USTO-MB-ORAN **Année 2019-2020**
FGE-Département ELN
2eme Année –TELECOMMUNICATIONS

Solution de la fiche TD 01
TELECOMMUNICTIONS FONDMENTLES

Exercice 0 1 :

a) *x(t)=A sin t* (voir fig.1-1)

Comme *x(t)* est périodique de période 2π, il s'agit d'un signal à puissance finie.

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T [x(t)]^2\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [A\sin t]^2\, dt$$
$$= \frac{A^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1}{2}(1-\cos 2t)dt = \frac{A^2}{2}$$

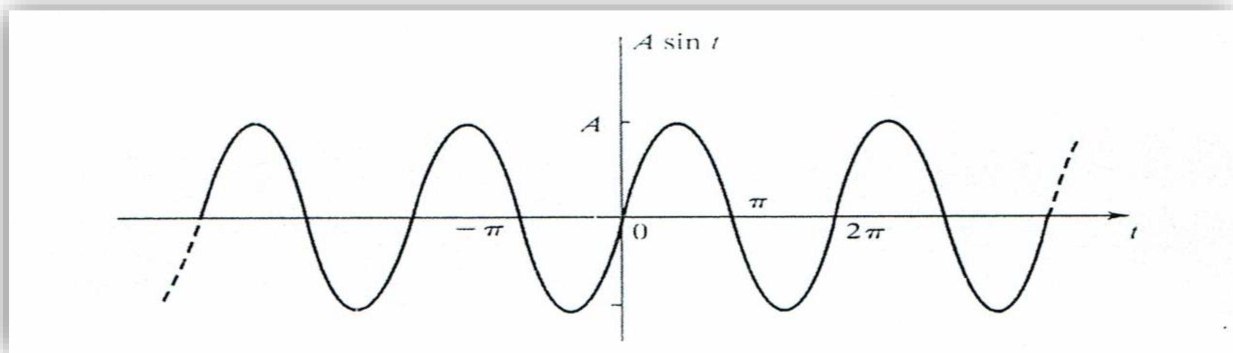


Fig. 1-1

b) x(t)=A [u(t+a)-u(t-a)], a>0 (voir la fig. 1-2).ce signal a une durée limitée , il est donc a énergie finie.

$$E = \int_{-a}^{a} A^2\, dt = 2aA^2$$

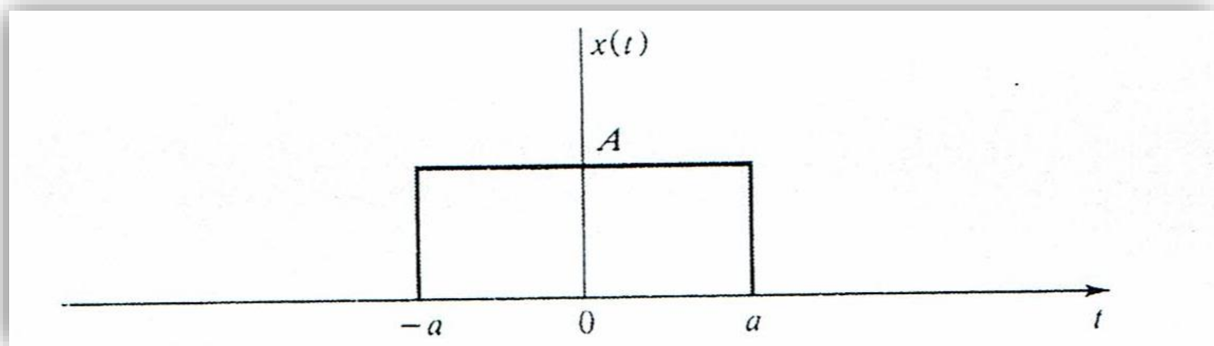


Fig. 1-2

c) $x(t)=e^{-a|t|} = \begin{cases} e^{-at} & t>0 \\ e^{at} & t<0 \end{cases}$ (voir la fig.1-3)

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 \, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2a|t|} \, dt$$
$$= 2 \int_0^{+\infty} e^{-2at} \, dt = \frac{1}{a} < \infty$$

x(t) est donc un signal a énergie finie.

