



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**"МИРЭА - Российский технологический университет"**  
**РТУ МИРЭА**

---

**Институт Информационных Технологий**  
**Кафедра Вычислительной Техники**

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3**

**по дисциплине**  
**«Теория принятия решений»**  
**Метод анализа иерархий**

Студент группы: ИКБО-04-22

Арефьев А.М.  
(Ф. И.О. студента)

Преподаватель

Железняк Л.М.  
(Ф.И.О. преподавателя)

Москва 2024

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ.....	4
1.1 Постановка задачи.....	4
1.2 Представление проблемы в виде иерархии.....	4
1.3 Установка приоритетов критериев.....	5
1.4 Синтез приоритетов.....	6
1.5 Согласованность локальных приоритетов.....	14
3.6 Синтез альтернатив.....	20
3.7 Вывод.....	21
1.8 Результаты работы программы.....	22
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	23
СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	24
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	25

## **ВВЕДЕНИЕ**

В современном мире принято принимать решения на основе анализа различных альтернатив и учитывать при этом различные критерии и ограничения. Одним из эффективных методов для такого анализа является метод анализа иерархий (МАИ).

Метод анализа иерархий разработан профессором Томасом Саати в 1970-х годах и широко используется в различных областях, таких как управление проектами, принятие решений, стратегическое планирование и другие. Суть метода заключается в том, что он позволяет структурировать сложные проблемы, разбивая их на более простые элементы и определяя важность каждого элемента относительно других.

Одной из основных задач, в которых применяется метод анализа иерархий, является выбор наилучшего варианта из нескольких альтернативных решений. При этом учитывается не только качество каждой альтернативы, но и их соответствие поставленным целям и приоритетам. Метод позволяет выявить наиболее оптимальное решение с учетом всех факторов, что делает его незаменимым инструментом для принятия обоснованных решений.

Таким образом, метод анализа иерархий является мощным инструментом для систематизации и анализа сложных проблем, что делает его неотъемлемой частью процесса принятия решений в различных областях деятельности.

# 1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

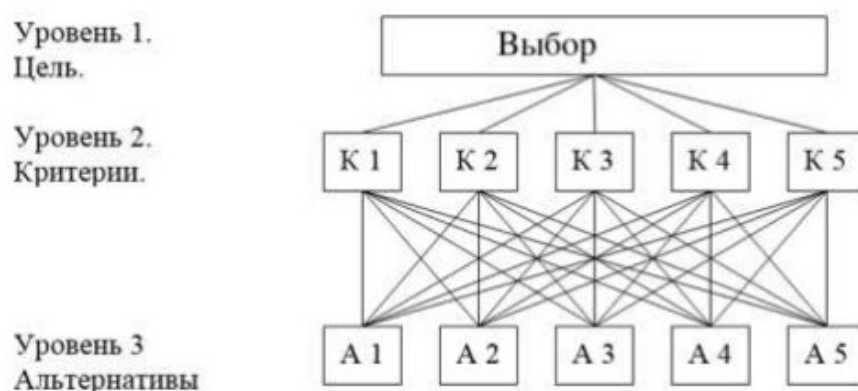
## 1.1 Постановка задачи

Задача практической работы: выбрать автомобиль

## 1.2 Представление проблемы в виде иерархии

Первый этап – представление проблемы в виде иерархии или сети. В простейшем случае, иерархия строится, начиная с цели, которая помещается в вершину иерархии. Через промежуточные уровни, на которых располагаются критерии и от которых зависят последующие уровни, к самому низкому уровню, который содержит перечень альтернатив.

Иерархия считается полной, если каждый элемент заданного уровня является критерием для всех элементов нижнего уровня



**Рисунок 1 – Полная доминантная иерархия.**

Критерии:

К 1 – Цена;

К 2 – Расход топлива;

К 3 – Надежность;

К 4 – Комфорт;

К 5 – Полный привод.

Альтернативы:

A 1 - Skoda Kodiaq;

A 2 - Vw tiguan;

A 3 - Kia carnival;

A 4 - Bmw x3;

A 5 - Toyota rav4.

