

Pendel

Milena Mensching, Justus Weyers

2022-12-18

Versuch 1

Thema

Bestimmung der Wärmekapazität eines Kalorimeters. Dieses soll in Versuch 2 dafür verwendet werden, die spezifische Wärmekapazität zweier Metalle zu bestimmen.

Versuchsaufbau und Durchführung

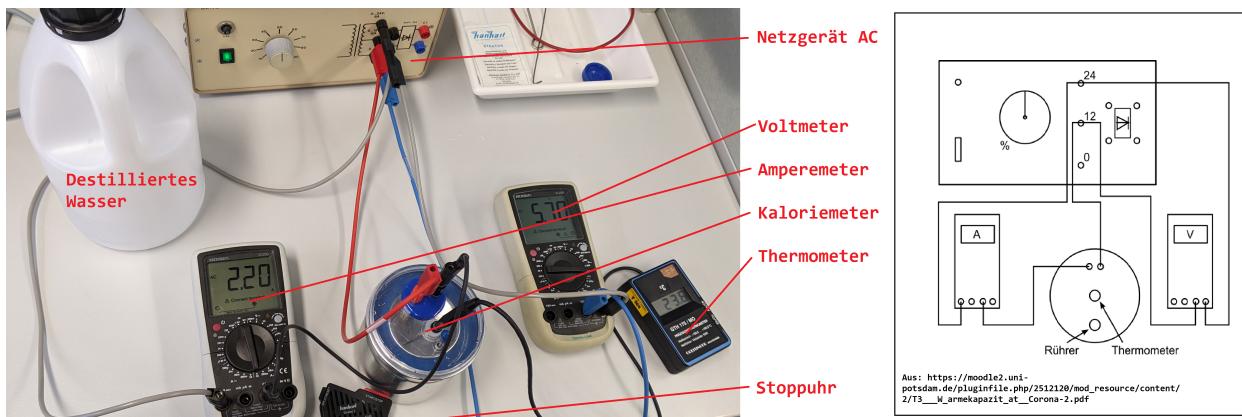


Abbildung 1: Versuchsaufbau und Skizze des Schaltplans

Zu Beginn des eigentlichen Versuches wird die Raumtemperatur gemessen, für später auftretende Fragestellungen.

Das Kalorimeter wird leer gewogen. Im Messzyylinder werden ca. 170ml destilliertes Wasser abgemessen und anschließend in das Kalorimeter gefüllt. In diesem Zustand wird noch einmal die Masse des nun vollen Kalorimeters gemessen, um die Wassermasse bestimmen zu können.

Der Deckel des Kalorimeters mit Heizspirale, Thermometer und Rührstab wird verschlossen. Die Heizspirale wird über Bananenstecker mit dem AC Netzgerät verbunden. Ein Amperemeter wird in Reihe und ein Voltmeter parallel geschaltet.

Am Netzgerät wird eine mittlere Leistung eingestellt (50%) und über den Zeitraum von sieben Minuten eine Temperatur-Zeit Messreihe aufgenommen. Während der Erhitzung werden die Stromspannung und die Stromstärke abgelesen. Diese Schwanken zwar leicht in der Zeit, jedoch immer um einen festen Wert, welcher notiert wird.

Die steigende Innentemperatur im Kalorimeter wird alle dreißig Sekunden am Thermometer abgelesen und ebenfalls notiert. Mit Hilfe der Rührvorrichtung am Kalorimeter wird sichergestellt, dass sich das Wasser so gleichmäßig wie möglich erwärmt.

Fehlerbetrachtung

Neben den Messunsicherheiten bei der Benutzung von Messbechern, Multimetern und Waagen ist vor allem die Tatsache aufzuführen, dass das Kalorimeter **kein perfekt geschlossenes System** ist. Es ist zwar doppelwandig und luftisoliert, dennoch wirken die äußeren Temperaturgegebenheiten auf die Innentemperatur des Kalorimeters und verfälschen den Erwärmungsprozess.

Die zu erstellende Temperatur-Zeitreihe unterliegt sowohl **Unsicherheiten beim Abnehmen der Temperatur zum richtigen Zeitpunkt** als auch der **Skalenunsicherheit** des digitalen Thermometers selbst. In beiden Fällen stellen sich die Beträge der Unsicherheiten aber als vergleichsweise klein heraus.

