МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра информатики и программирования

Разработка системы управления траекторией движения БПЛА

МАГИСТЕРСКАЯ РАБОТА

студентки 2 курса 273 группы факультета КНиИТ 02.04.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем факультета КНиИТ Ворониной Екатерины Юрьевны

Научный руководитель доцент кафедры ИиП	 Е. В. Кудрина
Заведующий кафедрой к. фм. н., доцент	М.В. Огнева

СОДЕРЖАНИЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	2
ВВЕДЕНИЕ	3
1. Теоретическая часть	6
1.1 История развития БПЛА	6
1.2 Архитектура бортового аппаратного устройства и системы	управления
БПЛА	7
1.3 Математическая модель роторно-винтового БПЛА	13
1.4 Алгоритмические основы управления движением БПЛА	23
1.5 Инструментальные средства для разработки систем управления	я 30
2. Практическая часть	32
2.1 Постановка задачи	32
2.2 Получение и обработка данных сенсоров квадрокоптера	33
2.3 Разработка динамической модели квадрокоптера	35
2.4 Контролируемое выполнение флипа квадрокоптером	42
2.5 Демонстрация работы	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	54
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	55
Приложение А. Динамическая модель квадрокоптера	61
Приложение Б. iLQR-регулятор	63
Приложение В. Адаптивный планировщик целей	68
Приложение Г. Модуль генерации управляющих сигналов	85
Приложение Д. Виртуальный мир Gazebo	95
Приложение Ж. Сбор данных о процессе выполнения с	птимизации
траектории	100
Приложение И. Упрощенное решение задачи флипа	102

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

БПЛА — беспилотный летательный аппарат;

БА — беспилотная авиация;

АПК — аппаратно-программный комплекс;

САУ — система автоматического управления;

ГНСС — глобальная навигационная спутниковая система;

МК — микроконтроллер;

СТУ — система траекторного управления;

СК — система координат;

НПУ — наземный пункт управления;

БАУ — бортовая аппаратура управления;

НАУ — наземная аппаратура управления;

АПИК — аналитическая программно-инвариантная конструкция;

СВС — система воздушных сигналов;

БТС — беспилотная транспортная система;

IMU — инерциально-измерительный блок;

RPM — (от англ. Revolutions Per Minute) мера частоты вращения.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие беспилотной авиации (БА) входит в область интересов государственной промышленной политики. В связи с утверждением Правительством РФ стратегии развития беспилотной авиации до 2030 года и на перспективу до 2035 года [1], в настоящее время сфера беспилотной авиации получает значительную финансовую поддержку со стороны государства.

Нарастающий интерес к БА — общемировая тенденция. Это происходит по ряду причин. Беспилотные летательные аппараты (БПЛА), как правило, значительно дешевле пилотируемых самолетов и вертолетов. Обучение оператора обходится дешевле, чем подготовка пилота. Отсутствие человека на борту исключает необходимость в системах жизнеобеспечения, снижает массу и габариты аппарата, а также позволяет увеличивать диапазон допустимых перегрузок. Кроме того, потери беспилотников не сопряжены с человеческими жертвами, что повышает общий уровень безопасности при эксплуатации.

БПЛА можно разделить на два типа: управляемые оператором и автономные, где функции пилотирования полностью возложены на систему управления. Человеческий мозг эффективно обрабатывает визуальные и другие сенсорные данные, позволяя распознавать объекты и ситуации. Однако по причине ограниченной скорости реакции, внимания и памяти человек не всегда обеспечивает надежное управление.

За последние годы автономные БПЛА значительно повысили свою надежность и выполняют все более широкий спектр задач в различных отраслях. Однако они все еще не используют весь свой физический потенциал. Большинство таких аппаратов летает с малой скоростью, близкой к зависанию, чтобы обеспечить стабильную работу алгоритмов восприятия и избегания препятствий [2, 3].

Совершенствование автономных систем управления в аспектах скорости и маневренности позволяет расширить возможности БПЛА: увеличить дальность и скорость полета, повысить способность избегать быстро движущиеся объекты, а также обеспечивать управление в сложных, ограниченных пространствах. Несмотря на прогресс, по универсальности и надежности автономные БПЛА все

еще уступают человеку, что требует проведения дальнейших исследований для сокращения этого разрыва.

Роторно-винтовые БПЛА (квадрокоптеры) являются одними из самых динамичных платформ в беспилотной авиации. Благодаря своей маневренности они применяются в самых разнообразных сценариях: от полетов в густых лесах и городской застройке до мониторинга пожароопасных зон, инспекции инфраструктуры, логистики и сельского хозяйства [2, 3].

Одним из наиболее сложных и показательных маневров для таких систем является акробатический флип — вращение на 360° по одной из осей. Такой маневр востребован не только в демонстрационных полетах, но и в прикладных задачах — например, при резком уклонении от препятствий, смене траектории в условиях ограниченного пространства, при калибровке систем навигации (например, при инверсии ориентации антенны или датчика), а также при контролируемом выходе из срыва устойчивости, вызванного внешними возмущениями или агрессивными маневрами. Успешное выполнение флипа требует четкого управления угловыми скоростями и тягой с учетом текущего состояния дрона и его динамических ограничений.

В то время как популярные открытые решения, такие как платформа Clover [4], реализуют флип с использованием жестко заданной последовательности команд — например, путем задания фиксированной угловой скорости на ограниченное время — такие подходы фактически игнорируют динамику системы и не используют обратную связь. Они не адаптируются к различным аппаратным конфигурациям, что снижает точность и надежность выполнения маневра.

Целью данной работы является разработка системы управления траекторией движения квадрокоптера, в котором флип рассматривается как контролируемое движение с учетом полной динамической модели квадрокоптера. Поставленная цель определила следующие задачи:

- 1. Рассмотреть историю развития БПЛА.
- 2. Описать архитектуру бортового аппаратного устройства и системы управления БПЛА.

- 3. Представить математическую модель роторно-винтового БПЛА
- 4. Изучить алгоритмические основы управления движением БПЛА.;
- 5. Представить обзор инструментальных средств, применяемых для разработки систем управления траекторией движения БПЛА
- 6. Научиться получать и обрабатывать данные сенсоров квадрокоптера.
- 7. Разработать динамическую модель квадрокоптера, а также реализовать на ее основе контроллер выполнения флипа.
- 8. Провести верификацию контроллера в симуляционной среде.

1. Теоретическая часть

1.1 История развития БПЛА

БПЛА — это одна из самых быстро развивающихся и революционных технологий в современной аэрокосмической индустрии. Их история берет начало в начале XX века, с первых попыток создания устройств для решения специфических задач. Прототипы БПЛА появились в период Первой мировой войны, когда британцы разработали аппарат "Kite Balloons", предназначенный для обучения пилотов. Однако настоящий прорыв в развитии беспилотных технологий произошел в 1920-х годах в США с созданием "Radioplane OQ-2" под руководством Говарда Хьюза, который стал первым радиоуправляемым беспилотным аппаратом, используемым для тренировки артиллеристов.

Эволюция систем управления

Развитие БПЛА тесно связано с прогрессом в области систем управления. Изначально управление осуществлялось вручную по радиоканалу или реализовывалось в виде жестко заданной траектории, а стабилизация — с помощью механических гироскопов. В 1950–1970-х годах появились аналоговые автопилоты, обеспечивающие удержание курса и высоты. С развитием микропроцессоров и GPS в 1980–1990-х годах получили распространение цифровые автопилоты с использованием ПИД-регуляторов, инерциальных измерительных систем и алгоритмов сенсорного слияния. Начиная с 2000-х годов стали внедряться более сложные методы управления: адаптивные, робастные, предиктивные. Развивались и алгоритмы планирования траектории с учетом ограничений по динамике и препятствиям. С начала 2010-х годов акцент сместился на автономную навигацию: интеграция SLAM, визуальной одометрии, методов машинного обучения и распределенного управления для роевой координации. Современные БПЛА способны адаптироваться к динамичной среде, выполнять задачи локализации, избегания препятствий и взаимодействия с другими агентами в реальном времени.

Квадрокоптеры классифицируются по конструкции и уровням автономности [3]:

• мультироторные квадрокоптеры, с четырьмя роторами, являются наиболее

популярной конфигурацией;

- гибридные квадрокоптеры, объединяющие свойства мультироторных и крыльевых ЛА, предлагают гибкость в эксплуатации.
 - По уровню автономности квадрокоптеры могут быть:
- управляемыми вручную, с дистанционным управлением;
- полуавтономными, которые способны выполнять определенные задачи без постоянного вмешательства оператора;
- автономными, оснащенными системами навигации и сенсорами для самостоятельного выполнения сложных задач.

Таким образом, эволюция БПЛА от простых радиоуправляемых моделей до высокотехнологичных автономных систем с искусственным интеллектом и сложными сенсорными технологиями демонстрирует бурный рост и широкие перспективы развития в самых разных областях.

1.2 Архитектура бортового аппаратного устройства и системы управления БПЛА

На рисунке 1 представлена архитектура бортового аппаратного устройства (БАУ) БПЛА.

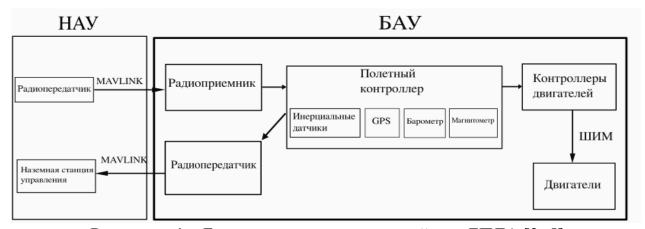


Рисунок – 1 – Бортовое аппаратное устройство БПЛА [3, 5]

Центральным элементом управления в системе является полетный контроллер. Он принимает команды с наземной станции или пульта управления, а также обрабатывает данные от инерциальных и навигационных датчиков. Основная задача полетного контроллера — стабилизация положения и реализация автономного управления в реальном времени.

Сенсорные модули

Инерциально-измерительная система (ИИС) включает акселерометр и гироскоп.

- Акселерометр позволяет получить относительное ускорение, то есть разность между истинным ускорением и гравитацией. Он может быть одно-, двух- или трехкомпонентным в зависимости от числа осей измерения. Принцип работы основан на смещении инерционной массы сенсора и преобразовании этого смещения в электрический сигнал.
- Гироскоп регистрирует угловую скорость. Основа работы механического — ротор, ось вращения которого свободна в одной или нескольких плоскостях. Схожее устройство имеют микроэлектромеханические (MEMS) гироскопы [5]. размером В несколько миллиметров Гироскопические датчики позволяют отслеживать поворот БПЛА в пространстве, а их чувствительные элементы дают выходной сигнал, пропорциональный угловой скорости.

ИИС обеспечивает данные, необходимые для расчета динамики полета. Однако, из-за дрейфа гироскопа и шумов акселерометра, данные требуют фильтрации. Для этого применяются фильтры Калмана или ПИД-регуляция [6-8].

Навигационные системы.

Стандартный ГНСС уязвима к спуфингу данных, поэтому современная навигация часто базируется на визуальной одометрии или SLAM-подходах, в которых используются данные с камер и ИИС. В работе [9] комбинация ГНСС и ИИС позволила повысить точность локализации БПЛА. А в работах [10, 11] описываются подходы к навигации основанные на слиянии ИНС и оптических датчиков.

Барометр измеряет атмосферное давление и используется для определения высоты. Различают несколько систем отсчета высоты:

- истинная от поверхности земли;
- относительная от произвольного уровня (например, взлетной полосы);
- эшелонная от стандартного уровня 760 мм рт. ст.;
- абсолютная от уровня моря.

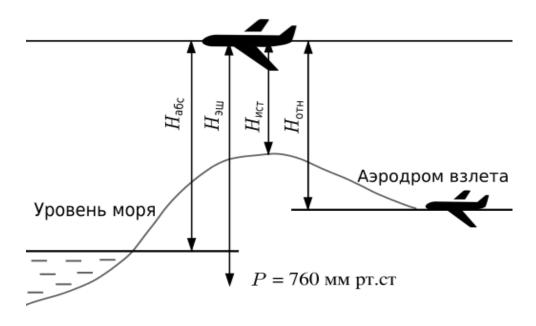


Рисунок – 2 – Классификация высот полета по системам отсчета [5]

Измерения барометра подвержены влиянию погодных условий, поэтому для компенсации ошибок применяются ультразвуковые, оптические, лазерные и радиоволновые дальномеры.

Обработка сенсорных данных: фильтрация и компенсация ошибок

Для обеспечения устойчивого и точного следования заданной траектории квадрокоптером в реальных условиях, необходимо учитывать неидеальности среды и динамические возмущения, такие как боковой ветер, турбулентность, неравномерная нагрузка, а также ошибки сенсоров. Квадрокоптер — это нелинейная, многовходовая и неустойчивая по своей природе система, обладающая высокой чувствительностью к внешним воздействиям. В таких условиях простые открытые системы управления оказываются недостаточными.

Применение ПИ и ПИД-регуляторов обусловлено необходимостью:

- подавления колебаний и быстрой компенсации отклонений, возникающих при маневрах или внешних возмущениях;
- стабилизации по углам Эйлера и высоте с минимальной перерегулировкой и временем переходного процесса;
- учетом накопленных систематических ошибок, например, из-за смещения центра масс или медленного дрейфа датчиков;
- устойчивого управления при наличии запаздывания в приводах и колебаний инерционных звеньев;

• поддержания устойчивости при активной обратной связи, особенно в замкнутом контуре управления ориентацией и положением.

Благодаря своей простоте, предсказуемости и адаптируемости к конкретным условиям полета, ПИ/ПИД-регуляторы остаются стандартом в системах управления БПЛА.

Для более сложных задач, таких как корректировка отклонений с учетом динамических изменений, важным элементом является использование фильтров для обработки данных. Одним из таких фильтров является расширенный фильтр Калмана (ЕКF), который активно применяется для локализации и стабилизации движения БПЛА. ЕКF позволяет интегрировать данные с различных сенсоров и получать более точную информацию о положении и ориентации аппарата, что критически важно для корректного функционирования регуляторов.

С помощью ЕКГ можно эффективно обрабатывать шумные данные и получать аппроксимированные значения для более точной оценки состояния БПЛА, что, в свою очередь, улучшает работу ПИ и ПИД-регуляторов, повышая общую стабильность системы управления.

Таким образом, комбинация фильтров, таких как ЕКF, и регуляторов (ПИ, ПИД) позволяет обеспечить высокую точность, стабильность и адаптивность системы управления квадрокоптером, что особенно важно в динамично изменяющихся внешних условиях.

Состав БАУ также включает:

- радиомодули (для телеметрии и управления);
- электродвигатели и их контроллеры;
- литий-полимерные аккумуляторы;
- DC/DC-преобразователи и системы питания.

Полетный контроллер

Система автоматического управления (САУ), реализованная в полетном контроллере, представляет собой программно-аппаратный комплекс, предназначенный для обеспечения устойчивого, управляемого и автономного полета БПЛА. Она выполняет следующие ключевые функции [12-15]:

• Стабилизация положения в пространстве — осуществляется на основе

данных инерциальных датчиков, барометра, а также, при наличии, данных от внешней навигации (GPS/GLONASS/SLAM). САУ реализует каскадные контуры регулирования по углам Эйлера или кватерниону, используя ПИД-регуляторы или более сложные алгоритмы управления.

- Автономный полет по заданным GPS-точкам маршрут задается заранее в виде набора координат в мировой системе. Полетный контроллер интерпретирует маршрут, вычисляет ошибки навигации и формирует управляющее воздействие для следования траектории, включая развороты, удержание курса, коррекцию по ветру и коррекцию высоты.
- Режим возврата в точку старта активируется при потере связи с оператором, по истечении времени миссии, по снижению уровня заряда аккумулятора ниже порога или по команде. В этом режиме контроллер стабилизирует аппарат, поднимает его на заданную безопасную высоту и возвращает по обратной траектории, после чего выполняет посадку или зависание.
- Режимы зависания и посадки обеспечиваются с помощью замкнутых контуров управления по высоте, положению и скорости. Контроллер удерживает аппарат в фиксированной точке пространства или плавно снижает его по вертикали. При наличии камеры или дальномера возможна посадка с визуальным или радиометрическим наведением на метку.
- Управление по радиоканалу САУ преобразует команды оператора (например, от передатчика с протоколами SBUS, PPM, iBUS) в управляющие воздействия, напрямую влияющие на ШИМ-сигналы двигателей и сервоприводов. Это позволяет реализовать ручное, полуавтономное и полностью автономное управление.

Таким образом, полетный контроллер не просто стабилизирует БПЛА, но и выполняет функции низкоуровневого управления приводами, высокоуровневого планирования и контроля миссии, а также служит интерфейсом между аппаратурой и оператором.

Большинство современных решений для полетных контроллеров, таких как INAV [12], Betaflight [13], ArduPilot[14] используют микроконтроллеры (МК)

STMicroelectronics. семейства STM32 ot МК на базе ARM Cortex-M обеспечивают оптимальный баланс между производительностью, энергоэффективностью поддержкой периферии. И Благодаря наличию интерфейсов I2C, SPI, UART, PWM, CAN и USB, а также широкому диапазону доступных моделей по частоте и объему памяти, STM32 остаются де-факто стандартом в сфере малых БПЛА. В то же время, на более ресурсоемких платформах, например в PX4[15] или автономных VTOL-системах, применяются более мощные процессоры, включая ARM Cortex-A, а также, на базе Linux-систем — Raspberry Pi, NVIDIA Jetson, BeagleBone или гибридные решения с сопроцессорами. Такие архитектуры позволяют реализовывать алгоритмы визуальной навигации, SLAM и onboard AI, что выходит за рамки типичных возможностей полетных контроллеров.

Современные системы управления беспилотными летательными аппаратами требуют интеграции множества компонентов, таких как сенсоры, навигационные системы и исполнительные устройства. Для обеспечения эффективного взаимодействия между ними необходим унифицированный интерфейс передачи данных. Одним из таких интерфейсов, который широко используется в промышленности, является UAVCAN.

UAVCAN (Uncomplicated Application-level Vehicular Communication And Networking) — это протокол передачи данных, адаптированный для использования в системах управления БПЛА и других роботизированных системах. Он построен на принципах, аналогичных стандартному CAN (Controller Area Network), но разработан с учетом специфики аэрокосмических и робототехнических приложений [16]. Важно отметить, что такие полетные контроллеры, как РХ4 и Pixhawk, активно поддерживают интерфейс UAVCAN, что позволяет интегрировать различные компоненты БПЛА в единую, масштабируемую и надежную систему.

Основные характеристики UAVCAN включают:

• Модульность, позволяющая легко добавлять новые устройства в систему, что особенно важно для гибкости при разработке и эксплуатации сложных систем.

- Надежность передачи данных, критично важная для работы в условиях ограниченной связи или потенциальных помех.
- Широкая совместимость, поддерживающая разнообразные устройства, от сенсоров до исполнительных механизмов, что делает систему масштабируемой и адаптируемой.
- Эффективность в минимизации задержек и потерь данных, что особенно важно для реального времени работы БПЛА.
- Простота интеграции, благодаря открытым спецификациям и документации.

Протокол UAVCAN использует архитектуру "публикация-подписка", позволяя устройствам публиковать данные или подписываться на сообщения других компонентов, что способствует динамичному взаимодействию в сети без жесткой привязки к конкретным адресам [16]. Это делает его удобным и мощным инструментом для разработки современных высоконадежных систем управления БПЛА.

С учетом того, что системы PX4 и Pixhawk активно поддерживают UAVCAN, внедрение этого протокола в будущие разработки БПЛА становится все более актуальным, обеспечивая высокую гибкость, надежность и эффективность работы.

1.3 Математическая модель роторно-винтового БПЛА

Квадрокоптер представляет собой высокоманевренный летательный аппарат, однако его динамика характеризуется низкой устойчивостью, поскольку он подвержен значительным внешним возмущениям. В связи с этим система управления квадрокоптером должна решать задачи угловой и пространственной стабилизации, обеспечения заданной высоты, а также поддержания состояния зависания, посадки и полета по заранее заданной траектории [6-8].

Отработка законов управления осуществляется методами математического, имитационного и компьютерного моделирования. Для решения этой задачи необходимо понимание принципов работы квадрокоптера, механики полета и наличие математической модели, описывающей его динамику. Кинематическая и

динамическая модели служат основой для анализа поведения БПЛА в различных условиях, что позволяет оптимизировать алгоритмы управления и повысить точность выполнения заданных траекторий.

В кинематической модели квадрокоптера не учитываются внешние силы, воздействующие на его движение. Рассматривается изменение положения, скорости и ориентации дрона в пространстве. Подробное описание обобщенной кинематической схемы квадрокоптера приведено в [6]. В данной работе выделяются два основных типа движения:

- 1. Поступательное движение это перемещение центра масс квадрокоптера в инерциальной системе отсчета, в данном случае относительно Земли. Такое движение описывается координатами и скоростью квадрокоптера в пространстве.
- 2. Вращательное движение квадрокоптера характеризует его ориентацию относительно инерциальной системы координат и может быть представлено с помощью углов Эйлера, кватернионов или матрицы направляющих косинусов (DCM).

В данной работе будет рассматриваться конструкция квадрокоптера, представленная на рисунке 3, а также его кинематическая схема, показанная на рисунке 4.

