Combinatoria

- Inclusione esclusione: $|A_1 \cup \cdots \cup A_n| = \sum_{\emptyset \neq I \subseteq \{1,\ldots,n\}}^{n} (-1)^{|I|-1} |\bigcap_{i \in I} A_i|$.
- Sequenze k-piene: $|S| = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \binom{k}{j} (k-j)^n$.
- Scombussolamenti: $|S| = \sum_{j=0}^{n} (-1)^j (n)_{n-j}$.
- N.Bell: $B_n = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} B_k$, N.Stirling: a$S_{n,k} = S_{n-1,k-1} + kS_{n-1,k}$.

Statistica Descrittiva

- Media Campionaria:$\overline{x} = \overline{x}_n = \frac{1}{n}(x_1 + \cdots + x_n)$.
- Linearità della media: $\overline{z} = a\overline{x} + b\overline{y}$.
- Media Ponderata: $\overline{x_w} = \frac{x_1 w_1 + \cdots + x_n w_n}{w_1 + \cdots + w_n}$.
- Varianza: $\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$, $\sigma_y^2 = \sigma_x^2$, $\sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2$.
- Covarianza: $\sigma_{x,y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) = \overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}$.
- Retta minimi quadrati: $S(m,q) = \sigma_y^2 + m^2 \sigma_x^2 - em\sigma_{x,y} + (\overline{y} - q - m\overline{x})^2$.
- Media Geometrica: $\overline{x_g} = \sqrt[n]{x_1 \cdot \ldots \cdot x_n}$ $\overline{x_g}^n = x_1 \cdot \ldots \cdot x_n$.

Probabilità Base

- Probabilità Condizionata: $P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.
- Probabilità Totali: $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B \cap A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(B \mid A_i) P(A_i)$.
- Bayes: $P(B \mid A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$.
- Eventi Indipendenti: $P(B \mid A) = P(B)$ $P(A \mid B) = P(A)$.

Probabilità Discreta

D.Uniforme: $X \sim U(\{\ldots\})$

$$d_X(h) = \begin{cases} \frac{1}{n} \ h = a_1, \ldots, a_n \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

D.Bernulli: $X \sim B(1,p)$

$$d_X(h) = \begin{cases} p \ se \ h = 1 \\ 1 - p \ h = 0 \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

D.Binomiale: $X \sim B(n,p)$

$$d_X(k) = \begin{cases} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \ k = [1,n] \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

D.Ipergeometrica: $X \sim H(h,b,r)$

$$d_X(k) = \begin{cases} \frac{\binom{b}{k} \cdot \binom{r}{h-k}}{\binom{b+r}{h}} \ k = 0, \ldots, h \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

D.G.M.: $T \sim \tilde{G}(p)$

$$d_T(k) = \begin{cases} (1-p)^{k-1} p \ k = 1, \ldots \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

D.G.n.M.: $X \sim G(p)$

$$d_X(k) = \begin{cases} p(1-p)^k \ k = 0, \ldots \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

- Mancanza Memoria G.n.M.: $P(X \geqslant k+m \mid X \geqslant k) = P(X \geqslant m)$.
- Variabile di Poisson: $X \sim P(\lambda), d(k) = \begin{cases} e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} \ k = 0, \dots \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$.
- Prop. V.a. Multidimensionali: $d_{X,Y}(a,b)d_{X,Y}(c,d) = d_{X,Y}(a,d)d_{X,Y}(c,b)$.
- V.a. Indipendenti: $P(X=h, Y=k) = P(X=h)P(Y=k)$.
- F.r. di V.a. Indipendenti: $F_Z = F_X \cdot F_Y$.
- Complementare f.r. di v.a. indipendenti: $(1-F_Z(k)) = (1-F_X(k))(1-F_Y(k))$.
- Valore atteso: $E[X] = \sum_h d_X(h)h$.
- $E[aX+bY] = aE[X]+bE[Y]$, $E[XY] = E[X]E[Y]$.

  $X \sim B(n,p)$, $E[X] = np$. $X \sim H(n,b,r)$, $E[X] = n\frac{b}{b+r}$. $X \sim P(\lambda)$, $E[X] = \lambda$. $X \sim \tilde{G}(p)$, $E[X] = \frac{1}{p}$. $X+1 \sim \tilde{G}(p)$, $E[X+1] = \frac{1-p}{p}$.
- Varianza: $\text{Var}(X) = E[X^2] - E[X]^2$, $\text{Var}(aX) = a^2\text{Var}(X)$, $\text{Var}(X+Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$.

  $X \sim B(n,p)$, $\text{Var}(X) = np(1-p)$. $X \sim B(1,p)$, $\text{Var} = p(1-p)$. $X \sim P(\lambda), \text{Var}(X) = \lambda$.

Probabilità Continua

- Densità: $P(a < x < b) = \int_a^b f_X(s)ds$. Valore Atteso: $E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} sf_X(s)ds$.
- Variabili Uniformi: $f_X(t) = 1/b-a$, $F_X(t) = t-a/b-a$, $E[X] = (a+b)/2$, $\text{Var} = (b-a)^2/12$.
- Variabili Esponenziale: $X \sim Exp(a)$. $E[X] = \frac{1}{a}$, $\text{Var}(X) = \frac{1}{a^2}$, $\text{Var}(aX) = a^2\text{Var}(X)$.

  $$f(s) = \begin{cases} ae^{-as} \ se \ s > 0 \\ 0 \ se \ s < 0 \end{cases}, F_X = \begin{cases} 1 - e^{-at} \ t > 0 \\ 0 \ altrimenti \end{cases}$$

  Esponenziali magiore: $P(X \geqslant t) = e^{-at}$ per $(t > 0)$.
- Variabili normale Standard: $\zeta_0 \sim N(0,1)$. $E[\zeta_0] = 0$, $\text{Var}(\zeta_0) = 1$. $\Phi(t) + \Phi(-t) = 1$.

  $\zeta \sim N(\mu, \sigma^2) = \mu + \sigma\zeta_0$. $E[\zeta] = \mu$, $\text{Var}(\zeta) = \sigma^2$.

  TCL: dati $E[\overline{X_n}] = \mu$, $\text{Var}(\overline{X_n}) = \frac{\sigma^2}{n}$

  $$X_n \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}), S_n \sim N\{n\mu, n\sigma^2\}$$