Beobachtungen

Die Wassermasse, welche sich als Differenz aus Leer- und Vollgewicht des Kalorimeters berechnet, beträgt $(328,8 - 165,1)g = 163,7g$. Die Messunsicherheit ist die doppelte Skalenunsicherheit der verwendeten digitalen Waage, also $u_m = 2 \cdot \frac{0,1g}{2\sqrt{3}} = \pm 0,029g$.

Die Spannung liegt bei $5,70V$, die Messunsicherheit liegt bei $u_U = \frac{0,01V}{2\sqrt{3}} = \pm 0,0029V$. Die Stromstärke liegt bei $2,20A$, die Messunsicherheit u_A beträgt $u_A = \frac{0,01A}{2\sqrt{3}} = \pm 0,0029A$.

Die Erhitzung im Kalorimeter zeigt folgenden Temperaturverlauf:

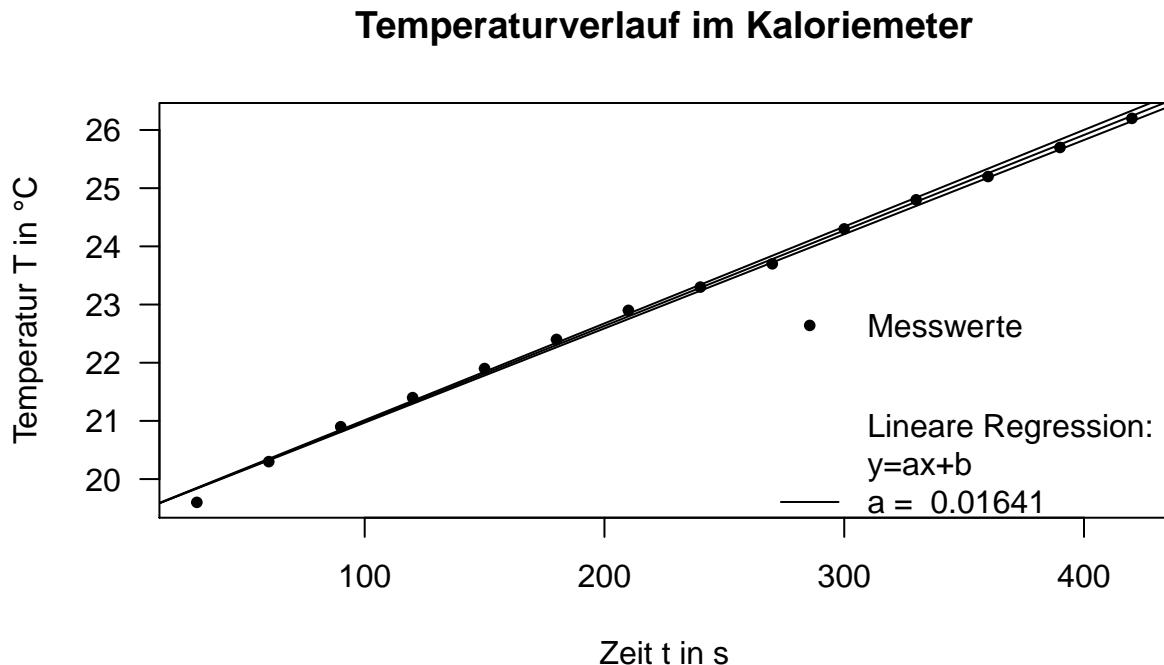


Abbildung 2: Für sieben Minuten wurde der Temperaturverlauf der Erhitzung des Wassers im Kalorimeter gemessen

Die Messunsicherheiten sind aufgrund ihrer Größe nicht sichtbar. Diese betragen für die Zeit $u_t = \frac{0.1s}{2\sqrt{3}} = \pm 0,029s$ bzw. $u_T = \frac{0.1^\circ C}{2\sqrt{3}} = \pm 0,029^\circ C$ für die Messunsicherheit der Temperatur.

