



Module : Méthodes Numériques

TP 4 : Intégration numérique de fonctions

Durée du TP : 1 ou 2 séances de 1h30

But du TP :

Le but de ce TP est le calcul d'une valeur approximative de l'intégrale définie d'une fonction $f(x)$ sur un intervalle $[x_0, x_n]$.

Pour se faire, il existe plusieurs méthodes d'approximation de l'intégrale $\int_{x_0}^{x_n} f(x)dx$, basées sur l'interpolation polynomiale de $f(x)$:

Rappel des méthodes :

La méthode du trapèze : qui n'est autre que l'intégrale du polynôme d'interpolation de $f(x)$ sur 2 points d'appui, par extension à l'ensemble des points, on obtient la formule généralisée suivante :

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)dx \cong \frac{h}{2} \times (y_0 + y_n + 2 \times \sum_{i=1}^{n-1} y_i)$$

La méthode de Simpson : qui n'est autre que l'intégrale du polynôme d'interpolation de $f(x)$ sur 3 points d'appui équidistants, par extension à l'ensemble des points, on obtient la formule généralisée:

$$\int_{x_0}^{x_{2n}} f(x)dx \cong \frac{h}{3} \times (y_0 + y_{2n} + 4 \times \sum_{i=0}^{n-1} y_{2i+1} + 2 \times \sum_{i=0}^{n-1} y_{2i})$$

Travail demandé :

On se propose de calculer l'intégrale définie $I = \int_0^1 \sin(x) \cdot e^x dx$, en utilisant les deux méthodes suscitées.

- 1) Ecrire un programme qui calculerait cette intégrale en utilisant la méthode du trapèze et en divisant l'intervalle d'intégration en 10 intervalles élémentaires.
- 2) Refaire l'exécution pour n=100.
- 3) Matlab possède une fonction équivalente, c'est la fonction **TRAPZ**, TRAPZ (Y) donne la valeur calculée par la méthode du trapèze sur un vecteur Y avec un pas d'intégration unitaire. Adapter cette fonction pour le calcul de notre intégrale I .
- 4) Ecrire un deuxième programme qui calculerait cette intégrale en utilisant la méthode de Simpson avec les mêmes conditions que dans (1).
- 5) Refaire l'exécution pour n=100.
- 6) Il existe une fonction dans Matlab qui ressemble à la méthode de Simpson, la fonction QUAD qui implémente l'algorithme de Simpson adaptatif.
La syntaxe de cette fonction est : $I = QUAD(nom_fonction, a, b)$ où nom_fonction est le nom de la fonction à intégrer, et a et b sont les bornes d'intégration. La fonction doit impérativement accepter des variables de type vecteur. Utiliser cette fonction et comparer avec le résultat obtenu en (3).
- 7) Comparer les résultats obtenus sachant que la valeur exacte est 0,909330673631479.