



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"МИРЭА - Российский технологический университет"
РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий
Кафедра Вычислительной Техники

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

по дисциплине
«Теория принятия решений»
Метод анализа иерархий

Студент группы: ИКБО-04-22

Заковряшин Н.М.
(Ф. И. О. студента)

Преподаватель

Железняк Л.М.
(Ф.И.О. преподавателя)

Москва 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| 1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ | 4 |
| 1.1 Постановка задачи | 4 |
| 1.2 Представление проблемы в виде иерархии | 4 |
| 1.3 Установка приоритетов критериев..... | 5 |
| 1.4 Синтез приоритетов | 6 |
| 1.5 Согласованность локальных приоритетов | 14 |
| 3.6 Синтез альтернатив..... | 20 |
| 3.7 Вывод..... | 21 |
| 1.8 Результаты работы программы..... | 22 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 23 |
| СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ | 24 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ..... | 25 |

ВВЕДЕНИЕ

Метод Анализа Иерархий (Analytic Hierarchy Process) разработан американским математиком Томасом Саати в 70-х годах прошлого века. Метод анализа иерархий (МАИ) является замкнутой логической конструкцией, которая обеспечивает с помощью простых и хорошо обоснованных правил, решение задач МКО, включающих как качественные, так и количественные факторы, причем количественные факторы могут иметь разную размерность. Метод основан на декомпозиции задачи и представлении ее в виде иерархической структуры, что позволяет включить в иерархию все имеющиеся у лица, принимающего решение знания по решаемой проблеме и последующей обработке суждений. В результате может быть выявлена относительная степень взаимодействия элементов в иерархии, которые затем выражаются численно. МАИ включает процедуры синтеза множественных суждений, получения приоритетности критериев и нахождения альтернативных решений. Весь процесс решения подвергается проверке и переосмыслению на каждом этапе, что позволяет проводить оценку качества полученного решения.

Решение многокритериального выбора основано на трех основных этапах:

Первый этап – представление системы критериев (целей) в виде иерархической структуры.

Второй этап – оценки приоритетов (весов) критериев с учётом их места в иерархии относительной важности.

Третий этап – определение лучшей альтернативы по значениям её характеристик и важности критериев

1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

1.1 Постановка задачи

Задача практической работы: выбрать оптимальный завтрак.

1.2 Представление проблемы в виде иерархии

Первый этап – представление проблемы в виде иерархии или сети. В простейшем случае, иерархия строится, начиная с цели, которая помещается в вершину иерархии. Через промежуточные уровни, на которых располагаются критерии и от которых зависят последующие уровни, к самому низкому уровню, который содержит перечень альтернатив.

Иерархия считается полной, если каждый элемент заданного уровня является критерием для всех элементов нижнего уровня

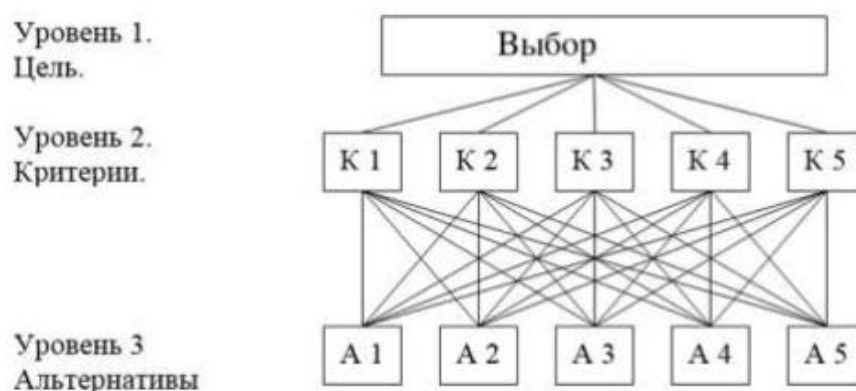


Рисунок 1 – Полная доминантная иерархия.

Критерии:

К 1 – Калорийность;

К 2 – Питательная ценность;

К 3 – Время приготовления;

К 4 – Доступность;

К 5 – Цена.

