

Solution de la fiche TD 03
TELECOMMUNICATIONS FONDAMENTLES

Exercice 01 :

Un générateur délivre le signal

$$e(t) = 5\cos(10^6 t) + 3.5 \cos(10^3 t) \cos(10^6 t)$$

$$e(t) = 5\left(1 + \frac{3.5}{5} \cos(10^3 t)\right) \cos(10^6 t)$$

$$V_s(t) = A_p(1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$$

Déterminer :

- 1) La fréquence de la porteuse.

$$f_p = \frac{10^6}{2\pi} = 159.22 \text{ kHz}$$

- 2) La fréquence du signal modulant.

$$f_m = \frac{10^3}{2\pi} = 159.22 \text{ Hz}$$

- 3) L'indice de modulation.

$$m = \frac{3.5}{5} = 0.7$$

Exercice 02 :

Modulation d'amplitude AM

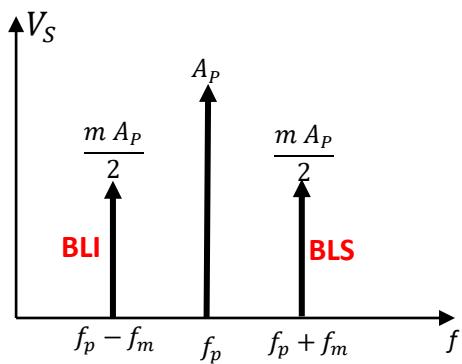
$V_s(t)$ = signal modulé

$$V_s(t) = (A_p + m A_p \cos \omega_m t) \cos \omega_p t$$

$$V_s(t) = A_p \cos \omega_p t + m A_p \cos \omega_p t \cos \omega_m t$$

$$V_s(t) = A_p \cos \omega_p t + \frac{m A_p}{2} \cos(\omega_p + \omega_m) t + \frac{m A_p}{2} \cos(\omega_p - \omega_m) t$$

$$V_s(t) = A_p \cos 2\pi f_p t + \frac{m A_p}{2} \cos 2\pi(f_p + f_m) t + \frac{m A_p}{2} \cos 2\pi(f_p - f_m) t$$



Par analogie :

$$e(t) = 100 \cos(3.77 \cdot 10^6) t + 43.5 \cos(3.738 \cdot 10^6) t + \frac{m A_p}{2} \cos(3.802 \cdot 10^6) t$$

- 1)** La fréquence latérale supérieure $f_{BLS} = f_p + f_m$

$$f_{BLS} = \frac{3.802 \cdot 10^6}{2\pi} = 605 \text{ kHz}$$

- 2)** La fréquence modulante f_m

$$f_m = \frac{3.802 \cdot 10^6 - 3.77 \cdot 10^6}{2\pi} = 5 \text{ kHz}$$

- 3)** Le taux de modulation m :

$$\frac{m A_p}{2} = 43.5 \longrightarrow m = \frac{43.5 * 2}{100} = 0.87$$

- 4)** La bande de fréquence de l'émission β :

$$\beta = 2 f_m = 2 * 5 \text{ kHz} = 10 \text{ kHz}$$

- 5)** La puissance contenue dans la porteuse et dans chaque bande latérale :

$$P_t = P_p \left(1 + \frac{m^2}{2} \right)$$

$$\text{La puissance de la porteuse : } P_p = \frac{P_t}{\left(1 + \frac{m^2}{2} \right)} = 27.56 \text{ kW}$$

La puissance de la bande latérale :

$$P_l = P_p + 2 * P_l$$

$$P_l = \frac{P_t - P_p}{2} = 5.13 \text{ kW}$$

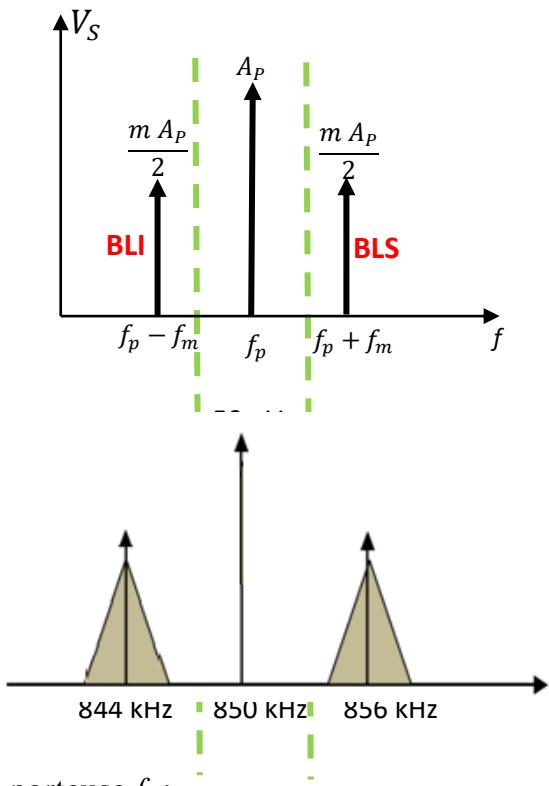
- 6)** La puissance de la porteuse est constante pour un émetteur donné .le nouveau taux de modulation

