 宽 3 932 m, 长度和宽度 距离相差 82 m, 近似为正方形, 表面基准三角网由 20×20×2个三角形组成。

空间插值主要以地表高程空间插值为例展开讨论,其余地层性质依此类推。对比分析将采用VC++自编 Kriging 方法与商业软件 Winsurf 提供的Kriging 方法进行结果比较;考虑多重分形方法后的结果比较,以及与工程经验结果进行比较。

#### 5.2 与商业程序结果比较

图 5 计算了地表高程的半变差函数值,变程  $a = 2 137.76 \,\mathrm{m}$  , 块金值  $C_0 = 0$  , 拱高  $C = 0.389^{[15]}$  .

图 5~8 中,通过自编 Kriging 方法和 Winsurf 商业软件所提供的 Kriging 方法计算结果对比,在大部分区域,二者的计算结果差异很小,高程相差值 M=0.018 m,标准差 S=0.08,算法可靠性与Winsurf 商业软件所提供 Kriging 方法相当,保证了自编 Kriging 方法可以用于工程实践。

#### 5.3 多重分形插值结果

在 Kriging 方法的基础上,为度量高程分布的局部奇异性引入了多重分形理论,首先要计算网格虚拟钻孔处的局部奇异性指数,为此可以定义多重分形测度  $\mu(\varepsilon)$  为  $\varepsilon \times \varepsilon$  范围内高程分布所包围形体的体积,采用边长  $0.99~\mathrm{m}$  、d 、2d 、3d 、4d (d 为单个网格尺寸中的较小值,本例中 d = 192.5  $\mathrm{m}$  )的正方形计算不同的测度值  $\mu(\varepsilon)$  ,如双对数图 9 所示,回归出  $\mathrm{lg}\,\varepsilon$  -  $\mathrm{lg}\,\mu(\varepsilon)$  的直线斜率即为该点的奇异性指数或称为分形维  $a(x_0)$  ,当  $\mathrm{lg}\,\varepsilon$  -  $\mathrm{lg}\,\mu(\varepsilon)$  线性相关系数大于指定的阀值(R = 0.9)时, $\mu(\varepsilon)$  与  $\varepsilon$  指数关系成立,否则取  $a(x_0)$  = 2 。

如图 9~12 所示,空间插值 Kriging 方法引入 了多重分形理论,弥补了半变差函数局部平滑的缺陷,能够度量地表高程局部隆起和下陷的局部奇异 特征。值得注意的是,奇异系数的计算完全基于原 始钻孔分布信息,因此,钻孔位置在考虑工程地质取样的同时,应尽量布置在高程变化特征点附近。