Альтернативы:

А 1 - Творожная запеканка с ягодами;

А 2 - Тосты с авокадо и яйцом;

А 3 - Кускус с овощами и фетой;

А 4 - Овсянка с фруктами и орехами;

А 5 - Яичница с овощами.

1.3 Установка приоритетов критериев

После иерархического представления задачи установлены приоритеты критериев и оценена каждая из альтернатив по критериям, определена наиболее важная из них. В методе анализа иерархий элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику. Парные сравнения приводят к записи характеристик сравнений в виде квадратной таблицы чисел, которая называется матрицей. Для облегчения работы введена шкала относительной важности (Таблица 1).

Таблица.1 – Шкала относительной важности.

| Интенсивность относительной важности | Определение | Объяснение |
|--------------------------------------|--|--|
| 1 | Равная важность | Равный вклад двух критериев в цель. |
| 3 | Слабое превосходство | Дают легкое превосходство одной альтернативы над другой |
| 5 | Умеренное превосходство | Опыт и суждения дают умеренное превосходство |
| 7 | Сильное превосходство | Одному из критериев дается настолько сильное предпочтение. |
| 9 | Абсолютное превосходство | Очевидность превосходства одного критерия над другим |
| 2,4,6,8 | Промежуточные решения между двумя соседними суждениями | Применяется в компромиссных случаях |

Шкала содержит соответствующие обратные значения.

1.4 Синтез приоритетов

После построения иерархии и определения величин парных субъективных суждений следует этап, на котором иерархическая декомпозиция и относительные суждения объединяются для получения осмысленного решения многокритериальной задачи принятия решений. Из групп парных сравнений формируется набор локальных критериев, которые выражают относительное влияние элементов на элемент, расположенный на уровне выше. Составлена обратно симметричная матрица для парного сравнения критериев (Таблица 2).

Таблица 2 – Матрица парного сравнения критериев.

| Цель | К 1 | К 2 | К 3 | К 4 | К 5 | V_i | W_{2i} |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|----------|
| К 1 | 1 | 2 | 1/2 | 1/3 | 3 | 1 | 0.17 |
| К 2 | 1/2 | 1 | 1/3 | 1/4 | 1 | 0.53 | 0.09 |
| К 3 | 2 | 3 | 1 | 1/2 | 2 | 1.431 | 0.244 |
| К 4 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 2.352 | 0.4 |
| К 5 | 1/3 | 1 | 1/2 | 1/3 | 1 | 0.561 | 0.096 |
| $\sum V_i$ | | | | | | 5.874 | |

Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти **геометрическое среднее** и с этой целью перемножить n элементов каждой строки и из полученного результата извлечь корни n -й степени (размерность матрицы $n=5$).

Строка № 1

$$V_1 = (1 \times 2 \times 1/2 \times 1/3 \times 3)^{1/5} = 1;$$

Строка № 2

$$V_2 = (1/2 \times 1 \times 1/3 \times 1/4 \times 1)^{1/5} = 0.53;$$

Строка № 3

$$V_3 = (2 \times 3 \times 1 \times 1/2 \times 2)^{1/5} = 1.431;$$

Строка № 4

$$V_4 = (3 \times 4 \times 2 \times 1 \times 3)^{1/5} = 2.352;$$

Строка № 5

$$V_5 = (1/3 \times 1 \times 1/2 \times 1/3 \times 1)^{1/5} = 0.561.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_i$.

$$\sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 1 + 0.53 + 1.431 + 2.352 + 0.561 = 5.874.$$

Найдена **важность приоритетов** W_{2i} , для этого каждое из чисел V_i разделено на $\sum V_i$.

Строка № 1

$$W_{21} = 1 / \sum V_i = Y_{21};$$

Строка № 2

$$W_{22} = 0.53 / \sum V_i = Y_{22};$$

Строка № 3

$$W_{23} = 1.431 / \sum V_i = Y_{23};$$

Строка № 4

$$W_{24} = 2.352 / \sum V_i = Y_{24};$$

Строка № 5

$$W_{25} = 0.561 / \sum V_i = Y_{25}.$$

В результате получен вектор приоритетов:

$W_{2i} = (0.17; 0.09; 0.244; 0.4; 0.096)$, где индекс 2 означает, что вектор приоритетов относится ко второму уровню иерархии.

