

克利金法於雨量站設置之應用

Rain Gauges Allocation by Using the Kriging Method

國立海洋大學河海工程系副教授

黃 文 政
Wen-Cheng Huang

國立海洋大學河海工程研究所碩士

王 慶 藏
Ching-Tsarng Wang

摘 要

本研究之主要目的在探討雨量站之設置，文中引用一般克利金法為研析方法，並以大甲溪流域為研究對象。研究結果顯示為了充分瞭解雨量空間之分佈，可藉由克利金法由已知站之觀測值推估未設站之可能值，將資料之分佈由點擴充及面，而推估誤差（克利金變異數）則為增減站之重要參考指標。根據克利金變異數指標，整個大甲溪流域以設置 22 個雨量站為宜。

關鍵詞：克利金法，雨量站設置，克利金變異數。

ABSTRACT

The main purpose of this paper is to study the allocation of rain gauges by using the ordinary Kriging method. The Ta-Chia Chi Basin in the central Taiwan is chosen as a case study. It gives that the Kriging method, the best linear unbiased estimate, is applicable to estimate the distribution of rainfall over space. The estimated error variance is an useful indicator to allocate possible rain gauge stations. The results suggest 22 rain-gauge stations are appropriate for the Ta-Chia Chi Basin in terms of the Kriging variance.

Keywords : Kriging method, Allocation of rain gauges, Kriging variance.

一、前 言

(一)問題說明

臺灣地區屬亞熱帶氣候，年平均降雨量約 2515 公厘，約為世界各國降雨量平均值的 2.5 倍，而中央山脈山區降雨較多，向沿海平地漸減。降雨量為供給地表水及地下水之來源，舉凡水資源

的規劃與管理，無不需要降雨記錄，而降雨資料的精確與否，除了受到觀測方法、觀測儀器、人員素質影響外，雨量站網之配置是否恰當亦相當的重要。

臺灣地區雨量站之設置始於 1897 年，至今雨量站之設立遍佈全省各地，均由中央氣象局、水利局、台電、台糖及其它機構因業務需求而設

立。各觀測站記錄年數多在 25 ~ 60 年間。雨量站網之佈置設計為本文之主要研究目的，將以大甲溪流域為研究對象，並以區域化變數理論中之克利金法 (Kriging Method) 分析大甲溪流域雨量站網的設計。

㊦ 前人研究

雨量站網之設置應考量降雨分佈之特性，世界氣象組織於 1965 年曾建議降水站網之最小密度 (Shaw, 1989)，其中山區之站網最小密度為 100 ~ 250 km²/站，而乾燥地區則為 1500 ~ 10000 km²/站。Bleasdale (1965) 更詳細列出在已知面積條件下，須設置之最少雨量站數，例如 2 站/10 mi²、6 站/100 mi²及 15 站/1000 mi²。

經濟部水資會於 1962 年研擬 "台灣水文網計劃"，並於 1965 年請水利專家 S. J. Bocks 主持 "中國台灣省水文網先驅計劃"，其建議本省雨量站網之設計站數應與面積及人口數成正相關，在平原地區每 1000 km²可設置 6 ~ 25 站，可採用 15 站/100 km² (王、易，1992)。

地質統計學 (Geostatistics) 自 1951 年起，由南非礦山地質工程師 Krige 等人，對南非金礦多年來的工作經驗，為地質統計學奠定良好基礎，到了 50 年代後期，法國數學地質學家 Matheron 教授將 Krige 等人的工作經驗，進一步做了系統化研究之後，於 1962 年第一次提出 "地質統計學"，並於 1971 年整理成文，說明了完整的區域化變數理論。而地質統計學應用層面很廣泛，如地質勘探、煤田地質、石油地質、水文工程地質、環境地質、構造地質、海洋地質、森林資源推估、農作物產量推估、降雨量推估、大氣污染量推估等。

Hughes (1981) 等人利用克利金法探討其未知點推估值與雨量站網之設計。Chua (1982) 等人利用克利金法探討受地形高低不平影響下之平均雨量最佳推估。Bastin (1984) 等人利用克利金法同時考慮季節性變化和降雨密度之影響，應用於平均雨量之推估及最佳雨量站網之設計。Lebel (1987) 等人利用徐昇多邊形法、曲線規表面套配法及克利金法，探討集水區雨量精確推估之研究，結果以克利金法之推估誤差變異值最小。Dingman (1988)

等人利用一般克利金法 (Ordinary Kriging) 並考慮地形影響因素，應用於平均年降雨之推估及降雨傳遞因子並考慮山岳效應之影響。Rouhani (1989) 等人利用通用克利金法 (Universal Kriging) 來推測蓄水量，使用觀測值與推估值資料，對不同初始蓄水量的乾旱做分析。Chang (1991) 利用克利金法視降水量為區域化變數進行乾旱分析，並利用條件機率探討區域性發生更嚴重乾旱的等值圖及推估誤差，以提供乾旱配水及放水策略參考。蘇氏 (1992) 等人利用通用克利金法於地下水觀測網規劃研究，以克利金變異數之變化情形，來探討原來井網分佈的均勻度及密度，對估計誤差降低程度。

Christakos and Olea (1992) 在站網設計中，利用六角形、方形、三角型等的編網格方式來探討其最佳化，結果以六角形最佳、方形次之、三角型最差，其中六角形、方形相差不大。王氏 (1993) 利用區域一般克利金法 (Block Ordinary Kriging) 來估算颱風逐時區域平均雨量，以期獲得迅速之颱風逐時區域平均雨量的估算。陳氏 (1993) 利用一般克利金法探討雲林斗六地區含水層流通係數之空間變異特性。鄭氏 (1993) 利用一般克利金法及去除平均趨勢法，分析基隆河流域歷年月累積雨量與颱風時雨量，並推估流域內規劃地區之設計降雨量及雨量站網之規劃設計。許氏 (1993) 利用一般克利金法，探討雨量在空間之變化情形及已設站的站網設計之研究。林氏 (1994) 等人利用一般克利金法及一般統計方法，建立地下水水位及水質等監測井網規劃之研究，以作為地下水污染防治與保育之參考。