Auswertung

Der Temperaturverlauf in Abbildung 1 macht im betrachteten Zeitraum einen linearen Eindruck. Eine mittels der `lm()`-Funktion in R berechnete Regressionsgerade der Form $T(t) = A \cdot t + B$ hat die Steigung $a = (1641 \pm 22) \cdot 10^{-5} K s^{-1}$:

```
# Lineare Regression
lm <- lm(zeitreiheErhitzung$Temperatur ~ zeitreiheErhitzung$Zeit_s)
summary(lm)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = zeitreiheErhitzung$Temperatur ~ zeitreiheErhitzung$Zeit_s)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.24286 -0.04863  0.01868  0.07830  0.10330
##
## Coefficients:
##                               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)           1.935e+01  5.546e-02 348.90  <2e-16 ***
## zeitreiheErhitzung$Zeit_s 1.641e-02  2.171e-04   75.58  <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.09824 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9979, Adjusted R-squared:  0.9977
## F-statistic:  5713 on 1 and 12 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Für den Temperaturverlauf ist folgender Zusammenhang bekannt [@Skript.Kalorimeter]:

$$T(t) = \frac{U \cdot I}{C_K + C_W} \cdot t + T_A$$

Mit: C_K : Wärmekapazität Kalorimeter ohne Wasser; C_W : Wärmekapazität des Wassers; U : Angelegte Spannung; I : Stromstärke; t : Zeit; $T(t)$: Temperatur zum Zeitpunkt t ; T_A : Anfangstemperatur

Wird diese Gleichung nach der Wärmekapazität des Kaloriemeters C_K umgestellt erhält man mit der Steigung der Regressionsgeraden A für C_K :

$$C_K = \frac{U * I}{A} - c_W * m_W$$

Nun kann die Berechnung der Wärmekapazität des Kaloriemeters vorgenommen werden. Dazu wird noch die spezifische Wärmekapazität von Wasser benötigt. Diese wird im Tippler in Tabelle 15.1 auf Seite 569 mit $4,18 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ angegeben [@Tippler.2015].

$$\begin{aligned} C_K &= \frac{U * I}{A} - c_W * m_W \\ &\Rightarrow = \frac{5,70V * 2,20A}{0,01641 \frac{K}{s}} - 4180 \frac{J}{kg \cdot K} * 0,1637kg \\ &\Leftrightarrow \text{mit } VAs=J = 79,90219 \frac{J}{K} \end{aligned}$$

```
# Berechnung der Wärmekapazität des Kalorimeters in R
(5.7*2.2)/(0.01641)-4180*0.1637
```

```
## [1] 79.90219
```

Die Messunsicherheit von C_K kann auf folgende Weise berechnet werden:

$$\begin{aligned} u_{C_K} &= \sqrt{\left(\frac{\partial C_K}{\partial U} * u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial I} * u_I\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial A} * u_A\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial m_w} * u_{m_w}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{I}{A} * u_U\right)^2 + \left(\frac{U}{A} * u_I\right)^2 + \left(\frac{U * I}{A^2} * u_A\right)^2 + (c_w * u_{m_w})^2} \\ &= \left(\left(\frac{2,20A}{0,01641\frac{K}{s}} * 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{5,70V}{0,01641\frac{K}{s}} * 0,0029A\right)^2 + \left(\frac{5,70V * 2,20A}{(0,01641\frac{K}{s})^2} * 0,00022\frac{K}{s}\right)^2 \right. \\ &\quad \left. + (4180\frac{J}{kg \cdot K} * 29 \cdot 10^{-6}kg)^2\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= 10.30224\frac{J}{K} \end{aligned}$$

```
# Berechnung in R
sqrt((2.20/0.01641*0.0029)**2+(5.70/0.01641*0.0029)**2+
      (5.70*2.20/0.01641**2*0.00022)**2+(4180*29*10**(-6))**2)
```