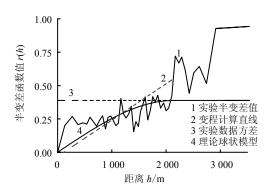


图 5 地表高程半变差函数值 Fig.5 Half variation of surface elevation

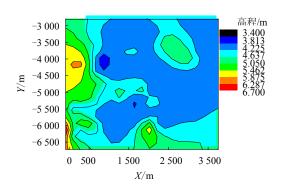


图 6 地表高程等值线 Fig.6 Contours of surface elevation

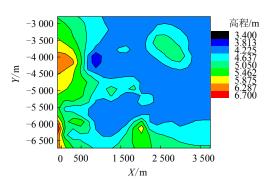


图 7 地表高程等值线(Winsurf)
Fig.7 Contours of surface elevation by Winsurf

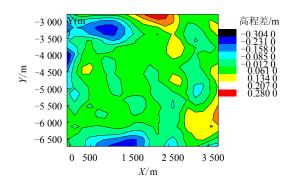


图 8 地表高程插值差 Fig.8 Difference of Interpolation

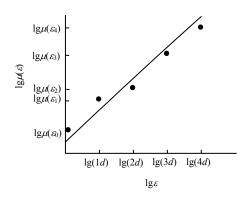


图 9 奇异系数双对数回归 Fig.9 Regression of singularity

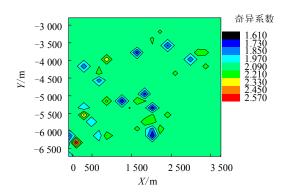


图 10 奇异系数空间分布 Fig.10 Spatial distribution of singularity

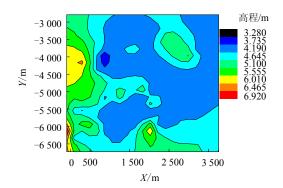


图 11 地表高程等值线(考虑局部奇异性) Fig.11 Contours of surface elevation based on local singularity

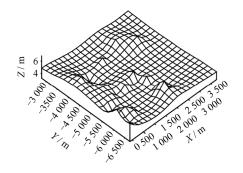


图 12 地表面坐标 Fig.12 3D surface coordinates

#### 5.4 与工程经验结果比较

采用 Kriging 方法和多重分形理论对区域内所有地层进行空间插值,并与根据实践经验作出的部分工程地质分布图对比,如图 13~16 所示。

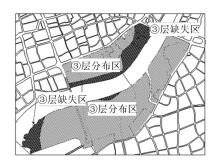


图 13 第③层土经验推断分布 Fig.13 empirical estimation of No. ③ stratum

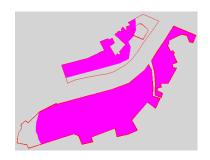


图 14 第③层土空间插值分布 Fig.14 Spatial Interpolation of No. ③ stratum

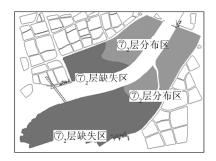


图 15 第⑦2 层土经验推断分布 Fig.15 Empirical estimation of No. ⑦2 stratum

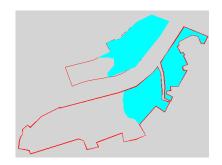


图 16 第⑦2 层土空间插值分布 Fig.16 Spatial Interpolation of No. ⑦2 stratum

上述 Kriging 方法引入了多重分形理论空间插值与工程实践经验推断结果在区域分布上误差均不

超过 5%, 二者所绘工程地质图吻合,符合岩土工程的应用要求。

#### 6 结 论

近年来计算机技术与岩土工程的结合越来越紧密,基于Kriging方法、多重分形理论的钻孔信息内插和外推具有两个特点:

- (1) Kriging 方法通过计算反映数据空间结构 的半变差函数从预测点周围的观测值中生成权系数 进行预测,反映了全局区域内的数据空间特征。
- (2) 多重分形理论通过空间自相似性过滤,改进了 Kriging 方法中半变差函数局部平滑的缺点,度量空间数据分布的局部奇异性,根据工程地质钻孔数据重建数字地层的算例,验证该方法可以获得良好的空间插值效果。

#### 参考文献

- [1] SIMON W Houlding. 3D geoscience modeling[M]. Hong Kong: Springer, 1994.
- [2] 朱合华. 从数字地球到数字地层-岩土工程发展新思维[J]. 岩土工程界, 1998, (12): 15-17.

  ZHU He-hua. From digital earth to digital stratum-new thought of geotechnical engineering development[J].

  Geotechnical Engineering World, 1998, (12): 15-17.
- [3] GO Yonezawa, TATSUYA Nemoto, SHIJI Masumoto. 3D geological modeling and visualization of faulted structure[C]//Proceedings of Open GIS-GRASS Users Conference 2002. Trento, Italy: [s. n.], 2002.
- [4] 刘学军, 龚健雅. 约束数据域的 Delaunay 三角剖分与修改算法[J]. 测绘学报, 2001, 30(1): 82-87.

