

Aufgaben zu "Fuzzy-Systeme"

Aufgabe 12: Gegeben sind die triangulären Fuzzy-Zahlen $\tilde{A}_1 = (17, 2, 5)_{\text{tri}}$ und $\tilde{A}_2 = (54, 9, 7)_{\text{tri}}$

- a) Skizzieren Sie die Zugehörigkeitsfunktionen von \tilde{A}_1 und \tilde{A}_2 .
- b) Berechnen Sie die Fuzzy-Mengen $\tilde{B} = 2\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2$ und $\tilde{C} = \tilde{A}_2 \ominus 2\tilde{A}_1$.

Aufgabe 13: Gegeben ist die linguistische Variable "Größe" mit dem Term "lang" über der Grundmenge $X = [0, 180]$, der durch die Fuzzy-Menge $\tilde{L}(x)$ mit der Zugehörigkeitsfunktion

$$\mu_L(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 120 \\ \frac{1}{30}x - 4 & 120 \leq x \leq 150 \\ 1 & 150 \leq x \leq 180 \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Zugehörigkeitsfunktionen der modifizierten Terme

- a) "kurz" := "nicht lang"
- b) "nicht sehr lang"
- c) "lang oder nicht sehr kurz"

Aufgabe 14: Gegeben ist die linguistische Variable "Gewicht" mit dem Term "leicht" über der Grundmenge $X = [0, 100]$, dem die Fuzzy-Menge $\tilde{L}(x)$ mit der Zugehörigkeitsfunktion

$$\mu_L(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 30 \\ \frac{1}{20}(50 - x) & 30 \leq x \leq 50 \\ 0 & 50 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

zugeordnet ist.

Bestimmen Sie die Zugehörigkeitsfunktionen der modifizierten Terme

- a) "nicht sehr leicht"
- b) "ziemlich schwer", wobei "schwer" dem Komplement zu "leicht" entspricht.

Aufgabe 15: Gegeben sind die Grundmengen $X = \{\alpha, \beta, \gamma\}$, $Y = \{a, b, c\}$ und $Z = \{1, 2\}$, sowie die Fuzzy-Relationen \tilde{R} auf $X \times Y$ und \tilde{S} auf $Y \times Z$ mit den Zugehörigkeitsfunktionen

$$\mu_R(x, y):$$

	a	b	c
α	0.2	0.4	0.7
β	0.3	0.7	0.6
γ	0.7	1	0.8

$$\mu_S(y, z):$$

	1	2
a	0	0.5
b	0.1	0.9
c	1	0.9

Bestimmen Sie die Max-Prod-Verkettung

$$\tilde{V} = \tilde{R} \circ_{\text{MP}} \tilde{S} = \left\{ \left((x, z), \mu_{\tilde{R} \circ_{\text{MP}} \tilde{S}}(x, z) \right) : (x, z) \in X \times Z \right\}$$

Aufgabe 16: Gegeben sind die Grundmengen $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ und $Z = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, sowie die Fuzzy-Relationen \tilde{R} auf $X \times Y$ und \tilde{S} auf $Y \times Z$ mit den Zugehörigkeitsfunktionen

$\mu_R(x, y) :$		1	2	3
a		0.7	0.1	0
b		1	0.5	0
c		1	0.9	0.5

$\mu_S(y, z) :$		α	β	γ	δ
1		0.9	0.2	0	0
2		0.1	1	0.5	0.1
3		0	0.2	1	0.3

- Bestimmen Sie die Max-Min-Verkettung
 $\tilde{U} = \tilde{R} \circ_{MM} \tilde{S} = \left\{ \left((x, z), \mu_{R \circ_{MM} S}(x, z) \right) : (x, z) \in X \times Z \right\}$
- Bestimmen Sie die Max-Prod-Verkettung
 $\tilde{V} = \tilde{R} \circ_{MP} \tilde{S} = \left\{ \left((x, z), \mu_{R \circ_{MP} S}(x, z) \right) : (x, z) \in X \times Z \right\}$
- Gegeben sei weiterhin die Fuzzy-Menge $\tilde{A} = \{(a, 0.5), (b, 1.0), (c, 0.4)\}$.
 Bestimmen Sie das Fuzzy-Inferenz-Bild von \tilde{A} bezüglich der Relation \tilde{R} bei Max-Min-Verkettung.

Aufgabe 17: Gegeben sei der linguistische Term α, α' und β durch die entsprechenden triangulären Fuzzy-Zahlen $\tilde{A}(x) = (150, 12, 15)_{tri}$, $\tilde{A}'(x) = (160, 6, 6)_{tri}$ und $\tilde{B}(x) = (29, 7, 5)_{tri}$.
 Welche Fuzzy-Menge $B''(y)$ ergibt sich beim unscharfen Schließen mit Hilfe des erweiterten Modus ponenes nach Mamdani, wenn die Eingabegröße α' auf die Regel (WENN α DANN β) angewendet wird.

Aufgabe 18: Die Regelbank eines unscharfen Reglers, die die linguistischen Variablen v (Geschwindigkeit) und m (Menge) miteinander verknüpft, sei:

WENN $v = \text{schnell}$ DANN $w = \text{viel}$
 WENN $v = \text{langsam}$ DANN $w = \text{wenig}$

Die Terme der linguistischen Variablen seien gegeben durch

schnell: $\tilde{S} = \{(1; 0), (2; 0.5), (3; 1)\}$ viel: $\tilde{V} = \{(10; 0), (20; 0.6), (30; 1)\}$
 langsam: $\tilde{L} = \{(1; 1), (2; 0.4), (3; 0)\}$ wenig: $\tilde{W} = \{(10; 1), (20; 0.3), (30; 0)\}$

- Bestimmen Sie die bezüglich Inklusion größte Lösung für die unscharfe Relation \tilde{R} des zur Regelbank gehörigen Relationalgleichungssystems.
- Bestimmen Sie den unscharfen Ausgangswert der Regelbank bei einer Fuzzy-Eingangsgröße $\tilde{E} = \{(1; 0.2), (2; 1), (3; 0.1)\}$
- Welchen unscharfen Ausgangswert erhält man, wenn man auf den oben beschriebenen Regler die Max-Min-Inferenz-Methode anwendet.

Aufgabe 19: Die Regelbank eines unscharfen Reglers besteht aus den Regeln:

WENN α_1 DANN β_1

WENN α_2 DANN β_2

Die Terme $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ sind durch die Fuzzy-Mengen

$$\tilde{A}_1 = \{(1, 0.0), (2, 0.3), (3, 0.7), (4, 1.0)\}$$

$$\tilde{A}_2 = \{(1, 0.8), (2, 0.9), (3, 0.3), (4, 0.1)\}$$

$$\tilde{B}_1 = \{(1, 1.0), (2, 0.6), (3, 0.1)\}$$

$$\tilde{B}_2 = \{(1, 0.1), (2, 0.7), (3, 0.8)\}$$

gegeben.

Überprüfen Sie, ob die Fuzzy-Relation \tilde{R} mit der Zugehörigkeitsfunktion

$$\mu_R(x, y) :$$

	1	2	3
1	0	0.7	1
2	0.1	0.3	0.1
3	0.1	0.6	0.1
4	1	0.4	0

Lösung des zugehörigen Relationalgleichungssystems $\tilde{B}_i = \tilde{A}_i \circ_{MM} \tilde{R}$, $i = 1, 2$ ist.