```
## [1] 10.30224
```

Damit wurde eine Wärmekapazität des Kalorimeters von $C_K = (80 \pm 10)\frac{J}{K}$ festgestellt. Das Ergebnis ist mit einer vergleichsweise hohen Unsicherheit behaftet.

Versuch 2

Thema

Dieser Versuch baut auf dem vorherigen Versuch 1 auf. Es soll die spezifische Wärmekapazität zweier Metalle bestimmt werden, wofür die in Versuch 1 ermittelte Wärmekapazität des Kalorimeters C_K benötigt wird. Diese wurde als $C_K = (80 \pm 10)\frac{J}{K}$ bestimmt. Im Kalorimeter soll durch die Herstellung einer Mischtemperatur T_M zwischen, auf eine Anfangstemperatur T_A , erwärmtem Wasser und einem Metall auf Raumtemperatur T_B die materialspezifische Wärmekapazität bestimmt und so auf die Metallart geschlossen werden.

Versuchsaufbau

Wasser wird auf einer Heizplatte auf ca. 50°C erwärmt. Dann wird das Thermometer in den Deckel des Kalorimeters gesteckt, das Wasser eingefüllt, der Deckel geschlossen und T_A am Thermometer abgelesen.

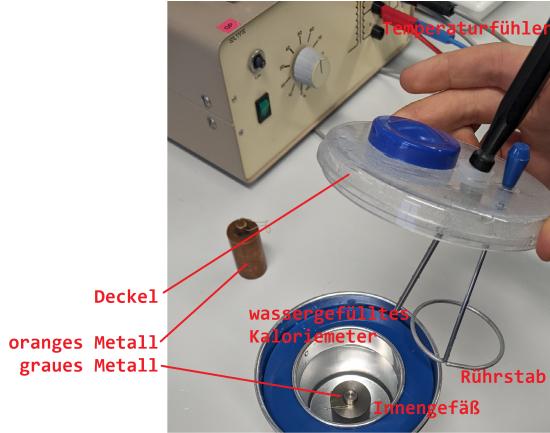


Abbildung 3: Das mit Wasser und einem Metallzylinder gefüllte Kalorimeter

Fehlerbetrachtung

Viel mehr noch, als in Versuch 1, ist der **Wärmeverlust** während des Versuches eine Fehlerquelle. Dies ist bedingt durch den starken Temperaturgradienten von ca. $30K$ zwischen der Innentemperatur des Kaloriometers und der Raumtemperatur, welche bei ca. $20^{\circ}C$ lag. Der darum hohe Wärmeabfluss aus dem Kalorimeter ist besonders am Deckel bemerkbar, welcher sich während des Versuches spürbar erwärmte.

Unter anderem dieser Effekt führte dazu, dass es keinen eindeutig bestimmbarer Wert für die Mischtemperatur im Kalorimeter gab. Stattdessen fiel der Temperaturwert stetig. Es wurde dann ein Wert notiert, der, um den steigenden Einfluss des Wärmeverlustes klein zu halten, zu einem Zeitpunkt abgelesen wurde, als sich die Temperaturabnahme im Kalorimeter deutlich verlangsamt.

Eventuell wäre eine Erwärmung des Wassers auf z.B. $30^{\circ}C$ für den Versuch ausreichend gewesen und hätte bessere Ergebnisse geliefert, aufgrund der dann geringeren Wärmeabgabe des Kaloriometers.

Weitere Fehlerquellen sind Messunsicherheiten, welche im Gegensatz zum Wärmeverlust aber in den folgenden Fehlerrechnungen berücksichtigt werden.

Durchführung

Die zwei Metalle werden nacheinander untersucht. Zuerst ein kupferfarbenes, im Vergleich schwereres Metall, als zweites ein aluminiumgraues, leichteres Metall.

Die Volumenbestimmung der Metallzyliner erfolgte über die Bestimmung der Wasserverdrängung in einem Standzyliner.