К 1 – Калорийность (Таблица 3);

Таблица 3 – Матрица сравнения по критерию 1.

| K1 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | V_{K1Y} | W_{3K1Y} |
|----------------|-----|----|-----|-----|-----|-----------|------------|
| A1 | 1 | 7 | 1/3 | 1/2 | 5 | 1.423 | 0.207 |
| A2 | 1/7 | 1 | 1/7 | 1/6 | 1/2 | 0.279 | 0.041 |
| A3 | 3 | 7 | 1 | 1 | 5 | 2.537 | 0.369 |
| A4 | 2 | 6 | 1 | 1 | 4 | 2.169 | 0.316 |
| A5 | 1/5 | 2 | 1/5 | 1/4 | 1 | 0.457 | 0.067 |
| $\sum V_{K1Y}$ | | | | | | 6.865 | |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K11} = 1.423;$$

Строка № 2

$$V_{K12} = 0.279;$$

Строка № 3

$$V_{K13} = 2.537;$$

Строка № 4

$$V_{K14} = 2.169$$

Строка № 5

$$V_{K15} = 0.457.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K1Y}$.

$$\sum V_{K1Y} = V_{K11} + V_{K12} + V_{K13} + V_{K14} + V_{K15} = 6.865$$

Найдена важность приоритетов W_{3K1Y} , для этого каждое из чисел V_{K1Y} разделено на $\sum V_{K1Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K11} = 0.207$$

Строка № 2

$$W_{3K12} = 0.041;$$

Строка № 3

$$W_{3K13} = 0.369;$$

Строка № 4

$$W_{3K14} = 0.316;$$

Строка № 5

$$W_{3K15} = 0.067.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K1Y} = (0.207; 0.041; 0.369; 0.316; 0.067),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K1.

K 2 – Питательная ценность (Таблица 3.4.3);

Таблица 3.4.3 – Матрица сравнения по критерию 2.

| K2 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | V_{K2Y} | W_{3K2Y} |
|----------------|-----|----|-----|-----|-----|-----------|------------|
| A1 | 1 | 3 | 1/2 | 1/4 | 1/3 | 0.66 | 0.106 |
| A2 | 1/3 | 1 | 1/3 | 1/6 | 1/4 | 0.341 | 0.055 |
| A3 | 2 | 3 | 1 | 1/2 | 1/3 | 1 | 0.16 |
| A4 | 4 | 6 | 2 | 1 | 1/2 | 1.888 | 0.303 |
| A5 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2.352 | 0.377 |
| $\sum V_{K2Y}$ | | | | | | 6.241 | |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K21} = 0.66;$$

Строка № 2

$$V_{K22} = 0.341$$

Строка № 3

$$V_{K23} = 1;$$

Строка № 4

$$V_{K24} = 1.888;$$

Строка № 5

$$V_{K25} = 2.352.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K2Y}$.

$$\sum V_{K2Y} = V_{K21} + V_{K22} + V_{K23} + V_{K24} + V_{K25} = 6.241.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K2Y} , для этого каждое из чисел V_{K2Y} разделено на $\sum V_{K2Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K21} = 0.106 ;$$

Строка № 2

$$W_{3K22} = 0.055;$$

Строка № 3

$$W_{3K23} = 0.16;$$

Строка № 4

$$W_{3K24} = 0.303 ;$$

Строка № 5

$$W_{3K25}=0.377.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K2Y} = (0.106; 0.055; 0.16; 0.303; 0.377),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K2.