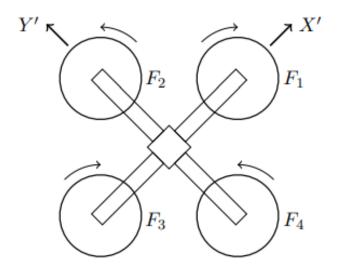


Рисунок – 3 Схематичное изображение квадрокоптера

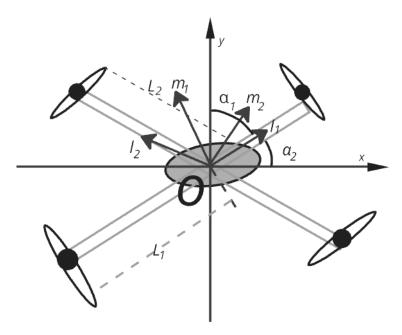


Рисунок – 4 Кинематическая схема квадрокоптера

В пространстве *ОХҮZ* направление полета квадрокоптера задается осью *ОХ*. Две пары вращающихся моторов, расположенные на одинаковом расстоянии L_1 и L_2 от начала координат O, направлены вдоль осей OL_1 и OL_2 соответственно. Углы наклона штанг квадрокоптера относительно положительного направления оси *ОХ* составляют углы α_1 и α_2 , при этом $\alpha_1 > \alpha_2$. Единичные векторы этих осей OL_1 и OL_2 обозначены через $\overline{l_1}$ и $\overline{l_2}$, где

$$l_1 = (\sin(\alpha_1), \cos(\alpha_1)), l_2 = (\sin(\alpha_2), \cos(\alpha_2))$$
 (1)

Матрица перехода R_{BL} от осей OXY к осям OL_1L_2 , связанная с расположением пропеллеров, имеет следующий вид:

$$R_{BL} = \begin{bmatrix} \overline{l}_1 \ \overline{l}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(a_1)\cos(a_2) \\ \sin(a_1)\sin(a_2) \end{bmatrix}$$
 (2)

Определяется также детерминант матрицы перехода:

$$det(R_{BL}) = sin(a_2 - a_1)$$

Для схемы, показанной на рисунке 1, примем, что $L_1=L_2$, $\alpha_1=45^\circ\,\alpha_2=135^\circ$. Поскольку пропеллеры установлены непосредственно на осях моторов, можно приближенно считать, что вращающий момент τ_i мотора,

создаваемый тягой T_{i} , определяется следующим соотношением:

$$\tau_i = k_{\psi} T_i, i = 1, 2, 3, 4, где$$
 (3)

 $k_{_{f \psi}}$ — конструктивный параметр.

Общая подъемная сила u_z вдоль вертикальной оси OZ квадрокоптера определяется следующим уравнением:

$$u_z = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \tag{4}$$

Вращающий момент относительно оси рыскания OZ определяется следующим уравнением:

$$u_{\psi} = -(\tau_1 - \tau_2 + \tau_3 - \tau_4) = -k_{\psi}(T_1 - T_2 + T_3 - T_4)$$
 (5)

Моменты \overline{M}_1 и \overline{M}_2 относительно осей ОХ и ОҮ создаются за счет разности тяг противоположно действующих моментов, причем моменты каждой пары моторов находятся в плоскости OXY и определяются следующими соотношениями:

$$M_{1} = -(T_{1} - T_{3})L_{1}, M_{2} = -(T_{2} - T_{4})L_{2}$$
 (6)

Векторы $\overline{m_1}$ и $\overline{m_2}$ направленные перпендикулярно к осям моторов, определяются как:

$$m_1 = (cos(\alpha_1), -sin(\alpha_1)), m_2 = (-cos(\alpha_2), sin(\alpha_2))$$
 (7)

Управляющие моменты u_{ϕ} и u_{θ} в координатной плоскости OXY определяются как:

$$M_{XY} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j} = M_1 + M_2 = -(T_1 - T_3)L_1 m_1 + (T_2 - T_4)L_2 m_2$$
 (8)

Подставив выражения для m_1 и m_2 , получаем:

$$u_{\Phi} = (T_1 - T_3)L_1 \sin(\alpha_1) + (T_2 - T_4)L_2 \sin(\alpha_2), \tag{9}$$

$$u_{\theta} = (T_1 - T_2)L_1 cos(\alpha_1) - (T_2 - T_4)L_2 cos(\alpha_2).$$
 (10)

Таким образом, приведены аналитические выражения для подъемной силы $u_z(4)$ и управляющих моментов u_ψ (5), крена u_ϕ (9) и тангажа u_θ (10), , которые зависят от тяг T_1 , T_2 , T_3 , T_4 и геометрии установки моторов, характеризующейся

углами α_1, α_2 , а также расстояниями L_1, L_2 , которые связаны с геометрией установки моторов.

Связь между векторами управляющих моментов $\overline{U} = \begin{bmatrix} u_z, \ u_{\phi}, \ u_{\theta}, \ u_{\psi} \end{bmatrix}$ и тягами моторов $\overline{T} = \begin{bmatrix} T_1, T_2, T_3, T_4 \end{bmatrix}^T$ можно записать в матричной форме:

$$\overline{U} = D_M \overline{T} \tag{11}$$

где матрица $D_{\underline{M}}$ имеет следующий вид:

$$D_{M} = \begin{bmatrix} -k & -L_{1}cos(\alpha_{1}) & L_{2}sin(\alpha_{1}) \\ k & L_{2}cos(\alpha_{2}) & L_{2}sin(\alpha_{2}) \\ -k & L_{1}cos(\alpha_{1}) & L_{1}sin(\alpha_{1}) \\ k & L_{2}cos(\alpha_{2}) & L_{2}sin(\alpha_{2}) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

Детерминант этой матрицы:

$$det(D_{M}) = -8L_{1}L_{2}k_{\text{th}}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})$$
 (13)

Таким образом, выражение для матрицы D_M^{-1} , инверсированной матрицы, задающей связь между тягами и требуемыми моментами, выглядит следующим образом:

$$K_{D} = D_{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\cos(\alpha_{2})}{2L_{1}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & \frac{\sin(\alpha_{2})}{2L_{1}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & -\frac{1}{4k_{\Psi}} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\cos(\alpha_{2})}{2L_{2}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & -\frac{\sin(\alpha_{1})}{2L_{2}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & \frac{1}{4k_{\Psi}} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\cos(\alpha_{2})}{2L_{1}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & -\frac{\sin(\alpha_{2})}{2L_{1}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & -\frac{1}{4k_{\Psi}} \\ \frac{1}{4} & \frac{\cos(\alpha_{1})}{2L_{2}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & \frac{\sin(\alpha_{1})}{2L_{2}\sin(\alpha_{1} - \alpha_{2})} & \frac{1}{4k_{\Psi}} \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

Если $\alpha_1=45^\circ$, $\alpha_2=135^\circ$ и $L_1=L_2=L$, то матрицы D_M (12) и K_D (14) примут следующий вид:

$$D_{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{\sqrt{2}L}{2} & \frac{\sqrt{2}L}{2} & -\frac{\sqrt{2}L}{2} & -\frac{\sqrt{2}L}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}L}{2} & \frac{\sqrt{2}L}{2} & \frac{\sqrt{2}L}{2} & -\frac{\sqrt{2}L}{2} \\ -k_{\Psi} & k_{\Psi} & -k_{\Psi} & k_{\Psi} \end{bmatrix}$$
(15)

$$K_{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{1}{4k_{\Psi}} \\ \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{1}{4k_{\Psi}} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{1}{4k_{\Psi}} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{1}{4k_{\Psi}} \end{bmatrix}$$
(16)

Представленные математические выражения были использованы для разработки модели квадрокоптера в программной среде и предназначены для расчета его кинематических характеристик, таких как значения тяги моторов и их влияние на корпус квадрокоптера вокруг оси рыскания.

Динамическая модель квадрокоптера описывает эволюцию его состояния под воздействием внутренних и внешних сил, включая тягу от винтов, гравитацию, аэродинамическое сопротивление и моменты, вызванные асимметрией тяги. В отличие от чисто кинематического подхода, она позволяет учитывать инерционные эффекты и воздействие управляющих воздействий в динамике полета.

Квадрокоптер обладает шестью степенями свободы: его движение состоит из поступательного перемещения центра масс и вращения относительно центра масс. Для описания ориентации в пространстве используется параметризация с помощью кватернионов, что позволяет избежать сингулярностей и обеспечивает численно устойчивое интегрирование вращательного движения.

Состояние аппарата описывается вектором [2]:

$$x = [p, v, q, \omega], \qquad (17)$$

где $p \in R_3^-$ — положение квадрокоптера в мировой системе координат,

 $v \in R_3$ — линейная скорость,

 $q \in R_{_{4}}$ — единичный кватернион, описывающий ориентацию в пространстве,

 $\omega \in R_3$ — угловая скорость в теле.

Управление осуществляется с помощью вектора угловых скоростей винтов:

$$u = \left[\omega_1 \, \omega_2 \, \omega_3 \, \omega_4\right] \in R_4 \tag{18}$$

Линейная динамика:

Суммарная тяга от винтов в системе координат тела выражается как:

$$F_{body} = \left[0, 0, \sum_{i=1}^{4} k_f \omega_i^2\right],\tag{19}$$

где k_f — коэффициент тяги. Эта сила переводится в мировую систему координат с помощью матрицы поворота R(q), соответствующей текущему кватерниону:

$$F_{world} = R(q)F_{body} - mg - c_d v, \tag{20}$$

где т — масса квадрокоптера,

g = [0, 0, 9.81]— гравитация,

 c_d — коэффициент аэродинамического сопротивления, пропорционального скорости.

Из второго закона Ньютона получаем ускорение:

$$a = \frac{F_{world}}{m}$$

Интегрируя ускорение, получаем линейную скорость и позицию:

$$v(t + \Delta t) = v(t) + a \cdot \Delta t,$$

$$p(t + \Delta t) = p(t) + v(t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2}a \cdot \Delta t^{2}$$
(21)

Вращательная динамика:

Крутящие моменты от винтов рассчитываются по следующей модели:

$$\tau = \left[l(k_f(\omega_2^2 - \omega_4^2)); \ l(k_f(\omega_3^2 - \omega_1^2)); \ k_m(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \right], \quad (22)$$

где l – длина плеча,

 k_f – коэффициент момента.

Угловое ускорение рассчитывается из уравнений Эйлера:

$$\widehat{\omega} = I^{-1}(\tau - \omega \times (I\omega)), \tag{23}$$

где $I \in R_3$ — тензор инерции.

Угловая скорость обновляется как:

$$\omega(t + \Delta t) = \omega(t) + \widehat{\omega} \cdot \Delta t \tag{24}$$

Ориентация тела представлена кватернионом q. Из уравнений кватернионной кинематики:

$$\hat{q} = \frac{1}{2} q \otimes [0 \, \omega] \tag{25}$$

Ориентация обновляется через численную интеграцию:

$$q(t + \Delta t) = q(t) + \hat{q} \cdot \Delta t$$

$$q \leftarrow \frac{q}{||q|| + \varepsilon}$$
(26)

Здесь добавлена малая константа $\epsilon \sim 10^{-8}$, предотвращающая деление на ноль при нормализации.

Поступательное ускорение центра масс рассчитывается по второму закону Ньютона:

$$m \cdot a = F_{\text{тяга}} - m \cdot g - F_{\text{comp}}, \tag{27}$$

Вращательное движение определяется уравнением Эйлера для момента импульса:

$$I \cdot \widehat{\omega} = \tau - \omega \times (I \cdot \omega),$$
 (28)

где т — результирующий момент, создаваемый несбалансированными тягами роторов и их реактивными моментами.

ω — угловая скорость,

I — тензор инерции дрона.

Моменты включают:

- опрокидывающие моменты (крен/тангаж): создаются разностью тяг противоположных роторов;
- реактивный момент (рыскание): возникает от разности реактивных

моментов всех четырех роторов, учитываемый через коэффициент крутящего момента.

Таким образом, модель охватывает как поступательное, так и вращательное движение квадрокоптера, включая воздействие гравитации, аэродинамического сопротивления, ограничений на винты и нелинейных моментов. Выбор кватернионного представления обеспечивает численно устойчивое описание ориентации без особенностей, присущих, например, углам Эйлера.

Следует отметить, что в настоящее время гибридные стохастические модели широко применяются для моделирования и оценки параметров движения различных объектов.

Гибридные системы — это математические модели динамики, в которых непрерывное поведение, описываемое одним из заранее заданных наборов непрерывных динамических уравнений, чередуется с дискретными событиями. Эти события могут вызывать мгновенное переключение между различными режимами динамики, мгновенное изменение состояния системы (координат), либо одновременно то и другое [17,18].

В научной литературе представлено множество подходов к построению гибридных моделей. Так, в [17] описана гибридная модель движения автотранспортного средства, В которой фазы разгона И торможения моделируются с помощью дифференциальных уравнений, тогда как смена полосы движения трактуется как дискретное событие. В работе [18] предложена оригинальная нейро-стохастическая гибридная модель, объединяющая методы искусственных нейронных сетей и стохастических процессов. рассматривается алгоритм построения маршрута в навигационной задаче, использующий кусочно-линейное аппроксимирование траектории при движении через несколько геофизических полей с ограничениями на длину линейных участков.

В [19] гибридная стохастическая модель описывается как многорежимная система, состоящая из набора дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых описывает отдельный режим движения объекта — участок траектории, приближенно описываемый линейной моделью. Такой подход

позволяет аппроксимировать сложную, в общем случае нелинейную, траекторию последовательностью простых линейных сегментов.

Гибридные модели широко применяются для описания и управления движением квадрокоптеров, где они служат эффективным инструментом для реализации адаптивного и точного поведения в различных условиях среды. Совмещение физических моделей и методов машинного обучения позволяет достигать высокой точности в задачах управления и навигации. Развитие таких моделей открывает перспективы для повышения эффективности беспилотных летательных аппаратов и расширения их практического применения.

В частности, управление дроном при выполнении маневра, такого как флип, можно описать как гибридную систему. Полет разбивается на различные режимы — взлет, вращение, стабилизация, посадка, — каждый из которых имеет собственную непрерывную динамику, описываемую системой дифференциальных уравнений. Переходы между режимами происходят дискретно — по событиям, сигналам, условиям времени или достижения определенного состояния.

В настоящей работе применяется гибридный подход, объединяющий кинематическую и динамическую модели в рамках стохастического процесса. Такой подход позволяет учесть ограничения на вычислительные ресурсы системы, а также комбинировать различные методы расчета для достижения приемлемого качества управления полетом. Использование фильтра Калмана для оценки состояния (позиции, линейной и угловой скорости, ориентации) позволяет обеспечить устойчивую и адаптивную работу модели даже в условиях неопределенности и помех.

При этом в моделируемой системе присутствуют характерные признаки гибридной структуры:

- дискретные события, такие как переключение управляющих стратегий;
- разные модели динамики для отдельных фаз полета;
- дискретная логика переключения между этими фазами, основанная на времени, достижении заданных углов или других критериях.

1.4 Алгоритмические основы управления движением БПЛА

Современные БПЛА решают задачи, требующие высокой точности и надежности выполнения полетного задания, что достигается за счет использования эффективных алгоритмов планирования, предсказания и коррекции траектории в реальном времени.

В рамках данной работы решаются следующие основные задачи, связанные с движением БПЛА по траектории:

- построение математической модели динамики движения с учетом физических параметров квадрокоптера, ограничений на управление и аэродинамических эффектов;
- формирование трехмерного представления окружающего пространства на основе данных инерциальной навигационной системы (IMU), обрабатываемых с помощью фильтра Калмана для оценки положения, скорости, ориентации и угловой скорости;
- поиск оптимального маршрута в трехмерном пространстве с использованием подхода адаптивного планирования, учитывающего как ограничения динамики дрона, так и поступающую в реальном времени обратную связь от сенсоров;
- аппроксимация гладкой траектории по заданным контрольным точкам с помощью итеративного линейно-квадратичного регулятора (iLQR), обеспечивающего непрерывность и согласованность управляющих воздействий.

Рассмотрим более подробно современные подходы к решению каждой из перечисленных выше задач.

Построение математической модели динамики движения

При планировании пути важно учитывать кинематические и динамические ограничения квадрокоптера, включая ограничения по скорости, ускорению, моменту и способности избегать препятствий. Такие ограничения критичны для реализации безопасных и реалистичных траекторий и подробно рассматриваются в [21-25].

Динамическая модель квадрокоптера строится на основе уравнений

движения твердого тела с учетом тяги, аэродинамических сил и моментов, ограничений по управляемости, а также параметров исполнительных механизмов. Эта модель служит основой для предсказания поведения системы в рамках стратегии управления с прогнозированием позволяет учитывать физические ограничения БПЛА, отклонения траектории и обратную связь с бортовыми измерениями при планировании управляющих воздействий. Для получения гладкой и выполнимой траектории по заданным контрольным точкам применяются различные методы аппроксимации, например, используемые в работах [23,26].

Динамическая необходима модель ДЛЯ реализации алгоритмов оптимального управления, минимизирующие целевой функционал соблюдении динамики системы. Также модель необходима для симуляции полета и тестирования алгоритмов в виртуальной среде, служит основой в фильтрах оценки состояния и применяется для обратного расчета управления при выполнении заданной траектории. Таким образом, динамическая модель является фундаментом для широкого спектра алгоритмов планирования, управления и локализации БПЛА.

Формирование представления трехмерного окружающего пространства — одна из ключевых задач автономной навигации, необходимая для реализации управления с обратной связью — обхода препятствий, построения траекторий и решения прикладных задач. В современных БПЛА задачи картирования часто решаются одновременно с задачей локализации, что позволяет снизить зависимость от GPS-сигнала и повысить устойчивость системы в условиях его отсутствия или помех [2, 27-29]. Этот подход реализуется в рамках SLAM-алгоритмов (Simultaneous Localization and Mapping), основанных на одновременном построении карты и определении положения БПЛА. В зависимости от используемых сенсоров, выделяют визуально-инерциальные лидарно-инерциальные И реализации. Лидарно-инерциальные методы обладают важным преимуществом — высокой устойчивостью к изменениям освещения, что особенно ценно при работе в сложных условиях, где визуальные методы теряют точность.

Одним из передовых SLAM-алгоритмов является LIO-SAM [30-31], разработанный как развитие популярного LOAM [32]. Основным улучшением LIO-SAM является использование факторного графа для оптимизации одометрии. Это позволяет гибко включать как относительные, так и абсолютные измерения, в том числе замыкания контуров, полученные из различных источников.

Камеры по сравнению с лидарами дешевле, потребляют меньше энергии и обеспечивают более высокую частоту кадров (обычно 30–120 Гц и выше), что делает их особенно привлекательными для применения на малогабаритных БПЛА. Подробный обзор методов визуально-инерциальной одометрии (VIO) представлен в [33]. Визуальные сенсоры предоставляют богатую текстурную информацию, что позволяет использовать алгоритмы компьютерного зрения. Однако, по точности измерения расстояний и геометрии объектов лидары по-прежнему превосходят камеры. Одним ИЗ основных ограничений VIO-методов является снижение точности при высоких скоростях полета из-за накопления ошибок. Для снижения этого эффекта используются различные фильтры, такие как MSCKF и ROVIO, а также алгоритм VINS-Mono, реализующий локализацию по данным от одной камеры и инерциального модуля.

Кроме VIO, существуют также методы визуальной одометрии, не использующие инерциальные данные. Такие алгоритмы, как ORB-SLAM и OpenVSLAM, строят карту мира только на основе изображений, применяя графовую оптимизацию и механизмы замыкания циклов для коррекции накопленных ошибок. Эти подходы особенно эффективны при медленном движении И отсутствии резких ускорений, например, задачах картографирования с наземными роботами. В ряде исследований [31-33] были сравнены алгоритмы RTAB-Map, ORB-SLAM, LSD-SLAM и OpenVSLAM. ORB-SLAM3 показал наивысшую точность локализации, тогда как OpenVSLAM продемонстрировал отличную способность к замыканию контуров и обновлению карты.

Дополнительную роль в навигации играют системы распознавания

образов, особенно в условиях неопределенности, например, в помещениях или городской застройке. Такие системы анализируют визуальную информацию для идентификации объектов, определения их положения и скорости, а также для предотвращения столкновений. Одним из распространенных приемов является метод контрастов, выделяющий характерные особенности изображений — границы объектов, резкие перепады яркости и другие значимые признаки. Это позволяет более точно воспринимать и интерпретировать окружающее пространство, улучшая построение траекторий и устойчивость навигации.

Для решения задачи поиска оптимального пути в трехмерном пространстве применяются различные классы алгоритмов:

Графовые алгоритмы поиска пути

К классическим алгоритмам поиска пути относятся алгоритмы Дейкстры, Флойда [34-36] и их различные оптимизации. Также широко применяется эвристический А*. Эти алгоритмы эффективно решают задачи поиска пути в дискретных пространствах с известной картой. Другие эвристические алгоритмы, такие как Particle Swarm Optimization, Artificial Bee Colony и Harmony Search, ориентированы на оптимизацию и применяются для планирования плавных траекторий и настройки параметров управления дроном.

Алгоритмы случайного поиска

В работе [3] для планирования скоростного движения дрона в условиях густого леса был успешно применен алгоритм RRT. Помимо RRT, для задач навигации и планирования траектории также широко используются методы Probabilistic Roadmap и Rapidly-exploring Random Graph, которые эффективно исследуют сложные пространства состояний и обеспечивают надежный поиск путей в высокоразмерных и ограниченных средах.

Методы визуального восприятия

В ситуациях, когда данные 3D-облака точек недоступны, часто применяются алгоритмы анализа оптического потока. Одним из наиболее простых и распространенных методов является метод Хорна–Шунка, но требует значительных вычислительных ресурсов. Метод Лукаса–Канаде работает локально на ключевых точках и эффективен при малых смещениях, а его

пирамидальная версия расширяет диапазон движений.

Методы оптимального управления

Класс алгоритмов, направленных на построение управляющих воздействий, минимизирующих заданную целевую функцию с учетом динамики системы и ограничений на состояния и управления. В отличие от дискретных графовых методов и подходов обучения с подкреплением, оптимальное управление работает в непрерывных пространствах и позволяет учитывать физические характеристики системы, такие как масса, момент инерции, пределы по скорости и ускорению.

В современных научных исследованиях по теме оптимального управления все чаще применяются методы семейства линейных квадратичных регуляторов (LQR). Особое внимание уделяется итеративному варианту — iLQR, который эффективно справляется с задачами управления нелинейными системами. В работах [37,38] предложен и исследован гибридный подход iLQR-MPC, объединяющий преимущества итеративного линейного квадратичного регулятора и модельно-предиктивного управления. В работах показано, что такой комбинированный контроллер превосходит как отдельный iLQR, так и классический PID-регулятор — как по точности следования траектории, так и по устойчивости в переходных режимах, особенно в условиях быстрых маневров и ограничений по управляемости.

В работе [38] представлен ограниченный итеративный LQR, CILQR — расширение iLQR с учетом ограничений и неопределенностей, направленное на повышение безопасности и адаптивности системы. Авторы предложили двухэтапную стратегию прогнозирования и сценарий-зависимую функцию стоимости, что позволило добиться устойчивости поведения без необходимости ручной настройки параметров под каждый сценарий.