Da die Metallzyliner gut $20ml$ Volumen einnahmen, wurden im Becherglas wurden für jeden Versuch ca. $150ml$ Wasser abgemessen, um das Kalorimeter mit ca. $170ml$ ausreichend zu füllen. Die Bestimmung der verwendeten Wassermasse erfolgte dann durch Abwiegen des vollen und des leeren Becherglases und durch anschließendes Subtrahieren der beiden Werte. Die Messunsicherheit der Wassermasse beträgt zweimal die Skalenunsicherheit der verwendeten digitalen Waage, also $u_{m_w} = 2 * \frac{0.1g}{2\sqrt{3}} = \pm 0.058g$.

Nach der Bestimmung des Metallvolumens und der Masse des Wassers wurde dieses im Becherglas auf etwa $50^{\circ}C$ erwärmt. Die genaue Anfangstemperatur wurde anschließend im Kalorimeter gemessen. Die Skalenunsicherheit des digitalen Thermometers lag bei $u_T = \frac{0.1^{\circ}C}{2\sqrt{3}} = \pm 0.029^{\circ}C$. Die gemessene Anfangstemperatur im Kalorimeter betrug $T_A = (50,000 \pm 0,029)^{\circ}C$.

Der erste Metallzyliner wurde dann in das Kalorimeter gestellt und die Temperaturabnahme auf dem Thermometer verfolgt.

Für das zweite Metall wurde im Anschluss auf gleiche Weise verfahren.

Beobachtungen

Zur Berechnung der Unsicherheiten wurden die Skalenungenaugkeiten mit folgenden Formeln bestimmt:

- Digitale Anzeigen: $\frac{a}{2\sqrt{3}}$
- Analoge Anzeigen: $\frac{a}{2\sqrt{6}}$

Folgendes wurde für die zwei Metalle bestimmt:

Tabelle 1: Aufgenommene Messwerte samt Unsicherheiten für das untersuchte orangene Metall

	Messwert	Formelzeichen	Geräteart	Skaleneinheit	Unsicherheit
C Kalorimeter [J/K]	80.00	C_K	-	-	10.000
Becherglas mit Wasser [g]	235.50	-	digital	0.1	0.029
Masse Becherglas [g]	97.40	-	digital	0.1	0.029
Wassermasse [g]	138.10	m_w	-	-	0.058
Metallmasse [g]	198.00	m_F	digital	0.1	0.029
Metallvolumen [ml]	23.00	V_F	analog	1	0.200
Anfangstemperatur [K]	323.15	T_A	digital	0.1	0.029
Mischtemperatur [K]	317.35	T_M	digital	0.1	0.029
Raumtemperatur [K]	293.15	T_B	digital	0.1	0.029

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte samt Unsicherheiten für das untersuchte graue Metall

	Messwert	Formelzeichen	Geräteart	Skaleneinheit	Unsicherheit
C Kalorimeter [J/K]	80.00	C_K	-	-	10.000
Becherglas mit Wasser [g]	241.30	-	digital	0.1	0.029
Masse Becherglas [g]	97.40	-	digital	0.1	0.029
Wassermasse [g]	143.90	m_w	-	-	0.058
Metallmasse [g]	176.12	m_F	digital	0.1	0.029
Metallvolumen [ml]	22.00	V_F	analog	1	0.200
Anfangstemperatur []	322.25	T_A	digital	0.1	0.029
Mischtemperatur [K]	315.95	T_M	digital	0.1	0.029
Raumtemperatur [K]	293.15	T_B	digital	0.1	0.029

Auswertung

Bestimmung der Dichte der zwei Metalle

Um eine grobe Annäherung an die Charakter der Metalle vorzunehmen, wird im folgenden die Dichte mit der Formel $\rho = \frac{m}{V}$ bestimmt.

$$Metall_1 : \rho = \frac{198,00g}{23cm^3} = 8,608696 \frac{g}{cm^3}$$

$$Metall_2 : \rho = \frac{176,12g}{22cm^3} = 8,005455 \frac{g}{cm^3}$$

198/23