二、應用理論回顧

地質統計學為區域化變數 (regionalized variable) 理論在勘查與推估自然現象上的應用，而線性定常性 (stationarity) 地質統計學為地質統計學的基礎，以區域化變數為基本概念，以變異圖 (variogram) 為基本工具，以二階定常性假設及本質假設 (Intrinsic H ypothesis) 為基本假設，以克利金法為基本方法。所謂克利金法是一種藉空間已知觀測點對未知點求得最佳線性不偏推估 (Best Linear Un-biased Estimate，簡稱 BLUE) 的方法。

本研究將以一般克利金法 (Ordinary Kriging) 來探討大甲溪流域之雨量站網之設計。

(一)區域化變數之定義 (Marsily, 1986; Isaaks, 1989)

設 X 為三度空間中的一點，而 $Z(X)$ 為在此點上所欲求的函數值，稱 $Z(X)$ 為區域化變數，且 $Z(X)$ 區域化變數在空間位置上有某種程度的關係。

在水文的應用上，可以將各雨量站的降雨量不同截斷值所產生的平均乾旱延時、條件機率、某迴歸週期下之連續不降雨日數，視為區域化的變數。

(二)克利金法 (Kriging)

克利金法具有最佳線性不偏的推估，即

- (1)最佳：指推估值與真值（觀測值）之差的變異數為最小

$$\text{Var}[Z_0^* - Z_0] = \min \dots\dots\dots (1)$$

- (2)線性：推估值為觀測值的線性組合

$$Z_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \dots\dots\dots (2)$$

λ_i ：第 i 點相對於 Z_0^* 之權重 (weight)

- (3)不偏性：推估值與觀測值之差的期望值為零

$$E[Z_0^* - Z_0] = 0 \dots\dots\dots (3)$$

克利金法最常見的有(1)簡單克利金法 (Simple Kriging)，即當期望值 m 已知且為常數時，(2)一般克利金法 (Ordinary Kriging)，即當 m 未知且為常數時，(3)通用克利金法 (Universal Kriging)，即當 m 未知且非常數時三種方法。在此僅詳述一般克利金法，其餘二種方法則依其假設不同同理可得。

將 (2) 代入 (3) 式可得：

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \dots\dots\dots (4)$$

將 (2) 代入 (1) 式，利用變異圖定義，藉 Lagrange Multiplier 方法，得：

$$\sum_{j=1}^n r_{ij} \lambda_j + \mu = \gamma_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots (5)$$

將(4)及(5)式展開得

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} & 1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \dots & r_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \\ \vdots \\ \gamma_{n0} \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots (6)$$

上式中： $\gamma(X_i - X_j) = \gamma_{ij}$ ， $\gamma_{ii} = \gamma(X_i - X_i) = \gamma(0) = 0$

(6) 式稱為克利金系統 (kriging system) 的矩陣形式。

利用求得之變異圖模式代入 (6) 式將可解得

$\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_n^0, \mu$ 之值。而且

$$\text{Var}(Z_0^* - Z_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^0 \gamma(X_i - X_0) + \mu \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式稱為推估誤差變異數或稱之為克利金變異數。

當在進行試驗變異圖與理論變異圖模式的套配工作時，應視試驗變異圖實際的狀況來套配，當試驗變異圖隨 h 增加而不斷增加時，則不屬於定常性，若試驗變異圖有金塊效應 (nugget effect) 產生時，則亦必須加以考慮進去，以求更為適合的套配模式。所謂金塊效應即在原點附近其值並不趨近零，而有不為零的值存在，其原因可能是量測誤差等因素所產生的。

(三)模式驗證

為了檢驗所用之推估模式的合理性，在此採用較廣泛使用的交叉驗證法 (Cross-Validation)，來對已知點做驗證工作，在此所用交叉驗證法即須符合如下所述：

- (1)克利金平均誤差 (the kriged average error, KAE)

$$\text{KAE} = (1/n) \sum_{i=1}^n (Z_i - Z_i^*) \approx 0 \dots\dots\dots (8)$$

KAE 趨近於零，模式越佳，即真值與推估值之差的總和平均值應趨近於零。

- (2)標準化之克利金變異數 (standardized kriging variance, SKV)

$$\text{SKV} = (1/n) \sum_{i=1}^n [(Z_i - Z_i^*)^2 / \sigma_i^2] \approx 1.0 \dots\dots\dots (9)$$

SKV 越趨近於 1.0 其模式越佳。

σ_i^2 ：第 i 點之克利金變異數

三、案例研究

(一)計畫說明

影響雨量站網之位置之因素頗多，諸如地形、降雨強度、設站經費、區域需求性及精度要求等，而本研究將以推估降雨量之精度為目標，其它因素為限制條件，克利金法之推估誤差值將

與精度成密切關係。

本研究以大甲溪流域為研究對象，該流域發源於中央山脈、雪山及南湖大山，流域起點為南湖東山（標高 3639 公尺），流至清水鎮為其出海口，河流長度 140.21 公里，平均比降為 1:39，流域面積為 1235.73 平方公里，歷年平均雨量 2526.5 公厘，大甲溪流域降雨量分佈因季節的不同，豐枯差異甚大，水資會為期充份了解大甲溪流域枯水時之降雨空間分佈，以供水源調配參考，因此要求本研究計劃以克利金法應用在大甲溪流域，分析乾旱的嚴重程度在空間上分佈的變化趨勢及相關雨量站網之初步研究。

大甲溪流域雨量站座標共計 38 站，其中現有站（截至 1992 年止）共 26 站，茲收集各站的日降雨量記錄及大甲溪流域圖（1/250000），同時並引用克利金法套配軟體（美國環保署所發展的 GEO-EAS）及三度空間繪圖軟體 SURFER。

(一) 乾旱截斷水準分析

考慮全年（1 月～12 月）旬雨量記錄及乾季（11 月～6 月）旬雨量記錄所得的延時曲線，以乾季來考量為較保守，首先將旬雨量資料，利用威伯法（Weibull Method）排序，如（10）式所示：

$$P(X \geq x) = M / (N + 1) \quad \dots\dots\dots (10)$$

M：水文資料之大小，最大水文事件定 $M = 1$ （在此指雨量）得出對乾旱不同嚴重程度的截斷水準（Truncation Level），在已知之截斷值下，利用 run theory（Yevjevich, 1967），在雨量低於截斷值之期間，視為發生一次 run-length，求乾季在某截斷值下的平均乾旱延時（Mean Duration），平均乾旱延時即為 run-lengths 之累積除以發生次數。