$$P_l = \frac{P_t - P_p}{2} = \frac{m^2}{4} P_p$$

$$m = \left(\frac{2 * (P_t - P_p)}{P_p} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.56$$

Exercice 03

Le spectre d'un signal AM est représenté sur la figure suivante :



1) La fréquence de la porteuse f_p :

$$f_p = 850 \text{ kHz}$$

2) La bande de la fréquence occupée par le signal AM

$$\beta = f_{BLS} - f_{BLI} = 856 - 844 = 12 \text{ kHz}$$

3) La fréquence de l'onde modulante

$$\begin{aligned} \beta &= f_{BLS} - f_{BLI} = (f_p + f_m) - (f_p - f_m) = 2 * f_m \\ f_m &= \frac{\beta}{2} = 6 \text{ kHz} \end{aligned}$$

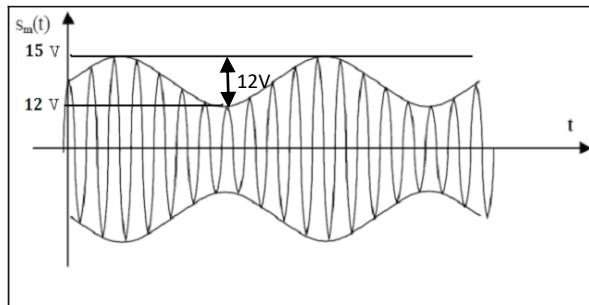
4) L'indice de modulation

$$A_p = 50 \text{ mV}$$

$$A_p \frac{m}{2} = 20 \text{ mV} \text{ donc } m = \frac{40}{50} = 0.8$$

Exercice 04 :

Un signale AM possède une fréquence de porteuse de 150KHz, une fréquence modulante de 5 KHz et une puissance d'émission de 150KW est son oscillogramme est donné sur la figure suivantes :



1. Les fréquences contenues dans l'onde modulée

$$\begin{cases} f_p = 150 \text{ KHz} \\ f_p - f_m = 145 \text{ KHz} \\ f_p + f_m = 155 \text{ KHz} \end{cases}$$

2. La bande de fréquence de l'onde modulée

$$\begin{aligned} \beta &= f_{BLS} - f_{BLI} = (f_p + f_m) - (f_p - f_m) = 2 * f_m \\ \beta &= 10 \text{ KHz} \end{aligned}$$

3. L'indice de modulation

$$\begin{aligned} E(1+m) &= 15 \text{ V} \\ E(1-m) &= 15 - 12 = 3 \text{ V} \end{aligned}$$

$$m = \frac{E(1+m) - E(1-m)}{E(1+m) + E(1-m)} = \frac{15-3}{15+3} = 0.66$$

4. La puissance contenue dans la porteuse

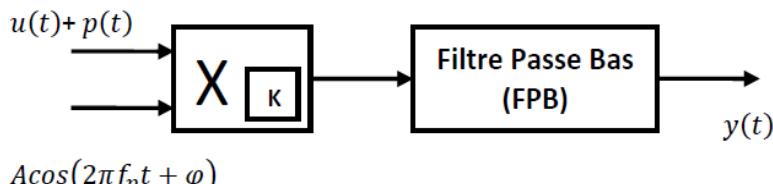
$$P_t = P_p \left(1 + \frac{m^2}{2} \right) \text{ et } P_t = P_p + 2 * P_l$$

$$P_p = \frac{P_t}{\left(1 + \frac{m^2}{2} \right)} = 123 \text{ kW}$$

5. La puissance contenue dans chacune des bandes latérales

$$\begin{aligned} P_t &= P_p + 2 * P_l \\ P_l &= \frac{P_t - P_p}{2} = 13.5 \text{ kW} \end{aligned}$$