К 3 – Время приготовления (Таблица 3.4.4);

Таблица 3.4.4 – Матрица сравнения по критерию 3.

| K3 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | V_{K3Y} | W_{3K3Y} |
|-----------|-----|-----|-----|----|-----|-----------|------------|
| A1 | 1 | 3 | 1/2 | 5 | 1/3 | 1.201 | 0.172 |
| A2 | 1/3 | 1 | 1/4 | 2 | 1/5 | 0.506 | 0.072 |
| A3 | 2 | 4 | 1 | 7 | 1/2 | 1.947 | 0.278 |
| A4 | 1/5 | 1/2 | 1/7 | 1 | 1/9 | 0.276 | 0.039 |
| A5 | 3 | 5 | 2 | 9 | 1 | 3.064 | 0.438 |
| V_{K35} | | | | | | 6.994 | |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K31}=1.201;$$

Строка № 2

$$V_{K32}=0.506;$$

Строка № 3

$$V_{K33}=1.947;$$

Строка № 4

$$V_{K34}=0.276;$$

Строка № 5

$$V_{K35}=3.064.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K3Y}$.

$$\sum V_{K3Y} = V_{K31} + V_{K32} + V_{K33} + V_{K34} + V_{K35} = 6.994.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K2Y} , для этого каждое из чисел V_{K2Y} разделено на $\sum V_{K2Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K31}=0.172;$$

Строка № 2

$$W_{3K32}=0.072;$$

Строка № 3

$$W_{3K33}=0.278;$$

Строка № 4

$$W_{3K34}=0.039;$$

Строка № 5

$$W_{3K35}= 0.438.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K3Y} = (0.172;0.072;0.278;0.039;0.438),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K3.

K 4 – Доступность (Таблица 3.4.5);

Таблица 3.4.5 – Матрица сравнения по критерию 4.

| K4 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | V_{K4Y} | W_{3K4Y} |
|------------|-----|-----|-----|-----|----|-----------|------------|
| A1 | 1 | 5 | 1/6 | 1/7 | 5 | 0.901 | 0.108 |
| A2 | 1/5 | 1 | 1/8 | 1/8 | 3 | 0.393 | 0.047 |
| A3 | 6 | 8 | 1 | 1 | 9 | 3.366 | 0.402 |
| A4 | 7 | 8 | 1 | 1 | 9 | 3.471 | 0.415 |
| A5 | 1/5 | 1/3 | 1/9 | 1/9 | 1 | 0.242 | 0.029 |
| $\sum V_i$ | | | | | | 8.373 | |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K41}=0.901;$$

Строка № 2

$$V_{K42}=0.393;$$

Строка № 3

$$V_{K43}=3.366;$$

Строка № 4

$$V_{K44}= 3.471;$$

Строка № 5

$$V_{K45}=0.242.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K4Y}$.

$$\sum V_{K4Y} = V_{K41} + V_{K42} + V_{K43} + V_{K44} + V_{K45} = 8.373.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K4Y} , для этого каждое из чисел V_{K4Y} разделено на $\sum V_{K4Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K41} = 0.108;$$

Строка № 2

$$W_{3K42} = 0.047;$$

Строка № 3

$$W_{3K43} = 0.402;$$

Строка № 4

$$W_{3K44} = 0.415;$$

Строка № 5

$$W_{3K45} = 0.029$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K4Y} = (0.108; 0.047; 0.402; 0.415; 0.029)$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K4.

K 5 – Цена (Таблица 3.4.6).

Таблица 3.4.6 – Матрица сравнения по критерию 5.

| K5 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | V_{K5Y} | W_{3K5Y} |
|----------------|-----|-----|----|-----|-----|-----------|------------|
| A1 | 1 | 2 | 5 | 1/3 | 4 | 1.679 | 0.243 |
| A2 | 1/2 | 1 | 3 | 1/4 | 1/2 | 0.715 | 0.103 |
| A3 | 1/5 | 1/3 | 1 | 1/7 | 1/6 | 0.276 | 0.04 |
| A4 | 3 | 4 | 7 | 1 | 5 | 3.347 | 0.484 |
| A5 | 1/4 | 2 | 6 | 1/5 | 1 | 0.903 | 0.13 |
| $\sum V_{K5Y}$ | | | | | | 6.92 | |