(二) 雨量空間變異分析

於水資會要求之研究計劃中曾分別以不同之截斷水準（即 50 %、60 %、70 %、80 %、90 %、95 %）分析大甲溪流域的平均乾旱延時，並視各截斷值所產生的平均乾旱延時為區域化變數，利用克利金法以求得各截斷水準下之變異圖模式（Variogram Model），並推估其克利金標準偏差值。由於在本文中將僅強調雨量站網之設置，因此有關的乾旱分析結果說明請參閱原水資會之計劃報告（水資會 1995），於此茲不贅述，至於在站網規劃中，本文將採用原計劃報告中旬雨量 60 %

之截斷水準為基礎，其原因是 60 % 之克利金標準偏差值在模式驗證時比其它截斷水準者為低。表 1 為旬降雨量資料在截斷水準 60 % 條件下，其各站之截斷值及平均乾旱延時值。表中顯示大甲溪下游地區之雨量截斷值下降較中、上游快。根據表 1 其平均乾旱延時之差異微小，故本研究以一般克利金法考慮之。

大甲溪流域 38 個雨量站之相關位置圖如圖 1 所示，利用克利金法的本質性假設並配合 GEO-EAS（Geostatistical Environmental Assessment Software）來進行經驗變異圖及理論變異圖模式之套配工作。其分析過程如下所述。

(1) 首先對已知站（共 38 站）利用其二點間的空間關係，進行配對，當 $n=38$ 時， $[n(n-1)/2]=703$ 即為總配對數。

(2) 以距離來區分成幾個等級（class），在此旬雨量 60 % 平均延時當增量（increment）為 5820 公尺時，則等級將依增量區分之，在每等級內可求出其配對數 $N(h)$ 及平均距離（h）與 $r^*(h)$ 值，其中 γ^* 如下所示：

$$r^*(h) = (1/2N(h)) \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

(3) 依據平均距離 h 及經驗變異圖 $\gamma^*(h)$ 值，繪出經驗變異圖，並分別以球體模式、指數模式及高斯模式套配之，結果如表 2 所示。

四推估計算

依據經驗變異圖所得之理論變異圖，來進行推估工作，在此利用移動性鄰域（Moving Neighborhood）的觀念，利用圓形邊界區內的已知點去推求圓心中心未設站之點的推估值，使用移動性鄰域的理由乃為減少計算矩陣的維度，且當距離越大其影響性越小，權重越小。本研究以移動性鄰域 200 公里，在此範圍內最多取 24 點觀測值來進行未知點推估。

在決定編網格的網格數，本研究以所編的網格中應只有一個雨量觀測站落於單一網格的內部為原則，因此以 1800 公尺 × 1800 公尺為一格（即以方形的方式來編網格），X 座標起始點為臺灣二度分帶座標的 200000 公尺，終點為 300800 公尺，Y 座標之起始點為臺灣二度分帶座標的 2664000 公尺，終點為 2709000 公尺，共編出網格 $57 \times 26 = 1482$ 推估點，即共 1482 個推估值。模式的推估步驟如下所示：

表 1. 10-day 降雨量資料之截斷值及平均乾旱延時

| 序 號 | 流域編號及測站編號 | 60 percent Truncation level | | 序 號 | 流域編號及測站編號 | 60 percent Truncation level | |
|--------|----------------|--------------------------------|---------------------------|--------|-----------------|--------------------------------|---------------------------|
| | | Truncated Values (mm) | Mean Duration (day) | | | Truncated Values (mm) | Mean Duration (day) |
| 1 | 250P002 礮山 | 17.1 | 21 | 20 | 250P039 天冷 (1) | 6.4 | 23 |
| 2 | 250P004 礮山 (1) | 18.0 | 22 | 21 | 250P040 思源 | 21.0 | 21 |
| 3 | 250P005 佳陽 | 16.2 | 23 | 22 | 250P041 有勝 | 7.7 | 17 |
| 4 | 250P006 達見 (1) | 17.8 | 22 | 23 | 250P046 礮馬山 | 17.5 | 22 |
| 5 | 250P007 青山 (1) | 18.3 | 23 | 24 | 250P051 后里進水口 | 1.7 | 22 |
| 6 | 250P009 谷關 | 14.0 | 22 | 25 | 250P052 大南 (2) | 6.5 | 23 |
| 7 | 250P011 八仙新山 | 16.5 | 21 | 26 | 250P059 高佳陽大山 | 17.0 | 22 |
| 8 | 250P013 大良橋 | 18.9 | 24 | 27 | 250P060 平磨山 | 17.0 | 19 |
| 9 | 250P015 東甲溪 | 16.9 | 21 | 28 | 250P061 佳陽山 | 27.5 | 21 |
| 10 | 250P017 天輪 (1) | 7.8 | 22 | 29 | 250P062 金雞山 (1) | 21.8 | 25 |
| 11 | 250P018 白冷 (1) | 9.6 | 22 | 30 | 250P064 龜明山 | 16.0 | 20 |
| 12 | 250P020 新橋公 | 8.0 | 22 | 31 | 250P065 桃山 | 20.0 | 21 |
| 13 | 250P021 東勢 (1) | 6.4 | 22 | 32 | 250P066 豹山 | 24.0 | 21 |
| 14 | 250P022 大南 (1) | 5.0 | 21 | 33 | 250P067 松峰 | 27.0 | 21 |
| 15 | 250P023 杜寮 (1) | 6.4 | 21 | 34 | 250P068 松茂 | 19.4 | 20 |
| 16 | 250P024 七星 | 4.4 | 22 | 35 | 250P070 華峰 | 26.1 | 21 |
| 17 | 250P028 月眉 (2) | 5.5 | 21 | 36 | 250P071 石岡 | 8.0 | 23 |
| 18 | 250P032 舊社 | 4.7 | 22 | 37 | 257P003 清水 (2) | 2.7 | 21 |
| 19 | 250P038 出雲山 | 12.5 | 22 | 38 | 257P008 梅梅 (2) | 5.0 | 21 |

