

# Clase 9

Santiago Cifuentes

June 18, 2025

1. Decidir en qué clase están los siguientes problemas:

- $\text{CON-111} = \{x_1 \dots x_n : \exists 1 \leq i \leq n-2, x_i x_{i+1} x_{i+2} = 111\}$ .
- $\text{CON-}p$  donde  $p$  es un patrón arbitrario, y el problema se define igual que en el ejercicio anterior.
- $\text{PARITY} = \{x_1 \dots x_n : x \text{ tiene una cantidad par de 1s}\}$
- $\text{EULERIANO} = \{\langle G \rangle : G \text{ es un grafo euleriano}\}^1$
- $\text{SUMA} = \{\langle x, y, z \rangle : x + y = z\}$
- $\text{MULT} = \{\langle x, y, z \rangle : x * y = z\}$

2. Probar, asumiendo que  $\text{PARITY}$  no está en  $\text{AC}^0$ , que  $\text{MAJORITY}$  tampoco está en  $\text{AC}^0$ .
3. En este ejercicio vamos a probar que  $\text{SHORTEST-PATH} = \{\langle D, v, w, k \rangle : \text{el camino mínimo de } v \text{ a } w \text{ en } G \text{ tiene peso } k\}$  está en  $\text{AC}_2$ .

(a) Probar que el producto de matrices de  $n \times n$  definido como:

$$(A \star B)_{v,w} = \min_{k=1, \dots, n} (A_{v,k} + B_{k,w})$$

está en  $\text{AC}_1$ .

- (b) Sea  $A$  una matriz tal que  $A_{v,w}$  es igual al peso del camino mínimo de longitud menor o igual a  $k_1$  de  $v$  a  $w$ , y sea  $B$  tal que  $B_{v,w}$  es lo mismo pero de longitud  $k_2$ . Probar que  $(A \star B)_{v,w}$  es el peso del camino mínimo de  $v$  a  $w$  de longitud menor o igual a  $k_1 + k_2$ .
- (c) Dar una implementación de Floyd en  $\text{AC}_2$ .

4. Probar que programación lineal es P-hard.

---

<sup>1</sup>En este ejercicio consideramos que un grafo es euleriano si cada componente admite un circuito euleriano.