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K51} = 1.679;$$

Строка № 2

$$V_{K52}=0.715;$$

Строка № 3

$$V_{K53}=0.276;$$

Строка № 4

$$V_{K54}=3.347;$$

Строка № 5

$$V_{K55}=0.903.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K5Y}$.

$$\sum V_{K5Y} = V_{K51} + V_{K52} + V_{K53} + V_{K54} + V_{K55} = 6.92 .$$

Найдена важность приоритетов W_{3K5Y} , для этого каждое из чисел V_{K5Y} разделено на $\sum V_{K5Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K51}=0.243;$$

Строка № 2

$$W_{3K52}=0.103;$$

Строка № 3

$$W_{3K53}= 0.04;$$

Строка № 4

$$W_{3K54}= 0.484 ;$$

Строка № 5

$$W_{3K55}= 0.13 .$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K5Y} = (0.243;0.103;0.04;0.484;0.13),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K5.

1.5 Согласованность локальных приоритетов

Любая матрица суждений в общем случае не согласована, так как суждения отражают субъективные мнения ЛПР, а сравнение элементов, которые имеют количественные эквиваленты, может быть несогласованным из-за присутствия погрешности при проведении измерений. Совершенной согласованности парных сравнений даже в идеальном случае на практике достичь трудно. Нужен способ оценки степени согласованности при решении конкретной задачи.

Метод анализа иерархий дает возможность провести такую оценку.

Вместе с матрицей парных сравнений есть мера оценки степени отклонения от согласованности. Когда такие отклонения превышают установленные пределы тем, кто проводит решение задачи, необходимо их пересмотреть.

В таблице приведены средние значения индекса случайной согласованности (СИ) для случайных матриц суждений разного порядка.

В нашей задаче размерность матрицы $n=5$, тогда среднее значение индекса **случайной согласованности** $СИ = 1,12$.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы «Выбор оптимального завтрака» (Таблица 3.5.1).

Таблица 3.5.1 – Матрица «Выбор лучшего завтрака».

| Цель | К 1 | К 2 | К 3 | К 4 | К 5 | W_{2i} |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| К 1 | 1 | 2 | 1/2 | 1/3 | 3 | 0.17 |
| К 2 | 1/2 | 1 | 1/3 | 1/4 | 1 | 0.09 |
| К 3 | 2 | 3 | 1 | 1/2 | 2 | 0.244 |
| К 4 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 0.4 |
| К 5 | 1/3 | 1 | 1/2 | 1/3 | 1 | 0.096 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_1=6.833;$$

$$S_2=11;$$

$$S_3=4.333;$$

$$S_4=2.417;$$

$$S_5=10.$$

Полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов, т.е. сумму суждений первого столбца на первую компоненту, сумму суждений второго столбца - на вторую и т.д.

$$P_1 = S_1 \times W_{21} = 1.163;$$

$$P_2 = S_2 \times W_{22} = 0.992;$$

$$P_3 = S_3 \times W_{23} = 1.056;$$

$$P_4 = S_4 \times W_{24} = 0.968;$$

$$P_5 = S_5 \times W_{25} = 0.955.$$

Сумма чисел P_j отражает пропорциональность предпочтений, чем ближе эта величина к n (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованны суждения.

$$\lambda_{\max} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 5.134.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) = 0.033.$$

Отношение индекса согласованности ИС к среднему значению случайного индекса согласованности СИ называется **отношением согласованности** ОС.

$$ОС = ИС / СИ = 0.03$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица «Выбор лучшего автомобиля» согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 1 – Калорийность (Таблица 3.5.2).