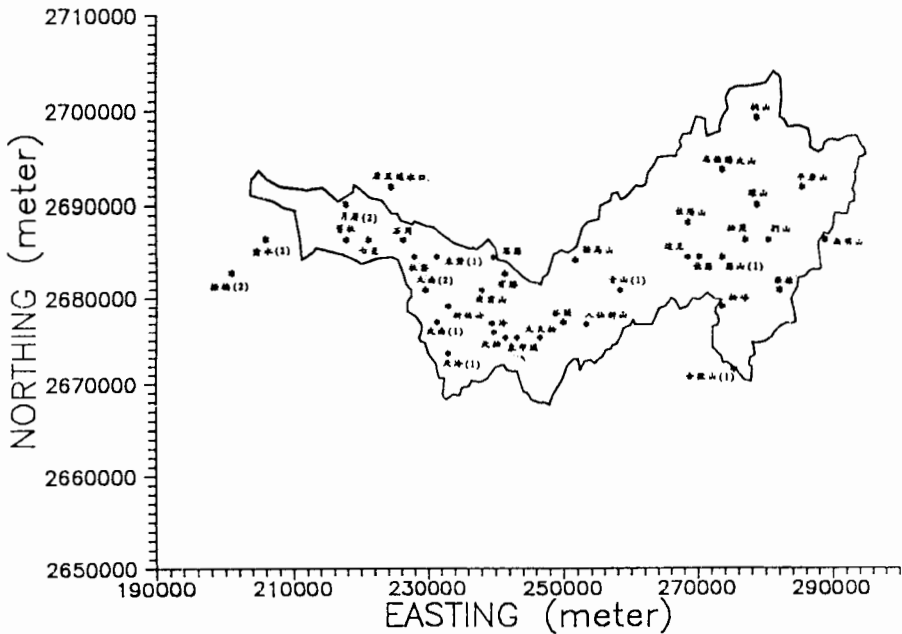


圖 1. 大甲溪流域 38 個雨量站相關位置圖

(1) 以旬雨量資料 60 % 的平均乾旱延時為例，已知站共 38 站，今若欲推估未設站 X 站之平均乾旱延時，利用移動性鄰域取距離 X 站最近的 24 個已知站，配合克利金方法的矩陣形式

(6) 式所示，求出以固定 24 個已知站推測 X 站處之權重因子 (即 $\lambda_1^1, \lambda_1^2, \dots, \lambda_1^{24}, \mu$)。

(2) 將推估之權重因子代入 (2) 式可求得 X 站處的推估值，同理可以推求整個大甲溪流域之某

截斷水準下之推估值。

(3)將推估之權重因子代入(7)式可求得X站處推估的克利金變異數，同理亦可推求整個大甲溪流域推估之克利金變異數之值，在此需注意者為對已知點推估之克利金變異數應為零。且克利金標準偏差為克利金變異數的開方根結果。

圖2為旬雨量資料60%利用球體模式所推估之平均乾旱延時等值圖，而圖3為其相對應之克利金標準偏差等值圖，顯然地為了充份了解資料空間之分佈，吾人可藉由克利金法由已知站之觀測值推估未設站之可能值，將資料之分佈由點擴充及面同時由克利金標準偏差等值圖來看，在已知站附近之推估誤差明顯的低，此訊息可供未來要設站時參考之用。

(iv)變異圖模式之驗證

利用理論模式配合克利金系統之矩陣形式及克利金變異數，所推估之平均乾旱延時等值圖及推估之克利金標準偏差等值圖中，其模式是否合理，在此利用廣泛使用的交叉驗證法(Cross Validation)執行驗證工作，其驗證步驟如下所示：

- (1)以本研究為例，共計38站已知站，首先將某一已知站(例如環山站)當未知，利用移動性鄰域以距離環山站最近的24個已知站，來對環山站做推估。
- (2)利用(6)式可以求出所推估環山站處的權重因子。
- (3)將所推估之權重因子分別代入(2)式可以求得環山站之推估平均乾旱延時值，代入(7)式則可以求得環山站之克利金標準偏差。
- (4)重覆步驟(1)-(3)，將各站所求得之推估平

表 2. 球體、高斯、指數模式驗證結果

| 大甲溪流域旬雨量 | 60% 平 均 延 時 | KAE | SKV |
|----------|---|-------|-------|
| 球 體 模 式 | $r(h)=1.2+0.8[(3/2)(h/17000)-(1/2)(h/17000)^3]$ | 0.023 | 1.053 |
| 高 斯 模 式 | $r(h)=1.2+0.8\{1-\exp[(-h/10000)^2]\}$ | 0.035 | 1.069 |
| 指 數 模 式 | $r(h)=1.2+0.8[1-\exp(-h/6000)]$ | 0.052 | 0.917 |

