

Ik heb bij alle opdrachten de notatie van de huiswerk-uitwerkingen aangehouden.

### Opgave 5

- a  $p_1 \vee (p_2 \wedge p_3)$   
 $(p_1 \vee p_2) \wedge (p_1 \vee p_3)$
- b  $(p_1 \wedge \neg p_3) \vee (p_2 \wedge p_3)$   
 $(p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_3 \vee p_2) \wedge (p_1 \vee p_3) \wedge (\neg p_3 \vee p_3)$
- c  $p_1 \rightarrow (p_2 \wedge p_3)$   
 $(\neg p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_3)$

### Opgave 9

Laat zien dat  $C \vee A, \neg C \models A \wedge \neg C$  geldig is.

Dus dat  $\{C \vee A, \neg C, \neg(A \wedge \neg C)\}$

$\Leftrightarrow \{C \vee A, \neg C, \neg A \vee C\}$  uitkomt op een contradictie.

Laat zien dat  $F = \{C \vee A, \neg C, \neg A \vee C\}$  niet consistent is.

1.  $C \vee A$  (elem F)
2.  $\neg C$  (elem F)
3.  $\neg A \vee C$  (elem F)
4.  $C$  (res 1, 3)
5.  $\square$  (res 2, 4)

### Opgave 14

Laat zien dat  $B \rightarrow C, A \models (A \wedge B) \rightarrow C$  geldig is.

Dus dat  $F = \{\neg B \vee C, A, A, B, \neg C\}$  uitkomt op een contradictie.

1.  $C \vee A$  (elem F)
2.  $\neg C$  (elem F)
3.  $\neg A \vee C$  (elem F)
4.  $C$  (res 1, 3)
5.  $\square$  (res 2, 4)

**Opgave 21**

Laat zien dat  $\neg(A \wedge \neg C \wedge \neg D), \neg A \rightarrow (\neg B \vee C), \neg C \models (A \vee B) \rightarrow (A \wedge D)$  geldig is.

Dus dat  $F = \{(\neg A \vee C \vee D), (A \vee \neg B \vee C), \neg C, (A \vee B), (\neg A \vee \neg D)\}$  onvervulbaar is.

1.  $\neg A \vee C \vee D$  (elem F)
2.  $A \vee \neg B \vee C$  (elem F)
3.  $\neg C$  (elem F)
4.  $A \vee B$  (elem F)
5.  $\neg A \vee \neg D$  (elem F)
6.  $A \vee \neg B$  (res 2, 3)
7.  $A$  (res 4, 6)
8.  $C \vee D$  (res 1, 7)
9.  $\neg A \vee C$  (res 5, 8)
10.  $\neg A$  (res 3, 9)
11.  $\square$  (res 7, 10)

**Opgave 27**

- a  $\exists x C(x) \rightarrow \exists w G(w)$   
 $\neg \exists x C(x) \vee \exists w G(w)$   
 $\forall x \neg C(x) \vee \exists w G(w)$   
 $\forall x \exists w [\neg C(x) \vee G(w)]$
- b  $\forall x G(x) \rightarrow \exists w G(w)$   
 $\neg \forall x G(x) \vee \exists w G(w)$   
 $\exists x \neg G(x) \vee \exists w G(w)$   
 $\exists x \exists w [\neg G(x) \vee G(w)]$

**Opgave 28**

- d  $\forall v [\exists x G(x, v) \leftrightarrow \exists x L(x, v)]$   
 $\forall v [(\exists x G(x, v) \wedge \exists x L(x, v)) \vee (\neg \exists x G(x, v) \wedge \neg \exists x L(x, v))]$   
 $\forall v \exists x [(G(x, v) \wedge L(x, v)) \vee (\neg G(x, v) \wedge \neg L(x, v))]$

**Opgave 31**

$$1. \{\forall x P(x, a), \forall y \neg P(y, a)\}$$

$$\{\forall x P(x, a)\}$$

$$[y/x]$$

$$\{\forall y P(y, a)\} \quad \{\forall y \neg P(y, a)\}$$

$$\square$$

$$3. \{\forall x [P(x) \vee \neg Q(x)], Q(c), \forall u \forall v [R(u, v) \vee \neg P(u)], \forall x [\neg R(x, x)]\}$$

$$\{\forall x [P(x) \vee \neg Q(x)]\}$$

$$[c/x]$$

$$\{\forall u \forall v [R(u, v) \vee \neg P(u)]\}$$

$$\{\forall c [P(c) \vee \neg Q(c)]\}$$

$$\{Q(c)\}$$

$$[c/u]$$

$$\{\forall c [P(c)]\}$$

$$\{\forall c \forall v [R(c, v) \vee \neg P(c)]\}$$

$$\{\forall c \forall v [R(c, v)]\}$$

$$[x/c][x/v]$$

$$\{\forall x [R(x, x)]\}$$

$$\{\forall x [\neg R(x, x)]\}$$

$$\square$$
**Opgave 35**

$$1. \forall x \exists y Q(x, y) \rightarrow P(x)$$

$$\{\{\neg Q(x, f(x)), P(x)\}\}$$

$$3. \neg \exists x [(\neg P(x) \wedge \neg R(x, a)) \vee \exists y \neg [R(x, y) \rightarrow R(y, x)]]$$

$$\Leftrightarrow \forall x \neg [(\neg P(x) \wedge \neg R(x, a)) \vee \exists y \neg [R(x, y) \rightarrow R(y, x)]]$$

$$\Leftrightarrow \forall x [\neg(\neg P(x) \wedge \neg R(x, a)) \wedge \neg \exists y \neg [R(x, y) \rightarrow R(y, x)]]$$

$$\Leftrightarrow \forall x [(P(x) \vee R(x, a)) \wedge \forall y [R(x, y) \rightarrow R(y, x)]]$$

$$\Leftrightarrow \forall x \forall y [(P(x) \vee R(x, a)) \wedge (\neg R(x, y) \vee R(y, x))]$$

$$\{\{P(x), R(x, a)\}, \{\neg R(x, y), R(y, x)\}\}$$

**Opgave 38**

Laat zien dat  $\forall x \forall y [\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee Q(g(x, y))], \forall x [\neg P(x) \vee Q(h(x))], P(a) \models Q(g(a, h(a)))$  geldig is.

Voeg de negatie van de conclusie toe aan je premissen, zet in prenex-normaalvorm en skolomiseer:  
 $\forall x \forall y [\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee Q(g(x, y))], \forall x [\neg P(x) \vee Q(h(x))], P(a), \neg Q(g(a, h(a)))$

Clauses:  $\{\{\neg P(x), \neg Q(y), Q(g(x, y))\}, \{\neg P(x), Q(h(x))\}, \{P(a)\}, \{\neg Q(g(a, h(a)))\}\}$

