

Pendel

Milena Mensching Justus Weyers

2022-12-04

Versuch 1

Ziel

Bestimmung der Erdbeschleunigung g .

Materialien

- Stativ
- Pendel aus Angelschnur und Metallzylinder
- Maßband
- Messschieber
- Klebeband
- Stoppuhr

Versuchsaufbau

- Aufstellung des Stativs, Befestigung oberhalb des Tisches
- Befestigung des Maßbandes am Stativ mit Hilfe von Klebeband

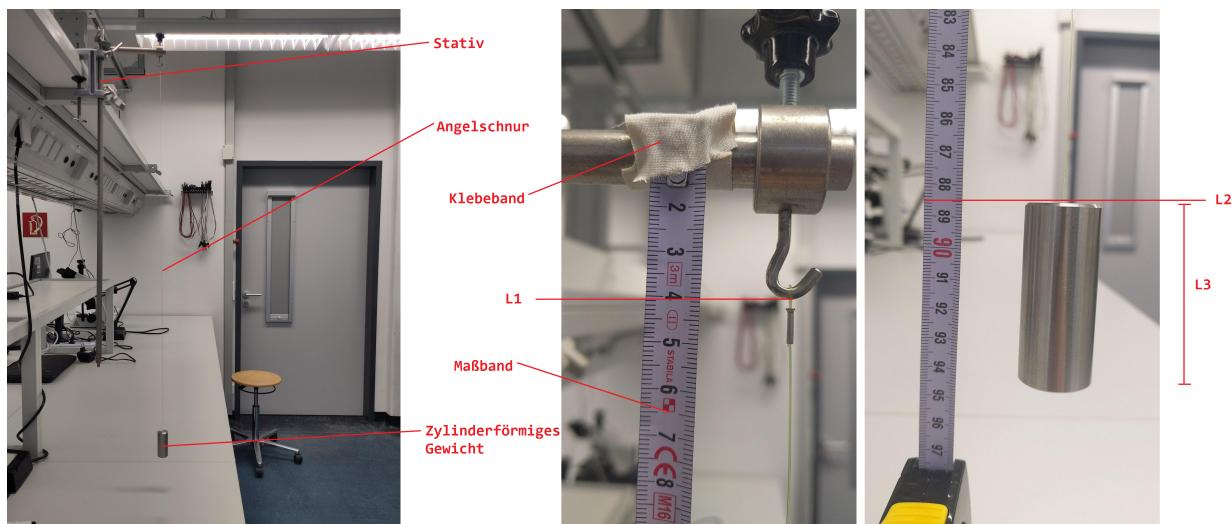


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Durchführung

Nach dem Versuchsaufbau wird mit der Versuchsdurchführung begonnen. Dazu wird die Pendellänge vermessen, indem am Maßband die Position des Drehpunktes und die Position der Oberkante des Zylindergewichtes abgelesen werden. Die Höhe des Zylindergewichtes wird mit einem Messschieber vermessen.

Im Anschluss wird die Periodendauer für diese Pendellänge bestimmt. Dazu wird das Pendel aus der Ruheposition ausgelenkt und nach ein paar Pendelschlägen mit der Zeitmessung begonnen. Die Zeit wird beim Durchgang durch den Ort der maximalen Geschwindigkeit sowohl gestartet als auch gestoppt, um die Reaktionszeit möglichst kurz zu halten. Es werden insgesamt 5 Messungen durchgeführt um einen Mittelwert bilden zu können.

Fehlerquellen

Beim Auslenken des Pendels gibt es **unregelmäßige Bewegungen (Wackeln)**, die entgegen der Pendelbahn laufen.

Beim Abmessen der Pendellänge ist der **personenbezogene Ablesefehler** zu erwähnen. Diesen versuchten wir weitestgehend zu eliminieren, indem nur eine Person eine vollständige Datenreihe aufnahm.