Таблица 3.5.2 – Матрица сравнения по критерию 1.

| K1 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | W_{3K1Y} |
|----|-----|----|-----|-----|-----|------------|
| A1 | 1 | 7 | 1/3 | 1/2 | 5 | 0.207 |
| A2 | 1/7 | 1 | 1/7 | 1/6 | 1/2 | 0.041 |
| A3 | 3 | 7 | 1 | 1 | 5 | 0.369 |
| A4 | 2 | 6 | 1 | 1 | 4 | 0.316 |
| A5 | 1/5 | 2 | 1/5 | 1/4 | 1 | 0.067 |

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K1} = 6.343;$$

$$S_{2K1} = 23;$$

$$S_{3K1} = 2.676;$$

$$S_{4K1}=2.917;$$

$$S_{5K1}=15.5.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K1} = S_1 \times W_{3K11} = 1.315;$$

$$P_{2K1} = S_2 \times W_{3K12} = 0.936;$$

$$P_{3K1} = S_3 \times W_{3K13} = 0.989;$$

$$P_{4K1} = S_4 \times W_{3K14} = 0.921;$$

$$P_{5K1} = S_5 \times W_{3K15} = 1.033.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K1} = P_{1K1} + P_{2K1} + P_{3K1} + P_{4K1} + P_{5K1} = 5.193.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K1} = (\lambda_{\max K1} - n)/(n - 1) = 0.048.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K1} = ИС/СИ = 0.043.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 1 (цена дня проживания) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 2 – Питательная ценность (Таблица 3.5.3).

Таблица 3.5.3 – Матрица сравнения по критерию 2.

| K2 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | W _{3K2Y} |
|----|-----|----|-----|-----|-----|-------------------|
| A1 | 1 | 3 | 1/2 | 1/4 | 1/3 | 0.106 |
| A2 | 1/3 | 1 | 1/3 | 1/6 | 1/4 | 0.055 |
| A3 | 2 | 3 | 1 | 1/2 | 1/3 | 0.16 |
| A4 | 4 | 6 | 2 | 1 | 1/2 | 0.303 |
| A5 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0.377 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K2}=10.333;$$

$$S_{2K2}=17;$$

$$S_{3K2}=6.833;$$

$$S_{4K2}=3.917;$$

$$S_{5K2}=2.417.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K2} = S_1 \times W_{3K21} = 1.092;$$

$$P_{2K2} = S_2 \times W_{3K22} = 0.93;$$

$$P_{3K2} = S_3 \times W_{3K23} = 1.095;$$

$$P_{4K2} = S_4 \times W_{3K24} = 1.185;$$

$$P_{5K2} = S_5 \times W_{3K25} = 0.911.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K2} = P_{1K2} + P_{2K2} + P_{3K2} + P_{4K2} + P_{5K2} = 5.212.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K2} = (\lambda_{\max K2} - n) / (n - 1) = 0.053.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K2} = ИС / СИ = 0.047.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 2 (количество звезд) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 3 – Время приготовления (Таблица 3.5.4).

Таблица 3.5.4 – Матрица сравнения по критерию 3.

| K3 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | W _{3K3Y} |
|----|-----|-----|-----|----|-----|-------------------|
| A1 | 1 | 3 | 1/2 | 5 | 1/3 | 0.172 |
| A2 | 1/3 | 1 | 1/4 | 2 | 1/5 | 0.072 |
| A3 | 2 | 4 | 1 | 7 | 1/2 | 0.278 |
| A4 | 1/5 | 1/2 | 1/7 | 1 | 1/9 | 0.039 |
| A5 | 3 | 5 | 2 | 9 | 1 | 0.438 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K3} = 6.533;$$

$$S_{2K3} = 13.5;$$

$$S_{3K3} = 3.893;$$

$$S_{4K3} = 24;$$

$$S_{5K3} = 2.144.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K3} = S_1 \times W_{3K31} = 1.122;$$

$$P_{2K3} = S_2 \times W_{3K32} = 0.978;$$

$$P_{3K3} = S_3 \times W_{3K33} = 1.084;$$

$$P_{4K3} = S_4 \times W_{3K34} = 0.945;$$

$$P_{5K3} = S_5 \times W_{3K35} = 0.939.$$

Найдем пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K3} = P_{1K3} + P_{2K3} + P_{3K3} + P_{4K3} + P_{5K3} = 5.068.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K3} = (\lambda_{\max K3} - n)/(n - 1) = 0.017.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K3} = ИС/СИ = 0.015.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 3 (Время приготовления) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 4 – Доступность (Таблица 3.5.5).