### 1.3 Установка приоритетов критериев

После иерархического представления задачи установлены приоритеты критериев и оценена каждая из альтернатив по критериям, определена наиболее важная из них. В методе анализа иерархий элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику. Парные сравнения приводят к записи характеристик сравнений в виде квадратной таблицы чисел, которая называется матрицей. Для облегчения работы введена шкала относительной важности (Таблица 1).

Таблица.1 – Шкала относительной важности.

Интенсивность относительной важности	Определение	Объяснение
1	Равная важность	Равный вклад двух критериев в цель.
3	Слабое превосходство	Дают легкое превосходство одной альтернативы над другой
5	Умеренное превосходство	Опыт и суждения дают умеренное превосходство
7	Сильное превосходство	Одному из критериев дается настолько сильное предпочтение.
9	Абсолютное превосходство	Очевидность превосходства одного критерия над другим
2,4,6,8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Применяется в компромиссных случаях

Шкала содержит соответствующие обратные значения.

## 1.4 Синтез приоритетов

После построения иерархии и определения величин парных субъективных суждений следует этап, на котором иерархическая декомпозиция и относительные суждения объединяются для получения осмысленного решения многокритериальной задачи принятия решений. Из групп парных сравнений формируется набор локальных критериев, которые выражают относительное влияние элементов на элемент, расположенный на уровне выше. Составлена обратно симметричная матрица для парного сравнения критериев (Таблица 2).

Таблица 2 – Матрица парного сравнения критериев.

Цель	К 1	К 2	К 3	К 4	К 5	$V_i$	$W_{2i}$
К 1	1	5	1/6	1/7	5	0.901	0.108
К 2	1/5	1	1/8	1/8	3	0.393	0.047
К 3	6	8	1	1	9	3.366	0.402
К 4	7	8	1	1	9	3.471	0.415
К 5	1/5	1/3	1/9	1/9	1	0.242	0.029
$\sum V_i$						8.373	

Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти геометрическое среднее и с этой целью перемножить  $n$  элементов каждой строки и из полученного результата извлечь корни  $n$ -й степени (размерность матрицы  $n=5$ ).

Строка № 1

$$V_1 = (1 \times 5 \times 1/6 \times 1/7 \times 5)^{1/5} = 0.901;$$

Строка № 2

$$V_2 = (1/5 \times 1 \times 1/8 \times 1/8 \times 3)^{1/5} = 0.393;$$

Строка № 3

$$V_3 = (6 \times 8 \times 1 \times 1 \times 9)^{1/5} = 3.366;$$

Строка № 4

$$V_4 = (7 \times 8 \times 1 \times 1 \times 9)^{1/5} = 3.471;$$

Строка № 5

$$V_5 = (1/5 \times 1/3 \times 1/9 \times 1/9 \times 1)^{1/5} = .$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент  $\sum V_i$ .

$$\sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 0.901 + 0.393 + 3.366 + 3.471 + 0.242 = 8.373.$$

Найдена важность приоритетов  $W_{2i}$ , для этого каждое из чисел  $V_i$  разделено на  $\sum V_i$ .

**Строка № 1**

$$W_{21} = 0.901 / \sum V_i = Y_{21};$$

**Строка № 2**

$$W_{22} = 0.393 / \sum V_i = Y_{22};$$

**Строка № 3**

$$W_{23} = 3.366 / \sum V_i = Y_{23};$$

**Строка № 4**

$$W_{24} = 3.471 / \sum V_i = Y_{24};$$

**Строка № 5**

$$W_{25} = 0.242 / \sum V_i = Y_{25}.$$

В результате получен вектор приоритетов:

$W_{2i} = (0.108; 0.047; 0.402; 0.415; 0.029)$ , где индекс 2 означает, что вектор приоритетов относится ко второму уровню иерархии.

К 1 – Цена (Таблица 3);

*Таблица 3 – Матрица сравнения по критерию 1.*

K1	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K1Y}$	$W_{3K1Y}$
A1	1	7	1/3	1/2	5	1.423	0.207
A2	1/7	1	1/7	1/6	1/2	0.279	0.041
A3	3	7	1	1	5	2.537	0.369
A4	2	6	1	1	4	2.169	0.316
A5	1/5	2	1/5	1/4	1	0.457	0.067
$\sum V_{K1Y}$						5.874	

Определена относительная ценность каждого элемента.

