

# Pendel

Milena Mensching, Justus Weyers

2022-12-14

## Versuch 1

### Thema

Bestimmung der Wärmekapazität eines Kalorimeters. Dieses soll in Versuch 2 dafür verwendet werden, die spezifische Wärmekapazität zweier Metalle zu bestimmen.

### Versuchsaufbau und Durchführung

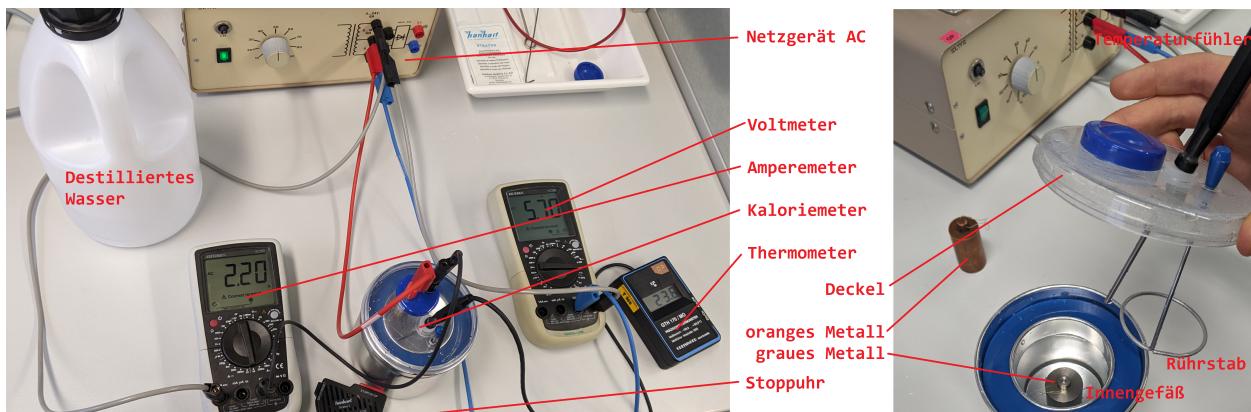


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Zu Beginn des eigentlichen Versuches wird die Raumtemperatur gemessen, für eventuell später auftretende Fragestellungen.

Das Kalorimeter wird leer gewogen. Im Messzylinder werden ca. 170ml Wasser abgemessen und anschließend in das Kalorimeter gefüllt. In diesem Zustand wird noch einmal die Masse des nun vollen Kalorimeters gemessen, um die Wassermasse bestimmen zu können.

Der Deckel des Kalorimeters mit Heizspirale, Thermometer und Rührstab wird verschlossen. Die Heizspirale wird über Bananenstecker mit dem AC Netzgerät verbunden. Ein Ampermeter wird in Reihe und ein Voltmeter parallel geschaltet.

Am Netzgerät wird eine mittlere Leistung eingestellt (50%) und über den Zeitraum von sieben Minuten eine Temperatur-Zeit-Messreihe aufgenommen. Während der Erhitzung werden die Stromspannung und die Stromstärke abgelesen. Diese Schwanken zwar leicht in der Zeit, jedoch immer um einen festen Wert.

Die steigende Innentemperatur im Kalorimeter wird alle dreißig Sekunden notiert.

## Fehlerbetrachtung

### Beobachtungen

Die Wassermasse, welche sich als Differenz aus Leer- und Vollgewicht des Kaloriemeters berechnet beträgt  $(328,8 - 165,1)g = 163,7g$ . Die Messunsicherheit ist die doppelte Skalenunsicherheit der verwendeten digitalen Waage, also  $u_m = 2 \cdot \frac{0,1g}{2\sqrt{3}} = 0,029g$ .

Die Spannung liegt bei  $5,70V$ , die Messunsicherheit liegt bei  $u_U = \frac{0,01V}{2\sqrt{3}} = 0,0029V$ . Die Stromstärke liegt bei  $2,20A$ , die Messunsicherheit  $u_A$  beträgt  $u_A = \frac{0,01A}{2\sqrt{3}} = 0,0029A$ .