Таблица 3.5.5 – Матрица сравнения по критерию 4.

| К4 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | W _{3K4Y} |
|----|-----|-----|-----|-----|----|-------------------|
| A1 | 1 | 5 | 1/6 | 1/7 | 5 | 0.108 |
| A2 | 1/5 | 1 | 1/8 | 1/8 | 3 | 0.047 |
| A3 | 6 | 8 | 1 | 1 | 9 | 0.402 |
| A4 | 7 | 8 | 1 | 1 | 9 | 0.415 |
| A5 | 1/5 | 1/3 | 1/9 | 1/9 | 1 | 0.029 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K4} = 14.4;$$

$$S_{2K4} = 22.333;$$

$$S_{3K4} = 2.403;$$

$$S_{4K4} = 2.379;$$

$$S_{5K4} = 27.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K4} = S_1 \times W_{3K41} = 1.55;$$

$$P_{2K4} = S_2 \times W_{3K42} = 1.048 ;$$

$$P_{3K4} = S_3 \times W_{3 K43} = 0.966;$$

$$P_{4K4} = S_4 \times W_{3 K44} = 0.986;$$

$$P_{5K4} = S_5 \times W_{3 K45} = 0.779.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K4} = P_{1K4} + P_{2K4} + P_{3K4} + P_{4K4} + P_{5K4} = 5.33.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K4} = (\lambda_{\max K4} - n)/(n - 1) = 0.082.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K4} = ИС/СИ = 0.074.$$

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 4 (Доступность) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 5 – Цена (Таблица 3.5.6).

Таблица 3.5.6 – Матрица сравнения по критерию 5.

| K5 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | W _{3K5Y} |
|----|-----|-----|----|-----|-----|-------------------|
| A1 | 1 | 2 | 5 | 1/3 | 4 | 0.243 |
| A2 | 1/2 | 1 | 3 | 1/4 | 1/2 | 0.103 |
| A3 | 1/5 | 1/3 | 1 | 1/7 | 1/6 | 0.04 |
| A4 | 3 | 4 | 7 | 1 | 5 | 0.484 |
| A5 | 1/4 | 2 | 6 | 1/5 | 1 | 0.13 |

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K5} = 4.95;$$

$$S_{2K5} = 9.333;$$

$$S_{3K5} = 22;$$

$$S_{4K5} = 1.926;$$

$$S_{5K5} = 10.667.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K5} = S_1 \times W_{3 K41} = 1.201;$$

$$P_{2K5} = S_2 \times W_{3 K42} = 0.965;$$

$$P_{3K5} = S_3 \times W_{3 K43} = 0.876;$$

$$P_{4K5} = S_4 \times W_{3 K44} = 0.932;$$

$$P_{5K5} = S_1 \times W_{3K45} = 1.392.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K5} = P_{1K5} + P_{2K5} + P_{3K5} + P_{4K5} + P_{5K5} = 5.365.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K5} = (\lambda_{\max K5} - n)/(n - 1) = 0.091.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K5} = ИС/СИ = 0.082.$$

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 5 (Цена) согласована.

3.6 Синтез альтернатив

Векторы приоритетов и отношения согласованности определяются для всех матриц суждений, начиная со второго уровня.

Для определения приоритетов альтернатив локальные приоритеты умножены на приоритет соответствующего критерия на высшем уровне и найдены суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.