**Строка № 1**

$$V_{K11} = 1.423;$$

**Строка № 2**

$$V_{K12} = 0.279;$$

Строка № 3

$$V_{K13} = 2.537;$$

Строка № 4

$$V_{K14} = 2.169$$

Строка № 5

$$V_{K15} = 0.457.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент  $\sum V_{K1Y}$ .

$$\sum V_{K1Y} = V_{K11} + V_{K12} + V_{K13} + V_{K14} + V_{K15} = 6.865$$

Найдена важность приоритетов  $W_{3K1Y}$ , для этого каждое из чисел  $V_{K1Y}$  разделено на  $\sum V_{K1Y}$ .

Строка № 1

$$W_{3K11} = 0.207$$

Строка № 2

$$W_{3K12} = 0.041;$$

Строка № 3

$$W_{3K13} = 0.369;$$

Строка № 4

$$W_{3K14} = 0.316;$$

Строка № 5

$$W_{3K15} = 0.067.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K1Y} = (0.207; 0.041; 0.369; 0.316; 0.067),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K1.

K 2 – Расход топлива (Таблица 3.4.3);



Таблица 3.4.3 – Матрица сравнения по критерию 2.

K2	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K2Y}$	$W_{3K2Y}$
A1	1	3	1/2	1/4	1/3	0.66	0.106
A2	1/3	1	1/3	1/6	1/4	0.341	0.055
A3	2	3	1	1/2	1/3	1	0.16
A4	4	6	2	1	1/2	1.888	0.303
A5	3	4	3	2	1	2.352	0.377
$\sum V_{K2Y}$						6.241	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K21} = 0.66;$$

Строка № 2

$$V_{K22} = 0.341$$

Строка № 3

$$V_{K23} = 1;$$

Строка № 4

$$V_{K24} = 1.888;$$

Строка № 5

$$V_{K25} = 2.352.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент  $\sum V_{K2Y}$ .

$$\sum V_{K2Y} = V_{K21} + V_{K22} + V_{K23} + V_{K24} + V_{K25} = 6.241.$$

Найдена важность приоритетов  $W_{3K2Y}$ , для этого каждое из чисел  $V_{K2Y}$  разделено на  $\sum V_{K2Y}$ .

Строка № 1

$$W_{3K21} = 0.106 ;$$

Строка № 2

$$W_{3K22} = 0.055;$$

Строка № 3

$$W_{3K23} = 0.16;$$

Строка № 4

$$W_{3K24} = 0.303 ;$$

Строка № 5

$$W_{3K25}=0.377.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K2Y} = (0.106; 0.055; 0.16; 0.303; 0.377),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K2.

К 3 – Надежность (Таблица 3.4.4);

Таблица 3.4.4 – Матрица сравнения по критерию 3.

K3	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K3Y}$	$W_{3K3Y}$
A1	1	3	1/2	5	1/3	1.201	0.172
A2	1/3	1	1/4	2	1/5	0.506	0.072
A3	2	4	1	7	1/2	1.947	0.278
A4	1/5	1/2	1/7	1	1/9	0.276	0.039
A5	3	5	2	9	1	3.064	0.438
$V_{K35}$						6.994	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K31}=1.201;$$

Строка № 2

$$V_{K32}=0.506;$$

Строка № 3

$$V_{K33}=1.947;$$

Строка № 4

$$V_{K34}=0.276;$$

Строка № 5

$$V_{K35}=3.064.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент  $\sum V_{K3Y}$ .

$$\sum V_{K3Y} = V_{K31} + V_{K32} + V_{K33} + V_{K34} + V_{K35} = 6.994.$$

Найдена важность приоритетов  $W_{3K2Y}$ , для этого каждое из чисел  $V_{K2Y}$  разделено на  $\sum V_{K2Y}$ .