Кроме того, в работе [39] отмечено применение линейной версии алгоритма LQR для управления скоростью синхронных двигателей с постоянными магнитами вместо традиционного ПИД-регулятора. Такой подход позволил значительно снизить колебания скорости и момента, что положительно сказалось на общих характеристиках системы управления.

Функция стоимости играет центральную роль в методах оптимального управления. Она не только позволяет оценить ошибки по различным параметрам системы, таким как положение, ориентация и управляющие воздействия, но и направляет систему к конечной цели, минимизируя эти ошибки. Эффективное использование функции стоимости позволяет гарантировать, что система будет двигаться в нужном направлении и достигнет цели с минимальными отклонениями.

Основные компоненты функции стоимости обычно включают в себя:

- ошибки по позиции отклонения текущего положения от целевого положения;
- ошибки по ориентации отклонения текущей ориентации от целевой ориентации;
- ошибки в управляющих воздействиях отклонения между текущими управляющими усилиями и теми, что необходимы для следования траектории.

Кроме того, функция стоимости может включать терминальный член, который играет важную роль в обеспечении сходимости системы к конечной цели. Это позволяет гарантировать, что, независимо от пути, который проходит система, она будет стремиться к заданному конечному состоянию.

Функция стоимости для задачи планирования траектории используемая в данной работе представлена как:

$$X = (x_{k} - x_{target,k})^{T} Q(x_{k} - x_{target,k}),$$

$$U = (u_{k} - u_{target,k})^{T} R(u_{k} - u_{target,k}),$$

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (X + U) + (x_{k} - x_{target,k})^{T} Q_{f}(x_{k} - x_{target,k}),$$
(29)

где x_k и u_k — это вектор состояния и управляющее воздействие на шаге k,

 $x_{target,k}$ и $u_{target,k}$ — это целевые значения состояния и управляющего воздействия на шаге k,

 $\it Q$ и $\it R$ — это матрицы веса для состояния и управляющих воздействий, которые

регулируют важность минимизации ошибок в позиции и управляющих воздействиях,

 Q_f — это терминальная матрица, которая контролирует вес ошибки в конечном состоянии N.

Аппроксимация гладкой кривой по контрольным точкам траектории является важным этапом планирования движения БПЛА. В работе [41] для классического подхода на основе В-сплайнов был предложен метод численной градиентной оптимизации, позволяющий смещать траекторию на безопасное расстояние от препятствий. Такая оптимизация обеспечивает не только сглаживание, но и безопасность планируемого пути. Также представлен сравнительный анализ различных методов аппроксимации траекторий, включая:

- В-сплайны;
- радиальные базисные функции (RBF);
- квинтовые полиномы;
- аппроксимацию на основе полиномов Чебышева;
- методы коллокации;
- параметрические модели с ограничениями (Bezier и подобные);
- параметрические кривые с плавной кривизной (клотоиды, кубические спирали, G²-сплайны, intrinsic-сплайны);

Каждый из этих подходов имеет свои преимущества с точки зрения гладкости, вычислительной сложности, удобства учета ограничений и устойчивости к шуму. Однако после построения целевой траектории возникает следующая важная задача — обеспечение ее надежного воспроизведения в условиях реальной динамики дрона и внешних возмущений. На этом этапе ключевым становится не только следование заранее заданной траектории, но и эффективное управление поведением системы, обеспечивающее стабильность и точность в реальных условиях. Важной частью решения этой задачи является использование функции стоимости, позволяющей оценить качество выполнения задачи и управлять отклонениями от целевой траектории.

Следует отметить, что в методе iLQR аппроксимация происходит на уровне локальных линейных и квадратичных приближений динамики и функции

стоимости, что позволяет интегрировать планирование и управление с учетом реальных физических ограничений системы напрямую в процессе оптимизации. В то время как классические методы аппроксимации траекторий, такие как сплайны и полиномы, в основном ориентированы на геометрическое сглаживание и могут учитывать ограничения через дополнительные условия, iLQR работает с динамикой и критериями управления, что обеспечивает более точное моделирование скорости, ускорения и отклонений. Это позволяет iLQR быстрее сходиться к локально оптимальному решению и адаптироваться к изменяющимся условиям и возмущениям в реальном времени.

1.5 Инструментальные средства для разработки систем управления

Системы управления БПЛА, как правило, реализуются на языках С и С++, поскольку они обеспечивают прямой доступ к аппаратным регистрам, малое время отклика и контроль над ресурсами, что критично для выполнения задач в реальном времени. Эти языки широко используются в низкоуровневом ПО, включая слои НАL, RTOS, драйверы сенсоров и реализацию контуров стабилизации. Язык Руthon применяется преимущественно в высокоуровневых компонентах — например, для разработки и тестирования алгоритмов планирования, визуальной навигации, взаимодействия с симуляторами и анализа логов, благодаря широкому экосистемному окружению (NumPy, SciPy, ROS 2, OpenCV и др.). МАТLАВ/Simulink используется в инженерной практике для моделирования динамики, анализа устойчивости и автоматической генерации кода С для внедрения в микроконтроллеры.

Одной из ведущих платформ для разработки робототехнических систем является ROS 2 — модульная и масштабируемая система, ориентированной на распределенную архитектуру. Использование протокол DDS обеспечивает надежную и быструю передачу сообщений, что критично для управления в реальном времени. ROS 2 поддерживает языки программирования C++ и Python, а также предоставляет инструменты для отладки и визуализации. Более того ROS 2 тесно интегрирована с автопилотом РХ4 [42,43].

При выбору Python в качестве ЯП для реализации алгоритмов

планирования траекторий и управления динамикой БПЛА применяются библиотеки с поддержкой автоматического дифференцирования, критичного для точного вычисления производных. Среди популярных решений — JAX, Pytorch и Pydrake. JAX более высокопроизводительный благодаря JIT-компиляции с использованием XLA и эффективной работе на GPU/TPU, обеспечивая точные производные и гибкость в дифференцировании сложных функций. Pytorch тоже поддерживает автоматическое дифференцирование, но уступает JAX в оптимизации под ускорители.

В Руdгаке нельзя напрямую передавать произвольную функцию как динамику системы. Вместо этого необходимо строить полную структуру системы через классы, унаследованные от LeafSystem, определять входы, выходы, непрерывные состояния. Такой подход требует больше усилий и не позволяет быстро менять форму динамики. Кроме того, автоматическое дифференцирование в Руdгаке осуществляется через типы AutoDiffXd, что требует явной работы с контекстами системы и объектами, содержащими производные. Это делает вычисление градиентов и якобианов громоздким по сравнению с JAX, в котором можно просто применить jax.jacobian() или jax.grad() к любой функции, написанной на Руthon.

2. Практическая часть

2.1 Постановка задачи

Разработать систему управления траекторией движения роторно-винтового БПЛА, способную эффективно контролировать параметры движения квадрокоптер при выполнении флипа, включая стабилизацию ориентации аппарата и его положение с учетом внешних возмущений и физических ограничений. Система управления должна быть адаптивной, учитывающей изменяющиеся условия полета и динамические параметры квадрокоптера, такие как изменение скорости вращения роторов, инерционные эффекты и другие факторы, влияющие на выполнение маневра.

В данной работе использовался квадрокоптер с симметричной X-образной рамой. Основные параметры дрона приведены ниже:

- масса летательного аппарата: 0.82 кг;
- постоянная времени двигателя: 0.02 с;
- момент инерции вращающихся частей мотора: 6.56×10⁻⁶ кг·м²;
- коэффициент тяги: 1.48×10⁻⁶ H/(рад/с)²;
- коэффициент крутящего момента: $9.4 \times 10^{-8} \text{ H} \cdot \text{м/(рад/c)}^2$;
- коэффициент аэродинамического сопротивления: 0.1 H/(м/c);
- коэффициенты аэродинамического момента по осям: $0.003 \text{ H·m/(pag/c)^2}$ для всех трех осей (X, Y, Z);
- моменты инерции по осям: $0.045 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ по каждой из осей (X, Y, Z);
- максимальная угловая скорость вращения пропеллера: 2100 рад/с;
- плечо момента (расстояние от центра масс до точки приложения тяги): 0.15
 м;
- шум процессов, используемый в фильтрации силы и момента: 1.25×10^{-7} $\text{H}\cdot\text{m}^2\cdot\text{c}$ и $0.0005\ \text{H}^2\cdot\text{c}$ соответственно;
- параметры модели шумов и начальных дисперсий для акселерометра и гироскопа заданы в пределах:
 - \circ начальная дисперсия смещений: 1×10^{-5} ;
 - \circ постоянные шумы акселерометра и гироскопа: 1×10^{-4} м²/с⁴ и 1×10^{-5} рад²/с² соответственно;

2.2 Получение и обработка данных сенсоров квадрокоптера

Для получения данных сенсоров, использовались следующие телеметрические сообщения из РХ4-Autopilot:

- VehicleAttitude ориентация дрона в виде кватерниона и угловые скорости;
- VehicleImu данные акселерометра и гироскопа в теле дрона;
- ActuatorOutputs нормированные управляющие сигналы моторов в диапазоне [-1;1];
- VehicleLocalPosition оценка положения, скорости и ускорения в системе NED. Используется для тестирования и валидации в процессе симуляции;
- VehicleAngularVelocity угловые скорости;
- VehicleAngularAccelerationSetpoint угловые ускорения;
- VehicleMagnetometer вектор магнитного поля. Используется в ЕКГ для корректировки yaw;
- SensorBaro давление с барометра для коррекции вертикальной компоненты положения;
- EscStatus частоты вращения моторов (RPM);

Была реализована инерциальная навигация на основе данных с ІМU, барометра и магнитометра. Основной задачей модуля является оценка текущей скорости и положения дрона в мировой системе координат. Навигация выполняется путем пошаговой интеграции изменения скорости, полученного с акселерометров, с учетом текущей ориентации устройства. Для перехода из в глобальную используется локальной системы координат описывающий ориентацию дрона, с последующим преобразованием при помощи scipy.spatial.transform.Rotation. библиотеки После перевода ускорений глобальные добавляется координаты гравитационная компонента, И производится накопление скорости и положения.

```
def vehicle_imu_callback(self, msg: VehicleImu):
    delta_velocity=np.array(msg.delta_velocity, dtype=np.float32)
    delta_velocity_dt = msg.delta_velocity_dt * 1e-6 # перевод из мкс
в секунды
```

```
# Проверка наличия ориентации и положительного времени интеграции
if delta velocity dt > 0.0:
# преобразование ориентации в мировую систему координат
rotation=Rot.from quat(self.vehicleAttitude q)
# преобразование ускорения в мировую систему координат
     delta velocity world = rotation.apply(delta velocity)
     gravity = np.array([0.0,0.0,-9.80665],dtype=np.float32)
# учет гравитации
     delta velocity world+=gravity*delta velocity dt
# обновление линейной скорости
     self.vehicleImu velocity w+=delta velocity world
# обновление позиции
self.position+=self.vehicleImu velocity w*delta velocity dt
     Высота определяется согласно следующей формуле
SEA LEVEL PRESSURE=101325.0
self.baro altitude=44330.0*(1.0-(msg.pressure/SEA LEVEL PRESSURE)
** 0.1903)
```

Реализованный подход позволяет оценивать положение дрона в пространстве при отсутствии внешних навигационных систем, однако со временем приводит к накоплению ошибки. В случае кратковременных маневров, таких как флип, такой дрейф может быть допустим. Тем не менее, для повышения устойчивости и точности оценки состояния даже в течение коротких динамически насыщенных участков полета применяется расширенный фильтр Калмана (ЕКF). Он позволяет согласовывать предсказания по динамической модели с данными от инерциальных сенсоров, корректируя оценки с учетом шумов и погрешностей измерений. ЕКF особенно полезен в условиях нелинейной динамики дрона, помогая стабилизировать навигационную оценку при резких изменениях ориентации и ускорений.

Предсказание состояния дрона (положения, скорости, ориентации) выполняется на основе физических уравнений движения из приложения A и данных с сенсоров. Фильтрация реализована с использованием библиотеки filterpy.kalman.ExtendedKalmanFilter. Коэффициенты матриц процессного Q и измерительного R шума подбирались с учетом характеристик сенсоров и особенностей модели:

```
self.ekf.Q = np.diag([
0.01, 0.01, 0.001,
                                     # x, y, z
0.001, 0.001, 0.001,
                                     # vx, vy, vz
0.01, 0.01, 0.01, 0.01,
                                     # qw, qx, qy, qz
0.01, 0.01, 0.01
                                     # wx, wy, wz
1)
self.ekf.R = np.diag([
0.05, 0.05, 0.005,
                                    # позиция х, у, г
0.005, 0.005, 0.005,
                                    # скорость vx, vy, vz
0.05, 0.05, 0.05, 0.05,
                                    # qw, qx, qy, qz
0.05, 0.05, 0.05,
                                    # wx, wy, wz
0.005
                                    # барометр
])
```

Коэффициенты матриц ковариаций процессного шума Q и измерительного шума R были определены с учетом особенностей инерциальной навигационной системы без внешних навигационных сигналов. В матрице Q для линейных параметров заданы значения порядка $10^{-3}-10^{-2}$, отражая накопление ошибок интегрирования модели движения. Для ориентации, представленной кватернионами, и угловых скоростей установлены более высокие значения — 10^{-2} , обусловленные интеграционным дрейфом гироскопов. В матрице измерительного шума R увеличены значения для компонент, связанных с гироскопом, чтобы учитывать шум и дрейф IMU. Для барометрических высотных данных и линейных скоростей значения шума снижены, что обусловлено его более высокой точностью и стабильностью.

2.3 Разработка динамической модели квадрокоптера

В модели дрона учитываются основные параметры:

- масса 0.82 кг;
- моменты инерции по $0.045 \ \mathrm{kr} \cdot \mathrm{m}^2$ вдоль каждой из осей;
- длина плеча (расстояние от центра масс до мотора) 0.15 м;
- коэффициенты тяги и момента мотора 1.48×10^{-6} H/(рад/с)² и 9.4×10^{-8} H·м/(рад/с)² соответственно;

- максимальная угловая скорость роторов 2100 рад/с, что соответствует приблизительно 20054 об/мин (RPM);
- учтены аэродинамическое сопротивление и ограничение на угловую скорость не более 25 рад/с.

Дополнительно в модели:

- учтено гравитационное ускорение и переход между телесной и мировой системой координат с использованием кватернионов;
- реализован расчет тяги и управляющих моментов, создаваемых каждым мотором на основе квадрата скорости вращения роторов;
- введена нормализация кватерниона ориентации на каждом шаге для устранения накопления численной ошибки;
- учитываются гироскопические моменты, возникающие из-за взаимодействия угловой скорости и момента инерции, что особенно важно при флипе;
- применяется численное интегрирование методом Эйлера как для поступательного, так и для вращательного движения;
- учитываются силы, действующие на дрон в мировой системе координат, включая суммарную тягу, аэродинамическое сопротивление и вес;

Для моделирования динамики квадрокоптера реализована функция f(x, u, dt), реализация которой приведена в приложении A, вычисляющая новое состояние дрона на шаге интегрирования dt на основе текущего состояния x и управляющего воздействия u. Расчеты элементов вектора состояния производились в соответствии с уравнениями (1) - (28).

Кватернион нормализуется для предотвращения гимбального замка во время флипа. Из него формируется матрица поворота от тела к мировой системе координат:

```
R bw = jnp.array(R.from quat(quat).as matrix())
```

Обработка управляющего сигнала

Управление u содержит RPM моторов. Для физического моделирования они ограничиваются максимальным значением и возводятся в квадрат:

```
rpm = jnp.clip(u, 0.0, max_speed)
```

```
w_squared = rpm ** 2
thrusts = kf * w_squared # Тяга каждого мотора
```

Тяга каждого мотора суммируется и используется для расчета результирующей силы в теле дрона:

```
Fz body = jnp.array([0.0, 0.0, jnp.sum(thrusts)])
```

Эта сила преобразуется в мировую систему координат с учетом гравитации и сопротивления воздуха:

```
F_world = R_bw @ Fz_body - m * g - drag * vel
acc = F world / m
```

На основе полученного ускорения интегрируются скорость и положение:

```
new_vel = vel + acc * dt
new_pos = pos + vel * dt + 0.5 * acc * dt ** 2
```

Расчет моментов

Моменты создаются разностью тяг моторов и учитывают симметрию конструкции:

```
tau = jnp.array([
arm * (thrusts[1] - thrusts[3]), # Moment roll
arm * (thrusts[2] - thrusts[0]), # Moment pitch
km * (w_squared[0] - w_squared[1] + w_squared[2] - w_squared[3]) #
Moment yaw
])
```

Добавляется кориолисово слагаемое

```
omega cross = jnp.cross(omega, I @ omega)
```

Угловое ускорение рассчитывается с помощью инверсии тензора инерции:

```
omega_dot = jnp.linalg.solve(I, tau - omega_cross)
new omega = omega + omega dot * dt
```

Кватернионное приращение вычисляется через угловую скорость:

```
omega_quat = jnp.concatenate([jnp.array([0.0]), omega])
dq = 0.5 * self.quat_multiply(quat, omega_quat)
new_quat = quat + dq * dt
new_quat /= jnp.linalg.norm(new_quat + 1e-8)
```

На выходе формируется объединенное состояние:

```
x next = jnp.concatenate([new pos, new vel, new quat, new omega])
```

Таким образом, функция возвращает новое состояние дрона, а именно:

- положение и линейную скорость в мировой системе координат;
- кватернион ориентации;
- угловую скорость в теле дрона.

Демонстрация оценки параметров дрона

В ходе тестирования системы навигации было выполнено логирование состояния дрона при подъеме на высоту 5 метров. Среда симуляции предоставляет эталонные координаты дрона, которые используются для сравнения с оценками подсистемы. Как показано на рисунке 5, оценка состояния успешно сглаживает фактическую траекторию, демонстрируя точное и стабильное поведение алгоритма. На рисунке 6 видно, что высокая оценка ошибки по X в процессе достигала максимума около 0.5 метров, а затем снижалась до примерно 0.1 метра. По Y наблюдался резкий скачок ошибки, который также был успешно сглажен. Наиболее стабильную и точную оценку обеспечивает Z благодаря использованию данных барометра. В целом, оценка состояния эффективно сглаживает фактическую траекторию, демонстрируя точность и стабильность работы алгоритма.

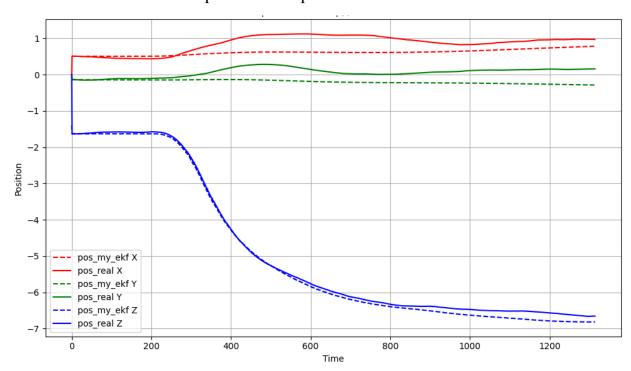


Рисунок – 5 Измерения Х, Ү, Z

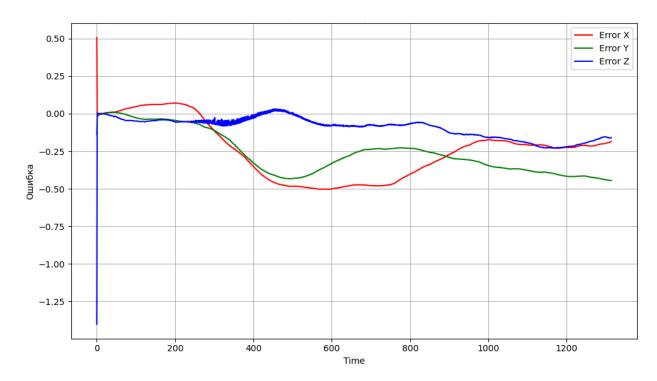


Рисунок – 6 Погрешности координат X,Y,Z

Из рисунков 7, 8 видно, что при плавном подъеме в точку (0.0, 0.0, 5.0) и последующем зависании ориентационные параметры демонстрируют незначительные колебания, возникающие в процессе стабилизации. Эти колебания постепенно затухают после срабатывания регуляторов (PID-контуров) дрона, обеспечивая устойчивое поведение в целевой позиции.

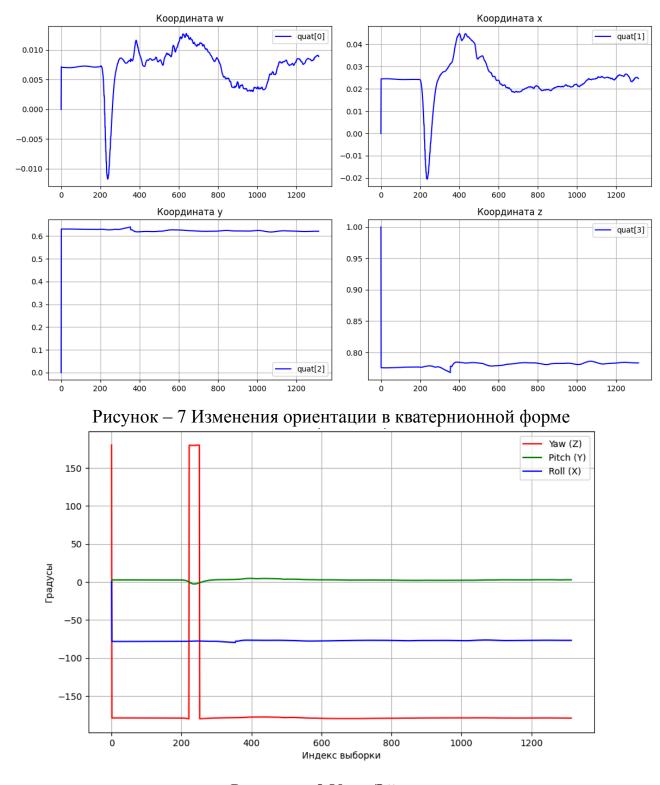


Рисунок – 8 Углы Эйлера

На рисунке 9 представлена динамика скорости вдоль Z. Видно, что во время подъема происходит нарастание вертикальной скорости, которая постепенно снижается по мере приближения к заданной высоте. Это поведение соответствует фазе активного набора высоты с последующим переходом к стабилизированному зависанию.