Außerdem verlängert die **Reaktionszeit** sowohl bei Start als auch bei Stopp der Messung tendenziell die gemessene Periodendauer. Um diesen Fehler möglichst gering zu halten, wurden mehrere Periodendurchläufe (10) gemessen und die Periodendauer danach gemittelt. Auch hier nahm nur eine Person die Datenreihe auf, um die Reaktionszeit ähnlich zu halten.

Folgende Annahmen mussten darüber hinaus getroffen werden:

- Bewegung des Pendelkörpers und des Fadens verläuft reibungsfrei
- Masse des Fadens wird vernachlässigt
- Der Pendelkörper wird nur um eine kleine Strecke ausgelenkt
- Die Angelschnur ist inelastisch

Messungen

Im Laufe des Versuches wurden folgende Messwerte aufgenommen, auf die sich in der folgenden Auswertung bezogen wird:

Tabelle 1: Messwerte aus Versuch 1

Messgröße	Wert
L1: Position Drehpunkt [cm]	4.00
L2: Position Fadenende [cm]	88.50
L3: Höhe Zylinder [cm]	5.87
10-Periodendauer [s]	18.75
10-Periodendauer [s]	18.72
10-Periodendauer [s]	18.85
10-Periodendauer [s]	18.85
10-Periodendauer [s]	18.72

Die fünf Punkte “10-Periodendauer [s]” sind die fünfmal durchgeführten Messungen, aus denen der Mittelwert berechnet werden soll.

Auswertung

Pendellänge L und Unsicherheit u_L

Die Pendellänge L wird bestimmt, indem Differenz von L_1 und L_2 berechnet wird, siehe Tabelle im Abschnitt *Messungen*. Es wird auch darauf geachtet, die Distanz von der Pendeloberkante bis zum Massenschwerpunkt des Pendels dazuzurechnen. Dafür wird die Massenverteilung in dem Metallzyylinder-Gewicht als homogen angenommen. Die zu der Fadenlänge zu addierende Länge entspricht dann der halben Zylinderhöhe L_3 . Der Bestwert der errechneten Pendellänge L beträgt dann:

$$\begin{aligned} L &= L_2 - L_1 + \frac{L_3}{2} \\ &= 0,885m - 0,04m + \frac{0,0587}{2}m \\ &= 0,87435m. \end{aligned}$$

```
# Bestwert Pendellänge in Metern
0.885-0.04+0.0587/2
```

```
## [1] 0.87435
```

Die Unsicherheit der Pendellänge setzt sich aus den zu L_1 , L_2 und L_3 gehörigen Messunsicherheiten zusammen:

$$\begin{aligned} u_L &= \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial L_2} \cdot u_{Massband}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial L_1} \cdot u_{Massband}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial L_3} \cdot u_{Messschieber}\right)^2} \\ &= \sqrt{u_{Massband}^2 * \left(\frac{\partial L}{\partial L_2}^2 + \frac{\partial L}{\partial L_1}^2\right) + \left(\frac{\partial L}{\partial L_3} * u_{Messschieber}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{10^{-3}m}{2\sqrt{6}}\right)^2 * (1^2 + (-1)^2) + \left(0,5 * \frac{10^{-4}m}{2\sqrt{6}}\right)^2} \\ &\approx 0,29 \cdot 10^{-4}m \end{aligned}$$

Mit:

- Messunsicherheit des Maßbandes: $u_{Massband} = \frac{10^{-3}m}{2\sqrt{6}}$
- Messunsicherheit des Messschiebers: $u_{Messschieber} = \frac{10^{-4}m}{2\sqrt{6}}$

```
# Berechnung von u_L in R
sqrt(2*((10**-3)/(2*sqrt(6)))**2)+((10**-4)/(2*sqrt(6)))**2
```

```
## [1] 0.0002893959
```

Damit beträgt die Pendellänge in diesem Versuch $L = (0,87435 \pm 0.00029)m$.