Строка № 1

$$W_{3K31}=0.172;$$

Строка № 2

$$W_{3K32}=0.072;$$

Строка № 3

$$W_{3K33}=0.278;$$

Строка № 4

$$W_{3K34}=0.039;$$

Строка № 5

$$W_{3K35}= 0.438.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K3Y} = (0.172;0.072;0.278;0.039;0.438),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К3.

К 4 – Комфорт (Таблица 3.4.5);

Таблица 3.4.5 – Матрица сравнения по критерию 4.

K4	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K4Y}$	$W_{3K4Y}$
A1	1	2	1/2	1/3	3	1	0.17
A2	1/2	1	1/3	1/4	1	0.53	0.09
A3	2	3	1	1/2	2	1.431	0.244
A4	3	4	2	1	3	2.352	0.4
A5	1/3	1	1/2	1/3	1	0.561	0.096
$\sum V_{K4Y}$						5.874	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K41}=1;$$

Строка № 2

$$V_{K42}=0.53;$$

Строка № 3

$$V_{K43}=1.431;$$

Строка № 4

$$V_{K44}= 2.352;$$

Строка № 5

$$V_{K45}=0.561.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент  $\sum V_{K4Y}$ .

$$\sum V_{K4Y} = V_{K41} + V_{K42} + V_{K43} + V_{K44} + V_{K45} = 5.874.$$

Найдена важность приоритетов  $W_{3K4Y}$ , для этого каждое из чисел  $V_{K4Y}$  разделено на  $\sum V_{K4Y}$ .

Строка № 1

$$W_{3K41} = 0.17;$$

Строка № 2

$$W_{3K42} = 0.09;$$

Строка № 3

$$W_{3K43} = 0.244;$$

Строка № 4

$$W_{3K44} = 0.4;$$

Строка № 5

$$W_{3K45} = 0.096.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K4Y} = (0.17; 0.09; 0.244; 0.4; 0.096),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K4.

K 5 – Полный привод (Таблица 3.4.6).

Таблица 3.4.6 – Матрица сравнения по критерию 5.

K5	A1	A2	A3	A4	A5	$V_{K5Y}$	$W_{3K5Y}$
A1	1	2	5	1/3	4	1.679	0.243
A2	1/2	1	3	1/4	1/2	0.715	0.103
A3	1/5	1/3	1	1/7	1/6	0.276	0.04
A4	3	4	7	1	5	3.347	0.484
A5	1/4	2	6	1/5	1	0.903	0.13
$\sum V_{K5Y}$						6.92	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K51} = 1.679;$$

Строка № 2

$$V_{K52}=0.715;$$

Строка № 3

$$V_{K53}=0.276;$$

Строка № 4

$$V_{K54}=3.347;$$

Строка № 5

$$V_{K55}=0.903.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент  $\sum V_{K5Y}$ .

$$\sum V_{K5Y} = V_{K51} + V_{K52} + V_{K53} + V_{K54} + V_{K55} = .$$

Найдена важность приоритетов  $W_{3K5Y}$ , для этого каждое из чисел  $V_{K5Y}$  разделено на  $\sum V_{K5Y}$ .

Строка № 1

$$W_{3K51}=0.243;$$

Строка № 2

$$W_{3K52}=0.103;$$

Строка № 3

$$W_{3K53}= 0.04;$$

Строка № 4

$$W_{3K54}= 0.484 ;$$

Строка № 5

$$W_{3K55}= 0.13 .$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K5Y} = (0.243;0.103;0.04;0.484;0.13 ),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K5.

## 1.5 Согласованность локальных приоритетов

Любая матрица суждений в общем случае не согласована, так как суждения отражают субъективные мнения ЛПР, а сравнение элементов, которые имеют количественные эквиваленты, может быть несогласованным из-за присутствия погрешности при проведении измерений. Совершенной согласованности парных сравнений даже в идеальном случае на практике достичь трудно. Нужен способ оценки степени согласованности при решении конкретной задачи.

Метод анализа иерархий дает возможность провести такую оценку.

Вместе с матрицей парных сравнений есть мера оценки степени отклонения от согласованности. Когда такие отклонения превышают установленные пределы тем, кто проводит решение задачи, необходимо их пересмотреть.