Die Erhitzung im Kaloriemeter zeigt folgenden Temperaturverlauf:

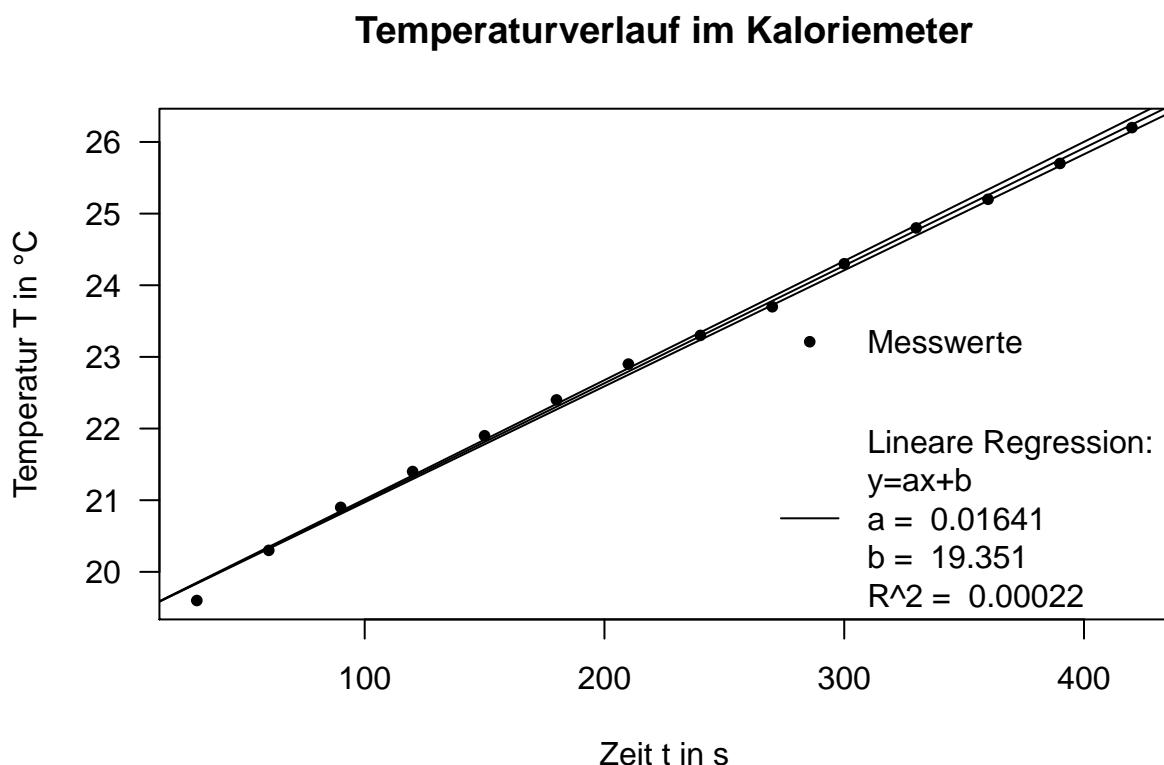


Abbildung 2: Für sieben Minuten wurde der Temperaturverlauf der Erhitzung des Wassers im Kaloriemeter gemessen

Mit den Messunsicherheiten sind aug'fgrund ihrer Größe sichtbar. Diese betragen für die Zeit  $u_t = \frac{0,1s}{2\sqrt{3}} = 0,029s$  bzw.  $u_T = \frac{0,1 °C}{2\sqrt{3}} = 0,029 °C$  für die Messunsicherheit der Temperatur.

### Auswertung

Der Temperaturverlauf in Abbildung 1 macht im betrachteten Zeitraum einen linearen Eindruck. Eine mittels der lm()-Funktion in R berechnete Regressionsgerade der Form  $T(t) = A \cdot t + B$  hat die Steigung  $a = (1641 \pm 22) \cdot 10^{-5} K s^{-1}$ :

```

# Lineare Regression
lm <- lm(zeitreiheErhitzung$Temperatur~zeitreiheErhitzung$Zeit_s)
summary(lm)

## 
## Call:
## lm(formula = zeitreiheErhitzung$Temperatur ~ zeitreiheErhitzung$Zeit_s)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max 
## -0.24286 -0.04863  0.01868  0.07830  0.10330 
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) 1.935e+01 5.546e-02 348.90 <2e-16 ***
## zeitreiheErhitzung$Zeit_s 1.641e-02 2.171e-04  75.58 <2e-16 ***
## ---      
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1 
##
## Residual standard error: 0.09824 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9979, Adjusted R-squared:  0.9977 
## F-statistic:  5713 on 1 and 12 DF,  p-value: < 2.2e-16