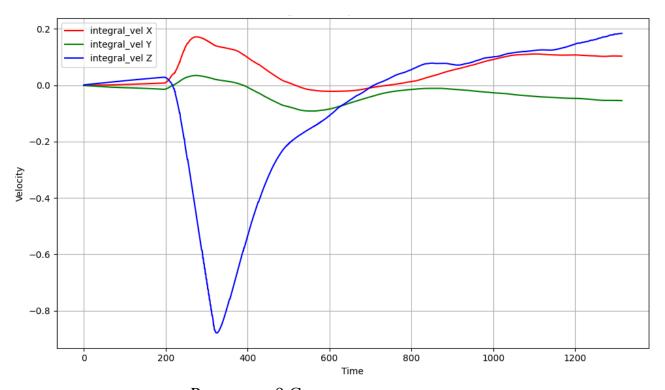


Рисунок – 9 Скорость по осям х,у, г

На рисунке 10 показано поведение угловой скорости в момент взлета. В начале наблюдаются флуктуации, обусловленные активной работой регуляторов в фазе подъема. После стабилизации дрона и достижения стационарного положения угловая скорость уменьшается и остается практически постоянной, что соответствует неподвижности аппарата по всем осям.

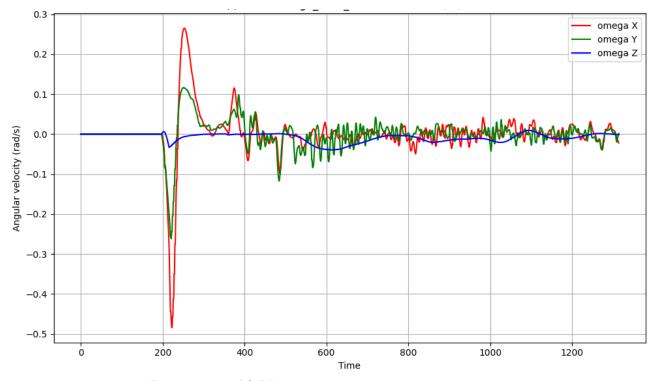


Рисунок – 10 Угловая скорость по осям х,у, г

Таким образом, реализована реалистичная модель, пригодная для использования в симуляциях и контроллерах, включая MPC управление и EKF-оценивание состояния.

2.4 Контролируемое выполнение флипа квадрокоптером

В ходе работы была реализована система оптимального управления на основе метода iLQR с использованием библиотеки JAX.

Функция simulate_trajectory реализует вычисление траекторий для батча управляющих воздействий с использованием JAX vmap, что позволяет эффективно выполнять параллельное вычисление следующего состояния для каждого управляющего сигнала:

```
@jit
def simulate_trajectory(x0, U):
#инициализация списка состояний
    X = [x0]
#векторизация функции f по управляющему воздействию
    f_batch = vmap(f, in_axes=(None, 0, None))
    U = jnp.array(U)
#вычисление новых состояний
    X_new = f_batch(x0, U, dt)
    X.extend(X_new)
    return jnp.stack(X)
```

Линеаризация динамики — вычисление матриц Якоби для перехода по состоянию и управлению:

```
@jit
def linearize_dynamics(x, u):
    A = jacobian(f, argnums=0)(x, u, dt)
    B = jacobian(f, argnums=1)(x, u, dt)
    return A, B
```

Квадратизация функции стоимости — вычисление градиентов и гессианов по состоянию и управлению:

```
@jit
def quadratize_cost(x, u, x_target, u_target, Q, R):
# Определение скалярной стоимости по отклонению от цели
    def scalar_cost(x_, u_):
        dx = x_ - x_target
        du = u_ - u_target
        return dx @ Q @ dx + du @ R @ du
# Градиент стоимости по состоянию
    lx = grad(scalar_cost, argnums=0)(x, u)
# Градиент стоимости по управлению
    lu = grad(scalar_cost, argnums=1)(x, u)
# Гессиан по состоянию
```

```
lxx = hessian(scalar_cost, argnums=0)(x, u)
# Гессиан по управлению
luu = hessian(scalar_cost, argnums=1)(x, u)
# Якобиан градиента по управлению по состоянию
lux=jacobian(grad(scalar_cost, argnums=1), argnums=0)(x, u)
return lx, lu, lxx, luu, lux
```

Ключевой частью обратного прохода является решение уравнений Риккати с регуляризацией для численной устойчивости:

```
@jit
def backward_pass(X, U, x_target_traj, u_target_traj, Q, R, Qf):
    ...

#регуляризация Quu для обеспечения обратимости
    Quu_reg = Quu + 1e-6 * jnp.eye(m)

#инвертирование регуляризованной матрицы Quu
    Quu_inv = jnp.linalg.inv(Quu_reg)

#матрица обратной связи по состоянию
    K = -Quu_inv @ Qux

#компонент управления, не зависящий от состояния
    kff = -Quu_inv @ Qu
    ...
    return K list, k list
```

Обновление траектории и управляющих сигналов с учетом коэффициентов оптимизации:

```
@jit
def forward pass(X, U, k list, K list, alpha):
    # Цикл по всему горизонту оптимизации
    for k in range(horizon):
       # вычисление отклонения
        dx = x - X[k]
        # расчет корректировки управляющего воздействия:
           # базовое управляющее воздействие k list плюс обратная
связь K list умноженная на dx
        du = k list[k] + K list[k] @ dx
         #Обновление управляющего воздействия с учетом шага альфа
(линейное интерполирование)
        u new = U[k] + alpha * du
        # Сохранение обновленного управления
        U new.append(u new)
     # Прогоняем систему вперед: считаем новое состояние, используя
функцию динамики f, текущий dt
        x = f(x, u new, dt)
```

В функции стоимости (см. в приложении Б) реализована квадратичная оптимизация с использованием матриц весов. Были подобраны специфические коэффициенты стоимости, отражающие физику устройства и особенности управления во время быстрого маневра.

Весовая матрица состояния Q определяет, какие компоненты состояния наиболее критичны в процессе флипа.

В частности:

- высокий вес по оси z отражает важность удержания высоты, что помогает уменьшить просадку дрона при выполнении маневра, особенно в фазе переворота, когда тяга частично направлена в сторону;
- координаты по осям х и у получают сравнительно меньшие веса в матрицах стоимости, поскольку в процессе флипа допустимы умеренные смещения в горизонтальной плоскости. Жесткое ограничение этих параметров может привести к усложнению задачи управления и ухудшению устойчивости. Кроме того, в используемой системе позиционирование по X и Y основано исключительно на инерциальных данных, подверженных накоплению ошибок, что делает чрезмерное стремление к точности в этих осях нецелесообразным в контексте быстрого маневра;
- ориентация по осям qx и qy (50.0) придает важность крену и тангажу они критичны для корректного выполнения флипа. Компоненты qz и qw не штрафуются напрямую, так как они частично зависят от qx/qy при нормализации кватерниона;
- угловые скорости по X и Y (5.0) также имеют значительный вес: именно они определяют скорость и симметрию вращения, а точный контроль здесь позволяет избежать излишнего кручения и обеспечивает быстрое восстановление;
- угловая скорость по оси Z менее важна (1.0), так как поворот вокруг вертикали не играет ключевой роли в флипе по роллу.

Матрица управления R задает штраф за управляющее воздействие, то есть

за усилия моторов.

```
R = jnp.diag(jnp.array([
0.001, 0.001, 0.001, 0.001 # все моторы слабо штрафуются
]))
```

Малые значения выбраны осознанно — система не ограничивается в мощности, позволяя использовать максимум доступного управления, что особенно важно при выполнении резких, кратковременных маневров, как флип.

Матрица конечной стоимости Qf усиливает требования к состоянию дрона в конце маневра.

Здесь:

- позиция по Z сохраняет высокий вес (10.0), чтобы выделить важность выйти точно на заданную высоту после флипа;
- ориентация по qx и qy (100.0) становится еще важнее, поскольку необходимо остановиться в целевой ориентации;
- угловые скорости по X и Y получают повышенные веса, чтобы дрон завершил маневр без остаточного вращения.

Таким образом, была реализована полная итеративная процедура iLQR с автоматическим вычислением производных с помощью JAX, что позволило эффективно решать задачу оптимального управления нелинейной динамикой квадрокоптера при выполнении маневра флипа. Полная реализация iLQR регулятора приведена в приложении Б.

Планировщик отвечает за генерацию управляющей траектории для выполнения маневра флипа квадрокоптера. Основу логики составляет конечный автомат, реализующий четыре фазы: взлет, флип, восстановление и посадка. Переходы между фазами выполняются только при достижении заданных условий по высоте, крену иориентации, что обеспечивает устойчивость. Реализация

контроллера приведена в приложении В.

Главная особенность реализации — адаптивность управления флипом через обратную связь. В процессе флипа текущий угол крена сравнивается с теоретически ожидаемым, рассчитываемым по времени внутри фазы.

```
#вычисление локального времени от начала флипа, ограничивая его
интервалом [O,flip duration]
t local=np.clip(current time-self.flip started time, 0.0, self.flip d
uration)
#ожидаемое значение угла крена в текущий момент времени,
# предполагается линейное изменение от 0 до 2п за время маневра
roll expected=2*np.pi*t local/self.flip duration
# Получение текущего угла крена из текущего кватерниона ориентации
roll current, , =self.euler from quaternion(q current)
#ошибка между ожидаемым и текущим креном
roll error=roll expected-roll current
#адаптивное усиление
                       увеличивается
                                        при отклонении roll
                                                                  ОТ
ожидаемого
# Используется функция tanh для сглаживания и ограничения значения
добавки
gain adaptive=gain base+0.3*np.tanh(roll error)
```

На основе ошибки ориентации и текущего времени в фазе флипа вычисляется адаптивный прирост целевого крена. То есть, если реальный поворот отстает от ожидаемого, узел усиливает целевое значение roll и угловую скорость, компенсируя отклонения.

Переходы между фазами выполняются исключительно на основе обратной связи — переход в следующее состояние происходит только при достижении требуемых условий: заданной высоты, близости roll к 2π , возврата ориентации к горизонтальной. Это повышает устойчивость управления и позволяет системе быть устойчивой к нестандартным динамикам квадрокоптера.

Таким образом, данный узел реализует замкнутую по обратной связи систему генерации управляющих воздействий, устойчиво выполняющую сложный маневр флипа с использованием адаптивных параметров и текущего состояния дрона.

Для передачи управляющих воздействий на автопилот РХ4 в формате [roll, pitch, yaw, thrust] реализована система преобразования RPM в управляющие моменты и тягу. Преобразованные значения нормализуются следующим образом: компоненты roll, pitch и yaw — в диапазоне от -1 до 1, thrust — от 0 до 1.

```
def rpm_to_control(rpm, arm, kf, km):
    w_squared = rpm ** 2
    thrusts = kf * w_squared
    thrust = jnp.sum(thrusts)
    roll_torque = arm * (thrusts[1] - thrusts[3]) # M2 - M4
    pitch_torque = arm * (thrusts[2] - thrusts[0]) # M3 - M1
    yaw_torque = km * (w_squared[0] - w_squared[1] +
w_squared[2] - w_squared[3])
    return jnp.array([roll_torque, pitch_torque, yaw_torque,
thrust])
```

Нормализованные управляющие воздействия публикуются в формате сообщения ActuatorControls в топик /fmu/in/actuator_controls_0 через интерфейс РХ4 Fast RTPS Bridge. Для приема таких команд автопилот РХ4 предварительно настраивается: активируется режим OFFBOARD и включается система распределения управления путем установки параметра SYS_CTRL_ALLOC = 1. Программная реализация данного модуля приведена в приложении Г.

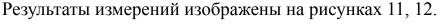
Настройка частот выполнения функций

Для выбора времени кванта управления ограничим возможные значения сверху и снизу. Типовое значение для дронов при обычном полете составляет 100 мс и выше, что достаточно для выполнения итерации при навигации в спокойном полете по траектории. Так как для выполнения флипа требуются данные реальных сенсоров, их приемлемые характеристики соответствуют времени 20 мс, для меньших значений требуются скоростные специализированные сенсоры давления, акселерометра, гироскопа и магнитометра. Обеспечение фильтрации данных также требует времени порядка 20 мс для МК полетного контроллера. Поэтому для моей системы время выбрано в 20 мс.

2.5 Демонстрация работы

Для тестирования и демонстрации работы разработанной системы управления использовалась среда симуляции Gazebo, в которой был создан виртуальный мир и модель квадрокоптера (см. Приложение Д). Учтены масса, инерция, аэродинамика и динамика моторов, что позволяет проводить испытания в условиях, приближенных к реальным.

Для оценки производительности алгоритма во время флипа, собирались временные метки начала и окончания расчета управляющего воздействия на каждой итерации оптимизации (см. Приложение Ж).



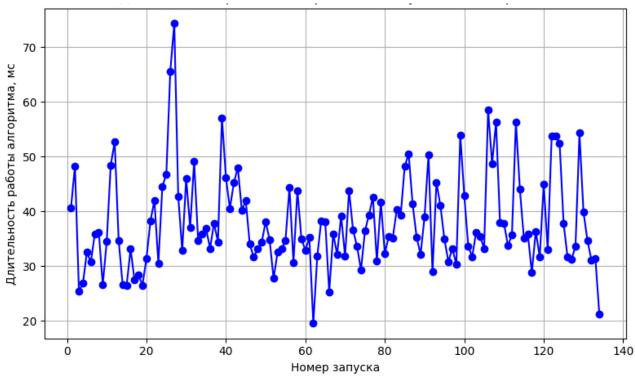


Рисунок – 11 Длительность работы алгоритма поиска оптимальной траектории

Как видно из графика, среднее время расчета оптимальной траектории составляет ~50 мс, что соответствует частоте управления 20 Гц. Таким образом, результаты симуляционных испытаний подтвердили, что время расчета соответствует требованиям мягкого реального времени, что обеспечивает возможность эффективного управления динамикой дрона во время выполнения флипа.

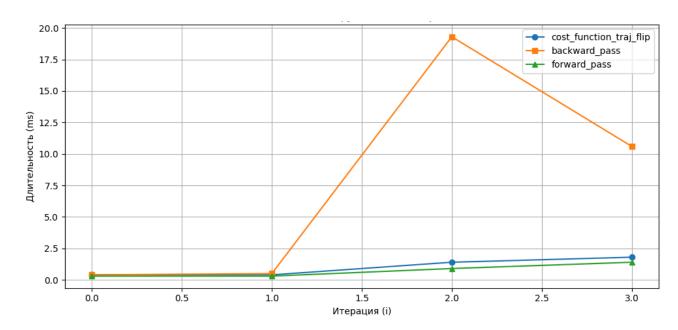


Рисунок — 12 Длительность этапов алгоритма поиска оптимальной траектории Динамика позиции и ориентации дрона в момент флипа изображена на рисунках 13, 14 соответственно.

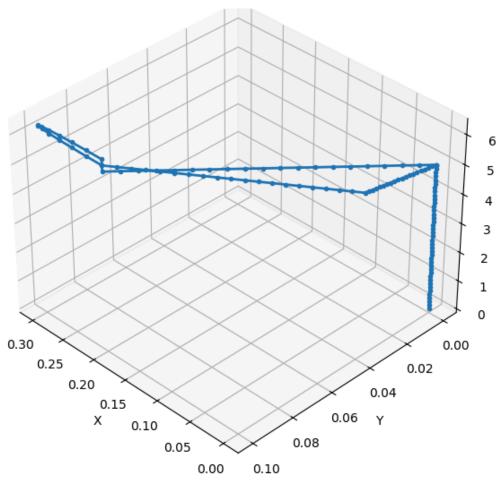


Рисунок – 13 Траектория дрона во время флипа

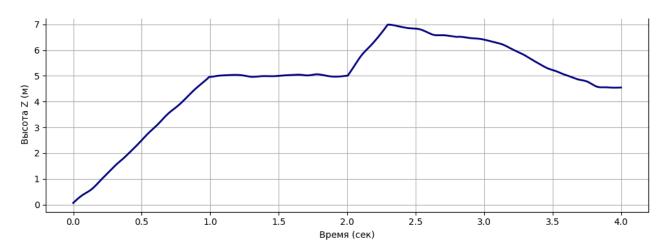


Рисунок – 14 Траектория дрона по высоте

Как видно из рисунков 13 и 14, в процессе выполнения флипа дрон испытывает незначительные отклонения по осям XY — около 0.27 м, что сопоставимо с размером дрона. Также выделяется умеренное снижение по оси OZ — порядка 2 м.

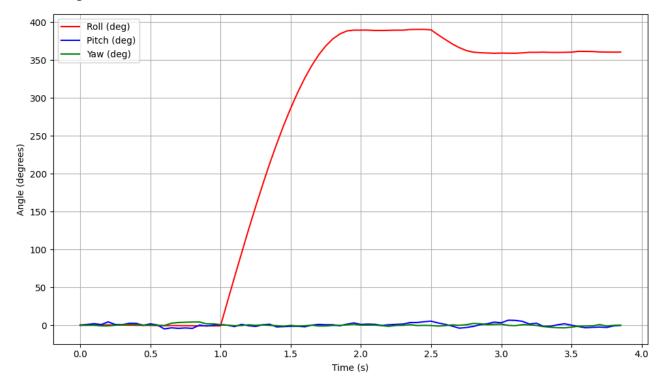


Рисунок – 15 Изменение ориентации дрона во время флипа

На рисунке 15 показано, что дрон успешно совершил флип по оси ролла, компенсировав небольшое смещение, возникшее в ходе маневра. После перелета примерно на 20 градусов дрон остановил вращение и восстановил устойчивое положение за 0.5 секунды.

Для сравнительного анализа также было разработано упрощенное решение задачи (см. приложение И), основанное на открытом фрагменте кода выполнения

маневра флип с платформы Clover[4]:

```
void controlFlip() {
    if (t-lastTime>0.1) {
        flipStage=WAIT;
        stageTime=t;
    }
    lastTime=t;
    if (flipStage==ACCELERATE) {
        thrustTarget=0.1;
        if (t-stageTime>ACCELERATE_TIME) {
            flipStage=ROTATE;
            stageTime=t;
        }
    } else if (flipStage==ROTATE) {
        thrustTarget=0.2;
    // ETC ...
```

Приведенный выше фрагмент реализации флипа, основанный фиксированных временных интервалах и заранее заданных угловых скоростях не учитывает важные динамические характеристики квадрокоптера — такие как взаимодействие ТЯГОВЫХ сил, моменты инерции, аэродинамическое сопротивление и гироскопические эффекты. Такой упрощенный подход ограничивает точность и устойчивость управления в ходе выполнения маневра. На практике реализация данного подхода оказалась неэффективной: подбор временных интервалов не дал стабильных результатов, а жестко заданная длительность фаз полета не позволила корректно завершить флип. В связи с этим подход был модифицирован — переход между стадиями маневра стал зависеть от обратной связи с дрона, в частности, от текущего значения угла крена.

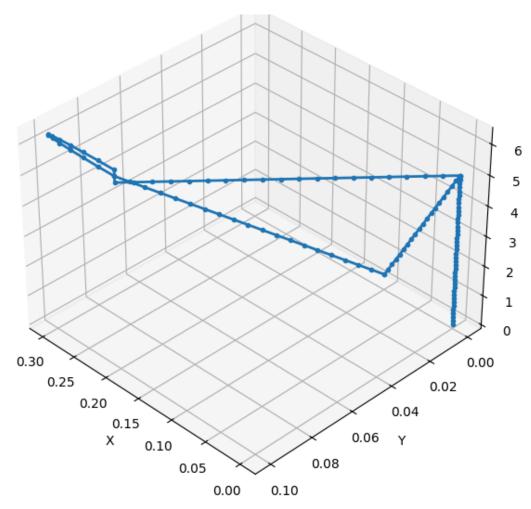


Рисунок – 16 Траектория позиции дрона в момент реализации флипа (примитивный алгоритм)

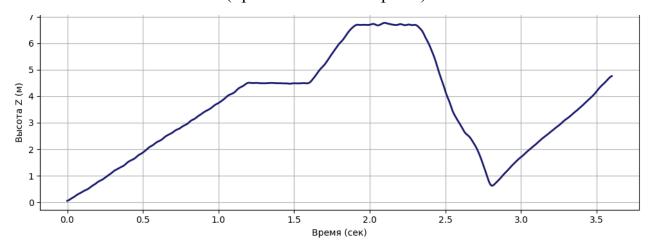


Рисунок – 17 Динамика дрона по оси OZ

Анализ графиков на рисунках 16 и 17 показывает, что при использовании простого управления наблюдается снижение по оси ОZ, превышающее аналогичный показатель оптимизированного решения, основанного на модели, более чем в два раза.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом поставленные были И все задачи выполнены. поставленная цель была достигнута. Ключевой вклад заключается в разработке системы основе динамической адаптивной управления на квадрокоптера с использованием оптимизатора iLQR. Для проведения тестирования была создана специализированная симуляционная среда на базе Gazebo, позволяющая верифицировать алгоритмы в условиях, приближенных к реальным.

Реализованная система управления структурирована и модульна: алгоритмы разбиты на фазы и снабжены полной отрицательной обратной связью, что позволяет оформить их как библиотечные модули и интегрировать в другие ROS/ROS 2-системы.

Сравнительный анализ показал заметные преимущества предложенного подхода по сравнению с примитивным управлением. Как демонстрируют результаты моделирования, система на базе iLQR позволяет существенно снизить просадку по высоте и обеспечить более устойчивое и предсказуемое поведение дрона при выполнении сложных маневров, таких как флип. Снижение по оси ОZ при использовании модели оказалось более чем в два раза меньше по сравнению с простым решением. При этом отклонения по осям XY (около 0.27 м) сопоставимы с размерами дрона и считаются допустимыми, а восстановление после флипа произошло за 0.5 секунды.