В таблице приведены средние значения индекса случайной согласованности (СИ) для случайных матриц суждений разного порядка.

В нашей задаче размерность матрицы  $n=5$ , тогда среднее значение индекса случайной согласованности  $СИ = 1,12$ .

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы «Выбор лучшего автомобиля» (Таблица 3.5.1).

Таблица 3.5.1 – Матрица «Выбор лучшего автомобиля».

Цель	К 1	К 2	К 3	К 4	К 5	$W_{2i}$
К 1	1	5	1/6	1/7	5	0.108
К 2	1/5	1	1/8	1/8	3	0.047
К 3	6	8	1	1	9	0.402
К 4	7	8	1	1	9	0.415
К 5	1/5	1/3	1/9	1/9	1	0.029

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_1 = 14.4;$$

$$S_2 = 22.333;$$

$$S_3 = 2.403;$$

$$S_4 = 2.379;$$

$$S_5 = 27.$$

Полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов, т.е. сумму суждений первого столбца на первую компоненту, сумму суждений второго столбца - на вторую и т.д.

$$P_1 = S_1 \times W_{21} = 1.55;$$

$$P_2 = S_2 \times W_{22} = 1.048 ;$$

$$P_3 = S_3 \times W_{23} = 0.966;$$

$$P_4 = S_4 \times W_{24} = 0.986;$$

$$P_5 = S_5 \times W_{25} = 0.779.$$

Сумма чисел  $P_j$  отражает пропорциональность предпочтений, чем ближе эта величина к  $n$  (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованны суждения.

$$\lambda_{\max} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 5.33.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1) = 0.082.$$

Отношение индекса согласованности ИС к среднему значению случайного индекса согласованности СИ называется отношением согласованности ОС.

$$ОС = ИС/СИ = 0.074.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица «Выбор лучшего автомобиля» согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 1 – Цена (Таблица 3.5.2).

Таблица 3.5.2 – Матрица сравнения по критерию 1.

K1	A1	A2	A3	A4	A5	$W_{3K1Y}$
A1	1	7	1/3	1/2	5	0.207
A2	1/7	1	1/7	1/6	1/2	0.041
A3	3	7	1	1	5	0.369
A4	2	6	1	1	4	0.316
A5	1/5	2	1/5	1/4	1	0.067

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K1} = 6.343;$$

$$S_{2K1}=2;$$

$$S_{3K1}=2.676;$$

$$S_{4K1}=2.917;$$

$$S_{5K1}=15.5.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K1} = S_1 \times W_{3K11} = 1.315;$$

$$P_{2K1} = S_2 \times W_{3K12} = 0.936;$$

$$P_{3K1} = S_3 \times W_{3K13} = 0.989;$$

$$P_{4K1} = S_4 \times W_{3K14} = 0.921;$$

$$P_{5K1} = S_5 \times W_{3K15} = 1.033.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K1} = P_{1K1} + P_{2K1} + P_{3K1} + P_{4K1} + P_{5K1} = 5.193.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K1} = (\lambda_{\max K1} - n)/(n - 1) = 0.048.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K1} = ИС/СИ = 0.043.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 1 (цена дня проживания) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 2 – Расход топлива (Таблица 3.5.3).

Таблица 3.5.3 – Матрица сравнения по критерию 2.

K2	A1	A2	A3	A4	A5	$W_{3K2Y}$
A1	1	3	1/2	1/4	1/3	0.106
A2	1/3	1	1/3	1/6	1/4	0.055
A3	2	3	1	1/2	1/3	0.16
A4	4	6	2	1	1/2	0.303
A5	3	4	3	2	1	0.377

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K2}=10.333;$$

$$S_{2K2}=17;$$

$$S_{3K2}=6.833;$$



$$S_{4K2}=3.917;$$

$$S_{5K2}=2.417.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K2} = S_1 \times W_{3K21} = 1.092;$$

$$P_{2K2} = S_2 \times W_{3K22} = 0.93;$$

$$P_{3K2} = S_3 \times W_{3K23} = 1.095;$$

$$P_{4K2} = S_4 \times W_{3K24} = 1.185;$$

$$P_{5K2} = S_5 \times W_{3K25} = 0.911.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K2} = P_{1K2} + P_{2K2} + P_{3K2} + P_{4K2} + P_{5K2} = 5.212.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K2} = (\lambda_{\max K2} - n)/(n - 1) = 0.053.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K2} = ИС/СИ = 0.047.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 2 (количество звезд) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 3 – Надежность (Таблица 3.5.4).