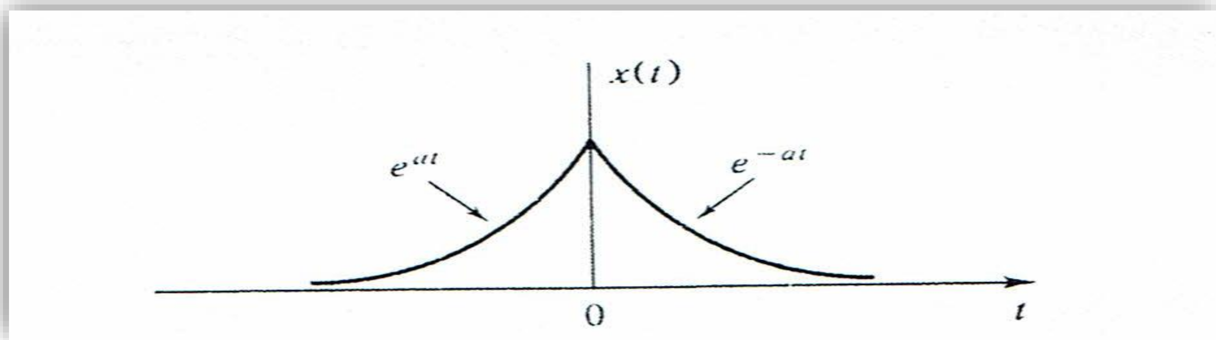


Fig. 1-3

d) $x(t) = u(t)$ (voir fig.1-4)

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t)]^2 \, dt = \lim_{T\to\infty} \int_0^{T/2} 1^2 \, dt$$
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{T}{2} = \infty$$

$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t)]^2 \, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} 1^2 \, dt$$
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \frac{T}{2} = \frac{1}{2}$$

x(t) est donc un signal a puissance finie.

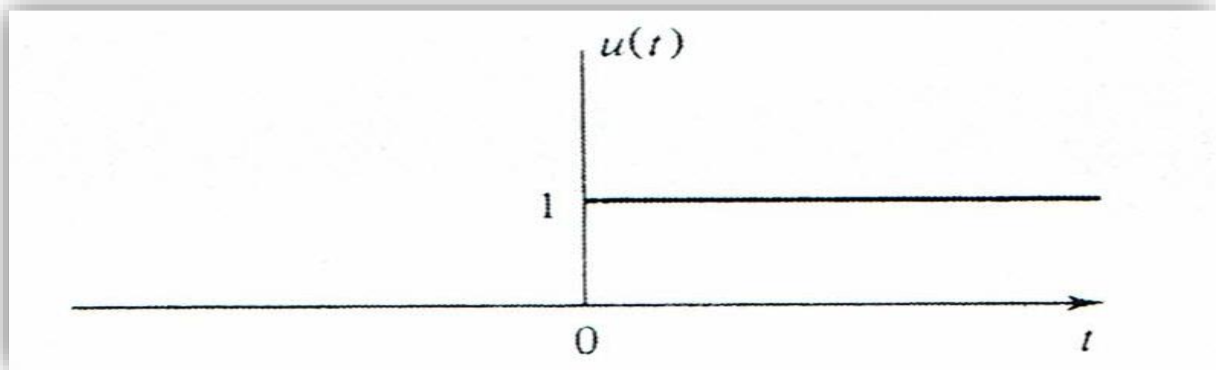


Fig. 1-4

e) $x(t) = tu(t)$ (voir fig.1-5)

$$E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t)]^2\,dt = \lim_{T\to\infty} \int_0^{T/2} t^2\,dt$$
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{(T/2)^3}{3} = \infty$$
$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t)]^2\,dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} t^2\,dt$$
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\frac{(T/2)^3}{3} = \lim_{T\to\infty} \frac{T^2}{24} = \infty$$

Ainsi *x(t)* n’est ni un signal ni à énergie finie ni un signal à puissance finie.