```
## [1] 8.608696
```

176.12/22

```
## [1] 8.005455
```

Bestimmung der Unsicherheiten für die Dichte

Die Unsicherheit der Dichte wird mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$u_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} * u_m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V} * u_V\right)^2}$$
$$u_\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{V} * u_m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2} * u_V\right)^2}$$
$$Metall_1 : u_\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{23cm^3} * 0,029g\right)^2 + \left(\frac{198g}{(23cm^3)^2} * 0,200cm^3\right)^2} \approx 0,075 \frac{g}{cm^3}$$
$$Metall_2 : u_\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{22cm^3} * 0,029g\right)^2 + \left(\frac{176,12g}{(22cm^3)^2} * 0,200cm^3\right)^2} \approx 0,072 \frac{g}{cm^3}$$

#Metall 1

```
sqrt(((1/23)*0.029)^2+((198/23^2)*0.2)^2)
```

```
## [1] 0.07486884
```

#Metall

```
sqrt(((1/22)*0.029)^2+((176.12/22^2)*0.2)^2)
```

```
## [1] 0.0727888
```

Die Dichte kann zusammenfassend also folgendermaßen angegeben werden:

$$Metall_1 : \rho = (8,609 \pm 0,075) \frac{g}{cm^3}$$
$$Metall_2 : \rho = (8,005 \pm 0,072) \frac{g}{cm^3}$$

Die Dichten liegen sehr nah beieinander, auch wenn sich beide Intervalle nicht überlappen, da die Unsicherheiten sehr klein sind. Der Dichtewert von Metall 1 befindet sich zwischen Eisen ($7,8 \frac{g}{cm^3}$) und Messing ($8,3 \frac{g}{cm^3}$). Der Dichtewert von Metall 2 ist etwas größer und befindet sich zwischen Messing ($8,3 \frac{g}{cm^3}$) und Kupfer ($8,9 \frac{g}{cm^3}$).

Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität für die zwei Metalle

Mittels der Formel zur Berechnung der spezifischen Wärmekapazität c_F in einem Kalorimeter, siehe [@Skript.Kalorimeter], kann nun eben diese für beide Metalle berechnet werden.

$$c_F = \frac{(C_K + m_W \cdot c_W) \cdot (T_M - T_B)}{m_F \cdot (T_A - T_M)} \quad (1)$$

Da wir entgegen der Anleitung des Versuches nicht den Metallkörper sondern das Wasser erhitzten, ändert sich unsere Berechnungsformel dementsprechend auf:

$$c_F = \frac{(C_K + m_W \cdot c_W) \cdot (T_A - T_M)}{m_F \cdot (T_M - T_B)} \quad (2)$$

Mit den den obigen Tabellen 1 und 2 aufgeführten Werten folgt damit für die bestimmten Bestwerte der beiden Metalle:

$$c_F(\text{Metall 1}) = \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1381 \text{kg} \cdot 4180 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}) \cdot (323,15 - 317,35)K}{0,1980 \text{kg} \cdot (317,35 - 293,15)K} = 795,579 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$$

```
# Berechnung in R
((80+0.1381*4180)*(323.15-317.35))/(0.1980*(317.35-293.15))
```

```
## [1] 795.579
```

$$c_F(\text{Metall 2}) = \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439 \text{kg} \cdot 4180 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}) \cdot (322,25 - 315,95)K}{0,17612 \text{kg} \cdot (315,95 - 293,15)K} = 1069,213 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$$

```
# Berechnung in R
((80+0.1439*4180)*(322.25-315.95))/(0.17612*(315.95-293.15))
```

```
## [1] 1069.213
```

Unsicherheit der spezifische Wärmekapazität der Feststoffe

Disclaimer: Die folgende Fehlerrechnung ist falsch. Zumindest liegen unsere berechneten Unsicherheiten leider in einer völlig falschen Größenordnung

Aus Formel 2 kann über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung die zugehörige Messunsicherheit u_{c_F} berechnet werden.

$$\begin{aligned} u_{c_F} &= \sqrt{\left(\frac{\partial c_F}{\partial C_K} * u_{C_K}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial m_w} * u_{m_w}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial T_M} * u_{T_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial T_B} * u_{T_B}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial m_F} * u_{m_F}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial T_A} * u_{T_A}\right)^2} \\ &= \left[\left(\frac{(1+m_w*c_w)*(T_A-T_M)}{m_F*(T_M-T_B)} * u_{C_K} \right)^2 + \left(\frac{(C_K+c_w)*(T_A-T_M)}{m_F*(T_M-T_B)} * u_{m_w} \right)^2 + \left(\frac{(C_K+m_w*c_w)*(T_A-1)}{m_F*(1-T_B)} * u_{T_M} \right)^2 + \left(\frac{(C_K+m_w*c_w)*(T_A-T_M)}{m_F*(T_M-1)} * u_{T_B} \right)^2 + \left(\frac{(C_K+m_w*c_w)*(T_A-T_M)}{m_F*(T_M-T_B)} * u_{m_F} \right)^2 + \left(\frac{(C_K+m_w*c_w)*(1-T_M)}{m_F*(T_M-T_B)} * u_{T_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Nun können die Werte, die für die zwei Metalle ermittelt wurden, eingesetzt werden:

Unsicherheit spezifische Wärmekapazität oranges Metall

Einsetzen in die obige Formel ergibt:

$$u_{c_F}(\text{Metall 1}) = \left[\left(\frac{(1+0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (323,15K - 293,150K)}{0,19800kg \cdot (317,35K - 293,150K)} \cdot 10 \frac{J}{K} \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (323,15K - 317,35K)}{0,19800kg \cdot (317,35K - 293,150K)} \cdot 0,000058kg \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (323,15K - 1)}{0,19800kg \cdot (1 - 293,150K)} \cdot 0,029K \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (323,15K - 317,35K)}{0,19800kg \cdot (317,35K - 1)} \cdot 0,029K \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (323,15K - 317,35K)}{317,35K - 293,150K} \cdot 0,000029kg \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (1 - 317,35K)}{0,19800kg \cdot (317,35K - 293,150K)} \cdot 0,029K \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx 7100 \frac{J}{kg \cdot K}$$