Таблица 3.5.4 – Матрица сравнения по критерию 3.

K3	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K3Y</sub>
A1	1	3	1/2	5	1/3	0.172
A2	1/3	1	1/4	2	1/5	0.072
A3	2	4	1	7	1/2	0.278
A4	1/5	1/2	1/7	1	1/9	0.039
A5	3	5	2	9	1	0.438

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K3}=6.533;$$

$$S_{2K3}=13.5;$$

$$S_{3K3}=3.893;$$

$$S_{4K3}=24;$$

$$S_{5K3}=2.144.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K3} = S_1 \times W_{3K31} = 1.122;$$

$$P_{2K3} = S_2 \times W_{3K32} = 0.978;$$

$$P_{3K3} = S_3 \times W_{3K33} = 1.084;$$

$$P_{4K3} = S_4 \times W_{3K34} = 0.945;$$

$$P_{5K3} = S_5 \times W_{3K35} = 0.939.$$

Найдем пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K3} = P_{1K3} + P_{2K3} + P_{3K3} + P_{4K3} + P_{5K3} = 5.068.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K3} = (\lambda_{\max K3} - n)/(n - 1) = 0.017.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K3} = ИС/СИ = 0.015.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 3 (рейтинг по отзывам пользователей) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 4 – Комфорт (Таблица 3.5.5).

Таблица 3.5.5 – Матрица сравнения по критерию 4.

K4	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K4Y</sub>
A1	1	2	1/2	1/3	3	0.17
A2	1/2	1	1/3	1/4	1	0.09
A3	2	3	1	1/2	2	0.244
A4	3	4	2	1	3	0.4
A5	1/3	1	1/2	1/3	1	0.096

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K4} = 6.833;$$

$$S_{2K4} = 11;$$

$$S_{3K4} = 4.333;$$

$$S_{4K4} = 2.417;$$

$$S_{5K4} = 10.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K4} = S_1 \times W_{3K41} = 1.163;$$

$$P_{2K4} = S_2 \times W_{3K42} = 0.992;$$

$$P_{3K4} = S_3 \times W_{3K43} = 1.056;$$

$$P_{4K4} = S_4 \times W_{3K44} = 0.968;$$

$$P_{5K4} = S_5 \times W_{3K45} = 0.955.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K4} = P_{1K4} + P_{2K4} + P_{3K4} + P_{4K4} + P_{5K4} = 5.134.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K4} = (\lambda_{\max K4} - n)/(n - 1) = 0.033.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K4} = ИС/СИ = 0.03.$$

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 4 (удаленность от ближайшей станции метро) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 5 – Полный привод (Таблица 3.5.6).

Таблица 3.5.6 – Матрица сравнения по критерию 5.

K5	A1	A2	A3	A4	A5	W <sub>3K5Y</sub>
A1	1	2	5	1/3	4	0.243
A2	1/2	1	3	1/4	1/2	0.103
A3	1/5	1/3	1	1/7	1/6	0.04
A4	3	4	7	1	5	0.484
A5	1/4	2	6	1/5	1	0.13

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K5} = 4.95;$$

$$S_{2K5} = 9.333;$$

$$S_{3K5} = 22;$$

$$S_{4K5} = 1.926;$$

$$S_{5K5} = 10.667.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K5} = S_1 \times W_{3K41} = 1.201;$$

$$P_{2K5} = S_2 \times W_{3K42} = 0.965;$$

$$P_{3K5} = S_3 \times W_{3K43} = 0.876;$$

$$P_{4K5} = S_1 \times W_{3K44} = 0.932;$$

$$P_{5K5} = S_1 \times W_{3K45} = 1.392.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K5} = P_{1K5} + P_{2K5} + P_{3K5} + P_{4K5} + P_{5K5} = 5.365.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K5} = (\lambda_{\max K5} - n)/(n - 1) = 0.091.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K5} = ИС/СИ = 0.082.$$

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 5 (удаленность от центра города) согласована.