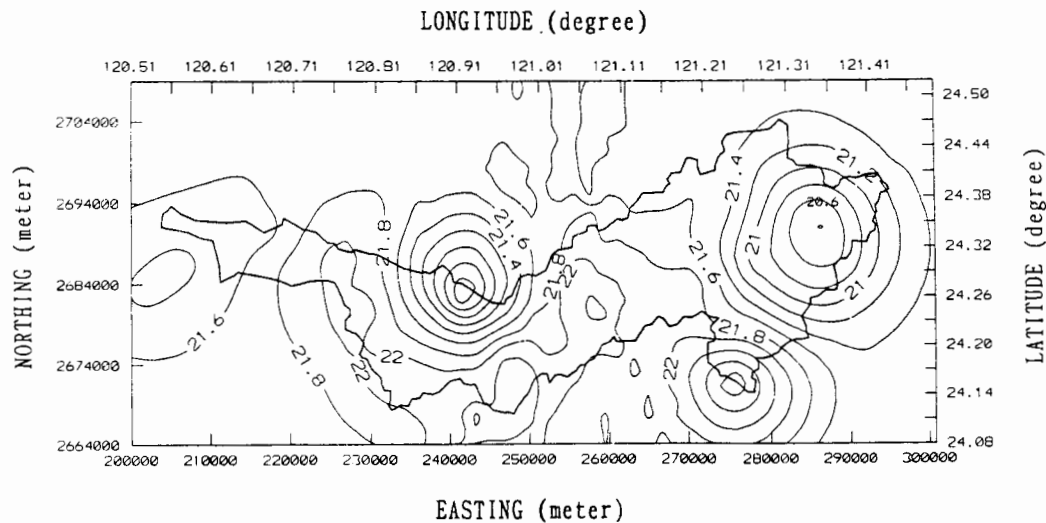


圖 2. 旬雨量 60 %所推估之平均乾旱延時等值圖

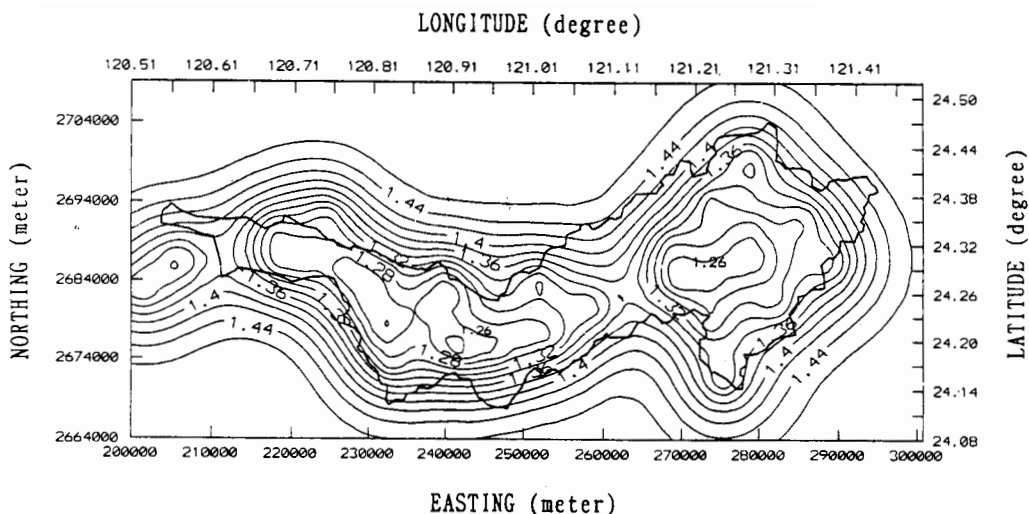


圖 3. 旬雨量 60 % 所推估之克利金標準偏差等值圖

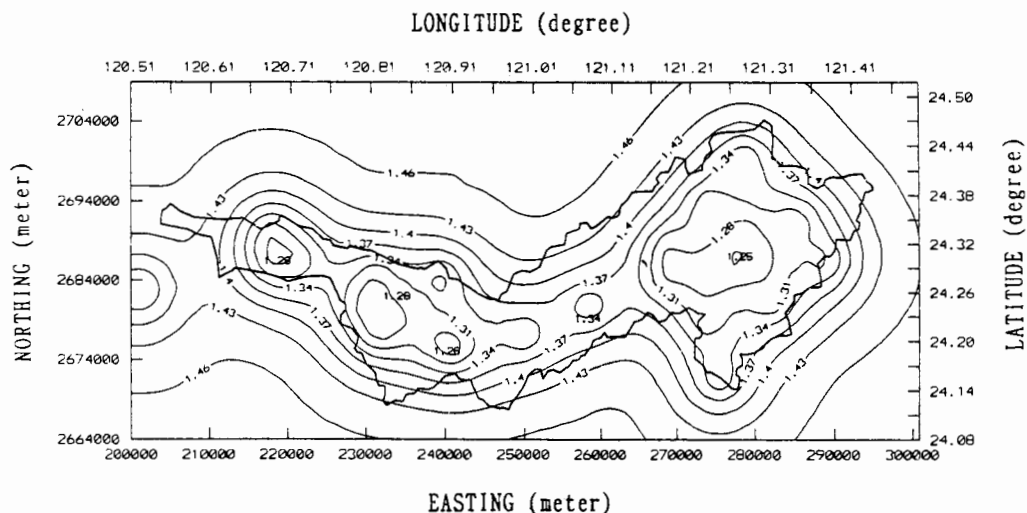


圖 4. 旬雨量 60 % 現有站 (26 站) 所推估之克利金標準偏差等值圖

均乾旱延時值及克利金標準偏差代入 (8) 式及 (9) 式，以確定模式是否具有相當的正確性。

分析球體模式、指數模式、高斯模式套配之結果，顯示以球體模式最佳 (表 2)。其中 $KAE \approx 0$ 而 $SKV \approx 1$ ，說明所使用的球體模式應用在大甲溪流域相當合理。因此在研究計劃中選擇球體模式，套配大甲溪流域各截斷水準下之變異圖。

本研究在雨量站網之設計中，乃是利用推估之克利金標準偏差來做雨量站網最佳化設計之指標。

站網設計之分析

大甲溪流域 26 個現有站之旬雨量資料其配對總

數為 $[n(n-1)/2=325]$ (其中 $n=26$) 共 325 對，而理論變異圖模式如前所述乃以 38 站之旬雨量資料 60 % 的模式為主，38 站中包含已廢站 (共 12 站) 及現有站 (共 26 站)，因此 38 站旬雨量資料 60 % 的理論變異圖模式亦將能適用於現有站旬雨量資料 60 % 的套配。

圖 4 為旬雨量 60 % 現有站 (26 站) 所推估之克利金標準偏差等值圖。在站網設計中，或可考慮 0-1 整數規劃解法，以所編的網格中應只有一個雨量觀測站落於單一網格的內部為原則，且以 1800 公尺 \times 1800 公尺為一格 (即以方形的方式來編網

格)，將變數（指欲設站之網格內部）定為 0（不設站）或 1（設站）兩種選擇，比較目標函數值以求得最佳，運算過程中，組合方式共 2^n 種可能性（其中 n 為網格個數），但當 $n \geq 10$ 此法運算複雜且不經濟。

表 3. 增設一站時，各方案之平均克利金標準偏差值比較

單位：天

| 序號 | X 座標 (公尺) | Y 座標 (公尺) | 平均克利金標準偏差值 |
|----|-----------|-----------|------------|
| 1. | 209900 | 2690100 | 1.411 |
| 2. | 235100 | 2670300 | 1.412 |
| 3. | 247700 | 2670300 | 1.412 |
| 4. | 256700 | 2675700 | 1.412 |
| 5. | 256700 | 2686500 | 1.412 |
| 6. | 254900 | 2679300 | 1.413 |
| 7. | 262100 | 2682900 | 1.413 |