Exercice 05 : Démodulation synchrone



Avec :

$$u(t) = U \cos(2\pi f_0 t)$$

$$p(t) = P \cos(2\pi f_p t)$$

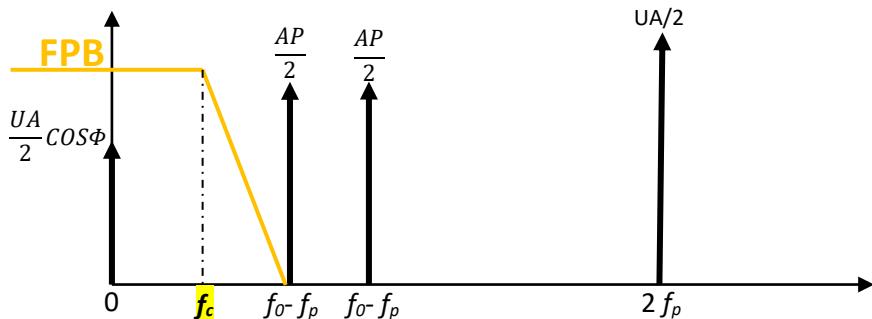
- Déterminer le spectre du signal en sortie du multiplicateur ($k = 10$)

$$y_1(t) = 10[u(t) + p(t)] * A \cos(2\pi f_0 t + \Phi)$$

$$\frac{y_1(t)}{10} = UA \cos(2\pi f_0 t) * \cos(2\pi f_0 t + \Phi) + AP \cos(2\pi f_p t) * \cos(2\pi f_0 t + \Phi)$$

$$\frac{y_1(t)}{10} = \frac{UA}{2} [\cos(\Phi) + \cos(4\pi f_0 t + \Phi)] + \frac{AP}{2} [\cos(2\pi(f_p - f_0)t - \Phi) + \cos(2\pi(f_p + f_0)t + \Phi)]$$

Présentation graphique



- Il faut choisir f_c de telle sorte que $f_c < f_0 - f_p$

Ainsi, en sortie du filtre passe bas ne passera que la composante continue de $y_1(t)$

Exercice 06 : Quelle est la bande de fréquence d'un signal FM dont l'indice de modulation $m = 0.2$ et la fréquence f du signal modulant est 10 kHz. Quelle est la bande de fréquence d'un signal FM dont l'indice de modulation $m = 6$ et la fréquence f du signal modulant est 5 kHz.

➤ La bande de fréquence d'un signal FM ; $B_p = 2(m + 1)f_m$

Pour $m = 0.2$ et $f_m = 10$ kHz $\Rightarrow B_p = 2(0.2 + 1)10 = 24$ kHz

Pour $m = 6$ et $f_m = 5$ kHz $\Rightarrow B_p = 2(6 + 1)5 = 70$ kHz

Exercice 07 :

- **modulation de phase**, l'information à transmettre agit directement sur la phase de la porteuse.

1. Exprimé $\theta(t)$ en fonction de f_p, K_p, V_m, f_m . On ne supposera que $\phi_0 = 0$.

$$PM: \varphi(t) = \phi_0 + K_p V_m \cos 2\pi f_m t$$

$$\theta(t) = 2\pi f_p t + K_p V_m \cos 2\pi f_m t$$

2. Donnez l'expression du signale à transmettre.

$$V_s(t) = V_p \cos \theta(t)$$

$$V_s(t) = V_p \cos(2\pi f_p t + K_p V_m \cos 2\pi f_m t)$$

- **modulation de fréquence**, l'information à transmettre agit directement sur la fréquence de la porteuse.

3. Exprimé $\theta(t)$ en fonction de f_p, K_p, V_m, f_m . On ne supposera que $\phi_0 = 0$.

$$\theta(t) = 2\pi f_p t + K \frac{V_m}{f_m} \sin 2\pi f_m t$$

4. expression du signale à transmettre.

$$V_s(t) = V_p \cos(2\pi f_p t + K \frac{V_m}{f_m} \sin 2\pi f_m t)$$

5. la puissance transmise par une onde modulée en fréquence dans une antenne de résistance R.