  LIU Xue-jun, GONG Jian-ya. Delaunay triangulation of constrained data set[J]. Acat Geodaetica et Carto Graphica Sinica, 2001, 30(1): 82-87.
- [5] 朱合华,郑国平,吴江斌,等. 基于钻孔信息的地层数据模型研究[J]. 同济大学学报, 2003, 31(5): 535—539. ZHU He-hua, ZHENG Guo-ping, WU Jiang-bin, et al. Study on ground data model based on drill hole information[J]. **Journal of Tongji University**, 2003, 31(5): 535—539.
- [6] FRANKE R. Scattered data interpolation: Tests of some methods[J]. Mathematics of Computation, 1982, 38: 181-200.
- [7] CRESSIE N A C. Statistics for spatial data[M]. New York: John Wiley and Sons, 1991.

下转第 1885 页

- ZHANG Xie-dong, SHI Ming-qiang, SHEN Xue-xiang, et al. Experimental research on plant-mechanical analysis for highway eco-protection slope[J]. **Journal of Wuhan University of Technology**, 2008, 32(1): 59—61.
- [9] 朱海丽, 胡夏嵩, 毛小青, 等. 护坡植物根系力学特性与其解剖结构关系[J]. 农业工程学报, 2009, 25(5): 40-46.
  - ZHU Hai-li, HU Xia-song, MAO Xiao-qing, et al. Relationship between mechanical characteristics and anatomical structures of slope protection plant root[J]. **Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering**, 2009, 25(5): 40—46.
- [10] 李绍才, 孙海龙, 杨志荣, 等. 护坡植物根系与岩体相 互作用的力学特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(10): 2051-2057.
  - LI Shao-cai, SUN Hai-long, YANG Zhi-rong, et al. Mechanical characteristics of interaction between root system of plants and rock for rock slope protection[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,

- 2006, 25(10): 2051-2057.
- [11] 程龙飞, 孙树林, 裴洪军. 香根草一铰链式混凝土块护 岸系统机理分析[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 562-566.
  - CHENG Long-fei, SUN Shu-lin, PEI Hong-jun. Analysis of mechanism of Vetiveria zizanioides-hinge jointed concrete bank protection system[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(5): 562—566.
- [12] 张云伟, 戈振扬, 周跃. 植物侧根对土壤牵引效应的计算机仿真[J]. 农业工程学报, 2006, 22(11): 35-39.

  ZHANG Yun-wei, GE Zhen-yang, ZHOU Yue.

  Computer simulation of traction effect of plant lateral roots on soil[J]. **Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering**, 2006, 22(11): 35-39.
- [13] BARKER D H. The way ahead—continuing and future developments in vegetative slope engineering or ecoengineering. Vegetation and slopes: Stabilization, protection and ecology[M]. London: Thomas Telford, 1994.

#### 上接第 1868 页

- [8] Christakos G. Random field models in earth science[M]. California: Academic Press, 1992.
- [9] 孙洪泉. 地质统计学及其应用[M]. 北京: 中国矿业大学出版社, 1990.
- [10] CHENG Q. Multifractal modeling and spatial analysis with GIS: Gold potential estimation in the Mitchell Sulphurets area, northwestern British Columbia[D]. Canada: University of Ottawa, 1994.
- [11] 王劲峰. 空间分析[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [12] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: W H Freeman and Company, 1983.
- [13] 朱合华, 王长虹, 李晓军, 等. 数字地下空间与工程数据库模型建设[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(7): 1094-1098.
  - ZHU He-hua, WANG Chang-hong, LI Xiao-jun, et al.

- The database model establishment of Geo-digital underground space and project[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(7): 1094—1098.
- [14] Chang-hong WANG, He-hua ZHU, Xiao-jun LI. Integrative model of urban pipeline-road-stratum and its spatial distance analysis[C]//International Conference of Geoinformatics' 2007. Nanjing, China: International Society for Optical Engineering, 2007.
- [15] 李晓军, 王长虹, 朱合华. Kriging 插值方法在地层模型生成中的应用[J]. 岩土力学, 2009, 30(1): 157-161.
  - LI Xiao-jun, WANG Chang-hong, ZHU He-hua. Kriging interpolation and its application to generating stratum model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(1): 157—161.