L3/TC- OP -2020/21

Exercice 1 :

Soit un champ $\overrightarrow{E}(M,t)=Eoe^{j(\omega t-k.y)}\overrightarrow{i}$ d'amplitude $Eo = 100V/m$ se propageant à f=100Mhz dans un milieu caractérisé par $\mu r = 1; \varepsilon r = 4$ et $\sigma = 0,1$

1. Donner l'équation de propagation en champ $\overrightarrow{E}$?
2. Donner la constante de propagation k ?
3. Montrer que l'onde est plane ?
4. Montrer que $\overrightarrow{E}(M,t)$ est solution de cette équation ?
5. Calculer la constante d'atténuation β ?

Solution :

1. On calcule le rotationnel de l'équation de Maxwell $\overrightarrow{rot\,rot E}=-\overrightarrow{rot}\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$ = - $j\omega\overrightarrow{rotB}$ = - $j\omega\mu\,\overrightarrow{rotH} = -j\omega\mu(\overrightarrow{J}+\frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t})$ = $-j\omega\mu(\sigma\overrightarrow{E}+j\omega\varepsilon\overrightarrow{E})= \omega^2\mu\varepsilon(1-j\sigma/\omega\varepsilon)\overrightarrow{E}$ comme $\overrightarrow{rot\,rotE}=\overrightarrow{graddivE}-\Delta\overrightarrow{E} = -\Delta\overrightarrow{E}$ car $div\overrightarrow{E}=0$ on tire l'équation d'onde : $\Delta E + \omega^2\mu\varepsilon(1-j\sigma/\omega\varepsilon)E = 0$
2. L'équation d'onde $\Delta E + k^2 = 0$ permet de tirer $k^2= \omega^2\mu\varepsilon(1-j\sigma/\omega\varepsilon)$ d'où $k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon *}$ où $\varepsilon^*=\varepsilon o\varepsilon r^*$ et $\varepsilon r^*=\varepsilon r-j\sigma/\omega\varepsilon o$ avec $\varepsilon=\varepsilon o\varepsilon r$
3. On calcule $\Delta E = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}=\frac{\partial^2 E}{\partial y^2} = -k^2E$ qui montre que $\overrightarrow{E}$ est solution de l'équation d'onde.
4. Avec $k=\alpha+j\beta$ on tire $\beta= -\omega\sqrt{\frac{\mu o\varepsilon o}{2}}\sqrt{-\varepsilon r+\sqrt{\varepsilon r^2+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}} = - -0,92$
5. Avec $\overrightarrow{rotE}= -j\omega\mu\overrightarrow{H}$ et $\overrightarrow{rotE} = (-jkE)\overrightarrow{k}$= $-jkEoe^{j(\omega t-ky)}\overrightarrow{k}$ *on tire* $\overrightarrow{H}(M,t)=k/\omega\mu Eoe^{j(\omega t-ky)}\overrightarrow{k}$= $Hoe^{j(\omega t-ky)}\overrightarrow{k}$ on montre que l'onde est plane car :

- $Eo/Ho=\omega\mu/k = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon *}}$ =Z=Impédance du milieu car $k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon *}$
- $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{H}$ sont en phase
- $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{H}$ sont perpendiculaires entre eux et à la direction de propagation Oy

Exercice 2 : propagation au-dessus du sol

Un émetteur situé à une altitude he=800m rayonne à f=3Ghz un champ à polarisation verticale d'intensité Eo=100V/m vers une antenne située à hr=200m à une distance D=10km au-dessus d'un sol caractérisé par

$$\mu r = 1; \varepsilon r = 4 \text{ et } \sigma = 0,1$$

1. Donner la fréquence de transition ft caractéristique au sol ?
2. Déterminer l'impédance caractéristique du sol Zsol ?
3. Calculer le coefficient de réflexion Rv ?
4. Donner le champ reçu Ereçu ?
5. Pour quelle altitude hrmax le champ reçu est maximum ?