$$La puissance transmise \quad P = \frac{V_p^2}{2R}$$

6. Déterminer différentes composantes du signal à transmettre lorsque $m \ll 1$ en se limitant en premier ordre.

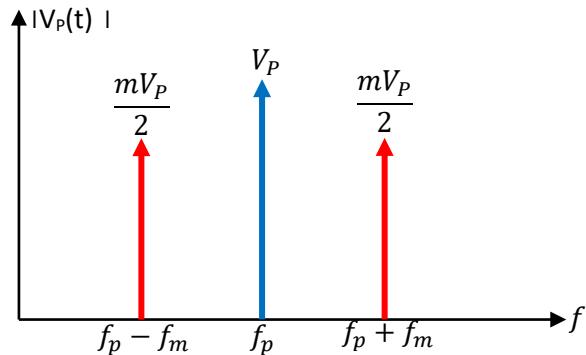
Pour : $m \ll 1$:

$$\begin{cases} \cos(m \sin 2\pi f_m t) = 1 \\ \sin(m \sin 2\pi f_m t) = m \sin 2\pi f_m t \end{cases}$$

$$V_s(t) = V_p (\cos 2\pi f_p t - m \sin 2\pi f_p t \sin 2\pi f_m t)$$

$$V_s(t) = V_p \cos 2\pi f_p t - \frac{mV_p}{2} \cos 2\pi(f_p - f_m)t + \frac{mV_p}{2} \cos 2\pi(f_p + f_m)t$$

7. Tracer le spectre en fréquence pour $m = 0.1$; $f_p = 100 \text{ MHz}$ et $f_m = 10 \text{ KHz}$; $V_p = 1V$. Quelle est la largeur du canal pour transmettre ce signal modulé ?



La largeur du canal :

$$B_p = (f_p + f_m) - (f_p - f_m) = 2f_m$$

8. Dans la pratique, m est en réalité plus grand que 1 ($5 < m < 2500$)

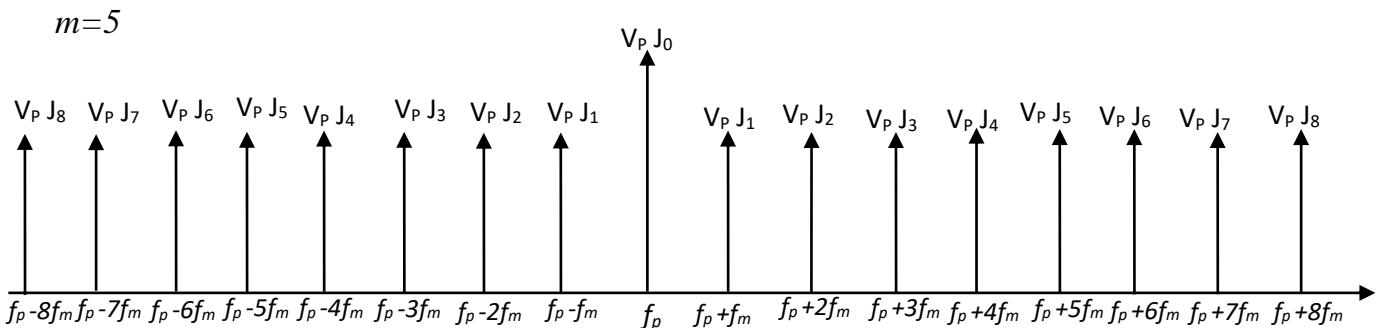
8.1. Décomposé l'expression du signal à transmettre en fonction des différentes valeurs de (coefficients de Bessel) et en déduire la fréquence des différentes composantes.

pour $m=5$

$$Vs(t) = V_p \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m) \cos(2\pi f_p t + n2\pi f_m t)$$

$$V_p(t) = V_p \left[\begin{array}{l} J_0 \cos 2\pi f_p t \\ J_1 [\cos 2\pi(f_p + f_m)t + \cos 2\pi(f_p - f_m)t] \\ J_1 [\cos 2\pi(f_p + n f_m)t + \cos 2\pi(f_p - n f_m)t] \end{array} \right]$$

- 8.2. Tracer le spectre en fréquence du signal modulé. Quelle est la largeur du canal pour transmettre ce signal modulé ?



La longueur du canal

$$B_p = (f_p + 8f_m) - (f_p - 8f_m) = 16f_m$$

9. En pratique, dans les spectres, on ne garde que les termes d'amplitude supérieure à 0.1.

9.1. En étudiant le tableau des coefficients de Bessel pour les différentes valeurs de m que peut-on dire sur le nombre de termes supérieurs à 0.1 en fonction de m.

Les raies significatives donne une largeur de $2(m + 1)f_m$ sur le tableau les termes supérieurs à 0.1 sont toujours pour $n = m + 1$

9.2. Donner alors une valeur approchée de la bande passante du canal de transmission.

$$B_p = 2(m + 1)f_m = 2(5 + 1)10 = 120 \text{ KHz}$$

9.3. Calculer la puissance transmise par l'ensemble de ces termes pour $m = 6$.

$$\text{La puissance transmise} \quad P = \frac{V_p^2}{2R} (j_0^2 + 2j_1^2 + 2j_2^2 + \dots)$$