```

Für den Temperaturverlauf ist folgender Zusammenhang bekannt:

$$T(t) = \frac{U \cdot I}{C_K + C_W} \cdot t + T_A$$

Mit:  $C_K$ : Wärmekapazität Kalorimeter ohne Wasser;  $C_W$ : Wärmekapazität des Wassers;  $U$ : Angelegte Spannung;  $I$ : Stromstärke;  $t$ : Zeit;  $T(t)$ : Temperatur zum Zeitpunkt  $t$ ;  $T_A$ : Anfangstemperatur

Wird diese Gleichung nach der Wärmekapazität des Kaloriemeters  $C_K$  umgestellt erhält man mit der Steigung der Regressionsgeraden  $A$  für  $C_K$ :

$$C_K = \frac{U * I}{A} - c_W * m_W$$

Nun kann die Berechnung der Wärmekapazität des Kaloriemeters vorgenommen werden. Dazu wird noch die spezifische Wärmekapazität von Wasser benötigt. Diese wird im Tippler in Tabelle 15.1 auf Seite 569 mit  $4,18 \frac{J}{kg \cdot K}$  angegeben.

$$\begin{aligned} C_K &= \frac{U * I}{A} - c_W * m_W \\ &\Rightarrow = \frac{5,70V * 2,20A}{0,01641 \frac{K}{s}} - 4180 \frac{J}{kg \cdot K} * 0,1637kg \\ &\Leftrightarrow \text{mit } VAs=J = 79,90219 \frac{J}{K} \end{aligned}$$

```

# Berechnung in R
(5.7*2.2)/(0.01641)-4180*0.1637

```

```

## [1] 79.90219

```

Die Messunsicherheit von  $C_K$  kann auf folgende Weise berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 u_{C_K} &= \sqrt{\left(\frac{\partial C_K}{\partial U} * u_U\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial I} * u_I\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial A} * u_A\right)^2 + \left(\frac{\partial C_K}{\partial m_w} * u_{m_w}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{I}{A} * u_U\right)^2 + \left(\frac{U}{A} * u_I\right)^2 + \left(\frac{U * I}{A^2} * u_A\right)^2 + (c_w * u_{m_w})^2} \\
 &= \left(\left(\frac{2,20A}{0,01641\frac{K}{s}} * 0,0029V\right)^2 + \left(\frac{5,70V}{0,01641\frac{K}{s}} * 0,0029A\right)^2 + \left(\frac{5,70V * 2,20A}{(0,01641\frac{K}{s})^2} * 0,00022\frac{K}{s}\right)^2 \right. \\
 &\quad \left. + (4180\frac{J}{kg \cdot K} * 29 \cdot 10^{-6}kg)^2\right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= 10.30224\frac{J}{K}
 \end{aligned}$$

```
# Berechnung in R
sqrt((2.20/0.01641*0.0029)**2+(5.70/0.01641*0.0029)**2+
      (5.70*2.20/0.01641**2*0.00022)**2+(4180*29*10**(-6))**2)
```

```
## [1] 10.30224
```

Damit wurde eine Wärmekapazität des Kalorimeters von  $C_K = (80 \pm 10)\frac{J}{K}$  festgestellt. Das Ergebnis ist mit einer vergleichsweise hohen Unsicherheit behaftet.

## Versuch 2

### Thema

### Versuchsaufbau

### Fehlerbetrachtung

### Durchführung

Im Becherglas wurden für den Versuch ca. 150ml Wasser abgemessen. Die Bestimmung der verwendeten Wassermasse erfolgte dann durch Abwiegen des vollen und des leeren Becherglases und durch anschließendes Subtrahieren der beiden Werte. Die Messunsicherheit der Wassermasse beträgt zweimal die Skalenunsicherheit der verwendeten digitalen Waage, also  $u_{m_w} = 2 * \frac{0,1g}{2\sqrt{3}} = 0,058g$ .

Die Volumenbestimmung der Metallzyylinder erfolgte über die Bestimmung der Wasserverdrängung in einem Standzylinder. Die Skalenunsicherheit des Messbechers lag bei  $u_{Skala} = \frac{1ml}{2\sqrt{6}} = 0,20ml$ .