註：平均克利金標準偏差值乃為大甲溪流域 1482 個推估點之推估誤差平均值。

利用所推估之克利金標準偏差的大小來作站網設計，當克利金標準偏差大，表示推估之準確性愈差，因此在克利金標準偏差較大的地方，為

一考慮增設站之處，由於大甲溪上游在海拔 2600 公尺以上設置不易，僅考慮 2600 公尺以下為可能之增設站位置，使更具可行性。

為了簡化計算，在本研究中，將僅探討增設一站時或同時增設二站時之情形。在考慮增設一站，本研究取大甲溪流域共七處推估之克利金標準偏差較大之處，比較每個地區中那一區域設站後所導致的平均推估之克利金標準偏差值最小者則即為設站處。其結果如表 3 所示，因此在考慮設置一站時，以增設於座標 $(X,Y) = (209900, 2690100)$ 附近為最佳，利用新增設站與現有站共 27 站所推估之克利金標準偏差等值圖，如圖 5 所示，與圖 4 比較之，顯然新設站附近之推估誤差值降低，而在該站影響範圍外之誤差值則不變。由於表 3 中所顯示之平均克利金標準偏差值乃屬 1482 個推估點之平均值，因此雖然新設站附近之推估誤差值降低許多，但因影響範圍外之值未變，故整體而言，平均值變化量不大。根據圖 5，同理可找出第 28 站之最佳設站處（即平均推估之克利金標準偏差降最快處），以此類推，可以求得順序遞增設站之最佳雨量站網之位置。

若考慮同時增設二站時採排列組合方式即有 C_2^n （其中 n 為欲考慮設站位置，在此指所選七處推估克利金標準偏差較大處）可能組合，由於運算繁雜且不經濟，為有效減少計算量，應考慮同時增設二站時不應太近，因太接近之二個站設站後

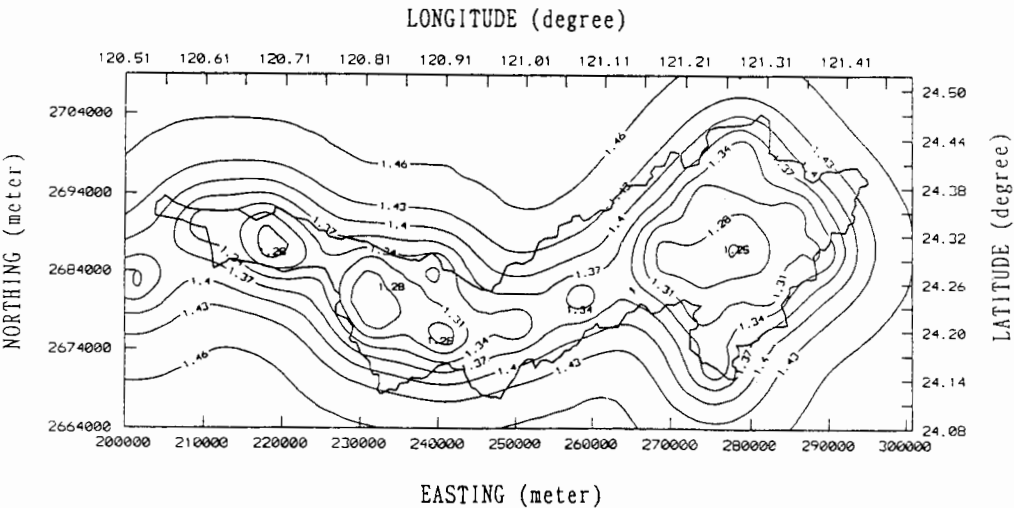


圖 5. 利用新增設站與現有站共 (27 站) 所推估之克利金標準偏差等值圖

其平均克利金標準偏差值下降有限。

求出任二個地區在同時設站後導致之平均克利金標準偏差，降得最快者即是增設位置，如表 4 所示，結果顯示以增設於 $(X_1, Y_1) = (209900 \text{ 公尺}, 2690100 \text{ 公尺})$ 附近及 $(X_2, Y_2) = (256700 \text{ 公尺}, 2686500 \text{ 公尺})$ 附近為最佳，結果亦顯示新設二站附近之推估誤差值降低。

表 4. 同時增設二站時，各方案之平均克利金標準偏差值比較

單位：天

| 序號 | X ₁ 座標(公尺) Y ₁ 座標(公尺) | X ₂ 座標(公尺) Y ₂ 座標(公尺) | 平均克利金標準 偏差值 |
|----|--|--|----------------|
| 1. | 209900 2690100 | 256700 2686500 | 1.4092 |
| 2. | 209900 2690100 | 247700 2670300 | 1.4094 |
| 3. | 247700 2670300 | 256700 2686500 | 1.4097 |

在考慮減站方面，利用 26 個已知觀測站所推估之克利金標準偏差等值圖，以克利金標準偏差值最小者為考量對象，表示若忽略某站而以其他現存站來推估時所得的誤差較小，則某站為首先考慮減站之處，本研究取大甲溪流域共十一處推估之克利金標準偏差較小之處，比較每個地區中那一區域廢站後所導致的平均推估之克利金標準偏差值最小，結果如表 5 所示，其中松茂站平均推估克利金標準偏差值最小，乃因上游地區站網較密且松茂站在球體模式 17 公里影響範圍內有梨山(1)、捫山、環山存在之故，圖 6 所示若考慮裁撤松茂站時以現有站共 25 站所推估之克利金標準偏差等值圖，但因為松茂站為台電設於德基水庫集水區中重要之雨量站，表 5 僅以誤差指標考量，所以在考慮廢站時尚需依現況實際需求來考量。