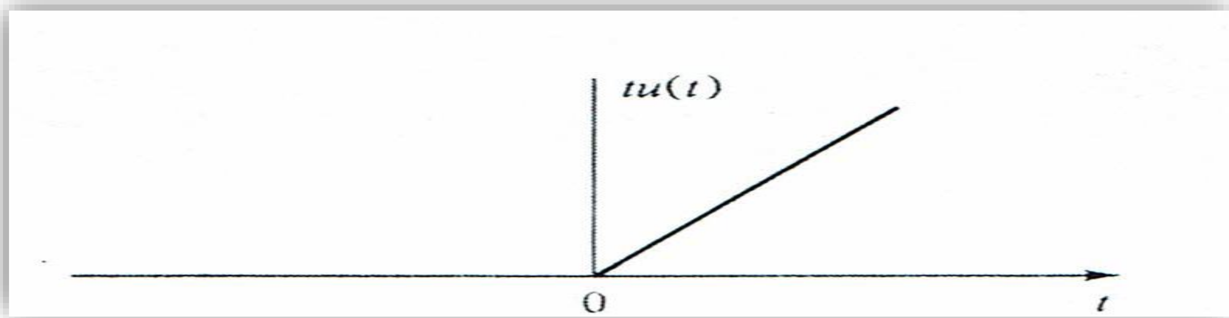


Fig. 1-5

Exercice 0 2 :

série de Fourier

Soit *x(t)* une fonction **périodique** de période T ; *x(t)*est alors identique e son développement en série de Fourier :

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cos\,(n\varpi t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n sin(n\varpi t)$$

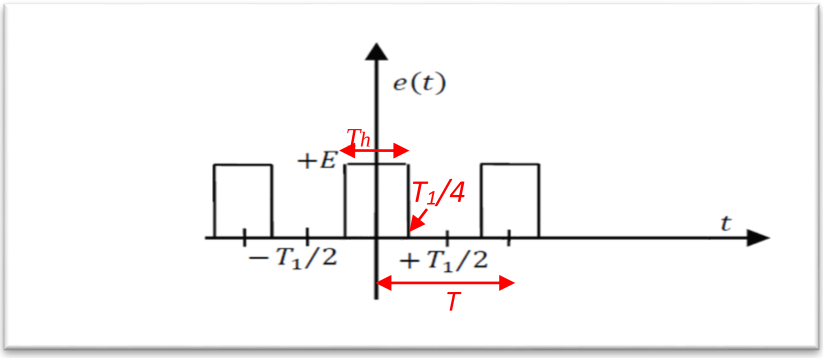
- Si x(t) est une fonction réelle, alors les coefficients a_0, a_n et b_n sont réels.
- Si x(t) est une fonction paire, alors les coefficients des sinus sont tous nuls : $b_n = 0\ \forall n > 0$.
- Si x(t) est une fonction impaire, alors les coefficients des cosinus sont nuls : $a_n = 0\ \forall n > 0$.

Les coefficients du développement en série de Fourier sur la base des fonctions sinusoïdales comme suit :

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$$
$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(n\omega t)\,dt$$
$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(n\omega t)\,dt\,.$$

Question01 : Soit le signal e(t) de fréquence f_1, de rapport cyclique α=1/2, de niveaux 0 et E fig. 2-1.

- Déterminer son développement en série de fourrier sous forme trigonométrique.



$\alpha = \frac{Th}{T} = \frac{1}{2}$

Fig.2-1

Le signal est développement en série de cosinus car il est pair. b_n=0

$$a_0 = \frac{1}{T_1}\int_{-T_1/2}^{T_1/2} e(t)\,dt = \frac{E}{T_1}\int_{-T_1/4}^{T_1/4} 1\,dt = \frac{E}{2}$$

$$a_n = \frac{4}{T_1}\int_0^{T_1/2} e(t)\cos(n\omega_1 t)\,dt = \frac{4E}{T_1}\int_0^{T_1/4}\cos(n\omega_1 t)\,dt$$

$$= \frac{4E}{T_1}\left[\frac{Sin(n\omega_1 t)}{(n\omega_1)}\right]_0^{T_1/4} = \frac{2E}{n\pi} sin\frac{n\pi}{2}$$

$$a_n = \frac{2E}{n\pi} sin\frac{n\pi}{2}$$

D'ou $\boxed{e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{n\pi}{2n} cos\,(n\omega t)}$

Question02 :

- Calculer la transformée de Fourier du signal $e'(t)$.

