

傳染病基本再生數 R_0 之探討

-以香港SARS與鑽石公主號新冠肺炎數據為例-

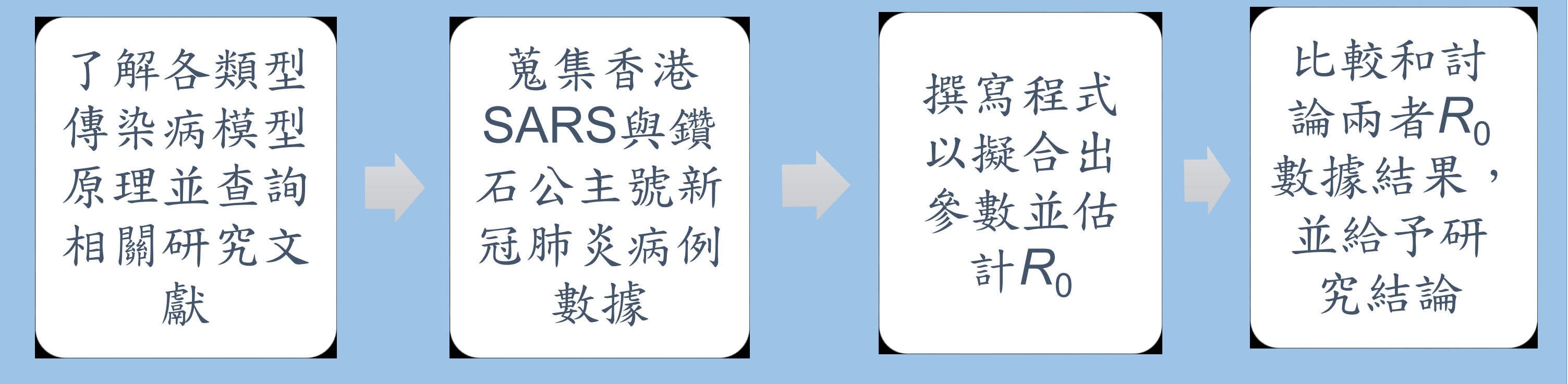
報告學生:數學系 倪毓均、林凌豪 指導老師: 數學系 林惠婷

一、前言

新冠肺炎(Covid-19)與2003年爆發的嚴重急性呼吸系統綜合症(SARS)皆為冠狀病毒所引起，在新冠肺炎爆發期間，對於防疫措施、傳染力、症狀等兩者常常被作為比較對象進行討論。在傳染病模型中，基本再生數(Basic Reproduction Number) R_0 為受指標病例(Index Case)所感染的二代病例(Secondary Cases)的平均數，是預測疫情發展的重要參數。我們以香港SARS數據與鑽石公主號新冠肺炎的病例數據，使用SIR模型模擬疫情發展並估計 R_0 值對兩者進行比較。

二、研究方法

(一) 流程圖



SIR model:

$$S \xrightarrow{\beta SI} I \xrightarrow{\gamma I} R$$
$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

S: the susceptibles. 易感者(未得病但有可能得病的人)

I: the infectives. 感染者(已確診的人)

R: the removed. 移除者(病癒或病故的人)

β : the infection transmission rate.(感染率)

γ : the rate of recovery.(恢復率，為病程的倒數)

N: total population, $N = S + I + R$

t: time(時間參數)

Definition: R_0 (Basic Reproduction Number)

$$R_0 = \frac{\beta N}{\gamma}$$

1. 鑽石公主號的 R_0 推估:

N:船上總人數

β : 利用差分方程估計

$$\frac{dS}{dt} \cong \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t+1) - S(t)}{(t+1) - t} \cong -\beta S(t)I(t) \Rightarrow \beta \cong \frac{S(t) - S(t+1)}{S(t)I(t)}$$

γ : 參考醫學報告資料，嘗試7、14、21、28天的病程

2. 2003香港SARS R_0 推估

K: carrying capacity.

P(t): 累積病例數

r: intrinsic growth rate.

C: constant.

N: 利用 Logistic Curve fitting，假設K為總人數

$$\frac{dP}{dt} = P(t)(r - \frac{r}{K}P(t))$$
$$\Rightarrow P(t) = \frac{K}{1 + Ce^{-rt}}$$

β : 利用差分方程估計

γ : 參考醫學報告資料，嘗試7、14、21、28天的病程

三、結果

Covid-19 (鑽石公主號)	SARS (香港)
(圖一) SIR model	(圖二) SIR model
(圖三) 累積病例數擬合圖 (Logistic)	(圖四) 累積病例數擬合圖 (Logistic)
(圖五) 累積病例數擬合圖 (SIR)	(圖六) 累積病例數擬合圖 (SIR)
<div>1. 7 天: R_0 約 2.05</div> <div>2. 14 天: R_0 約 4.09</div> <div>3. 21 天: R_0 約 6.14</div> <div>4. 28 天: R_0 約 8.19</div>	<div>1. 7 天: R_0 約 0.77(N = 1471) 、0.84(N = 1601) 、0.84(N = 1618)</div> <div>2. 14 天: R_0 約 1.54(N = 1471) 、1.67(N = 1601) 、1.69(N = 1618)</div> <div>3. 21 天: R_0 約 2.30(N = 1471) 、2.51(N = 1601) 、2.53(N = 1618)</div> <div>4. 28 天: R_0 約 3.07(N = 1471) 、3.34(N = 1601) 、3.38(N = 1618)</div>

四、結論

- 各嘗試7、14、21、28天的病程天數後得出，鑽石公主號Covid-19 R_0 範圍約為 2.05 ~ 8.19，2003香港SARS之 R_0 範圍約為0.77 ~ 3.38
- 觀察結果後推論，在固定疾病傳播率(β 值)和總人口數的情況下，若放任疾病不做積極的對策，使得得病者病程加長，因而導致最終累積病例數比採取相對應措施的情況還高。

五、參考資料

- Hwei-Ting Lin, Lecture Note: Mathematical Analysis of Compartmental Models of infectious diseases. (惠婷老師講義)
- SARS每日新增病例數據來源: 惠婷老師提供
- Covid-19數據來源: Johns Hopkins University CSSE
- 程式(Python)參考: SciPy、NumPy、Matplotlib、pandas

掃描QR code，內有完整圖表、程式碼、數據結果與詳細參考資料。