若考慮同時減少二站時亦採排列組合方式即有 C_2^n (其中 n 為欲考慮廢站位置，在此指所選十

表 5. 減少一站時，各方案之平均克利金標準偏差值比較

單位：天

| 序號 | 站名 | X座標(公尺) | Y座標(公尺) | 平均克利金標準 偏差值 |
|-----|-------|-------------|--------------|----------------|
| 1. | 松茂 | 277071.5252 | 2686437.2589 | 1.4129 |
| 2. | 梨山(1) | 273690.6617 | 2684585.3178 | 1.4130 |
| 3. | 捫山 | 280455.4853 | 2686444.1408 | 1.4131 |
| 4. | 環山 | 278755.9917 | 2690132.3581 | 1.4131 |
| 5. | 新伯公 | 233071.5003 | 2679038.0400 | 1.4132 |
| 6. | 大南(2) | 229688.4357 | 2680888.3378 | 1.4135 |
| 7. | 白冷(1) | 239840.7050 | 2675955.1714 | 1.4137 |
| 8. | 大南(1) | 231376.2247 | 2677194.3122 | 1.4138 |
| 9. | 達見(1) | 268614.0782 | 2684577.7315 | 1.4138 |
| 10. | 天輪(1) | 241533.5551 | 2675338.7819 | 1.4140 |
| 11. | 舊社 | 217852.5321 | 2686447.8854 | 1.4143 |

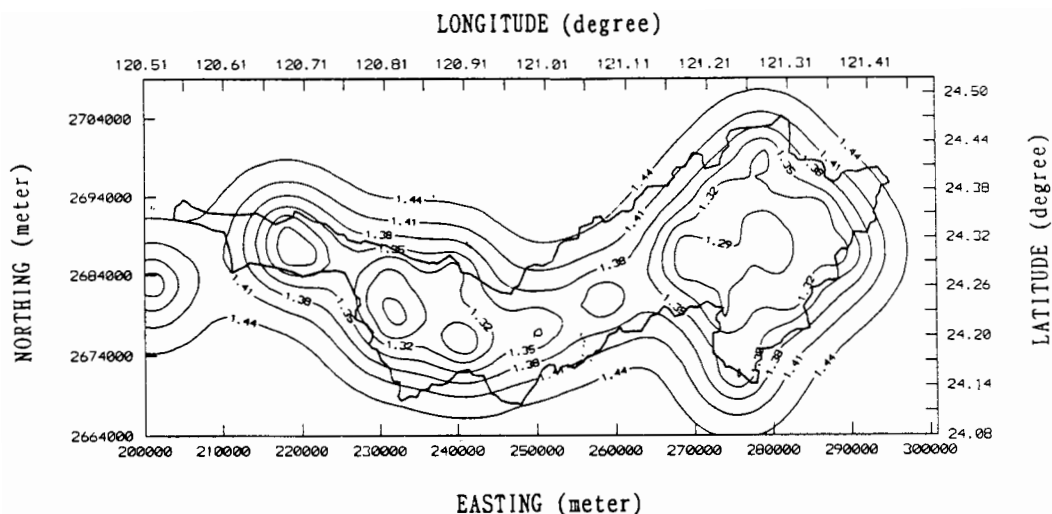


圖 6. 若考慮裁撤松茂站時以現有站共 25 站所推估之克利金標準偏差等值圖

表 6. 同時減少二站時，各方案之平均克利金標準偏差值比較

單位：天

| 序 號 | 站 名 | X ₁ 座標(公尺) Y ₁ 座標(公尺) | X ₂ 座標(公尺) Y ₂ 座標(公尺) | 平均克利金標準 偏差值 |
|--------|--------------|--|--|----------------|
| 1. | 新伯公 松茂 | 233071.5003 2679038.0400 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4120 |
| 2. | 捫山 松茂 | 280455.4853 2686444.1408 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4121 |
| 3. | 梨山(1) 松茂 | 273690.6617 2684585.3178 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4121 |
| 4. | 捫山 梨山(1) | 280455.4853 2686444.1408 | 273690.6617 2684585.3178 | 1.4121 |
| 5. | 新伯公 捫山 | 233071.5003 2679038.0400 | 280455.4853 2686444.1408 | 1.4121 |
| 6. | 新伯公 梨山(1) | 233071.5003 2679038.0400 | 273690.6617 2684585.3178 | 1.4122 |
| 7. | 大雨(2) 松茂 | 229688.4357 2680888.3378 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4123 |
| 8. | 白冷(1) 松茂 | 239840.7050 2675955.1714 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4125 |
| 9. | 達見(1) 松茂 | 268614.0782 2684577.7315 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4126 |
| 10. | 舊社 松茂 | 217852.5321 2686447.8854 | 277071.5252 2686437.2589 | 1.4130 |

表 7. 大甲溪流域設站數與平均克利金標準偏差值之關係

單位：天

| 站數 | 平均克利金標準偏差值 |
|-------|------------|
| 共三十八站 | 1.41 |
| 共二十八站 | 1.41 |
| 共二十七站 | 1.41 |
| 共二十六站 | 1.41 |
| 共二十五站 | 1.41 |
| 共二十四站 | 1.41 |
| 共二十三站 | 1.41 |
| 共二十二站 | 1.41 |
| 共二十一站 | 1.42 |
| 共二十站 | 1.42 |
| 共十五站 | 1.43 |
| 共十站 | 1.46 |
| 共五站 | 1.53 |

一處推估克利金標準偏差較小處)可能組合，為有效減少計算量，應考慮同時減少二站時盡量選取克利金標準偏差較小處為考慮減站因素，結果如表6所示。若僅以誤差指標考量，將撒松茂及新伯公兩站，然而表6亦僅以誤差指標考量，提供雨量站網設計之參考，實際撤站時則需考量業務單位之需求。

增減站之原則乃以所推估之克利金標準偏差值較大者為設站處，以所推估之克利金標準偏差值較小者為減站的考量對象。表7顯示大甲溪流域平均克利金標準偏差值與設站數成反比，設站數愈多，其平均克利金標準偏差值愈小，分別為設站數共五站時(指谷關、志佳陽大山、合歡山(1)、桃山、梧棲(2)站)，設站數共十站時(除上述五站外，尚包括月眉(2)、平岩山、青山(1)、無明山、思源站)，設站數共十五站時(除上述十站外，尚包括舊社、白冷(1)、天輪(1)、畢祿、松峰站)，設站數共二十站時(除上述十五站外，尚包括七星、東勢(1)、大南(1)、佳陽山、達見(1)站)，設站數共二十一站時(除上述二十站