Nach der Bestimmung des Metallvolumensvolumens und der Größen wurde das Wasser im Becherglas auf etwa 50°C erwärmt, die genaue Anfangstemperatur wurde im Kalorimeter gemessen. Die Skalenunsicherheit des digitalen Thermometers lag bei  $u_T = \frac{0,1^\circ C}{2\sqrt{3}} = 0,029^\circ C$ . Die gemessene Anfangstemperatur im Kalorimeter betrug  $T_A = (50,000 \pm 0,029)^\circ C$ .

### Beobachtungen

Folgendes wurde für das orangene Metall bestimmt: (T\_M (Mischtemp): (vorläufig 46,1°C) (dann 44,9) (eigeloggt: 44,2))

Zur Berechnung der Unsicherheiten wurden die Skalenungenauigkeiten mit folgenden Formeln bestimmt:

- Digitale Anzeigen:  $\frac{a}{2\sqrt{3}}$
- Analoge Anzeigen:  $\frac{a}{2\sqrt{6}}$

Tabelle 1: Aufgenommene Messwerte samt Unsicherheiten für das untersuchte orangene Metall

	Messwert	Formelzeichen	Geräteart	Skaleneinheit	Unsicherheit
C Kalorimeter [J/K]	80.00	C_K	-	-	10.000
Becherglas mit Wasser [g]	235.50	-	digital	0.1	0.029
Masse Becherglas [g]	97.40	-	digital	0.1	0.029
Wassermasse [g]	138.10	m_w	-	-	0.058
Metallmasse [g]	198.00	m_F	digital	0.1	0.029
Metallvolumen [ml]	23.00	V_F	analog	1	0.200
Anfangstemperatur [°C]	323.15	T_A	digital	0.1	0.029
Mischtemperatur [°C]	317.35	T_M	digital	0.1	0.029
Raumtemperatur [K]	293.15	T_B	digital	0.1	0.029

Folgendes wurde für das graue Metall bestimmt: (T\_B (Mischtemp): (vorläufig 44,1°C) (dann 43,4) (eigeloggt 42,8))

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte samt Unsicherheiten für das untersuchte graue Metall

	Messwert	Formelzeichen	Geräteart	Skaleneinheit	Unsicherheit
C Kalorimeter [J/K]	80.00	C_K	-	-	10.000
Becherglas mit Wasser [g]	241.30	-	digital	0.1	0.029
Masse Becherglas [g]	97.40	-	digital	0.1	0.029
Wassermasse [g]	143.90	m_w	-	-	0.058
Metallmasse [g]	176.12	m_F	digital	0.1	0.029
Metallvolumen [ml]	22.00	V_F	analog	1	0.200
Anfangstemperatur []	322.25	T_A	digital	0.1	0.029
Mischtemperatur [K]	315.95	T_M	digital	0.1	0.029
Raumtemperatur [K]	293.15	T_B	digital	0.1	0.029

## Auswertung

Die Unsicherheit der spezifische Wärmekapazität des Feststoffes:

$$\begin{aligned}
 u_{c_F} &= \sqrt{\left(\frac{\partial c_F}{\partial C_K} * u_{C_K}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial m_w} * u_{m_w}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial T_M} * u_{T_M}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial T_B} * u_{T_B}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial m_F} * u_{m_F}\right)^2 + \left(\frac{\partial c_F}{\partial T_A} * u_{T_A}\right)^2} \\
 &= \left[ \left( \frac{(1 + m_w * c_w) * (T_M - T_B)}{m_F * (T_A - T_B)} u_{C_K} \right)^2 + \left( \frac{(C_K + c_w)(T_M - T_B)}{m_F(T_A - T_M)} * u_{m_w} \right)^2 + \left( \frac{(C_K + m_w * c_w) * (1 - T_B)}{m_F(T_A - 1)} * u_{T_M} \right)^2 + \left( \frac{(C_K + m_w * c_w)}{m_F(T_A)} \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

Nun können die Werte, die für das Kupfer und das Aluminium ermittelt wurden eingesetzt werden:

