

# Clase 5

Santiago Cifuentes

April 30, 2025

1. **Pendiente: decisión a búsqueda** Suponiendo que se tiene un algoritmo  $\mathcal{A}$  que dada una fórmula  $\varphi$  decide en tiempo polinomial si  $\varphi$  es satisfacible, diseñar un algoritmo para encontrar una asignación que satisfaga  $\varphi$ . Hacer lo mismo para el problema COLOREO (i.e. traducir un algoritmo de decisión a uno de búsqueda).
2. **Qué se puede hacer en espacio polinomial?** Probar que los siguientes problemas están en PSPACE:
  - REINAS =  $\{\langle T, k \rangle \mid T \text{ es un tablero de ajedrez con algunos casilleros bloqueados, y se pueden poner } k \text{ reinas en casilleros libres de } T \text{ de tal forma que ninguna se ataque mutuamente}^1\}$ .
  - REINAS\_CONTADAS =  $\{\langle T, k, m \rangle \mid \text{existen al menos } m \text{ formas de colocar } k \text{ reinas en el tablero } T, \text{ donde } T \text{ puede tener casilleros vacíos y las reglas son iguales a las del inciso anterior}\}$
  - FORMULA\_MAS\_CHICA
  - EQUIV\_AUTOMATA =  $\{\langle A_1, A_2 \rangle \mid A_1 \text{ y } A_2 \text{ son NFAs que reconocen el mismo lenguaje}\}$

**Pensar:** ¿Qué problemas no se pueden resolver en espacio polinomial?

3. **Middlesearch** Dar un algoritmo que decida, dado un grafo  $G$  con  $n$  nodos, si  $G$  es conexo en complejidad espacial  $O(\log^2 n)$ . **Ayuda:** demostración del Teorema de Savitch.
4. **Más jerarquías** Enunciar y demostrar un teorema de jerarquía espacial análogo al temporal.
5. **Una prueba de hardness** Considerar el juego GEOGRAPHY: dado un digrafo  $G$ , dos jugadores toman turnos para mover una piedra que empieza en un nodo inicial  $v$ . Si la piedra está en  $w$ , el jugador que le toca en ese turno debe moverla a un nodo en  $N(w)$ . Pierde el jugador que mueve la piedra a un nodo ya visitado.

Planteamos el siguiente problema de decisión:

---

<sup>1</sup>Si dos reinas están en una misma fila pero hay un casillero vacío entre ellas entonces no pueden atacarse mutuamente. Ídem para columnas y diagonales

- $\text{GEOGRAPHY} = \{ \langle G, v \rangle \mid \text{decidir si el jugador 1 tiene una estrategia ganadora para el digrafo } G \text{ empezando el juego en } v \}$

Probar que GEOGRAPHY es PSPACE-hard.