

## Réfraction atmosphérique au dessus de la terre sphérique

### • Loi de Snell-Descartes

$d\alpha = \rho_1 \cdot M_1 M'_2 = \rho_2 \cdot M'_1 M_2$  ( $\rho$  = rayon de courbure)

$d\alpha$  étant très petit, les triangles  $M_1 M'_1 M_2$  et  $M_1 M'_2 M_2$  sont sensiblement rectangles

d'où  $\sin \theta_1 = M'_1 M_2 / M_1 M_2$

et  $\sin \theta'_1 = M_1 M'_2 / M_1 M_2$

on tire  $\sin \theta'_1 = (\rho_1 / \rho_2) \sin \theta_1$

la loi de **Snell-Descartes**  $n_1 \sin \theta'_1 = n_2 \sin \theta_2$

devient  $n_1 \rho_1 \sin \theta_1 = n_2 \rho_2 \sin \theta_2$

d'où  $n_1 \rho_1 \cos \varphi_1 = n_2 \rho_2 \cos \varphi_2$

qui implique  **$n \cdot \rho \cdot \cos \varphi = \text{cste}$**

### • Courbure relative

On dérive la loi de Snell-Descartes (dérivée log)

On obtient  $dn/n + dh/(R+h) - (\sin \varphi / \cos \varphi) d\varphi = 0$

Au voisinage du sol:  $n \approx 1$ ,  $\varphi$  très petit ( $\varphi$  en degrés)  $\cos \varphi \approx 1$  et avec  $R \gg h$  et  $\sin \varphi = dh/dM$

où  $dM = M_1 M_2$  et  $dh = h_2 - h_1$  on obtient  $dn + dh/R - (dh/dM) d\varphi = 0$

la courbure relative est  $C_r = d\varphi/dM = (dn/dh) / n + 1/R = \text{cste}$

$v_1 = M_1 M'_2 / dt = \rho_1 da/dt$

$v_1 + dv = M'_1 M_2 / dt = (\rho_1 + dh) da/dt$

Avec  $v_1 = c/n_1$  et  $dv = -(c/n_1^2) dn$

on tire  $\rho_1 = -n_1 / (dn/dh)$  donc rayon de courbure :  $\rho = -n / (dn/dh)$

La courbure relative devient  **$C_r = 1/R - 1/\rho = \text{cste}$**

### • Terre apparente

$R'$  est rayon terre apparente qui correspond à  $\rho' = \infty$  (terre plane :  $dn/dh = 0$ )

On a  $C_r = 1/R - 1/\rho = 1/R' - 1/\rho' = 1/R'$  d'où  **$R' = R / (1 + R \cdot dn/dh) = K \cdot R$**

En atmosphère standard  $\Delta n = dn/dh = -4 \cdot 10^{-5}$  par km on aura  $K = 4/3$  et avec  $R = 6400 \text{ km}$

on aura  **$R' = 8500 \text{ km}$**

En terre apparente la trajectoire des ondes est rectiligne ( $dn/dh = 0$ ).

En terre réelle, la trajectoire s'incurve vers la terre si  $dn/dh < 0$  (super réfraction) et remonte vers le ciel si  $dn/dh > 0$  (infra réfraction).

Indice de réfraction modifié :  $n' = 1 + h/R$  donc  $dn'/dh = 1/R + dn/dh$

On définit le coëfficient de réfraction :  **$N = (n - 1) \cdot 10^6$**

En atmosphère de référence (normes CCIR) :  $n = 1 + 315 \cdot 10^{-6} \cdot e^{-0,136h}$ , ( $h$  en km)

