

Exercice 1 Simplification Algébrique

a. Montrer que :

- $\bar{a}\bar{c} + a\bar{c} + bc = b + \bar{c}$
- $ax + b\bar{x} + ab = ax + b\bar{x}$
- $(a + x)(b + \bar{x})(a + b) = (a + x)(b + \bar{x})$

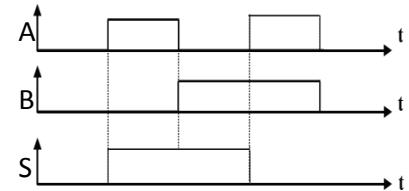
b. Simplifier les expressions logiques suivantes

- $(a + \bar{b}).\bar{a}b$
- $a\bar{b}c + bc + a\bar{c}$
- $xy + \bar{y}z + xz + xyz$
- $(a.b.(c + \bar{b}.d) + \bar{a}\bar{b}.).c.d$
- $\bar{a}.\bar{b} + \overline{a + b + c + d}$

Exercice 2 Représentation et matérialisation des fonctions logiquesa. Montrer que *NAND* et *NOR* sont des opérateurs complets. Puis donner le schéma logique du *NAND* à 4 entrées et du *NOR* à 4 entrées conçues à partir des *NAND* et des *NOR* à 2 entrées.

b. A partir du chronogramme ci-contre

- Etablir l'équation logique de la sortie S en fonction des entrées.
- De quelle fonction logique s'agit-il ? schématiser son schéma logique à l'aide des opérateurs de base ; puis en utilisant uniquement des portes *NAND* ; ensuite uniquement des portes *NOR*.
- Etablir l'équation de \bar{S} comment appelle-t-on cette fonction ?



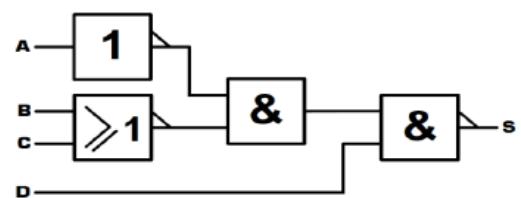
c. A partir de la table de vérité ci-contre

- Etablir l'équation logique de la sortie F en fonction des entrées sous sa première forme canonique (Somme de produits), puis décimale.
- En déduire l'expression de S sous sa deuxième forme canonique (produit de sommes)
- En utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole, Simplifier la première forme de S puis schématiser son logigramme à l'aide des portes logiques de base.

A	B	C	$F(A, B, C)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

d. A partir du logigramme ci-contre :

- Compléter la remarque suivante « La sortie S vaut forcément lorsque D vaut ... quel que soit l'état des entrées »
- Déterminer l'équation logique de la sortie S en fonction des entrées.
- Etablir la table de vérité qui décrit le fonctionnement de S.

**Exercice 3 Simplification par les tables de Karnaugh (T.K)**

a. Donner la table de Karnaugh qui correspond à la table de vérité ci-contre, puis utiliser la (T.K) pour simplifier la fonction S

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- b. Pour chacune des fonctions logiques suivantes, établir la (*T.K*), puis simplifier l'expression.
- $f(a, b, c) = a\bar{c} + a\bar{b} + abc + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$
 - $f(a, b, c, d) = \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} + \bar{c}\bar{d} + c\bar{d}$
 - $f(a, b, c, d) = \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}\bar{d} + ac + bcd$
 - $f(a, b, c, d) = (a + b) \cdot (b + \bar{c}) \cdot (a + d)$
- c. Soit la fonction $h(a, b, c, d, e) = \bar{a}\bar{b}\bar{e} + \bar{a}\bar{c}\bar{e} + \bar{a}bce + a\bar{c}\bar{e} + ace$; Donner sa forme décimale; puis utiliser une (*T.K*) pour donner une expression simplifiée de $h(a, b, c, d, e)$
- d. Soit la fonction logique suivante : $f(a, b, c, d) = \sum(0,1,5,7,8,14,15) + \emptyset(2,10)$, A partir de sa (*T.K*), donner les formes minimales disjonctive et conjonctive de h.

Exercice 4 : Synthèse de circuits logique

Une porte de banque possède 5 serrures : v, w, x, y, z qui doivent être toutes ouvertes pour ouvrir la porte. Pour des raisons de sécurité, les clés de ces serrures sont reparties sur 5 personnes différentes : A, B, C, D, E.

- A possède les clés v et x
 - B possède les clés v et y
 - C possède les clés w et y
 - D possède les clés x et z
 - E possède les clés v et z
- a. Exprimer la fonction $F(A, B, C, D, E)$ qui indique quand la porte peut être ouverte en fonction des personnes présentes ; la minimiser en utilisant une table de Karnaugh.
- b. Donner toutes les combinaisons des personnes qui peuvent ouvrir la porte.
- c. Donner le nombre minimal des personnes qui peuvent ouvrir la porte. Quelle est la personne sans laquelle la porte ne peut être ouverte.

Exercices Supplémentaires :

Exercice 1

- Montrer que si $Z = A \oplus B$ alors $A = B \oplus Z$; et Montrer que : $\overline{A \oplus B} = \bar{A} \oplus B = A \oplus \bar{B}$
- Calculer $\bar{X}Y + X\bar{Y}$ sachant que $X = \bar{B}\bar{C} + AC$ et $Y = B\bar{C} + \bar{A}C$

Exercice 2

Le comité directeur d'une entreprise est constitué de quatre membres : le directeur d et ses trois adjoints a, b , c . Lors des réunions, les décisions sont prises à la majorité. Chaque personne dispose d'un interrupteur pour voter sur lequel elle appuie en cas d'accord avec le projet soumis au vote. En cas d'égalité du nombre de voix, celle du directeur compte le double.

On se propose de réaliser un dispositif électronique à base de fonctions logiques permettant d'afficher le résultat de vote : Une lampe verte **Lvs**'allume si la décision est favorable (acceptée)

- Donner la table de Karnaugh de ce dispositif, en déduire l'équation logique de **Lv**
- Réaliser le circuit logique de **Lven** utilisant les opérateurs de base, puis uniquement des portes Nand

Exercice 3

La figure suivante montre le schéma d'un circuit d'alarme d'une voiture qui détecte diverses situations non souhaitables selon 4 interrupteurs qui servent à distinguer l'état de la porte du chauffeur (P), de la ceinture de sécurité du chauffeur (S), du contact de l'allumage de la voiture (C) et des phares de la voiture (F).

D'après le mode de fonctionnement, une alarma (A) est déclenchée lorsque :

- Les phares sont allumés et le contact d'allumage est coupé
- La porte est ouverte et le contact d'allumage est mis
- Le contact d'allumage est mis, et la ceinture de sécurité n'est pas attaché

Proposer un circuit logique pour cette alarme.