外，尚包括大南(2)站)，設站數共二十二站時(除上述二十一站外，尚包括環山站)，設站數共二十三站時(除上述二十二站外，尚包括捫山站)，設站數共二十四站時(除上述二十三站外，尚包括梨山(1)站)，設站數共二十五站時(除上述二十四站外，尚包括新伯公站)，設站數共二十六站時(即現有站)，設站數共二十七站時(除現有站外，尚包括如前所述之新增一站)，設站數共二十八站時(除現有站外，尚包括如前所述之同時新增二站)，設站數共三十八站時(除現有站外，尚包括已廢站)。本表乃以現有站26站為基礎之情況下所得之結果，由22站以後其平均克利金標準偏差值皆呈現穩定現象，因此大甲溪流域現況依誤差指標可設置22站即可。

四、結論與建議

(一) 結 論

(1)克利金法(Kriging)應用於大甲溪流域乾旱推估，結果顯示為了充份了解雨量空間之分佈，可藉由克利金法由已知站之觀測值推估未設站之可能值，將資料之分佈由點擴充及面，同時由克利金標準偏差等值圖來看，在已知站附近之推估誤差明顯的低，此訊息可供未來增減站時參考之用。

(2)在本研究中，由於現有雨量站(26站)之分佈遍佈於整個大甲溪流域，因此所推估之克利金標準偏差值非常均勻地往邊界(指大甲溪流域)逐漸增大。在同時考慮高程2600公尺以下及每八十平方公里設置一站之限制條件下，根據克利金標準偏差指標，增設一站時，以增設於座標 $(X, Y) = (209900 \text{ 公尺}, 2690100 \text{ 公尺})$ ，附近為最佳。同時考慮增設二站時，以增設於 $(X_1, Y_1) = (209900 \text{ 公尺}, 2690100 \text{ 公尺})$ 及 $(X_2, Y_2) = (256700 \text{ 公尺}, 2686500 \text{ 公尺})$ 附近為最佳。若考慮減少一站則將裁撤松茂站，若考慮同時減少二站則將裁撤松茂、新伯公兩站。整個大甲溪流域則以設置22個雨量站為宜。但本研究中，對於雨量站網設計方面所求得之本研究中，對於雨量站網設計方面所求得之增減站位置並非

絕對，必須依實際地形、地理位置及使用單位需求來考量使更符合實際性。

(二) 建議

- (1) 在雨量站網設計之中，由於只考慮大甲溪流域內部現有觀測站，且原先 26 站之位置即遍佈於整個流域，因此所推估之克利金標準偏差值很均勻由內往邊界（指大甲溪流域）外遞增現象，若一併考慮大甲溪流域外圍之現有觀測站，在雨量站變異圖之影響範圍內，將使流域內增設及減站位置之準確性更高。
- (2) 本研究中假設變異圖為等向性，而雨量在空間之變異情形，亦可能呈現非等向性，因此可以考慮非等向性之情形，加以探討之。
- (3) 由於大甲溪流域上、下游高程差距較大，日後可一併考慮高程因素，以探討其差異性。
- (4) 本研究中，乃應用一般克利金法於雨量之乾旱推估，其他水量如蒸發量、溫度、濕度等亦可依一般克利金法探討其空間變異性。至於地下水位及井網之分佈或水庫水底地形之變化，則可考慮以通用克利金法探討之。

五、謝 誌

本研究承蒙經濟部水資會 84EC2A371007 號計畫之補助始得完成，謹致謝忱。

六、參考文獻

1. 王如意、易任 (1992) 著 "應用水文學"，上冊，國立編譯館出版，茂昌圖書有限公司發行，pp 72 ~ pp73。
2. 王如意、李如晃 (1993) "颱風逐時區域平均雨量最佳化估計之研究" 農業工程學報，第 39 卷第 3 期。
3. 王仁鋒、胡光道 (1988) "線性地質統計學"，地質出版社。
4. 林碧山、余進利、李振誥、游保杉 (1994) "地下水監測井網規劃之研究" 第七屆水利工程研討會論文集 (下冊)。
5. 陳世楷 (1993) "區域化變數理論應用於斗六地區含水層流通係數異性之研究" 碩士論文，臺灣大學農業工程學研究所。
6. 許敏楓 (1993) "雨量空間變異及站網設計之研究" 碩士論文，臺灣大學農業工程學研究所。
7. 經濟部水資會 (1995) "Kriging 法乾旱分析之研究" 84EC2A371007。
8. 鄭士仁 (1993) "降雨深度最佳估計方法之研究及應用於區域雨量站網之規劃" 碩士論文，臺灣大學農業工程學研究所。
9. 蘇惠珍、張良正 (1992) "通用克利金法於地下水觀測網規劃之應用" 地下水調查分析與保育管理論文集。
10. Bastin, G., Lorent, B., Duque, C. and Gevers, M. (1984) "Optimal Estimation of the Average Areal Rainfall and Optimal Selection of Rain Gauge Locations" Water Resources Research Vol. 20, No. 4, pp463-470.
11. Bleasdale, A. (1965) "Rain Gauge Networks Development and Design with Special Reference to the United Kingdom" IASH Pub. No. 67, pp. 46-54.
12. Chang, T. J. (1991) "Investigation of Droughts by Use of Kriging Method". Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 6, 1991.
13. Christakos, G. and Olea, R. A. (1992) "Sampling Design for Spatially Distributed Hydrogeologic and Environmental Processes" Advances in Water Resources pp. 219-pp.237.
14. Chua, S. H. and Bras, R. L. (1982) "Optimal Estimators of Mean Areal Precipitation in Regions of Orographic Influence", Journal of Hydrology, pp23-pp48.
15. de Marsily, G. (1986) "Quantitative Hydrogeology Groundwater Hydrology for Engineers" Academic press, Inc. pp284-pp335.
16. Dingman, S. L., Seely-Reynolds, D. M. and Reynolds, C. D. (1988) "Application of Kriging to Estimating Mean Annual Precipitation in a Region of Orographic Influence", Water Resources Bulletin Vol. 24, No. 2, pp329-pp339.
17. Hughes, J. P. and Lettenmaier, D. P. (1981) "Data Requirements for Kriging: Estimation and Network Design", Water Resources Bulletin Vol. 17, No. 6, pp 1641-1650.
18. Isaaks, E. H. and Srivastava, R. M. (1989) "Applied