Periodendauer T und Unsicherheit u_T

Als Zeit für zehn Perioden T_{10T} in Sekunden wird der Mittelwert der fünf Messungen aus der Tabelle im Abschnitt *Messungen* berechnet.

```
T10 <- mean(Werte[4:8])
T10
```

```
## [1] 18.778
```

Die mittlere Periodendauer T in Sekunden wird bestimmt, indem T_{10T} durch die Anzahl von Perioden $n = 10$ geteilt wird.

$$T_{10T} = n * T \Leftrightarrow T = \frac{18,778s}{10} = 1.8778s$$

Die Messunsicherheit der digitalen Stoppuhr $u_{Stoppuhr}$ ist die Unsicherheit für T_{10T} . Deren kleinste ablesbare Größenordnung waren zehn Millisekunden. Damit folgt für u_{10T} : $u_{10T} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{0,01s}{2\sqrt{3}} \approx 0,0029s$.

Die Unsicherheit der Periodendauer u_T ist für zehn Perioden dann ein Zehntel der Messunsicherheit für zehn Perioden, also $u_T = 0.00029s$.

Damit ergibt sich die Periodendauer als: $T = (1.87780 \pm 0.00029)s$.

Berechnung der Erdbeschleunigung g und der Unsicherheit u_g

Mit den Bestwerten für die Pendellänge L und die Periodendauer T kann der Bestwert der Erdbeschleunigung g berechnet werden. Aus dem Zusammenhang $T = 2 * \pi * \sqrt{\frac{l}{g}}$ ergibt sich mit $L = 0,8744m$ und $T = 1,878s$:

$$\begin{aligned} g &= \frac{4 * \pi^2 * l}{T^2} \\ &\Rightarrow = \frac{4 * \pi^2 * 0,87435m}{(1,8778s)^2} \\ &= 9,789182 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

```
(4*pi**2*0.87435)/(1.8778**2)
```

```
## [1] 9.789182
```

Messunsicherheit u_g der Erdbeschleunigung g :

$$\begin{aligned} u_g &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial T} * u_T\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial l} * u_l\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{-8 * \pi^2 * l}{T^3} * u_T\right)^2 + \left(\frac{4 * \pi^2}{T^2} * u_l\right)^2} \\ &\Rightarrow = \sqrt{\left(\frac{-8\pi^2 * (0,87435m)}{(1,8778s)^3} * (0,00029s)\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2}{(1,8778s)^2} * (0,00029m)\right)^2} \\ u_g &\approx \pm 0,0044 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

```

# Berechnung von u_g in R
sqrt(( -8*pi**2*0.87435)/(1.8778)**3 *0.00029)**2+( (4*pi**2)/(1.8778)**2 *0.00029 )**2)

## [1] 0.004436673

```

Damit haben wir in unserem Versuch eine Erdebschleunigung von $g = (9,7891 \pm 0,0044) \frac{m}{s^2}$ gemessen.

Interpretation

Der Literaturwert von $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ liegt damit nicht im Fehlerintervall. Eventuell kann in einem Versuch, bei dem die Pendellänge variiert wird ein besseres Ergebnis erzielt werden.

Versuch 2

Der zweite Versuch läuft analog zum ersten Versuch. Allerdings werden statt nur einer Messreihe 5 verschiedene - jeweils mit einer anderen Fadenlänge - gemessen. Um die Pendellängen zu variieren wurde der Faden für kürzere Fadenlängen mit Klebeband am Zylinder stückchenweise festgeklebt. Für längere Pendellängen wurden weitere Stücke Angelschnur an das Pendel geknotet.

Fehlerquellen

Die Fehlerquellen sind ebenfalls die selben wie beim ersten Versuch. Allerdings ist hierbei zu bemerken, dass die Reaktionszeit bei kürzeren Fadenlängen und daraus resultierenden kürzeren Periodendauern verhältnismäßig zunimmt. Auch von der Bahn abweichende Bewegungen nehmen bei kürzeren Pendellängen zu. Auch ist nicht untersucht, wie sich Klebeband bzw. Knoten im Faden auf das Pendelverhalten auswirken.

Messungen