Несмотря на наличие научных публикаций, в которых рассматривается применение iLQR для управления квадрокоптерами, на данный момент не существует открытых проектов, реализующих такой подход на стеке ROS2, РХ4. Таким образом, разработка представляет собой уникальный пример интеграции современных средств робототехники с оптимизационным управлением в мягком реальном времени, что делает проект актуальным и практически значимым.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Правительство РФ. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 21 июня 2023 г. № 1630-р. Об утверждении Стратегии развития беспилотной авиации РФ на период до 2030 г. и на перспективу до 2035 г. и плана мероприятий по ее реализации / Правительство РФ // Собрание законодательства Российской Федерации. М. : Юридическая литература, 2023. № 27.
- 2 Терентьев, В.М. Развитие теоретических основ и новые методологические подходы для разработки системы траекторного управления перспективными беспилотными летательными аппаратами / В.М. Терентьев. М.: Инновационное машиностроение, 2023.
- Локерсио А. и др. Обучение высокоскоростному полету в дикой природе // Science Robotics. 2021.- Т. 6, № eabg5810. DOI:
 10.1126/scirobotics.abg5810.
- 4 Clover snippets [Электронный ресурс] : документация по управлению дроном /; 2024- . clover.coex.tech URL: https://clover.coex.tech/ru/snippets.html#flip (дата обращения: 20.02.2025). Загл. с экрана. Последнее изменение страницы: 30.02.2024. Яз. рус
- 5 В.С. Фетисов Л.М. Неугодникова, В.В. Адамовский Р.А. Красноперов. Беспилотная авиация: терминология, классификация, современное состояние. Уфа: Фотон, 2014.
- 6 B.A., Зеленский Ковалев M.A., Овакимян Д.Н., Кириллов B.C. обобщенной Математическая модель кинематической схемы квадрокоптера и ее программная реализация // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. T. 23, No 1. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-7-20
- 7 Калягин М.Ю., Волошин Д.А., Мазаев А.С. Моделирование системы управления полетом квадрокоптера в среде Simulink и Simscape Multibody // Труды МАИ. Выпуск № 112, 2020, DOI: 10.34759/trd-2020-112-20
- 8 Г.В. Лысухо, А.Л. Масленников. Квадрокоптер: динамика и управление //

- Политехнический молодежный журнал, 2020, №5. DOI: 10.18698/2541-8009-2020-04-604.
- 9 Sun, R.; Zhang, W.; Zheng, J.; Ochieng, W.Y. GNSS/INS Integration with Integrity Monitoring for UAV No-fly Zone Management. Remote Sens. 2020, 12, 524. DOI:10.3390/rs12030524
- Hiba, A.; Gáti, A.; Manecy, A. Optical Navigation Sensor for Runway Relative Positioning of Aircraft during Final Approach. Sensors 2021, 21, 2203. DOI:/10.3390/s21062203
- Ян Ган, Мэн Вэй-Да, Дун Хоу-Го, Фэн Нин-Нин Использование ключевых точек и линий изображения в задаче визуально-инерциальной одометрии в реальном времени // Гироскопия и навигация. 2023. Том 31. №4 С. 96, 113.
- INAV: Navigation-enabled flight control software. GitHub [Электронный ресурс] : веб-сервис для хостинга IT-проектов и их совместной разработки; GitHub®, 2025- URL: https://github.com/iNavFlight/inav/tree/master/src/main/target (дата обращения: 1.05.2025). Загл. с экрана. Последнее изменение страницы: 2 июня 2024 года. Яз. англ.
- Betaflight: Navigation-enabled flight control software. GitHub [Электронный ресурс] : веб-сервис для хостинга IT-проектов и их совместной разработки; GitHub®, 2025- . URL: https://github.com/betaflight/betaflight/tree/master/src/main/target (дата обращения: 1.05.2025). Загл. с экрана. Последнее изменение страницы: 2 июня 2024 года. Яз. англ.
- 14 ArduPilot Development Team. ArduPilot Open Source Autopilot Software. URL: https://ardupilot.org/ (дата обращения: 20.02.2025).
- PX4 Development Team. PX4 Autopilot Open Source Flight Control Software. URL: https://px4.io/ (дата обращения: 20.02.2025).
- 16 Habr [Электронный ресурс] : открытый репозиторий ПО / Использование UAVCAN для модульной электроники БПЛА, или как не спалить дрона, перепутав провода ; 2020- . URL:

- https://habr.com/ru/companies/innopolis/articles/513192/ (дата обращения: 20.04.2024). Загл. с экрана. Последнее изменение страницы: 30 июл 2020 в 20:26. Яз. рус.
- 17 Голубков А.В. Моделирование движения объекта по сложной траектории с обнаружением изменения и идентификацией режимов движения : дис. канд. физико-математических наук : 05.13.18 : защищена 30.05.2022
- 18 Гибридные нейро-стохастические модели обработки первичной информации в системах железнодорожной автоматики / А. И. Долгий, И. Д. Долгий, В. С. Ковалев, С. М. Ковалев // Известия ВолгГТУ. 2011. № 11 9(82).
- 19 Точилин, П. А. Задачи достижимости и синтеза управлений для гибридных систем / П. А. Точилин, А. Б. Куржанский. МГУ, 2008., Точилин, П. А. Задачи достижимости и синтеза управлений для гибридных систем : Автореферат; канд. физ.-мат. наук: 01.01.02 / П. А. Точилин ; Место защиты: Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. 2008.
- 20 Шаошань Лю Лиюнь Ли, Цзе Тан Шуаш Ву Жан-Люк Годье. Разработка беспилотных транспортных средств; Под ред. В. С. Яценков. М. : ДМК Пресс, 2021.
- 21 Степанов, О. Алгоритм планирования информативного маршрута в задаче навигации с использованием карты / О.А. Степанов, А.С. Носов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов, 31 мая 02 2021 года. Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор 2021.
- 22 Y. Pan, Q. Lin, H. Shah и JM Dolan, «Безопасное планирование для самостоятельного вождения с помощью адаптивного ограниченного ILQR», Международная конференция IEEE/RSJ по интеллектуальным роботам и системам (IROS) 2020 г., Лас-Вегас, Невада, США, 2020 г., стр. 2377–2383, doi: 10.1109/IROS45743.2020.9340886.
- 23 Pan, Jia. Collision-free and smooth trajectory computation in cluttered environments / Jia Pan, Liangjun Zhang, Dinesh Manocha // The International

- Journal of Robotics Research. 2012. Vol. 31.
- Zhou, Boyu & Gao, Fei & Wang, Luqi & Liu, Chuhao & Shen, Shaojie. (2019).
 Robust and Efficient Quadrotor Trajectory Generation for Fast Autonomous
 Flight. IEEE Robotics and Automation Letters. DOI:
 10.1109/LRA.2019.2927938.
- 25 Kulathunga G., Devitt D., Fedorenko R., Klimchik A. S., Path Planning Followed by Kinodynamic Smoothing for Multirotor Aerial Vehicles (MAVs), Rus. J. Nonlin. Dyn., 2021, Vol. 17, no. 4.
- Y., Bestaoui. 3D flyable curves for an autonomous aircraft [Text] / Bestaoui Y. //
 9th International Conference on Mathematical Problems in Engineering,
 Aerospace and Sciences. 2012. Vol. 1493.
- Andréa Macario Barros, Maugan Michel, Yoann Moline, Gwenolé Corre, Frédérick Carrel. A Comprehensive survey of visual SLAM algorithms. Robotics, 2022, №11.
- Yu, H.; Wang, Q.; Yan, C.; Feng, Y.; Sun, Y.; Li, L. DLD-SLAM: RGB-D Visual Simultaneous Localisation and Mapping in Indoor Dynamic Environments Based on Deep Learning. Remote Sens. 2024, № 16.
- Vedadi, Amirhosein & Yousefi-Koma, Aghil & Yazdankhah, Parsa & Mozayyan, Amin. (2023). Comparative Evaluation of RGB-D SLAM Methods for Humanoid Robot Localization and Mapping. 10.1109/ICRoM60803.2023.10412425.
- Shan, Tixiao and Englot, Brendan and Meyers, Drew and Wang, Wei and Ratti, Carlo and Rus Daniela. LIO-SAM: Tightly-coupled Lidar Inertial Odometry via Smoothing and Mapping // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). 5135-5142, 2020. (язык Англ.)
- T. Shan, B. Englot, D. Meyers, W. Wang, C. Ratti and D. Rus, "LIO-SAM: Tightly-coupled Lidar Inertial Odometry via Smoothing and Mapping," 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Las Vegas, NV, USA, 2020, DOI: 10.1109/IROS45743.2020.9341176.
- Zhang, Ji & Singh, Sanjiv. (2014). LOAM: Lidar Odometry and Mapping in real-time. Robotics: Science and Systems Conference (RSS).

- Yang, Y.; Xiong, X.; Yan, Y. UAV Formation Trajectory Planning Algorithms: A Review. Drones 2023, 7, 62. https://doi.org/10.3390/drones7010062
- 34 Peter E. Hart Nils J. Nilsson, Bertram Raphael. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths / Bertram Raphael Peter E. Hart, Nils J. Nilsson // IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics. - 1968. -Vol. 4, no. 2.
- Likhachev M., Stenz A. R* Search / Stenz A. Likhachev M. // Proceedings of the Twenty-Third AAAI Conference on Artificial Intelligence, AAAI 2008, Chicago, Illinois, USA, July 13-17, 2008 / Ed. by Carla P. Gomes Dieter Fox. Washington, DC, U.S.: AAAI Press, 2008.
- Daniel Harabor, Alban Grastien. Online graph pruning for pathfinding on grid maps [Text] / Alban Grastien Daniel Harabor // Proceedings of the Twenty-Fifth AAAI Conference on Artificial Intelligence, AAAI 2011, San Francisco, California, USA, August 7-11, 2011 / Ed. by Dan Roth Wolfram Burgard. Washington, DC, U.S.: AAAI Press, 2011.
- 37 Xia, J.; Zhou, Z. Model Predictive Control Based on ILQR for Tilt-Propulsion UAV. Aerospace 2022, 9, 688. https://doi.org/10.3390/aerospace9110688.
- Saleh Z.H. и др. Enhanced Dynamic Control of Quadcopter PMSMs Using an ILQR-PCC System for Improved Stability and Reduced Torque Ripples // Journal of Robotics and Control (JRC). 2024. Vol. 5, No. 6. DOI: 10.18196/jrc.v5i6.23159
- Lee Dasol, Shim David. RRT-based path planning for fixed-wing UAVs with arrival time and approach direction constraints / Shim David Lee, Dasol //International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). [S. l. : s. n.], 2014. 05.
- 40 Y., Bestaoui. 3D flyable curves for an autonomous aircraft [Text] / Bestaoui Y. //
 9th International Conference on Mathematical Problems in Engineering,
 Aerospace and Sciences. 2012. Vol. 1493.
- 41 ROS. Официальный сайт Robot Operating System. URL:https://www.ros.org/ (дата обращения: 28.03.2024).
- 42 PX4 Development Team. ROS 2 User Guide PX4 Documentation. URL:

https://docs.px4.io/main/en/ros2/user_guide.html (дата обращения: 28.03.2024).

Приложение А. Динамическая модель квадрокоптера

```
# ====== CONSTANTS ======
SEA LEVEL PRESSURE = 101325.0
EKF DT = 0.01
# ====== DRONE CONSTRUCT PARAMETERS ======
MASS = 0.82
INERTIA = np.diag([0.045, 0.045, 0.045])
ARM LEN = 0.15
K THRUST = 1.48e-6
K TORQUE = 9.4e-8
MOTOR TAU = 0.02
MAX SPEED = 2100.0
DRAG = 0.1
MAX RATE = 25.0 # рад/с, ограничение на угловую скорость
(roll/pitch)
def f(self, x, u, dt):
    # Константы модели
    m = MASS # Macca дрона
I = INERTIA # Матрица инерции (3х3)
arm = ARM_LEN # Длина луча от центра до мотора
kf = K_THRUST # Коэффициент тяги (H / (рад/с)^2)
km = K_TORQUE # Коэффициент момента (Hм / (рад/с)^2)
drag = DRAG # Линейное сопротивление воздуха
       g = jnp.array([0.0, 0.0, 9.81]) # Ускорение свободного
падения
       max speed = MAX SPEED # Максимальная скорость вращения
моторов
    # Распаковка состояния
    pos = x[0:3] # Позиция [x, y, z] vel = x[3:6] # Линейная скорость [vx, vy, vz]
    # Нормализованный кватернион ориентации
    quat = x[6:10] / (jnp.linalg.norm(x[6:10]) + 1e-8)
    omega = x[10:13] # Угловая скорость [wx, wy, wz]
    # Матрица поворота из тела в мировой фрейм
    R bw = jnp.array(R.from quat(quat).as matrix())
        # Ограничение значений управления (скоростей моторов) по
максимуму
    rpm = jnp.clip(u, 0.0, max speed)
    w \text{ squared} = rpm ** 2
    # Вычисление тяги от каждого мотора
    thrusts = kf * w squared
    # Полная тяга в теле: вдоль оси z (вверх в системе тела)
    Fz body = jnp.array([0.0, 0.0, jnp.sum(thrusts)])
       # Преобразование тяги в мировую систему координат и учет
гравитации и сопротивления
    F_{world} = R_bw @ Fz_body - m * g - drag * vel
```

```
# Линейное ускорение
    acc = F world / m
    # Интеграция положения и скорости (по формуле с ускорением)
    new vel = vel + acc * dt
    new pos = pos + vel * dt + 0.5 * acc * dt ** 2
    # Moment or moropos: [roll, pitch, yaw]
    tau = jnp.array([
        arm * (thrusts[1] - thrusts[3]), # Момент по оси X (roll)
           arm * (thrusts[2] - thrusts[0]), # Момент по оси Y
(pitch)
             km * (w squared[0] - w squared[1] + w squared[2] -
w squared[3]) # Момент по Z (yaw)
    ])
    # Кориолисово слагаемое: \omega × (I * \omega)
    omega cross = jnp.cross(omega, I @ omega)
    # Угловое ускорение: I^{-1} (\tau - \omega × (I\omega))
    omega dot = jnp.linalg.solve(I, tau - omega cross)
    new_omega = omega + omega_dot * dt
    # Дифференциал кватерниона через угловую скорость
      omega quat = jnp.concatenate([jnp.array([0.0]), omega]) #
Псевдокватернион
    dq = 0.5 * self.quat multiply(quat, omega quat)
    new quat = quat + dq * dt
     new quat /= jnp.linalg.norm(new quat + 1e-8) # Нормализация
кватерниона
    # Объединенное новое состояние
         x next = jnp.concatenate([new pos, new vel, new quat,
new omega])
    return x next
```

Приложение Б. iLQR-регулятор

```
class ILQROptimizer:
    def init (self, logger):
        self.logger = logger
        self.datetime = datetime.now().strftime("%Y%m%d %H%M%S")
        self.log base = os.path.join("MY iLQR LOG", self.datetime)
        self.last log time = time.time() # инициализация
        self.last reduced log time = time.time()
    def log ilqr reduced(self, data:str):
       os.makedirs(self.log base, exist ok=True)
        now = time.time()
        elapsed ms = (now - self.last reduced log time) * 1000 #
в миллисекундах
        self.last log time = now
                        log path = os.path.join(self.log base,
"ILQR solve() reduced.txt")
       with open(log path, "a") as f:
            f.write(f"[+{elapsed ms:.1f}ms] {data}\n")
    def log ilqr(self, data: str):
        os.makedirs(self.log base, exist ok=True)
        now = time.time()
            elapsed ms = (now - self.last log time) * 1000 # <math>B
миллисекундах
        self.last log time = now
        log path = os.path.join(self.log base, "ILQR solve().txt")
       with open(log path, "a") as f:
            f.write(f"[+{elapsed ms:.1f}ms] {data}\n")
    def solve(self, x0, u init, x target traj, u target traj,
Q, R, Qf,
             max iters=5, tol=1e-3, alpha=1.0):
        X = simulate trajectory(x0, u init)
              #self.log ilqr(f"X=self.simulate trajectory(self.x0,
self.u_init): X={X}")
       U = u init
           self.log ilqr reduced(f"start solve x target traj.shape
{x target traj.shape}")
        for i in range(max iters):
                                           self.log ilqr(f"======
i={i}======\ncost function traj flip start")
                       cost prev = cost function traj flip(X, U,
x target traj, u target traj, Q, R, Qf)
                            self.log ilqr("cost function traj flip
end\nbackward pass start")
              K list, k list = backward pass(X, U, x target traj,
u_target_traj, Q, R, Qf)
            self.log ilqr("backward pass end\nforward pass start")
```

```
X new, U new = forward pass(X, U, k list, K list,
alpha)
                                         self.log ilqr("forward pass
end\ncost function traj flip start")
                  cost new = cost function traj flip(X new, U new,
x target traj, u target traj, Q, R, Qf)
            self.log ilqr("cost function traj flip end")
            if jnp.abs(cost prev - cost new) < tol:</pre>
                break
            X, U = X new, U new
        self.log ilqr(f"**********end solve*********")
        self.log ilqr reduced(f"end solve X.shape={X.shape}")
        return X, U, i, cost new
** ** **
f: функция динамики: f(x, u, dt) \rightarrow x next
fx batch: функция для вычисления Якобианов А, В по заданному
состоянию и управлению
dt: шаг по времени
horizon: длина горизонта предсказания
Q, R, Qf: матрицы весов стоимости
n: размерность состояния
м: размерность управления
@jit
def simulate trajectory(x0, U):# распараллеленная
    X = [x0]
      # Используем vmap для параллельного вычисления следующего
состояния
     f batch = vmap(f, in axes=(None, 0, None)) # Здесь U — это
батч управляющих сигналов
    U = jnp.array(U)
    X \text{ new} = f \text{ batch}(x0, U, dt)
    X.extend(X new)
    return jnp.stack(X)
@jit
def linearize dynamics(x, u):
    A = jacobian(f, argnums=0)(x, u, dt)
    B = jacobian(f, argnums=1)(x, u, dt)
    return A, B
@jit
def quadratize cost(x, u, x target, u target, Q, R):
    def scalar cost(x , u ):
        dx = x_ - x_{target}
        du = u - u target
        return dx @ Q @ dx + du @ R @ du
    lx = grad(scalar cost, argnums=0)(x, u)
    lu = grad(scalar cost, argnums=1)(x, u)
    lxx = hessian(scalar cost, argnums=0)(x, u)
```

```
luu = hessian(scalar cost, argnums=1)(x, u)
    lux = jacobian(grad(scalar cost, argnums=1), argnums=0)(x, u)
    return lx, lu, lxx, luu, lux
def log matrix(logger, name, matrix):
    """Универсальная функция логирования матрицы в ROS 2."""
    matrix np = np.array(matrix) # если это JAX, то .to_py() тоже
может подойти
    logger.info(f"{name} shape: {matrix np.shape}")
    logger.info(f"{name} contents:\n{matrix np}")
@jit
def backward pass(X, U, x target traj, u target traj, Q, R, Qf):
    Vx = grad(lambda x: jnp.dot((x - x target traj[-1]), Qf @ (x -
x \text{ target traj}[-1])))(X[-1])
   Vxx = Qf
    K list = []
    k list = []
    for k in reversed(range(horizon)):
        xk = X[k]
        uk = U[k]
        xt = x target traj[k]
        ut = u target traj[k]
        A, B = linearize dynamics(xk, uk)
        # log matrix(logger, "Matrix A", A)
        # log matrix(logger, "Matrix B", B)
        # log matrix(logger, "Matrix Vxx", Vxx)
        lx, lu, lxx, luu, lux = quadratize cost(xk, uk, xt, ut, Q,
R)
        # log matrix(logger, "Matrix lux", lux)
        Qx = lx + A.T @ Vx
        Qu = lu + B.T @ Vx
        Qxx = 1xx + A.T @ Vxx @ A
        Quu = luu + B.T @ Vxx @ B
        Qux = lux + B.T @ Vxx @ A #Qux = lux.T + B.T @ Vxx @ A #
обе части (m, n)
        Quu reg = Quu + 1e-6 * jnp.eye(m) # регуляризация
        Quu inv = jnp.linalg.inv(Quu reg)
        K = -Quu inv @ Qux
        kff = -Quu inv @ Qu
        Vx = Qx + K.T @ Quu @ kff + K.T @ Qu + Qux.T @ kff
        Vxx = Qxx + K.T @ Quu @ K + K.T @ Qux + Qux.T @ K
        K list.insert(0, K)
        k list.insert(0, kff)
    return K list, k list
```

```
@jit
def forward pass(X, U, k list, K list, alpha):
    x = X[0]
    X \text{ new} = [x]
    U \text{ new} = []
    for k in range(horizon):
        dx = x - X[k]
        du = k_list[k] + K_list[k] @ dx
        u new = U[k] + alpha * du
        U new.append(u new)
        x = f(x, u new, dt)
        X new.append(x)
    return jnp.stack(X new), jnp.stack(U new)
@jit
def
       cost function traj flip(x traj, u traj, x target traj,
u_target_traj, Q, R, Qf):
                compute step cost(x, u, x target, u target,
            def
is terminal=False):
        # Вычисляем ошибку по позиции
        position error = x[0:3] - x \text{ target}[0:3]
           position cost = jnp.dot(position error, jnp.dot(Q[0:3,
0:3], position error)) # Матрица для позиции
        # Вычисляем ошибку по ориентации (кватернионы)
             q current = x[6:10] / jnp.linalq.norm(x[6:10]) #
Нормализация кватернионов
                               q target = x target[6:10] /
jnp.linalg.norm(x target[6:10])
        dot product = jnp.clip(jnp.dot(q current, q target), -1.0,
1.0)
     # Ограничиваем скалярный продукт
        orientation_error = 2.0 * jnp.arccos(jnp.abs(dot product))
# Ошибка по ориентации
        orientation cost = orientation error**2 * Q[6, 6] # Штраф
по элементам ориентации
        # Вычисляем ошибку по управлению
        control error = u - u target
                control cost = jnp.dot(control error, jnp.dot(R,
control error)) # Диагональная матрица для управления
           # Если это последний шаг (терминальный), то добавляем
терминальный штраф
        if is terminal:
            terminal position error = position error
            terminal orientation error = orientation error
                  terminal cost = jnp.dot(terminal position error,
jnp.dot(Qf[0:3, 0:3], terminal position error)) + \
                              terminal orientation error**2 * Qf[6,
6]
             return position cost + orientation cost + control cost
+ terminal cost
        return position cost + orientation cost + control cost
```

