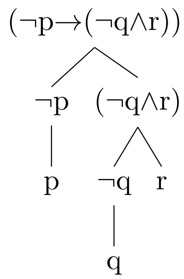
Opgave 4.2

Als het niet waait dan is het half 3.
Het is half 3.
Het waait niet.

Opgave 5.12



Het bereik van de negatietekens zijn respectievelijk p en de ander q.

Opgave 5.23

(1)

φ	$\varphi \vee \varphi$
0	1
1	1

Tautologie

(2)

φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi)$	$(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \varphi$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Tautologie

(3)

φ	ψ	$(\varphi \vee \psi)$	$\varphi \rightarrow (\varphi \vee \psi)$
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Tautologie

(4)

φ	ψ	$\neg\varphi$	$(\varphi \rightarrow \psi)$	$\neg\varphi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	1

Tautologie

(5)

φ	ψ	$(\varphi \to \psi)$	$((\varphi \to \psi) \to \varphi) \to \varphi$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Geen Tautologie

(6)

φ	ψ	χ	$(\varphi \to \psi)$	$(\varphi \to \chi)$	$(\psi \to \chi)$	$(\varphi \to (\psi \to \chi)) \to ((\varphi \to \psi) \to (\varphi \to \chi))$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Tautologie

Opgave 5.26

$p \wedge q$

Opgave 5.28

$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$(\varphi \to \psi)$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

De bovenste regel laat zien dat Modes Tollens geldig is.

Opgave 5.49

Functioneel volledigheid: $\{\wedge, \neg\}$

p	q	$\neg(p \wedge \neg q)$
1	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	0

Functioneel volledigheid: $\{\to, \neg\}$

p	q	$(p \to p) \to q$
1	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	0

Functioneel volledigheid: $\{\vee, \neg\}$

p	q	$\neg(p \vee \neg q) \vee q$
1	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	0

Opgave 5.52

Connectieven $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ omschreven m.b.v. †.

p	q	†	$(p \dagger p) \dagger (q \dagger q)$	$(p \dagger q) \dagger (p \dagger q)$	?	?
1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	1

Connectieven $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ omschreven m.b.v. $|$.

p	q	$\vert$	$(p \mid q) \mid (p \mid q)$	$(p \mid p) \mid (q \mid q)$	?	?
1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	1

Inductiebewijzen 8

Te bewijzen: iedere propositielogische formule waarin $\vee$ het enige connectief is, waar is, iff tenminste een van zijn atomaire zinnen die in de formule voorkomen waar is.
Base case: Er is geen connectief.
I.H.: Voor alle zinnen met minder compexiteit dan ϕ geldt de te bewijzen stelling.
I.S.: - $\phi = \psi \vee \chi$. Volgens I.H. zijn ψ en χ waar, dus ψ is waar of χ is waar, dus ϕ is waar. □

Inductiebewijzen 9

Neem een taal zonder negatie en waarin geldt dat voor alle $p \in ATOM : V(p) = 1$.

Te bewijzen: voor alle formules ϕ geldt dat $V(\phi) = 1$.
Base case: ϕ = p, $V(p) = 1$.
IH: Voor alle formules met minder compexiteit dan ϕ geldt de te bewijzen stelling.
I.S.:
- $\phi = \psi \vee \chi$: Volgens I.H. is $V(\psi) = 1$, dus ook $V(\psi \vee \chi) = 1$.
- $\phi = \psi \wedge \chi$: Volgens I.H. is $V(\psi) = 1 = V(\chi)$, dus ook $V(\psi \wedge \chi) = 1$.
- $\phi = \psi \rightarrow \chi$: Volgens I.H. is $V(\chi) = 1$, dus ook $V(\psi \rightarrow \chi) = 1$. □

Inductiebewijzen 10

Te bewijzen: dat geldt voor alle formules uit de propositielogica, en alle valuaties V, ofwel $V(\phi) = 1$, ofwel $V(\phi) = 0$, maar nooit $V(\phi) = 1$ en $V(\phi) = 0$.
Base case: $\phi =$ p, $V(p) = 1$ of $V(p) = 0$, geldt voor een enkele propositie.
IH: Voor alle formules met minder compexiteit dan ϕ geldt de te bewijzen stelling.
I.S.:
- $\phi = \psi \vee \chi$: Volgens I.H. is $V(\psi) = 1$ of 0, dus ook $V(\psi \vee \chi) = 1$ of 0.
- $\phi = \psi \wedge \chi$: Volgens I.H. is $V(\psi) = 1$ of 0, net als χ, dus ook $V(\psi \wedge \chi) = 1$ of 0.
- $\phi = \psi \rightarrow \chi$: Volgens I.H. is $V(\chi) = 1$ of 0, net als χ, dus ook $V(\psi \rightarrow \chi) = 1$ of 0. $\square$

Inductiebewijzen 11

Te bewijzen: dat elke formule waarin enkel de symbolen p,(,), $\rightarrow$ optreden een tautologie is of logisch equivalent is aan p.
Base case: $\phi =$ p, p zonder connectieven is gelijk aan p.
IH: Voor alle formules met minder compexiteit dan ϕ geldt de te bewijzen stelling.
I.S.:
- $(\phi \rightarrow \phi) = \phi$
- $(\phi) \rightarrow \phi = \phi$
- $\phi \rightarrow (\phi) = \phi$ $\square$