## Unsicherheit spezifische Wärmekapazität Kupfer

$$= \left[ \left( \frac{\left( \frac{(1+0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (317,35K - 293,150K)}{0,19800kg \cdot (323,15K - 293,150K)} \right) \cdot 10 \frac{J}{K} }{2} + \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (317,35K - 293,150K)}{0,19800kg \cdot (323,15K - 317,35K)} \right) \cdot 0,000058kg \right)^2 + \right. \\ \left. \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (1-293,150K)}{0,19800kg \cdot (323,15K-1)} \right) \cdot 0,029K \right)^2 + \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (317,35K-1)}{0,19800kg \cdot (323,15K - 317,35K)} \right) \cdot 0,029K \right)^2 + \\ \left. \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (317,35K - 293,150K)}{323,15K - 317,35K} \right) \cdot 0,000029kg \right)^2 + \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,13810kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (317,35K - 293,150K)}{0,19800kg \cdot (1-317,35K)} \right) \cdot \right. \\ \left. 0,029K \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

```
# Konstanten
C_K = 80 #J/kg
u_CK = 10 #J/kg
u_mw = 0.000058 #kg
u_mF = 0.000029 #kg
u_TA = 0.029 #K
u_TB = 0.029 #K
u_TM = 0.029 #K
c_w = 4180 #J

# Variablen
m_w = 0.13810 #kg
m_F = 0.19800 #kg
T_A = 323.15 #K
T_B = 293.15 #K
T_M = 317.35 #K

# Berechnung in R
sqrt( ((1+m_w*c_w)*(T_M-T_B))/(m_F*(T_A-T_B))*u_CK)**2
+ ((C_K+c_w)*(T_M-T_B))/(m_F*(T_A-T_M))*u_mw)**2
+ ((C_K+m_w*c_w)*(1-T_B))/(m_F*(T_A-1))*u_TM)**2
+ ((C_K+m_w*c_w)*(T_M-1))/(m_F*(T_A-T_M))*u_TB)**2
+ ((C_K+m_w*c_w)*(T_M-T_B))/(T_A-T_M)*u_mF)**2
+ ((C_K+m_w*c_w)*(T_M-T_B))/(m_F*(1-T_M))*u_TA)**2)
```

## [1] 24136.84

## Unsicherheit spezifische Wärmekapazität Aluminium

$$= \left[ \left( \frac{(1+0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (315,95K - 293,150K)}{0,17612kg \cdot (322,25K - 293,150K)} \right) \cdot 10 \frac{J}{K} \right]^2 + \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (315,95K - 293,150K)}{0,17612kg \cdot (322,25K - 315,95K)} \right) \cdot 0,000058kg \right)^2 + \\ \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (1-293,150K)}{0,17612kg \cdot (322,25K-1)} \right) \cdot 0,029K \right)^2 + \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (315,95K-1)}{0,17612kg \cdot (322,25K - 315,95K)} \right) \cdot 0,029K \right)^2 + \\ \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (315,95K - 293,150K)}{322,25K - 315,95K} \right) \cdot 0,000029kg \right)^2 + \left( \frac{(80 \frac{J}{K} + 0,1439kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K}) \cdot (315,95K - 293,150K)}{0,17612kg \cdot (1-315,95K)} \right) \cdot \right. \\ \left. 0,029K \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

```
# Neudefinition Variablen
m_w = 0.14390 #kg
m_F = 0.17612 #kg
T_A = 322.25 #K
T_B = 293.15 #K
T_M = 315.95 #K

# Berechnung in R
```

```

sqrt( ( ((1+m_w*c_w)*(T_M-T_B))/(m_F*(T_A-T_B))*u_CK)**2
+ ( ((C_K+c_w)*(T_M-T_B))/(m_F*(T_A-T_M))*u_mw)**2
+ ( ((C_K+m_w*c_w)*(1-T_B))/(m_F*(T_A-1))*u_TM)**2
+ ( ((C_K+m_w*c_w)*(T_M-1))/(m_F*(T_A-T_M))*u_TB)**2
+ ( ((C_K+m_w*c_w)*(T_M-T_B))/(T_A-T_M)*u_mF)**2
+ ( ((C_K+m_w*c_w)*(T_M-T_B))/(m_F*(1-T_M))*u_TA)**2)

```

```
## [1] 27384.48
```

## Interpretation