```

# Konstanten
C_K = 80 #J/kg
u_CK = 10 #J/kg
u_mw = 0.000058 #kg
u_mF = 0.000029 #kg
u_TA = 0.029 #K
u_TB = 0.029 #K
u_TM = 0.029 #K
c_w = 4180 #J

# Variablen
m_w = 0.13810 #kg
m_F = 0.19800 #kg
T_A = 323.15 #K
T_B = 293.15 #K
T_M = 317.35 #K

# Berechnung in R
sqrt( ((1+m_w*c_w)*(T_A-T_M)/(m_F*(T_M-T_B)))*u_CK)**2
+( ((C_K+c_w)*(T_A-T_M)/(m_F*(T_M-T_B)))*u_mw)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(T_A-1)/(m_F*(1-T_B)))*u_TM)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(T_A-T_M)/(m_F*(T_M-1)))*u_TB)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(T_A-T_M)/(T_M-T_B))*u_mF)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(1-T_M)/(m_F*(T_M-T_B)))*u_TA)**2)

```

```
## [1] 7112.547
```

Unsicherheit spezifische Wärmekapazität graues Metall

$$u_{c_F}(\text{Metall } 2) = \left[\left(\frac{(1+0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (322,25K - 293,150K)}{0,17612kg \cdot (315,95K - 293,150K)} \cdot 10 \frac{J}{K} \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (322,25K - 315,95K)}{0,17612kg \cdot (315,95K - 293,150K)} \cdot 0,000058kg \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (322,25K - 1)}{0,17612kg \cdot (1 - 293,150K)} \cdot 0,029K \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (322,25K - 315,95K)}{0,17612kg \cdot (315,95K - 1)} \cdot 0,029K \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (322,25K - 315,95K)}{315,95K - 293,150K} \cdot 0,000029kg \right)^2 + \left(\frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (1 - 315,95K)}{0,17612kg \cdot (315,95K - 293,150K)} \cdot 0,029K \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx 9600 \frac{J}{kg \cdot K}$$

```

# Neudefinition Variablen
m_w = 0.14390 #kg
m_F = 0.17612 #kg
T_A = 322.25 #K
T_B = 293.15 #K
T_M = 315.95 #K

# Berechnung in R
sqrt( ((1+m_w*c_w)*(T_A-T_M)/(m_F*(T_M-T_B)))*u_CK)**2
+( ((C_K+c_w)*(T_A-T_M)/(m_F*(T_M-T_B)))*u_mw)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(T_A-1)/(m_F*(1-T_B)))*u_TM)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(T_A-T_M)/(m_F*(T_M-1)))*u_TB)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(T_A-T_M)/(T_M-T_B))*u_mF)**2
+( ((C_K+m_w*c_w)*(1-T_M)/(m_F*(T_M-T_B)))*u_TA)**2)

```

```
## [1] 9579.743
```

Interpretation

Es wurde Folgendes bestimmt:

- Metall 1: $c_F = 795 \frac{J}{kg \cdot K} \pm 7,1 \frac{kJ}{kg \cdot K}$
- Metall 2: $c_F = 1069 \frac{J}{kg \cdot K} \pm 9,6 \frac{kJ}{kg \cdot K}$

Die Bestwerte sind in der richtigen Größenordnung. Die Unsicherheiten sind falsch berechnet.

Eine schnelle Recherche im Internet liefert für die meisten Reinmetalle spezifische Wärmekapazitäten von einigen hundert Joule pro $kg \cdot K$. Eine Aussage über die Metallart auf Basis der Messwerte ist nicht sinnvoll. Zudem widersprechen sich Angaben zu Dichte und Wärmekapazität. Anhand der Wärmekapazität können wir nicht bestätigen, dass die Metallzyylinder tatsächlich aus Kupfer oder Eisen bestanden. Der Versuch müsste wiederholt werden.

Quellen