Приложение В. Адаптивный планировщик целей

```
import csv
import time
from std msgs.msg import String
from datetime import datetime
from quad flip msgs.msg import OptimizedTraj
from rclpy.qos import QoSProfile
import threading
from jax import jit, grad, jacobian, hessian, vmap, lax
import jax.numpy as jnp
from scipy.spatial.transform import Rotation as Rot
#CONSTANTS
SEA LEVEL PRESSURE = 101325.0
EKF DT = 0.01
#DRONE CONSTRUCT PARAMETERS
MASS = 0.82
INERTIA = np.diag([0.045, 0.045, 0.045])
ARM LEN = 0.15
K THRUST = 1.48e-6
K TORQUE = 9.4e-8
MOTOR TAU = 0.02
MAX SPEED = 2100.0
DRAG = 0.1
MAX RATE = 25.0 # ограничение на угловую скорость (roll/pitch)
рад/с
#Гиперпараметры
dt = 0.1
horizon = 10 # Горизонт предсказания
                # Размерность состояния квадрокоптера (позиция,
скорость, ориентация, угловая скорость)
             # Размерность управления (4 мотора)
# ********** Настройка стоимостей iLQR *********
Q = jnp.diag(jnp.array([
   1.0, 1.0, 10.0, \# х, у — менее важны, z — важна
   1.0, 1.0, 1.0,
                        # vx, vy, vz
   0.0, 50.0, 50.0, 0.0, # ориентация
   5.0, 5.0, 1.0
                        # угловые скорости
]))
R = jnp.diag(jnp.array([
       0.001, 0.001, 0.001 # все моторы слабо штрафуются
   ]))
Qf = jnp.diag(jnp.array([
                            \# позиции: x, y - меньше важны, z -
    1.0, 1.0, 10.0,
важна
   0.1, 0.1, 0.1,
                   # скорости
   0.0, 100.0, 100.0, 0.0, # ориентация (qx, qy)
   10.0, 10.0, 1.0 # угловые скорости
]))
# ===== MATRIX OPERTIONS =====
# QUATERNION UTILS (SCIPY-based)
def quat to rot matrix numpy(quat):
   # Кватернион: [w, x, y, z]
```

```
w, x, y, z = quat
    R = np.array([
         [1 - 2*(y**2 + z**2),
                                    2*(x*y - z*w),
                                                          2*(x*z +
y*w)],
         [2*(x*y + z*w),
                                     1 - 2*(x**2 + z**2), 2*(y*z -
x*w)],
                                  2*(y*z + x*w), 1 - 2*(x**2)
        [2*(x*z - y*w),
+ y**2)]
    ])
    return R
def quat multiply numpy(q, r):
    # Кватернионы [w, x, y, z]
    w0, x0, y0, z0 = q
    w1, x1, y1, z1 = r
    return np.array([
        w0*w1 - x0*x1 - y0*y1 - z0*z1,
        w0*x1 + x0*w1 + y0*z1 - z0*y1,
        w0*y1 - x0*z1 + y0*w1 + z0*x1,
        w0*z1 + x0*y1 - y0*x1 + z0*w1
    ])
def f numpy(x, u, dt):
   m = MASS
    I = INERTIA
    arm = ARM LEN
    kf = K THRUST
    km = K TORQUE
    drag = DRAG
    g = np.array([0.0, 0.0, 9.81])
    max speed = MAX SPEED
   pos = x[0:3]
    vel = x[3:6]
    quat = x[6:10]
    omega = x[10:13]
    quat norm = np.linalg.norm(quat)
    if quat norm < 1e-8:
        quat = np.array([1.0, 0.0, 0.0, 0.0])
    else:
        quat = quat / quat norm
    R bw = quat to rot matrix numpy(quat)
    rpm = np.clip(u, 0.0, max speed)
    w \text{ squared} = rpm ** 2
    thrusts = kf * w squared
    Fz body = np.array([0.0, 0.0, np.sum(thrusts)])
    F world = R bw @ Fz body - m * g - drag * vel
    acc = F world / m
    new vel = vel + acc * dt
    new pos = pos + vel * dt + 0.5 * acc * dt ** 2
    tau = np.array([
        arm * (thrusts[1] - thrusts[3]),
        arm * (thrusts[2] - thrusts[0]),
             km * (w squared[0] - w squared[1] + w squared[2] -
w squared[3])
    ])
```

```
omega cross = np.cross(omega, I @ omega)
    omega dot = np.linalg.solve(I, tau - omega cross)
    new omega = omega + omega dot * dt
    omega quat = np.concatenate(([0.0], new omega))
    dq = 0.5 * quat multiply numpy(quat, omega quat)
    new quat = quat + dq * dt
      new quat /= np.linalg.norm(new quat) + 1e-8 # безопасная
нормализация
         x next = np.concatenate([new pos, new vel, new quat,
new omega])
    return x next
@jit
def quat multiply(q1, q2):
    Умножение кватернионов q1 * q2
    q = [w, x, y, z]
    w1, x1, y1, z1 = q1
    w2, x2, y2, z2 = q2
    w = w1 * w2 - x1 * x2 - y1 * y2 - z1 * z2
    x = w1 * x2 + x1 * w2 + y1 * z2 - z1 * y2
    y = w1 * y2 - x1 * z2 + y1 * w2 + z1 * x2
    z = w1 * z2 + x1 * y2 - y1 * x2 + z1 * w2
    return jnp.array([w, x, y, z])
@jit
def quat to rot matrix(q):
    x, y, z, w = q
    xx, yy, zz = x * x, y * y, z * z
    xy, xz, yz = x * y, x * z, y * z
    WX, WY, WZ = W * X, W * Y, W * Z
    return jnp.array([
        [1 - 2 * (yy + zz), 2 * (xy - wz), 2 * (xz + wy)],
            2 * (xy + wz), 1 - 2 * (xx + zz), 2 * (yz - wx)],
        [
            2 * (xz - wy), \qquad 2 * (yz + wx), 1 - 2 * (xx + yy)]
    ])
@jit
def f(x, u, dt):
   m = MASS
    I = INERTIA
    arm = ARM LEN
    kf = K THRUST
    km = K TORQUE
    drag = DRAG
    g = jnp.array([0.0, 0.0, 9.81])
    max speed = MAX SPEED
    pos = x[0:3]
    vel = x[3:6]
    quat = x[6:10]
    omega = x[10:13]
    # нормализация кватерниона через jax.lax.cond
    quat norm = jnp.linalg.norm(quat)
    quat = lax.cond(
        quat norm < 1e-8,
        lambda : jnp.array([1.0, 0.0, 0.0, 0.0]),
        lambda : quat / quat norm,
```

```
operand=None
    R bw = quat to rot matrix(quat)
    rpm = jnp.clip(u, 0.0, max speed)
    w \text{ squared} = rpm ** 2
    \overline{\text{thrusts}} = \text{kf} * \text{w squared}
    Fz body = jnp.array([0.0, 0.0, jnp.sum(thrusts)])
    F world = R bw @ Fz body - m * g - drag * vel
    acc = F world / m
    new vel = vel + acc * dt
    new pos = pos + vel * dt + 0.5 * acc * dt ** 2
    tau = jnp.array([
       arm * (thrusts[1] - thrusts[3]),
        arm * (thrusts[2] - thrusts[0]),
             km * (w squared[0] - w squared[1] + w squared[2] -
w squared[3])
    ])
    omega cross = jnp.cross(omega, I @ omega)
    omega dot = jnp.linalq.solve(I, tau - omega cross)
    new omega = omega + omega dot * dt
    omega quat = jnp.concatenate([jnp.array([0.0]), new omega])
    dq = 0.5 * quat multiply(quat, omega quat)
    new quat = quat + dq * dt
     new quat /= jnp.linalg.norm(new quat + 1e-8) # безопасная
нормализация
        x next = jnp.concatenate([new pos, new vel, new quat,
new_omega])
    return x next
class MyEKF(ExtendedKalmanFilter):
    def init (self, dim x, dim z):
       super(). init (dim x, dim z)
        self.dt = EKF DT
        self.f = f
     def predict x(self, u=np.zeros(4)):# predict new state with
dynamic physic model
        return f numpy(x=self.x, u=u, dt=self.dt) # custom fx(x, u,
dt) function
class ModelPredictiveControlNode(Node):
    def __init__(self):
        super(). init ('dynamic model node')
        qos profile = QoSProfile(
            reliability=ReliabilityPolicy.BEST EFFORT,
            durability=DurabilityPolicy.TRANSIENT LOCAL,
            history=HistoryPolicy.KEEP LAST,
            depth=10
        )
        self.datetime = datetime.now().strftime("%Y%m%d %H%M%S")
        self.log base = os.path.join("MY LOG", self.datetime)
                self.ilqr log base = os.path.join("MY iLQR LOG",
self.datetime)
        # PUBLISHERS
self.server pub
                                    self.create publisher (String,
'/drone/server msg', qos profile)
         # == == == == == == == == == == == == SUBSCRIBERS= ==
```

```
self.create subscription (SensorCombined,
'/fmu/out/sensor combined',
                                    self.sensor combined callback,
qos profile)
self.create subscription (VehicleAngularVelocity,
'/fmu/out/vehicle angular velocity',
self.angular velocity callback, qos profile)
self.create subscription (VehicleAttitude,
'/fmu/out/vehicle attitude',
                             self.vehicle attitude callback,
qos profile)
self.create subscription (VehicleAngularAccelerationSetpoint,
                 '/fmu/out/vehicle angular acceleration setpoint',
self.vehicle angular acceleration setpoint callback, qos profile)
self.create subscription(VehicleImu,'/fmu/out/vehicle imu',self.ve
hicle imu callback, qos profile)
# ***** RPM *****
                                          '/fmu/out/esc status',
self.create subscription (EscStatus,
self.esc status callback, qos profile)
self.create subscription (VehicleLocalPosition,
'/fmu/out/vehicle local position',
self.vehicle local position callback, qos profile)
self.create subscription(SensorBaro,
                                         '/fmu/out/sensor baro',
self.sensor baro callback, qos profile)
self.create subscription (VehicleMagnetometer,
'/fmu/out/vehicle magnetometer',
self.vehicle magnetometer callback, qos profile)
# DATA USED IN METHODS
self.angularVelocity = np.zeros(3, dtype=np.float32)
self.angular acceleration = np.zeros(3, dtype=np.float32)
self.vehicleImu velocity w = np.zeros(3, dtype=np.float32) # B
мировых координатах
self.sensorCombined linear acceleration
                                                      np.zeros(3,
dtype=np.float32)
self.position = np.zeros(3, dtype=np.float32) # drone position
estimates with IMU localization
self.motor rpms = jnp.zeros(4)
self.vehicleAttitude q = np.array([0.0, 0.0, 0.0, 1.0],
dtype=np.float32) # quaternion from topic
self.magnetometer data = np.zeros(3, dtype=np.float32)
self.baro pressure = 0.0
self.baro altitude = 0.0
self.mag yaw = 0.0
# FOR SITL TESTING
self.vehicleLocalPosition position = np.zeros(3, dtype=np.float32)
# OTHER TOPIC DATA
# [TOPIC NAME] [PARAM NAME] OR [TOPIC NAME] IF PARAM = TOPIC NAME
self.sensorCombined angular velocity
                                                      np.zeros(3,
dtype=np.float32)
self.angularVelocity angular acceleration = np.zeros(3,
dtype=np.float32)
self.baro temperature = 0.0 # temperature in degrees Celsius
# Гиперпараметры для ЕКГ
```

```
# * вектор состояния 13 штук: позиция, скорость, ориентация (4),
угловые скорости
# * вектор измерений 14 штук:
                                     позиция, линейная скорость,
ориентация (4), барометрическая высота
self.ekf = MyEKF(dim x=13, dim z=13)
self.ekf.x = np.zeros(13)
self.measurnments = np.zeros(13)
self.z= np.zeros(13)
self.ekf.x[6] = 1.0 \# qw = 1 (единичный кватернион)
# Ковариация состояния
\#self.ekf.P *= 0.1
# Процессный шум
self.ekf.Q = np.diag([
0.001, 0.001, 0.001,
                           # x, y, z
0.01, 0.01, 0.01,
                             # vx, vy, vz
0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, # qw, qx, qy, qz
0.00001, 0.00001, 0.00001
                                # wx, wy, wz
# Измерительный шум (z не используется из позиции, вместо него —
self.ekf.R = np.diag([
                            \# позиция х, у (м^2)
0.1, 0.1,
0.0001, 0.0001, 0.0001, # скорость vx, vy, vz
0.00001, 0.00001, 0.00001, 0.00001, # qw, qx, qy, qz
0.00001, 0.00001, 0.00001, # wx, wy, wz
0.5
                             # баро (вместо позиции z)
1)
# Параметры ModelPredictiveController
self.optimizer = ILQROptimizer(logger=self.get logger())
self.phase = 'init'
self.takeoff altitude = -5.0 # M TODO DOES IT WOULD BE NEGATIVE?
self.takeoff tol = 0.1
self.flip started time = None
self.flip duration = 1.0 # с, продолжительность флипа
self.recovery time = 2.0~ # с, стабилизация после флипа
self.recovery_start_time = None
self.landing altitude = 0.2 \# M
self.roll abs tol = 0.1 # допуск 0.1 рад
now str = datetime.now().strftime('%Y-%m-%d %H-%M-%S')
self.log file name pos = f"{now str} pos.log"
self.log file name quat = f"{now str} quat.log"
self.log file name vel = f"{now str} vel.log"
self.log file name ang vel = f"{now str} ang vel.log"
# ====== TIMERS ======
self.EKF timer = self.create timer(EKF DT, self.EKF)
self.mpc controller
                                           self.create timer(0.05,
self.mpc control loop)
# == == == =CLIENT SERVER INTERACTION= == == ==
                                              '/drone/client msg',
self.create subscription(String,
self.client msg callback, qos profile)#
self.pub optimized traj = self.create publisher(OptimizedTraj,
'/drone/optimized traj', qos profile)
```

```
self.optimized traj f = False
        self.X opt = np.zeros((horizon + 1, n)) # (N+1) x n
        self.u optimal = np.zeros((horizon, m)) # N x m
        self.i final = 0
        self.cost final = 0.0
        self.done = False
        self.to client f = False
        self.mpc lock = threading.Lock()
        \#self.x0 = self.ekf.x.copy()
           #self.u init = jnp.tile(self.actuator motors, (horizon,
1))
        self.x target traj = jnp.zeros((horizon + 1, 13))
          self.u target traj = jnp.tile(self.motor rpms, (horizon,
1))
          self.current time = self.get clock().now().nanoseconds *
1e-9
    def esc status callback(self, msq: EscStatus):
        rpms = [esc.esc rpm for esc in msq.esc[:msq.esc count]]
        self.motor rpms = np.clip(np.array(rpms), 0.0, MAX SPEED)
                         #self.get logger().info(f"self.motor rpms:
{self.motor rpms}")
    def send msg to client(self, msg):
        server msg = String()
        server msq.data = msq
        self.server pub.publish(server msg)
    def client msq callback(self, msq):
        """GET CLIENT MESSAGES"""
        command = msq.data.strip().lower()
        #self.get logger().info(f"Received command: {command}")
        if command == "takeoff":
            self.phase = "takeoff"
            self.to client f = True
            self.optimized traj f = True
            self.send msg to client("mpc on")
        else:
            self.get logger().warn(f"Unknown command: {command}")
    def send optimized traj(self):
        if self.optimized traj f:
            msg = OptimizedTraj()
                                                     msq.x opt
np.asarray(self.X opt).flatten().astype(np.float32).tolist()
                                                     msg.u opt
np.asarray(self.u optimal).flatten().astype(np.float32).tolist()
            msg.i final = int(self.i final)
            msg.cost final = float(self.cost final)
            msq.done = self.done
            self.pub optimized traj.publish(msg)
            # Логирование в CSV
            self.log optimized traj()
    def log optimized traj(self):
        log base = self.log base
```

```
file path = os.path.join(log base,
'optimized traj log.csv')
                         text log path = os.path.join(log base,
'optimized traj log.txt')
        os.makedirs(os.path.dirname(file path), exist ok=True)
        X flat = np.asarray(self.X opt[0]).flatten()
        u flat = np.asarray(self.u optimal).flatten()
        i final = [self.i final]
        cost final = [self.cost final]
        data = [X flat, u flat, i final, cost final]
        labels = ['X opt', 'u opt', 'i final', 'cost final']
        # --- Логирование CSV ---
        new file = not os.path.exists(file path)
        if new file:
            headers = []
            for label, arr in zip(labels, data):
                if len(arr) > 1:
                          headers.extend([f"{label}[{i}]" for i in
range(len(arr))])
                else:
                    headers.append(label)
            with open(file path, mode='w', newline='') as f:
                writer = csv.writer(f)
                writer.writerow(headers)
        row values = [float(v) for arr in data for v in arr]
        with open(file path, mode='a', newline='') as f:
            writer = csv.writer(f)
            writer.writerow(row values)
        # --- Логирование в текстовый файл ---
        timestamp = datetime.now().strftime("%Y-%m-%d %H:%M:%S")
        with open(text log path, 'a') as f:
            f.write(f"=== Log time: {timestamp} ===\n")
            f.write(f"Final iteration: {self.i final}\n")
            f.write(f"Final cost: {self.cost final}\n")
            f.write(f"X opt (first 10 values): {X flat[:10]}\n")
            f.write(f"u opt (first 10 values): {u flat[:10]}\n\n")
    def quaternion from roll(self, roll rad):
        r = R.from euler('x', roll rad)
        return r.as quat()
    def roll from quaternion(self, q):
        """ Вычисление угла roll из кватерниона """
        qw, qx, qy, qz = q
        sinr cosp = 2 * (qw * qx + qy * qz)
        cosr cosp = 1 - 2 * (qx**2 + qy**2)
        return jnp.arctan2(sinr cosp, cosr cosp).item()
    def log ilqr(self, data: str):
        os.makedirs(self.ilqr log base, exist ok=True)
                     log path = os.path.join(self.ilqr log base,
"ILQR run mpc().txt")
```

```
with open(log path, "a") as f:
            f.write(data + "\n")
    def log mpc(self, data: str):
        os.makedirs(self.ilqr_log_base, exist_ok=True)
                     log path = os.path.join(self.ilqr log base,
"MPC target.txt")
        with open(log path, "a") as f:
            f.write(data + "\n")
    def takeoff targets(self):
                    for i in range(horizon):
                                                             pos
jnp.array(self.measurnments[0:3]).copy().at[2].set(self.takeoff al
titude)
            vel = jnp.array(self.measurnments[3:6])
            q = jnp.array(self.measurnments[6:10])
            omega = jnp.array(self.measurnments[10:13])
                                            self.x target traj
self.x target traj.at[i].set(jnp.concatenate([pos,
                                                                 q,
omega]))
                      self.log ilgr(f"===== self.motor rpms.shape
{self.motor rpms.shape} ======")
                                            self.u target traj
self.u target traj.at[i].set(self.motor rpms.copy())
                                           self.x target traj
self.x target traj.at[horizon].set(self.x target traj[horizon
1])
    def flip targets(self ):
                       t local = jnp.clip(self.current time
self.flip started time, 0.0, self.flip duration)
        roll_expected = 2 * jnp.pi * t_local / self.flip duration
        # Получаем кватернион текущей ориентации
        q_current = self.measurnments[6:10]
        # Оценка roll из кватерниона
        self.roll current = self.roll from quaternion(q current)
        roll error = roll expected - self.roll current
        gain base = 0.8
        gain adaptive = gain base + 0.3 * jnp.tanh(roll error)
              roll target = self.roll current + gain adaptive *
roll error
        for i in range (horizon):
            alpha i = i / horizon
            angle i = roll target * alpha i
            pos = self.x0[0:3]
            vel = jnp.zeros(3)
            # Генерируем кватернион для целевой ориентации
            q = self.quaternion from roll(angle i)
              omega magnitude = 2 * jnp.pi / self.flip duration +
0.2 * roll error
            omega = jnp.array([omega magnitude, 0.0, 0.0])
                                            self.x target traj
self.x target traj.at[i].set(jnp.concatenate([pos,
                                                        vel,
                                                                 q,
omega]))
```

```
self.u target traj
self.u target traj.at[i].set(self.recovery thrust.copy())
        # Оставляем последний элемент траектории неизменным
self.x target traj
self.x target traj.at[horizon].set(self.x target traj[horizon
11)
    def recovery targets(self):
 t local = jnp.clip(self.current time - self.recovery start time,
0.0, self.recovery time)
                roll desired = 2 * jnp.pi * (1 - t local /
self.recovery time)
        # Получаем кватернион текущей ориентации
        q current = self.measurnments[6:10]
        # Оценка roll из кватерниона
        self.roll current = self.roll from quaternion(q current)
        roll error = roll desired - self.roll current
        gain = 0.6 + 0.4 * (abs(roll error) / jnp.pi)
        roll target = self.roll current + gain * roll error
       for i in range (horizon):
            alpha i = i / horizon
            angle i = self.roll current + alpha i * (roll target -
self.roll current)
            pos = self.x0[0:3]
            vel = jnp.zeros(3)
            # Генерируем кватернион для целевой ориентации
            q = self.quaternion from roll(angle i)
              omega mag = -2 * jnp.pi / self.recovery time * (1 +
0.2 * abs(roll error) / jnp.pi)
            omega = jnp.array([omega mag, 0.0, 0.0])
                                            self.x target traj
self.x target traj.at[i].set(jnp.concatenate([pos,
                                                                 q,
omega]))
                                            self.u target traj
self.u target traj.at[i].set(self.recovery thrust.copy())
        # Оставляем последний элемент траектории неизменным
                                          self.x target traj
self.x target traj.at[horizon].set(self.x target traj[horizon
11)
    def land targets(self ):
       return
    def run mpc thread(self):
       with self.mpc lock:
            start time = time.time()
  self.log ilqr(f"========= phase: {self.phase}========")
            try:
         self.current time = self.get clock().now().nanoseconds *
```

```
1e-9
         if self.phase == 'takeoff':
               self.send msg to client("mpc on")# на всякий случай
если сообщене не дойдет с одного раза,
      # чтобы переключить контроллер полета на прием управления
траектории
               self.takeoff targets()
               self.log ilqr(f"takeoff")
              if abs( - self.takeoff altitude) < self.takeoff tol:</pre>
                   self.phase = 'flip'
                   self.flip started time = self.current time
                elif self.phase == 'flip':
                    self.flip targets()
self.log ilqr(f"flip\nabs(roll current) = {abs(self.roll current)}")
                      if jnp.isclose(self.roll current, 2 * jnp.pi,
atol=0.1):# выражение устойчивее к шуму чем аналогичное с abs
              self.phase = 'recovery'
              self.recovery start time = self.current time
                elif self.phase == 'recovery':
                    self.recovery targets()
        if abs(self.roll current) <= self.roll abs tol:</pre>
                        self.phase = 'land'
                elif self.phase == 'land':
                        self.to client f = False
                        self.optimized traj f = False
                        self.done = True
                        self.send msg to client("land")
                      Вычисляет оптимальную траекторию состояний и
управляющих воздействий
                от текущего состояния self.x0, используя iLQR.
                self.log mpc(f"x0:{self.measurnments}")
                self.log mpc(f"self.motor rpms:{self.motor rpms}")
self.log mpc(f"self.x target traj:{self.x target traj}")
self.log mpc(f"self.u target traj:{self.u target traj}")
                        # Используем ILQR для расчета оптимальной
траектории
              measurnments init = self.measurnments # (13,)
             motor rpms init = jnp.tile(self.motor rpms, (horizon,
1))
     # (horizon, 4)
                          X opt, U opt, i final, cost final
self.optimizer.solve(
                    x0=measurnments init,
                    u init=motor rpms init,
                    Q=Q,
                    R=R,
                    Qf = Qf,
                    x target traj=self.x target traj,
                    u target traj=self.u target traj
                )
```

```
self.X opt = np.array(X opt)
Преобразование из јпр в пр
                self.u optimal = np.array(U opt[0])
                self.i final = i final
                         self.cost final = float(cost final)
Обеспечиваем float, а не jnp.scalar
                self.send optimized traj()
            except Exception as e:
                        self.log ilqr(f"Ошибка при выполнении MPC:
{str(e)}")
                           Выводим traceback ошибки для детальной
диагностики
                import traceback
                self.log ilqr(f"{traceback.format exc()}")
            finally:
                end time = time.time()
                elapsed = end time - start time
                     self.log ilqr(f"[mpc control loop] END phase:
{self.phase}, duration: {elapsed:.3f} s")
                self.mpc running = False
    def mpc control loop(self):
        # Запуск в отдельном потоке
        if self.optimized traj f:
            threading.Thread(target=self.run mpc thread).start()
    def ekf logger(self):
        pos my ekf = self.measurnments[0:3]
        pos real = self.vehicleLocalPosition position
        quat my ekf = self.measurnments[6:10]
        px4 quat = self.vehicleAttitude q
        vel my ekf = self.measurnments[3:6]
        integral vel = self.vehicleImu velocity w
        omega my ekf = self.measurnments[10:13]
        omega from sensor = self.angularVelocity
        log base = self.log base
        # CSV файлы остаются прежними
        self. write to csv(
            os.path.join(log base, 'pos log.csv'),
            ['pos my ekf', 'pos real'],
            [pos my ekf, pos real],
            error pairs=[(0,1)]
        )
        self. write to csv(
            os.path.join(log base, 'quat log.csv'),
            ['quat_my_ekf', 'px4_quat'],
            [quat my ekf, px4 quat],
            error pairs=[(0, 1)]
        self. write to csv(
            os.path.join(log base, 'vel log.csv'),
            ['vel my ekf', 'integral vel'],
            [vel my ekf, integral vel],
            error pairs=[(0, 1)]
        self. write to csv(
```

```
os.path.join(log base, 'ang vel log.csv'),
            ['omega my ekf', 'omega from sensor'],
            [omega my ekf, omega from sensor],
            error pairs=[(0, 1)]
        # ТХТ-файл только с ЕКГ-данными
        log txt path = os.path.join(log base, 'log my ekf.txt')
        with open(log txt path, 'a') as f:
            f.write('--- EKF Data ---\n')
            f.write(f'pos my ekf: {pos my ekf}\n')
            f.write(f'pos real: {pos real}\n')
            f.write(f'pos error: {abs(pos real-pos my ekf)}\n')
            f.write(f'quat my ekf: {quat my ekf}\n')
            f.write(f'px4 quat: {px4 quat}\n')
            f.write(f'vel my ekf: {vel my ekf}\n')
            f.write(f'omega my ekf: {omega my ekf}\n')
            f.write(f'omega from sensor: {omega from sensor}\n')
            f.write('\n')
           def
                 write to txt(self, file path, labels, data,
error_pairs=None):
        os.makedirs(os.path.dirname(file path), exist ok=True)
        if error pairs is None:
            error pairs = []
        with open(file path, mode='a') as f:
            # Записываем данные
            for label, values in zip(labels, data):
                 formatted values = ', '.join(f'{float(v):.6f}' for
v in values)
                f.write(f"{label}: [{formatted values}]\n")
            # Записываем ошибки
            for i, j in error pairs:
                diff = np.array(data[i]) - np.array(data[j])
                 formatted diff = ', '.join(f'{float(v):.6f}' for v
in diff)
                             f.write(f"{labels[i]} - {labels[j]}:
[{formatted diff}]\n")
            f.write("\n") \# разделитель между записями
                 write to csv(self, file path, labels,
error pairs=None):
        os.makedirs(os.path.dirname(file path), exist ok=True)
        if error pairs is None:
            error pairs = []
        new file = not os.path.exists(file path)
        if new file:
            headers = []
            for i, (label, arr) in enumerate(zip(labels, data)):
                if len(arr) > 1:
                          headers.extend([f"{label}[{j}]" for j in
range(len(arr))])
                else:
                   headers.append(label)
            for i, j in error pairs:
                label i, label j = labels[i], labels[j]
                arr len = len(data[i])
                 headers.extend([f"{label i}-{label j}[{k}]" for k
```

```
in range(arr len)])
                        with open(file path, mode='w', newline='') as f:
                               writer = csv.writer(f)
                               writer.writerow(headers)
                row values = [float(v) for arr in data for v in arr]
                for i, j in error pairs:
                        diff = np.array(data[i]) - np.array(data[j])
                        row values.extend([float(v) for v in diff])
                with open(file_path, mode='a', newline='') as f:
                        writer = csv.writer(f)
                        writer.writerow(row values)
        def sensor baro callback(self, msg):
                #self.get logger().info("sensor baro callback")
                self.baro temperature = msg.temperature
                self.baro pressure = msg.pressure
                       self.baro altitude = 44330.0 * (1.0 - (msg.pressure / msg.pressure / msg.pressu
SEA LEVEL PRESSURE) ** 0.1903)
                self.measurnments[2] = -self.baro altitude
                                       #self.get logger().info(f"self.baro altitude
{self.baro altitude}")
        def get yaw from mag(self):
                r = Rot.from quat(self.vehicleAttitude q)
               mag world = r.apply(self.magnetometer data)
               mag_x = mag world[0]
               mag y = mag world[1]
                yaw from magnetometer = np.arctan2(-mag y, mag x)
                return yaw from magnetometer
                def
                                      vehicle magnetometer callback(self,
                                                                                                                             msq:
VehicleMagnetometer):
                #self.get logger().info("vehicle magnetometer callback")
                        self.magnetometer data = np.array(msg.magnetometer ga,
dtype=np.float32)
                self.mag yaw = self.get yaw from mag()
        # ИСТИННАЯ ПОЗИЦИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИНЕРЦИАЛНОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ
                              def
                                           vehicle local position callback(self,
VehicleLocalPosition):
                   #self.get_logger().info(f"vehicle local position callback
{msq.x} {msq.y} {msq.z}")
                self.vehicleLocalPosition position[0] = msg.x
                self.vehicleLocalPosition position[1] = msq.y
                self.vehicleLocalPosition position[2] = msg.z
        # ЛИНЕЙНОЕ УСКОРЕНИЕ, УГЛОВОЕ УСКОРЕНИЕ, КВАТЕРНИОН
        def sensor combined callback(self, msg: SensorCombined):
                   dt gyro = msg.gyro integral dt * 1e-6 # микросекунды ->
секунды
                      gyro rad = np.array(msg.gyro rad, dtype=np.float32)
угловая скорость (рад/с)
                self.sensorCombined angular velocity = gyro rad
                      delta angle = gyro rad * dt gyro # Угловое приращение
(рад)
                self.sensorCombined delta angle = delta angle
                                               self.sensorCombined linear acceleration =
np.array(msg.accelerometer m s2, dtype=np.float32)
```