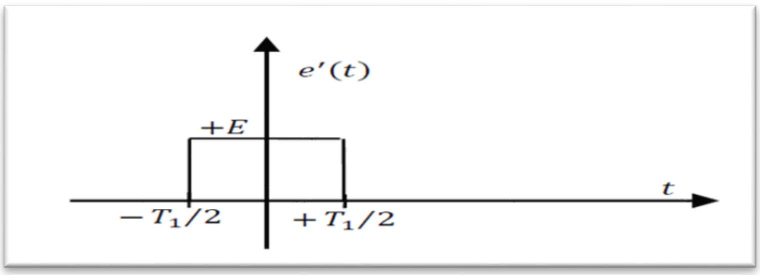


Fig.2.2

USTO-MB-ORAN **Année 2019-2020**
FGE-Département ELN
2^{eme} Année –TELECOMMUNICATIONS

Considérons le signal e'(t) tel que :

$$e'(t) = \begin{cases} E & T_1/2 \leq t \leq T_1/2 \\ 0 & ailleurs \end{cases}$$

Soit E'(f) sa transformée de Fourier. Par définition

$$E'(f) = TF[e'(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} e'(t)\, e^{-j2\pi ft}\ dt$$

$$E'(f) = \int_{-T_1/2}^{+T_1/2} E\ e^{-j2\pi ft}\ dt$$

$$E'(f) = -\frac{E}{j2\pi f}\left[\ e^{-j2\pi ft}\right]_{-T_1/2}^{T_1/2}$$

$$E'(f) = \frac{E}{\pi f}\left(\frac{e^{+j2\pi ft} - e^{-j2\pi ft}}{2J}\right)$$

$$E'(f) = \frac{E}{\pi f} Sin(\pi f T_1)$$

$$E'(f) = E T_1 SinC(\pi f T_1)$$

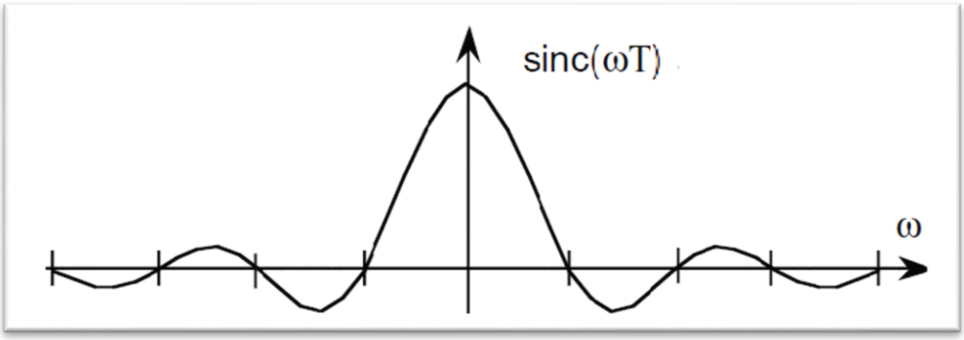


Fig.2.3

Exercice 0 3 :

1) Une première mesure de signal donne un résultat de 69.2 dBµV. Donnez la valeur de cette mesure en V (valeur efficace), en dBmV, en W puis dBm.

$M_{dB\mu V} = 20 log \frac{M_v}{10^{-6}} = 69.2$ dBµV

D'où $M_{dBmV} = 20 log \frac{M_v}{10^{-3}} = 9.18$ dBµV

On extrait $M_v = 10^{\left(\frac{M_{dB\mu V}}{20} - 6\right)} = 2.88 mV$

2) Une mesure de bruit capté dans les mêmes conditions que le signal précédent donne un résultat de 57.8dBµV. donnez la valeur de cette mesure en W.

$$P=\frac{V_{eff}^2}{R} = 0.11\mu w$$

$$P_{MW}=\frac{M_V^2}{R} = \frac{10^{\left(\frac{MdB\mu V}{10}\right)-12}}{75} = 8.03nW$$

3) Quel est le rapport signal sur bruit mesuré ?

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{db} = 10\ log\left(\frac{S_W}{B_W}\right) = S_{db\mu v} - B_{db\mu v}$$

S et B désignent les mesures du signal et du bruit.