### 3.6 Синтез альтернатив

Векторы приоритетов и отношения согласованности определяются для всех матриц суждений, начиная со второго уровня.

Для определения приоритетов альтернатив локальные приоритеты умножены на приоритет соответствующего критерия на высшем уровне и найдены суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.

$$W_{2i} = (0.108 \ 0.047 \ 0.402 \ 0.415 \ 0.029);$$

$$W_{3K1Y} = (0.207, 0.041, 0.369, 0.316, 0.067);$$

$$W_{3K2Y} = (0.106, 0.055, 0.16, 0.303, 0.377);$$

$$W_{3K3Y} = (0.172, 0.072, 0.278, 0.039, 0.438);$$

$$W_{3K4Y} = (0.17, 0.09, 0.244, 0.4, 0.096);$$

$$W_{3K5Y} = (0.243, 0.103, 0.04, 0.484, 0.13).$$

Приоритеты альтернатив получены следующим образом:

$$W_1 = W_{21} \times W_{3K11} + W_{22} \times W_{3K21} + W_{23} \times W_{3K31} + W_{24} \times W_{3K41} + W_{25} \times W_{3K51} = .$$

$$W_2 = W_{21} \times W_{3K12} + W_{22} \times W_{3K22} + W_{23} \times W_{3K32} + W_{24} \times W_{3K42} + W_{25} \times W_{3K52} = .$$

$$W_3 = W_{21} \times W_{3K13} + W_{22} \times W_{3K23} + W_{23} \times W_{3K33} + W_{24} \times W_{3K43} + W_{25} \times W_{3K53} = W_4 \\ = W_{21} \times W_{3K14} + W_{22} \times W_{3K24} + W_{23} \times W_{3K34} + W_{24} \times W_{3K44} + W_{25} \times W_{3K54} =.$$

$$W_5 = W_{21} \times W_{3K15} + W_{22} \times W_{3K25} + W_{23} \times W_{3K35} + W_{24} \times W_{3K45} + W_{25} \times W_{3K55} =.$$

Таким образом, приоритеты альтернатив равны:

альтернатива А1 (название) -  $W_1$  приоритет равен =0.306;

альтернатива А2 (название)-  $W_2$  приоритет равен =0.215;

альтернатива А3 (название) -  $W_3$  приоритет равен =0.163;

альтернатива А4 (название) –  $W_4$  приоритет равен =0.289;

альтернатива А5 (название) -  $W_5$  приоритет равен =0.252.

### **3.7 Вывод**

Наиболее перспективным с позиции МАИ признается выбор автомобиля А1. Однако видно, что выбор А5 и А4 тоже оказываются неплохим выбором.

## 1.8 Результаты работы программы

Первая часть — вывод для одной матрицы, можно вывести для всех и получить нужные переменные, Вторая часть — вывод приоритетов альтернатив.

```
{'IC': 0.017,  
  'OC': 0.015,  
  'P': array([1.122, 0.978, 1.084, 0.945, 0.939]),  
  'S': array([ 6.533, 13.5 , 3.893, 24. , 2.144]),  
  'W': array([0.172, 0.072, 0.278, 0.039, 0.438]),  
  'lambda_max': 5.068,  
  'sum': 6.994,  
  'v': array([1.201, 0.506, 1.947, 0.276, 3.064])}  
Итоговые приоритеты альтернатив:  
Альтернатива A1: 0.306  
Альтернатива A2: 0.215  
Альтернатива A3: 0.163  
Альтернатива A4: 0.289  
Альтернатива A5: 0.252
```

Рисунок 2 – Вывод программы

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сначала были выбраны альтернативы и критерии, установлены приоритеты критериев. Далее был произведен синтез приоритетов для цели и для критериев, затем проверил согласованность локальных приоритетов и в конце был произведен синтез альтернатив и выбор лучшей/лучших.

МАИ хорош тем что позволяет качественно и подробно сравнить объекты по выбранным критериям с установленными приоритетами.

