

## Réfraction atmosphérique au dessus de la terre sphérique

- Loi de Snell-Descartes

$$d\alpha = \rho_1 \cdot M_1 M'2 = \rho_2 \cdot M'1 M_2 \quad (\rho = \text{rayon de courbure})$$

$d\alpha$  étant très petit, les triangles  $M_1 M'1 M_2$  et  $M_1 M'2 M_2$  sont sensiblement rectangles.

$$\text{d'où } \sin \theta_1 = M'1 M_2 / M_1 M_2$$

$$\text{et } \sin \theta'_1 = M_1 M'2 / M_1 M_2$$

$$\text{on tire } \sin \theta'_1 = (\rho_1 / \rho_2) \sin \theta_1$$

la loi de **Snell-Descartes**  $n_1 \sin \theta'_1 = n_2 \sin \theta_2$

$$\text{devient } n_1 \rho_1 \sin \theta_1 = n_2 \rho_2 \sin \theta_2$$

$$\text{d'où } n_1 \rho_1 \cos \varphi_1 = n_2 \rho_2 \cos \varphi_2$$

$$\text{qui implique } \boxed{n \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \text{cste}}$$

- Courbure relative

On dérive la loi de Snell-Descartes (dérivée log)

$$\text{On obtient } dn/n + dh/(R+h) - (\sin \varphi / \cos \varphi) d\varphi = 0$$

Au voisinage du sol:  $n=1$ ,  $\varphi$  très petit ( $\approx 1$  degrés)  $\cos \varphi \approx 1$  et avec  $R \gg h$  et  $\sin \varphi = dh/dM$  où  $dM=M_1 M_2$  et  $dh=h_2-h_1$  on obtient  $dn + dh/R - (dh/dM) d\varphi = 0$

la courbure relative est  $\mathcal{C}_r = d\varphi/dM = (dn/dh)/n + 1/R = \text{cste}$

$$v_1 = M_1 M'2 / dt = \rho_1 d\alpha / dt$$

$$v_1 + dv = M_1 M'2 / dt = (\rho_1 + dh) d\alpha / dt$$

$$\text{Avec } v_1 = c/n_1 \text{ et } dv = -(c/n_1^2) dh$$

$$\text{on tire } \rho = -n_1 / (dn/dh) \text{ donc rayon de courbure : } \rho = -n / (dn/dh)$$

$$\text{La courbure relative devient } \boxed{\mathcal{C}_r = 1/R - 1/\rho = \text{cste}}$$

- Terre apparente

$R'$  est rayon terre apparente qui correspond à  $\rho' = \infty$  (terre plane :  $dn/dh=0$ )

$$\text{On a } \mathcal{C}_r = 1/R - 1/\rho = 1/R' - 1/\rho' = 1/R' \text{ d'où } \boxed{R' = R(1/(1+R.dn/dh)) = K.R}$$

En atmosphère standard  $\Delta n = dn/dh = -4 \cdot 10^{-5}$  par km on aura  $K=4/3$  et avec  $R=6400\text{km}$  on aura  $\boxed{R'=8500\text{km}}$

En terre apparente la trajectoire des ondes est rectiligne ( $dn/dh=0$ ).

En terre réelle, la trajectoire s'incurve vers la terre si  $dn/dh < 0$  (super réfraction) et remonte vers le ciel si  $dn/dh > 0$  (infra réfraction).

Indice de réfraction modifié :  $n' = 1 + h/R$  donc  $dn'/dh = 1/R + dh/R$

On définit le coefficient de réfraction :  $N = (n-1) \cdot 10^6$

En atmosphère de référence (normes CCIR) :  $n = 1 + 315 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-0.136h}$ , ( $h$  en km)