angular velocity callback(self,

def

msq:

```
VehicleAngularVelocity):
        self.angularVelocity = np.array(msg.xyz, dtype=np.float32)
                      self.angularVelocity angular acceleration
np.array(msg.xyz derivative, dtype=np.float32)
        #self.new x[10:13] = self.angularVelocity
        # хорошая
                     #self.get logger().info(f"self.angularVelocity
{self.angularVelocity[0]}
                                         {self.angularVelocity[1]}
{self.angularVelocity[2]}")
    def vehicle attitude callback(self, msg: VehicleAttitude):
        # In this system we use scipy format for quaternion.
         # PX4 topic uses the Hamilton convention, and the order is
q(w, x, y, z). So we reorder it
           self.vehicleAttitude q = np.array([msg.q[1], msg.q[2],
msg.q[3], msg.q[0]], dtype=np.float32)
     def vehicle angular acceleration setpoint callback(self, msg:
VehicleAngularAccelerationSetpoint):
        self.angular acceleration = msg.xyz
    def vehicle imu callback(self, msg: VehicleImu):
                   delta velocity = np.array(msg.delta velocity,
dtype=np.float32) # m/c
        delta velocity dt = msg.delta velocity dt * 1e-6 # c
             # Проверяем наличие ориентации и валидного времени
интеграции
        if delta velocity dt > 0.0:
            rotation = Rot.from quat(self.vehicleAttitude q)
            delta velocity world = rotation.apply(delta velocity)
                       gravity = np.array([0.0, 0.0, -9.80665],
dtype=np.float32)
            delta velocity world += gravity * delta velocity dt
            self.vehicleImu velocity w += delta velocity world
                    self.position += self.vehicleImu velocity w *
delta velocity dt
    def publish motor inputs(self):
       msg = Float32MultiArray()
       msq.data = self.motor inputs.tolist()
        self.motor pub.publish(msg)
    def log ekf measurements txt(self):
                        log file = os.path.join(self.log base,
'ekf measurements log.txt')
        os.makedirs(os.path.dirname(log file), exist ok=True)
        labels = [
            'x', 'y', 'z',
            'vx', 'vy', 'vz',
            'qw', 'qx', 'qy', 'qz',
            'wx', 'wy', 'wz'
        ]
                   timestamp = datetime.now().strftime('%Y-%m-%d
%H:%M:%S.%f')[:-3]
        with open(log file, mode='a') as f:
```

```
f.write(f"[{timestamp}] ")
            for label, val in zip(labels, self.z):
                f.write(f"{label}={val:.6f} ")
            f.write("\n")
    def EKF(self):
        """ Основная функция обновления фильтра Калмана. """
        self.z = np.array([
            self.position[0],
            self.position[1],
                                 # у
             -self.baro altitude, # высота по барометру TODO BARO
IS NEG
            self.vehicleImu velocity w[0],
                                               # vx
            self.vehicleImu velocity w[1],
                                               # vy
            self.vehicleImu velocity w[2],
                                               # vz
            self.vehicleAttitude q[0], # qw
            self.vehicleAttitude q[1], # qx
            self.vehicleAttitude q[2], # qy
            self.vehicleAttitude q[3], # qz
            self.angularVelocity[0], # wx
            self.angularVelocity[1], # wy
            self.angularVelocity[2] # wz
        1)
        self.measurnments = self.z.copy()
        #self.ekf.x = self.ekf.predict x(self.motor rpms)
        #self.ekf.update(z, HJacobian=self.HJacobian, Hx=self.hx)
        # LOG RESULTS
        self.ekf logger()
        self.log ekf measurements txt()
        # Проверка выхода динамической модели
           x next = f numpy(x=self.z, u=np.array(self.motor rpms,
dtype=np.float32), dt=dt)
      def hx(self, x):
         """ Модель измерений: что бы показали датчики при текущем
состоянии. """
        return np.array([
            x[0], # x
            x[1], # y
            x[2], # baro z
            x[3], # vx
            x[4], # vy
            x[5], # vz
            x[6], # qw
            x[7], # qx
            x[8], # qy
            x[9], # qz
            x[10], # wx
            x[11], # wy
            x[12] # wz
        ])
    def HJacobian(self, x):
        """ Якобиан модели измерений. """
        H = np.zeros((13, 13)) \# 13 измерений на 13 состояний
        H[0, 0] = 1.0 \# x
        H[1, 1] = 1.0 \# y
```

```
H[2, 3] = 1.0 # vx
H[3, 4] = 1.0 # vy
H[4, 5] = 1.0 # vz
H[5, 6] = 1.0 # qw
H[6, 7] = 1.0 # qx
H[7, 8] = 1.0 # qy
H[8, 9] = 1.0 # qz
H[9, 10] = 1.0 # wx
H[10, 11] = 1.0 # wy
H[11, 12] = 1.0 # z (барометр)
return H
```

Приложение Г. Модуль генерации управляющих сигналов

```
import time
import rclpy
from rclpy.node import Node
from geometry msgs.msg import Vector3, Twist, PoseStamped
from scipy.spatial.transform import Rotation as R
from std msgs.msg import Float32
from rclpy.qos import QoSProfile, ReliabilityPolicy,
HistoryPolicy, DurabilityPolicy
from px4 msgs.msg import ( OffboardControlMode,
TrajectorySetpoint,
    VehicleStatus,
    VehicleRatesSetpoint, VehicleTorqueSetpoint,
VehicleAttitudeSetpoint, VehicleCommand, ActuatorMotors
import numpy as np
from enum import Enum
from std msgs.msg import Float32MultiArray
from std msgs.msg import String
from rclpy.qos import QoSProfile
from quad flip msgs.msg import OptimizedTraj
from pymavlink import mavutil
import threading
from px4 msgs.msg import EscStatus
BOUNCE TIME = 0.6
ACCELERATE TIME = 0.07
BRAKE TIME = ACCELERATE TIME
ARM TIMEOUT = 5.0
OFFBOARD TIMEOUT = 5.0
OFFBOARD MODE = 14 # код режима OFFBOARD в РХ4
class DroneState(Enum):
    INIT = 7
   DISARMED = 0
   ARMING = 1
   ARMED = 2
    OFFBOARD = 3
   TAKEOFF = 4
   FLIP = 6
   LANDING = 16
   MPC MANAGEMENT = 15
# dynamic drone control params
# TODO Move it to FILE
horizon = 50 # Горизонт предсказания
n = 13 # Размерность состояния квадрокоптера (позиция, скорость,
ориентация, угловая скорость)
m = 4 # Размерность управления (4 мотора)
```

```
# миксер rpm --> [roll cmd, pitch cmd, yaw cmd, thrust cmd]
def rpm to control(rpm, arm, kf, km):
    w \text{ squared} = rpm ** 2
    thrusts = kf * w squared
    # Общая тяга
    thrust = jnp.sum(thrusts)
    # Моменты по осям
    roll torque = arm * (thrusts[1] - thrusts[3]) # M2 - M4
    pitch_torque = arm * (thrusts[2] - thrusts[0]) # M3 - M1
    yaw torque = km * (w squared[0] - w squared[1] +
w squared[2] - w squared[3])
    # Вернуть управляющие воздействия
    return jnp.array([roll torque, pitch torque, yaw torque,
thrust])
def rpm to control normalized (rpm, arm, kf, km, max thrust,
max torque):
    control = rpm to control(rpm, arm, kf, km)
    roll cmd = control[0] / max torque
    pitch_cmd = control[1] / max torque
    yaw cmd = control[2] / max torque
    thrust cmd = control[3] / max thrust
    return jnp.array([roll cmd, pitch cmd, yaw cmd, thrust cmd])
class PIDController:
    def init (self, Kp: float, Ki: float, Kd: float) -> None:
        \overline{\phantom{a}}"""Инициализация PID-контроллера с заданными
коэффициентами."""
        self.Kp = Kp
        self.Ki = Ki
        self.Kd = Kd
        self.prev error = 0.0
        self.integral = 0.0
    def compute(self, setpoint: float, measurement: float) ->
float:
        Вычисляет управляющее воздействие на основе ошибки между
заданным значением и измерением.
        :param setpoint: Желаемое значение (например, RPM)
        :param measurement: Текущее измеренное значение (например,
RPM)
        :return: Управляющее воздействие
        error = setpoint - measurement
        self.integral += error
        derivative = error - self.prev error
        output = self.Kp * error + self.Ki * self.integral +
self.Kd * derivative
```

```
self.prev error = error
        return output
    def get rotate pwm(self, target rpm, current rpm):
        Возвращает значение РWM на основе текущих и целевых RPM с
использованием PID-регулятора.
        :param target rpm: Целевое значение оборотов
        :param current rpm: Текущее значение оборотов
        :return: Расчетное РWM значение в диапазоне [1000, 2000]
        pid output = self.compute(target rpm, current rpm)
        pwm = 1500.0 + pid output
        return float(np.clip(pwm, 1000.0, 2000.0))
class FlipControlNode(Node):
    def init (self):
        super(). init ('flip control node')
        #gos profile = QoSProfile(depth=10)
        qos profile = QoSProfile(
            reliability=ReliabilityPolicy.BEST EFFORT,
            durability=DurabilityPolicy.TRANSIENT LOCAL,
            history=HistoryPolicy.KEEP LAST,
            depth=10
        )
        self.vehicle command publisher =
self.create publisher (VehicleCommand, '/fmu/in/vehicle command',
gos profile)
        self.offboard control mode publisher =
self.create publisher (OffboardControlMode,
'/fmu/in/offboard_control_mode', qos profile)
        self.trajectory setpoint publisher =
self.create publisher (TrajectorySetpoint,
'/fmu/in/trajectory_setpoint', qos_profile)
        self.vehicle rates publisher =
self.create publisher (VehicleRatesSetpoint,
'/fmu/in/vehicle rates setpoint', qos_profile)
        self.vehicle torque publisher =
self.create publisher(VehicleTorqueSetpoint,
'/fmu/in/vehicle torque setpoint', qos profile)
        self.publisher rates =
self.create publisher (VehicleRatesSetpoint,
'/fmu/in/vehicle rates setpoint', qos profile)
        self.publisher att =
self.create publisher (VehicleAttitudeSetpoint,
'/fmu/in/vehicle attitude setpoint', qos profile)
        self.publisher actuator motors =
self.create publisher(ActuatorMotors, '/fmu/in/actuator motors',
qos profile)
        '/fmu/in/actuator controls0'
        self.create subscription (VehicleStatus,
```

```
'/fmu/out/vehicle status', self.vehicle status callback,
qos profile)
        # == == == == == == == == == == ==
        self.main state = DroneState.INIT
        # == == =PX4 STATES= == == ==
        self.arming state = 0
        self.nav state = 0
        self.vehicle status = VehicleStatus()
        self.stage time = time.time()
        self.offboard is active = False
        self.offboard state = False
       self.create timer(0.1, self.update)
        self.create timer(0.1, self.offboard heartbeat)
        self.create timer(0.1, self.drone managenment)
        #self.create timer(0.01, self.flip thrust max)
        #self.create timer(0.001, self.flip thrust recovery)
        #self.create_timer(0.0001, self.flip_pitch_t)
        self.flip thrust max f = False
        self.flip thrust recovery f = False
        self.flip pitch f = False
        # ***** RPM *****
       self.create subscription(EscStatus, '/fmu/out/esc status',
self.esc status callback, qos profile)
        # MPC INTEGRATION API
        self.pub to mpc = self.create publisher(String,
'/drone/client msg', qos profile)#
        self.create subscription(OptimizedTraj,
'/drone/optimized traj', self.optimized traj callback,
gos profile)
        self.create subscription(String, '/drone/server msg',
self.server msg callback, qos profile)
        self.received x opt = np.zeros((horizon + 1, n)) # (N+1)
x n
       self.received u opt = np.zeros((horizon, m)) # N x m
       self.received i final = 0
       self.received cost final = 0.0
        self.received done = False
        self.target u, self.target x = [], []
        self.takeoff alt = 0.0
        self.mpc takeoff = False
        self.drone managenment f = False
        self.rpm to pwm pid = PIDController(Kp=1.0, Ki=0.1,
Kd=0.01)
        self.target pwm = np.zeros(4, dtype=int)
        self.target rpm = np.zeros(4, dtype=int)
        self.motor rpms = np.zeros(4, dtype=int)
        self.max rpm = 15000
        self.master =
mavutil.mavlink connection('udp:127.0.0.1:14550')
```

```
# Отправим heartbeat, чтобы РХ4 начал диалог
        self.master.mav.heartbeat send(
            mavutil.mavlink.MAV TYPE GCS,
            mavutil.mavlink.MAV AUTOPILOT INVALID,
            0, 0, 0
        )
        # Ждем heartbeat от РХ4
        self.get logger().info("Жду heartbeat от РХ4...")
        self.master.wait heartbeat()
        self.get logger().info("MAVLink: heartbeat received")
        #self.create timer(0.1, self.send pwm loop)
    def send pwm loop(self):
        \# Значения РWM на каналы (обычно 1 - roll, 2 - pitch, 3 -
throttle, 4 - yaw)
        #self.get logger().info(f"self.drone managenment f:
{self.drone managenment f} self.main state {self.main state}")
        if rclpy.ok() and self.drone managenment f:
            self.master.mav.command long send(
                self.master.target system,
                self.master.target component,
                mavutil.mavlink.MAV CMD COMPONENT ARM DISARM,
                0,
                1, 0, 0, 0, 0, 0) # Армирование дрона
            self.master.mav.set mode send(
                self.master.target system,
                mavutil.mavlink.MAV MODE FLAG CUSTOM MODE ENABLED,
                VehicleStatus.NAVIGATION STATE OFFBOARD) # где
PX4\_OFFBOARD\_MODE\_ID — числовой ID режима offboard
            # Отправка RC override: 8 каналов, остальным — 0xffff
(игнорировать)
            self.master.mav.rc channels override send(
                self.master.target system,
                self.master.target component,
                *self.target pwm, # ch1 to ch8
                Oxffff, Oxffff, Oxffff # ch9 to ch12
(игнорировать)
            self.get logger().info(f"Sent PWM override:
{self.target pwm}")
    def rpm to pwm(self,rpm, rpm min=0, rpm max=10000,
pwm min=1000, pwm max=2000):
        rpm = max(min(rpm, rpm max), rpm min)
        pwm = pwm min + (rpm - rpm min) * (pwm max - pwm min) /
(rpm max - rpm min)
       return int(pwm)
    def esc status callback(self, msg: EscStatus):
        rpms = [esc.esc rpm for esc in msg.esc[:msg.esc count]]
```

```
self.motor rpms = np.array(rpms)
        #self.get logger().info(f"self.motor rpms:
{self.motor rpms}")
        pwms = [self.rpm to pwm(rpm) for rpm in self.motor rpms]
        #self.get logger().info(f"Estimated PWM: {pwms}")
    def get pwm(self):
        self.target pwm = [
int(self.rpm to pwm pid.get rotate pwm(self.target rpm[i],
self.motor rpms[i]))
            for i in range(4)
        #self.get logger().info(f'self.target rpm:
{self.target_rpm}')
    def drone managenment(self):
        if self.drone managenment f:
            self.send motor commands()
    def optimized traj callback(self, msg: OptimizedTraj):
        self.received x opt = np.array(msg.x_opt,
dtype=np.float32)
        self.received u opt = np.array(msg.u opt,
dtype=np.float32)
        self.target rpm = np.array(msg.u opt, dtype=np.float32)
        self.get pwm()
        self.received i final = msg.i final
        self.received cost final = msg.cost final
        self.received done = msg.done
        #self.get logger().info(f'px4 OptimizedTraj: {msg}')
    def send message to server(self, msg):#
        ros msg = String()
        ros msg.data = msg
        self.pub to mpc.publish(ros msg)
        #self.get logger().info(f'Sent to MPC: {msg}')
    def server msg callback(self, msg):
        data = msg.data
        #self.get logger().info(f'server msg callback: {data}
self.drone managenment f= {self.drone managenment f}')
        if data =='land':
            self.main state == DroneState.LANDING
            self.drone managenment f = False
        elif data =='mpc on':
            self.main state = DroneState.MPC MANAGEMENT
            self.drone managenment f = True
    def vehicle status callback(self, msg):
        """Обновляет состояние дрона."""
        #self.get logger().info('vehicle status callback')
        self.vehicle status = msg
        self.arming state = msg.arming state
```

```
if msq.nav state ==
VehicleStatus.NAVIGATION STATE OFFBOARD:
            self.offboard state = True
        else:
            self.offboard state = False
            self.get logger().info(f"Текущий режим:
{msg.nav state}")
    def rpm to normalized (self, rpms):
        return [(rpm / self.max rpm) ** 2 for rpm in rpms]
# MOTOR MANAGEMENT
    def send motor commands(self):
        \# нормализованные значения [0,1] — переводим в pwm/thrust
команды
        motor inputs = self.rpm to normalized(self.target rpm)
типичный размер: 4
        motor array = np.clip(motor inputs, 0.0,
1.0).astype(float).tolist()
        # Дополняем до 12 значений нулями
        if len(motor array) < 12:
            motor array += [0.0] * (12 - len(motor_array))
        elif len(motor array) > 12:
            motor_array = motor_array[:12] # обрежем лишнее, если
что-то пошло не так
        # Создаем и публикуем сообщение
        msg = ActuatorMotors()
        msq.control = motor array
        self.publisher actuator motors.publish(msg)
        self.get logger().info(f'Sent motor commands:
{motor array}')
    def reset rate pid(self):
        self.publish rate setpoint(roll rate=0.0, pitch rate=0.0,
yaw rate=0.0)
        self.get logger().info(f'reset rate pid')
    def set thrust(self, thrust):
            msg = VehicleAttitudeSetpoint()
            msg.thrust body[2] = -thrust
            self.publisher att.publish(msg)
# COMMANDS
    def send takeoff commanad(self, altitude: float):
        takeoff cmd = VehicleCommand()
        takeoff cmd.command =
VehicleCommand.VEHICLE CMD NAV TAKEOFF
        takeoff cmd.param7 = altitude # Целевая абсолютная высота
(в метрах)
        # Остальные параметры можно оставить по умолчанию
        takeoff cmd.param1 = 0.0 # Минимальная высота (не
используется)
```

```
takeoff cmd.param2 = 0.0 # Прецизионный режим
        takeoff cmd.param3 = 0.0 # пусто
        takeoff cmd.param4 = float('nan') # yaw
        takeoff cmd.param5 = float('nan') # latitude
        takeoff cmd.param6 = float('nan') # longitude
        takeoff cmd.target system = 1
        takeoff cmd.target component = 1
        takeoff cmd.source system = 1
        takeoff cmd.source component = 1
        takeoff cmd.from external = True
        self.vehicle command publisher.publish(takeoff cmd)
        self.get logger().info(f'Sending takeoff command to
altitude {altitude:.2f} m.')
    def send land command(self):
        land cmd = VehicleCommand()
        land cmd.command = VehicleCommand.VEHICLE CMD NAV LAND
        # param1: Abort alt (0 = disable)
        land cmd.param1 = 0.0
        \# param2: Precision land mode (0 = disabled, 1 = enabled)
        land cmd.param2 = 0.0
        # param3: Empty
        land cmd.param3 = float('nan')
        # param4: Desired yaw angle (NaN = keep current)
        land cmd.param4 = float('nan')
        # param5, param6: latitude, longitude (NaN = current
position)
        land cmd.param5 = float('nan')
        land cmd.param6 = float('nan')
        # param7: Altitude (NaN = current position)
        land cmd.param7 = float('nan')
        self.vehicle command publisher.publish(land cmd)
        self.get logger().info('Sending land command.')
    def publish vehicle command(self, command, param1=0.0,
param2=0.0):
        """Отправка команды дрону."""
        msg = VehicleCommand()
        msg.param1 = param1
        msg.param2 = param2
        msg.command = command
        msg.target system = 1
        msg.target component = 1
        msq.source system = 1
        msg.source component = 1
        msg.from external = True
        msg.timestamp = int(time.time() * 1e6)
        self.vehicle command publisher.publish(msg)
        #self.get logger().info(f'publish vehicle command')
# ВКЛЮЧИТЬ РЕЖИМЫ
    def set stabilization mode (self):
```

```
"""Переводит дрон в режим стабилизации (STABILIZE)."""
        msg = VehicleCommand()
        msg.command = 1 # Команда для перехода в режим
стабилизации (STABILIZE)
        msg.target system = 1
        msq.target component = 1
        msg.source system = 1
        msq.source component = 1
        msg.from external = True
        msg.timestamp = int(time.time() * 1e6)
        self.vehicle command publisher.publish(msg)
        self.get logger().info(f'set stabilization mode')
    def arm(self):
        """Send an arm command to the vehicle."""
        self.publish vehicle command(
            VehicleCommand.VEHICLE CMD COMPONENT ARM DISARM,
param1=1.0)
        self.get logger().info('Arm command sent')
    """ Дрон должен постоянно получать это сообщение чтобы
оставаться в offboard """
    def offboard heartbeat(self):
         if self.offboard is active:
                #self.get logger().info("Sending SET MODE
OFFBOARD")
                """Publish the offboard control mode."""
                msg = OffboardControlMode()
                msg.position = True
                msq.velocity = False
                msg.acceleration = False
                msg.attitude = False
                msg.body rate = False
                msq.timestamp =
int(self.get clock().now().nanoseconds / 1000)
                self.offboard control mode publisher.publish(msg)
    def set_offboard mode(self):
            """Switch to offboard mode."""
            self.offboard is active = True
    """Управление на моторы нужно подавать непрерывно и с частотой
не мене 0.01 сек"""
    def flip thrust max(self):
        if self.flip thrust max f:
            self.set thrust(1.0)
    def flip thrust recovery(self):
        if self.flip thrust recovery f:
            self.set thrust(0.6)
    def flip pitch t(self):
        if self.flip_pitch_f:
            #self.set rates(17.0, 0.0, 0.0, 0.25)# roll max rate
should be 1000 in QGC vechicle setup
            self.set rates(25.0, 0.0, 0.0, 0.25)
```

```
def update(self):
#self.get logger().info(f"self.main state={self.main state}
self.flip state={self.flip state}")
        #self.get logger().info(f"UPDATE self.alt={self.alt}
self.vehicle local position.z={self.vehicle local position.z}")
        if self.main state == DroneState.INIT:
            self.set offboard mode()
            self.arm()
            if self.arming state ==
VehicleStatus.ARMING STATE ARMED:
                self.main state = DroneState.ARMED
        elif self.main state == DroneState.ARMED:
             if self.offboard state:
                 self.send message to server("takeoff")#
            #pass
            #self.send takeoff commanad(5.0)
        # elif self.main state == DroneState.MPC MANAGEMENT:
        elif self.main state == DroneState.LANDING:
            self.send land command()
def main(args=None):
    rclpy.init(args=args)
    node = FlipControlNode()
    rclpy.spin(node)
    node.destroy node()
    rclpy.shutdown()
if __name__ == '__main__':
    main()
```