Основной минус в трудоемкости процесса.

## СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.
2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.
3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.



## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

Приложение А – Код реализации МАИ на языке Рутнон

## Приложение А

### Код реализации МАИ на языке Рутнон.

#### *Листинг А.1. Реализация МАИ.*

```
from pprint import pprint
import numpy as np

comparison_matrix = np.array([
    [1, 5, 1/6, 1/7, 5],
    [1/5, 1, 1/8, 1/8, 3],
    [6, 8, 1, 1, 9],
    [7, 8, 1, 1, 9],
    [1/5, 1/3, 1/9, 1/9, 1]
])

comparison_matrix1 = np.array([
    [1, 7, 1/3, 1/2, 5],
    [1/7, 1, 1/7, 1/6, 1/2],
    [3, 7, 1, 1, 5],
    [2, 6, 1, 1, 4],
    [1/5, 2, 1/5, 1/4, 1]
])

comparison_matrix2 = np.array([
    [1, 3, 1/2, 1/4, 1/3],
    [1/3, 1, 1/3, 1/6, 1/4],
    [2, 3, 1, 1/2, 1/3],
    [4, 6, 2, 1, 1/2],
    [3, 4, 3, 2, 1]
])

comparison_matrix3 = np.array([
    [1, 3, 1/2, 5, 1/3],
    [1/3, 1, 1/4, 2, 1/5],
    [2, 4, 1, 7, 1/2],
    [1/5, 1/2, 1/7, 1, 1/9],
    [3, 5, 2, 9, 1]
])

comparison_matrix4 = np.array([
    [1, 2, 1/2, 1/3, 3],
    [1/2, 1, 1/3, 1/4, 1],
    [2, 3, 1, 1/2, 2],
    [3, 4, 2, 1, 3],
    [1/3, 1, 1/2, 1/3, 1]
])

comparison_matrix5 = np.array([
    [1, 2, 5, 1/3, 4],
    [1/2, 1, 3, 1/4, 1/2],
    [1/5, 1/3, 1, 1/7, 1/6],
    [3, 4, 7, 1, 5],
    [1/4, 2, 6, 1/5, 1]
])
```

```

def calculate_matrix(matrix):
    geometric_means = np.prod(matrix, axis=1) ** (1 / matrix.shape[1])
    geometric_means_rounded = np.round(geometric_means, 3)
    sum_rounded = np.round(sum(geometric_means), 3)
    W = geometric_means / np.sum(geometric_means)

    S = np.sum(matrix, axis=0)

    P = S * W
    lambda_max = np.sum(P) / np.sum(W)

    n = matrix.shape[0]
    IC = (lambda_max - n) / (n - 1)
    RI = {1: 0, 2: 0, 3: 0.58, 4: 0.9, 5: 1.12, 6: 1.24, 7: 1.32, 8: 1.41, 9: 1.45, 10: 1.49}
    OC = IC / RI[n] if n in RI and RI[n] != 0 else None
    W = np.round(W, 3)
    S = np.round(S, 3)
    P = np.round(P, 3)
    lambda_max = round(lambda_max, 3)
    IC = round(IC, 3)
    OC = round(OC, 3) if OC is not None else None

    return {
        'V': geometric_means_rounded,
        'sum': sum_rounded,
        'W': W,
        'S': S,
        'P': P,
        'lambda_max': lambda_max,
        'IC': IC,
        'OC': OC
    }

pprint(calculate_matrix(comparison_matrix3))

W_c = np.array([0.108, 0.047, 0.402, 0.415, 0.029])

W_x = np.array([
    [0.207, 0.041, 0.369, 0.316, 0.067],
    [0.106, 0.055, 0.160, 0.303, 0.377],
    [0.172, 0.072, 0.278, 0.039, 0.438],
    [0.17, 0.09, 0.244, 0.4, 0.096],
    [0.243, 0.103, 0.04, 0.484, 0.13]
])

W = np.dot(W_x, W_c)
print("Итоговые приоритеты альтернатив:")
for i, weight in enumerate(W, start=1):
    print(f"Альтернатива A{i}: {weight:.3f}")

```