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{db} = 11.4db$$

Exercice 0 4 :

1) **Transmission sur ligne téléphonique**

a) Une valence de 8 permet de coder 3 bits par symbole. La rapidité de modulation de 1200 bauds est égal au nombre de symboles émis par seconde. Le débit est donc
1200 * 3=3600bit/s.

b) on suppose que le rapport signal sur bruit est de 33dB. La capacité théorique de cette ligne pour bande passante BP=3100 H :

$$C = BP\log_2\left(1+\frac{S}{B}\right) = 3100\log_2(1+1995) = 33684\ bits/s$$

$$\text{car}\quad \frac{S}{B} = 10^{\frac{33}{10}}\ ,\qquad \text{le rapport étant en dBW et } \log_2 n = \frac{\ln n}{\ln 2}$$

2) **Transmission sur câble coaxial**

a) En considérant que l'atténuation est proportionnelle à $\sqrt{f}$, l'atténuation pour chacun des deux câbles est donc :

- Câble RG 58W : α=24 dB/100 m à 200 MHz $\longrightarrow$ α=17 dB/100 m à 100 MHz
- Câble RG 35BU : α=4.7 dB/100 m à 200 MHz $\longrightarrow$ α=3.3 dB/100 m à 100 MHz

b) la puissance à l'antenne pour chacun des deux câbles :

Puissance de l'émetteur : $Pe = 10W = 10log\frac{10}{10^{-3}}dBm = 40dBm$

La puissance à l'antenne : $Pe(dBm) - Att(dB)$:

- Câble RG 58W : $P_{ant}(dBm) = 40 - 17 \times 0{,}3 = 34{,}9\ dBm = 3W$
- Câble RG 35BU: $P_{ant}(dBm) = 40 - 3{,}3 \times 0{,}3 = 39\ dBm = 8W$
-

c) choix du bon câble :

Le premier critère du choix est l'impédance caractéristique qui doit être compatible avec celle du matériel sur lequel il est connecté. Il doit ensuite avoir une atténuation acceptable.

3) Liaison hertzienne

a) la longueur d'onde associée à la fréquence utilisée :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8}{400.10^6} = 75cm$$

b) La puissance minimale pour réaliser cette liaison :

L'atténuation vaut $\alpha_{(dB)} = 20log\frac{4\pi d}{\lambda} = 98{,}5dB$ Alors le niveau d'émission minimum est

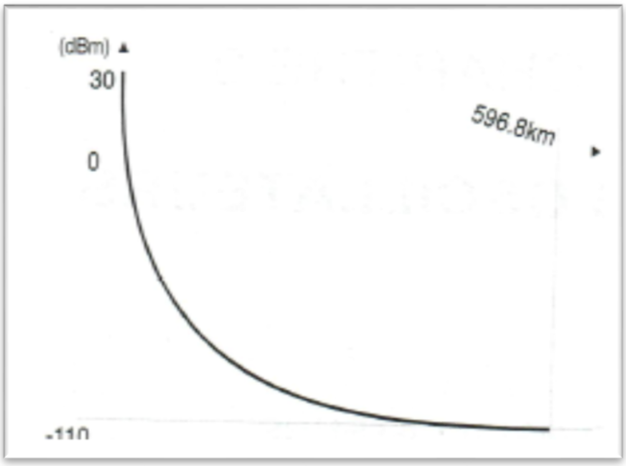
$L_E = S_R + A = -110 + 98{,}5 = -11{,}5\ dBm$ *soit* $L_{Emin} = 70\mu W$

c) la puissance d'émission étant de 1 W, la longueur maximale de la liaison se détermine de la façon suivante :

Si L_E devient 1W, soit 30 dBm, on peut se permettre une atténuation de 30-(-110) soit 140dBm. Avec la formule de l'atténuation, on extrait la distance :

$$d = \frac{\lambda}{4\pi}10^{\frac{140}{20}} = 596.8\ km$$

d) Tracé de la puissance reçue en fonction de la distance de l'émetteur



e) Le niveau de réception en dBm du signal

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8}{11.10^9} = 2.7cm \;\; et \;\; L_E = 50dBm$$

$$A_{dB} = L_E - L_R = 20log\frac{4\pi}{\lambda} = 204\ dB$$

L_R=50-204=-154 dBm pas de réception.

f) L'atténution totale de la liaison ainsi que le niveau de réception en dBm

$A_{dB}=L_E+G_E+G_R-L_R$ On sort $L_R=-A_{dB}+L_E+G_E+G_R$=50+50+40-204=-64 dBm

La puissance vaut donc 398 pW