Приложение Д. Виртуальный мир Gazebo

```
Panels:
  - Class: rviz common/Displays
    Help Height: 78
    Name: Displays
    Property Tree Widget:
      Expanded:
        - /Global Options1
        - /Status1
        - /Pose1
        - /Marker1
        - /Marker1/Topic1
        - /Path1
        - /Path2
      Splitter Ratio: 0.5
    Tree Height: 907
  - Class: rviz common/Selection
   Name: Selection
  - Class: rviz common/Tool Properties
   Expanded:
      - /2D Goal Pose1
      - /Publish Point1
    Name: Tool Properties
    Splitter Ratio: 0.5886790156364441
  - Class: rviz common/Views
   Expanded:
      - /Current View1
    Name: Views
    Splitter Ratio: 0.5
Visualization Manager:
  Class: ""
  Displays:
    - Alpha: 0.5
      Cell Size: 1
      Class: rviz default plugins/Grid
      Color: 160; 160; 164
      Enabled: true
      Line Style:
        Line Width: 0.02999999329447746
        Value: Lines
      Name: Grid
      Normal Cell Count: 0
      Offset:
        X: 0
        Y: 0
        Z: 0
      Plane: XY
      Plane Cell Count: 10
      Reference Frame: <Fixed Frame>
      Value: true
    - Alpha: 1
      Axes Length: 1
      Axes Radius: 0.1000000149011612
      Class: rviz default plugins/Pose
```

```
Color: 255; 25; 0
  Enabled: true
  Head Length: 0.3000001192092896
  Head Radius: 0.1000000149011612
  Name: Pose
  Shaft Length: 1
  Shaft Radius: 0.0500000074505806
  Shape: Axes
  Topic:
   Depth: 5
    Durability Policy: Volatile
   History Policy: Keep Last
   Reliability Policy: Reliable
   Value: /px4 visualizer/vehicle pose
  Value: true
- Class: rviz default plugins/Marker
 Enabled: true
  Name: Marker
 Namespaces:
   arrow: true
  Topic:
   Depth: 5
    Durability Policy: Volatile
   History Policy: Keep Last
   Reliability Policy: Reliable
   Value: /px4 visualizer/vehicle velocity
 Value: true
- Alpha: 1
 Buffer Length: 1
  Class: rviz default plugins/Path
  Color: 25; 255; 0
  Enabled: true
  Head Diameter: 0.3000001192092896
  Head Length: 0.20000000298023224
  Length: 0.3000001192092896
  Line Style: Lines
  Line Width: 0.02999999329447746
 Name: Path
  Offset:
   X: 0
   Y: 0
    Z: 0
  Pose Color: 255; 85; 255
  Pose Style: None
  Radius: 0.029999999329447746
  Shaft Diameter: 0.1000000149011612
  Shaft Length: 0.1000000149011612
  Topic:
    Depth: 5
   Durability Policy: Volatile
   History Policy: Keep Last
   Reliability Policy: Reliable
   Value: /px4 visualizer/vehicle path
 Value: true
- Alpha: 1
```

```
Buffer Length: 1
    Class: rviz default plugins/Path
    Color: 25; 0; 255
    Enabled: true
    Head Diameter: 0.3000001192092896
    Head Length: 0.20000000298023224
    Length: 0.3000001192092896
    Line Style: Lines
    Line Width: 0.02999999329447746
    Name: Path
    Offset:
     X: 0
      Y: 0
      Z: 0
    Pose Color: 255; 85; 255
    Pose Style: None
    Radius: 0.029999999329447746
    Shaft Diameter: 0.1000000149011612
    Shaft Length: 0.10000000149011612
    Topic:
      Depth: 5
      Durability Policy: Volatile
      History Policy: Keep Last
      Reliability Policy: Reliable
      Value: /px4 visualizer/setpoint path
    Value: true
Enabled: true
Global Options:
  Background Color: 255; 255; 255
  Fixed Frame: map
  Frame Rate: 30
Name: root
Tools:
  - Class: rviz default plugins/Interact
    Hide Inactive Objects: true
  - Class: rviz default plugins/MoveCamera
  - Class: rviz default plugins/Select
  - Class: rviz default plugins/FocusCamera
  - Class: rviz default plugins/Measure
    Line color: 128; 128; 0
  - Class: rviz default plugins/SetInitialPose
    Topic:
      Depth: 5
      Durability Policy: Volatile
      History Policy: Keep Last
      Reliability Policy: Reliable
      Value: /initialpose
  - Class: rviz default plugins/SetGoal
    Topic:
      Depth: 5
      Durability Policy: Volatile
      History Policy: Keep Last
      Reliability Policy: Reliable
      Value: /goal pose
  - Class: rviz default plugins/PublishPoint
```

```
Single click: true
      Topic:
        Depth: 5
        Durability Policy: Volatile
        History Policy: Keep Last
        Reliability Policy: Reliable
        Value: /clicked point
  Transformation:
    Current:
      Class: rviz default plugins/TF
  Value: true
  Views:
    Current:
      Class: rviz default plugins/Orbit
      Distance: 24.51659393310547
      Enable Stereo Rendering:
        Stereo Eye Separation: 0.05999999865889549
        Stereo Focal Distance: 1
        Swap Stereo Eyes: false
        Value: false
      Focal Point:
        X: 0
        Y: 0
        Z: 0
      Focal Shape Fixed Size: true
      Focal Shape Size: 0.0500000074505806
      Invert Z Axis: false
      Name: Current View
      Near Clip Distance: 0.009999999776482582
      Pitch: 0.795397937297821
      Target Frame: <Fixed Frame>
      Value: Orbit (rviz)
      Yaw: 0.6553981304168701
    Saved: ~
Window Geometry:
  Displays:
    collapsed: true
  Height: 1136
  Hide Left Dock: true
  Hide Right Dock: true
  QMainWindow State:
000000ff0000000fd0000004000000000000028e00000416fc020000008fb00
00001200530065006c0065006300740069006f006e00000001e10000009b000000
5c00fffffffb0000001e0054006f006f006c002000500072006f00700065007200
7400690065007302000001ed000001df00000185000000a3fb0000001200560069
00650077007300200054006f006f02000001df000002110000018500000122fb00
0000200054006f006f006c002000500072006f0070006500720074006900650073
003203000002880000011d000002210000017afb00000010004400690073007000
6c00610079007300000003d00000416000000c900fffffffb0000002000730065
006c0065006300740069006f006e00200062007500660066006500720200000138
000000aa0000023a00000294fb0000001400570069006400650053007400650072
0065006f0200000e600000d2000003ee0000030bfb000000c004b0069006e00
65006300740200000186000001060000030c0000026100000010000010f000002
f4fc020000003fb0000001e0054006f006f006c002000500072006f0070006500
7200740069006500730100000041000000780000000000000000fb000000a0056
```

Selection:

collapsed: false
Tool Properties:
 collapsed: false

Views:

collapsed: true

Width: 924

X: 72 Y: 27

Приложение Ж. Сбор данных о процессе выполнения оптимизации траектории

```
=== Log time: 2025-05-19 22:50:18 ===
Final iteration: 4
Final cost: 138147.28125
X opt
       (first 10 values): [-4.4307336e-02 -2.5175688e-01
-2.2765790e-01 -2.5914019e-02
 -1.7244798e-01 -5.8699165e+01 3.0741501e-03 2.3382830e-02
  6.5383494e-01 7.5626957e-01]
u opt (first 10 values): [1180. 1200. 1190. 1200.]
=== Log time: 2025-05-19 22:50:18 ===
Final iteration: 4
Final cost: 145510.03125
X opt (first 10 values): [-4.6305872e-02 -2.6506522e-01
-2.2830836e-01 -2.6632650e-02
 -1.7755447e-01 -6.0183941e+01 3.0568789e-03 2.3447664e-02
  6.5371835e-01 7.5636840e-01]
u opt (first 10 values): [1220. 1245. 1230. 1245.]
=== Log time: 2025-05-19 22:50:18 ===
Final iteration: 4
Final cost: 151833.5625
X opt (first 10
                    values): [-4.8037294e-02 -2.7658129e-01
-2.2635698e-01 -2.7423382e-02
 -1.8201660e-01 -6.1434353e+01 3.0348089e-03 2.3489693e-02
 6.5377158e-01 7.5632131e-01]
u opt (first 10 values): [1270. 1300. 1290. 1300.]
=== Log time: 2025-05-19 22:50:18 ===
Final iteration: 4
Final cost: 160766.625
X opt (first 10
                    values): [-5.0504226e-02 -2.9286703e-01
-2.2635698e-01 -2.8600039e-02
 -1.8782124e-01 -6.3153927e+01 3.0478456e-03 2.3489464e-02
  6.5380388e-01 7.5629330e-011
u opt (first 10 values): [1350. 1380. 1360. 1380.]
=== Log time: 2025-05-19 22:50:18 ===
Final iteration: 4
Final cost: 169123.828125
       (first 10 values): [-5.2828319e-02 -3.0810258e-01
X opt
-2.2830836e-01 -2.9489323e-02
 -1.9274496e-01 -6.4717430e+01 3.1174475e-03 2.3490917e-02
  6.5387279e-01 7.5623333e-01]
u opt (first 10 values): [1420. 1460. 1440. 1460.]
=== Log time: 2025-05-19 22:50:19 ===
Final iteration: 1
Final cost: 179216.90625
X opt (first 10 values): [-5.5353627e-02 -3.2451746e-01
-2.2635698e-01 -3.0621555e-02
 -1.9789775e-01 -6.6359253e+01 3.2099700e-03 2.3485614e-02
  6.5374029e-01 7.5634772e-01]
```

```
u_opt (first 10 values): [0. 0. 0. 0.]

=== Log time: 2025-05-19 22:50:19 ===
Final iteration: 1
Final cost: 187177.15625
X_opt (first 10 values): [-5.7605188e-02 -3.3893576e-01-2.2700745e-01 -3.1908542e-02-2.0237067e-01 -6.7766533e+01 3.2638162e-03 2.3437249e-02-6.5326667e-01 7.5675809e-01]
u opt (first 10 values): [0. 0. 0. 0.]
```

Приложение И. Упрощенное решение задачи флипа

```
def flip thrust max(self):
        if self.flip thrust max f:
            self.set thrust(1.0)
    def flip thrust recovery(self):
        if self.flip thrust recovery f:
            self.set thrust(0.6)
    def flip pitch t(self):
        if self.flip pitch f:
               self.set rates(17.0, 0.0, 0.0, 0.25) # roll max rate
should be 1000 in QGC vechicle setup
    # main spinned function
    def update(self):
        #self.get logger().info(f"flip stage: {self.flip stage}")
              #self.get logger().info(f"UPDATE self.alt={self.alt}
self.vehicle local position.z={self.vehicle local position.z}")
        if self.main state == DroneState.INIT:
            self.set offboard mode()
            self.arm()
            self.main state = DroneState.ARMING
        elif self.main state == DroneState.ARMING:
                                self.get logger().warn(f"arm state:
{self.arming state}")
            self.get logger().info(f"nav state: {self.nav state}")
                                        if
                                             self.arming state
VehicleStatus.ARMING STATE ARMED:
                self.get logger().info('ARMING STATE ARMED')
                self.main state = DroneState.TAKEOFF
                self.set offboard mode()
                self.arm()
        elif self.main state == DroneState.TAKEOFF:
                          self.publish position setpoint (0.0, 0.0,
self.takeoff height)
                        #self.get_logger().info(f'self.arming state
{self.arming state} {self.health warning}')
                              #self.get logger().info(f"position.z:
{self.vehicle local position.z}
                                               self.takeoff height:
{self.takeoff height} res:{self.vehicle local position.z + 0.2 <=
-self.takeoff height}")
                     if self.vehicle local position.z - 0.5 <=
-self.takeoff height:
                self.main state = DroneState.READY FOR FLIP
        elif self.main state == DroneState.READY FOR FLIP:
                                #self.get logger().info(f'self.roll
angular velocity={self.angular velocity[0]}
abs(self.roll={abs(self.roll)}')
```

```
if self.roll is not None:
                      if (abs(self.angular\ velocity[0]) < 0.05\ and
(abs(self.roll) < 2.0)):
                    self.main state = DroneState.FLIP
                    self.stage time = time.time()
        ## PITCH FLIP
        elif self.main state == DroneState.FLIP:
            # Обновление накопленного roll c учетом wrap-around
            roll_diff = self.roll - self.prev roll
            if roll diff > 180.0:
                roll diff -= 360.0
            elif roll diff < -180.0:
                roll diff += 360.0
            self.roll accum += roll diff
            self.prev roll = self.roll
            self.get logger().info(
                                    f"[FLIP] roll={self.roll:.2f},
                                  roll accum={self.roll accum:.2f},
roll diff{roll diff},
alt={self.alt:.2f}, flip state={self.flip state.name}")
            # 1) Взлет на высоту
            if self.flip state == DroneFlipState.INIT:
                if self.alt > -6.0:
                    self.flip thrust max f = True
                else:
                    self.flip thrust max f = False
                    self.flip pitch f = True
                      self.roll accum = 0.0 # сброс перед началом
вращения
                    self.prev roll = self.roll
                    self.flip state = DroneFlipState.FLIP INIT
            # 2) Отслеживание прогресса флипа
              elif self.flip state == DroneFlipState.FLIP INIT and
self.roll accum > 45.0:
                self.flip state = DroneFlipState.FLIP TURNED 45
             elif self.flip state == DroneFlipState.FLIP TURNED 45
and self.roll accum > 315.0:
                self.flip state = DroneFlipState.FLIP TURNED 315
                self.flip_pitch f = False
            # 3) Восстановление после переворота
                                        elif self.flip state ==
DroneFlipState.FLIP TURNED 315:
                if abs(self.alt) < 5.0:
                    self.flip thrust recovery f = True
                else:
                    self.flip thrust recovery f = False
                    self.main state = DroneState.LANDING
```