$$W_{2i} = (0.17, 0.09, 0.244, 0.4, 0.096);$$

$$W_{3K1Y} = (0.207, 0.041, 0.369, 0.316, 0.067);$$

$$W_{3K2Y} = (0.106, 0.055, 0.16, 0.303, 0.377);$$

$$W_{3K3Y} = (0.172, 0.072, 0.278, 0.039, 0.438);$$

$$W_{3K4Y} = (0.108, 0.047, 0.402, 0.415, 0.029);$$

$$W_{3K5Y} = (0.243, 0.103, 0.04, 0.484, 0.13).$$

Приоритеты альтернатив получены следующим образом:

$$W_1 = W_{21} \times W_{3K11} + W_{22} \times W_{3K21} + W_{23} \times W_{3K31} + W_{24} \times W_{3K41} + W_{25} \times W_{3K51} =$$

$$W_2 = W_{21} \times W_{3K12} + W_{22} \times W_{3K22} + W_{23} \times W_{3K32} + W_{24} \times W_{3K42} + W_{25} \times W_{3K52} =$$

$$W_3 = W_{21} \times W_{3K13} + W_{22} \times W_{3K23} + W_{23} \times W_{3K33} + W_{24} \times W_{3K43} + W_{25} \times W_{3K53} =$$

$$W_4 = W_{21} \times W_{3K14} + W_{22} \times W_{3K24} + W_{23} \times W_{3K34} + W_{24} \times W_{3K44} + W_{25} \times W_{3K54} =$$

$$W_5 = W_{21} \times W_{3K15} + W_{22} \times W_{3K25} + W_{23} \times W_{3K35} + W_{24} \times W_{3K45} + W_{25} \times W_{3K55} =$$

Таким образом, приоритеты альтернатив равны:

альтернатива A1 - W_1 приоритет равен =0.262;

альтернатива A2 - W_2 приоритет равен =0.219;

альтернатива A3 - W_3 приоритет равен =0.161;

альтернатива A4 - W_4 приоритет равен =0.289;

альтернатива A5 - W_5 приоритет равен =0.266

3.7 Вывод

Наиболее оптимальным выбором по методу МАИ получается A4 с приоритетом 0.289.

1.8 Результаты работы программы

Результат:

A1: 0.262

A2: 0.219

A3: 0.161

A4: 0.289

A5: 0.266

Рисунок 2 – Вывод программы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сначала были выбраны альтернативы и критерии, установлены приоритеты критериев. Далее был произведен синтез приоритетов для цели и для критериев, затем проверил согласованность локальных приоритетов и в конце был произведен синтез альтернатив и выбор лучшей/лучших.

МАИ хорош тем, что позволяет качественно и подробно сравнить объекты по выбранным критериям с установленными приоритетами.

Основной минус в трудоемкости процесса.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.
2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.
3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А – Код реализации МАИ на языке Python.

Приложение А

Код реализации МАИ на языке Python.

Листинг А.1. Реализация МАИ.

```
from print import pprint
import numpy as np

matrix = np.array([
    [1, 2, 1/2, 1/3, 3],
    [1/2, 1, 1/3, 1/4, 1],
    [2, 3, 1, 1/2, 2],
    [3, 4, 2, 1, 3],
    [1/3, 1, 1/2, 1/3, 1]
])

matrix1 = np.array([
    [1, 7, 1/3, 1/2, 5],
    [1/7, 1, 1/7, 1/6, 1/2],
    [3, 7, 1, 1, 5],
    [2, 6, 1, 1, 4],
    [1/5, 2, 1/5, 1/4, 1]
])

matrix2 = np.array([
    [1, 3, 1/2, 1/4, 1/3],
    [1/3, 1, 1/3, 1/6, 1/4],
    [2, 3, 1, 1/2, 1/3],
    [4, 6, 2, 1, 1/2],
    [3, 4, 3, 2, 1]
])

matrix3 = np.array([
    [1, 3, 1/2, 5, 1/3],
    [1/3, 1, 1/4, 2, 1/5],
    [2, 4, 1, 7, 1/2],
    [1/5, 1/2, 1/7, 1, 1/9],
    [3, 5, 2, 9, 1]
])

matrix4 = np.array([
    [1, 5, 1/6, 1/7, 5],
    [1/5, 1, 1/8, 1/8, 3],
    [6, 8, 1, 1, 9],
    [7, 8, 1, 1, 9],
    [1/5, 1/3, 1/9, 1/9, 1]
])

matrix5 = np.array([
    [1, 2, 5, 1/3, 4],
    [1/2, 1, 3, 1/4, 1/2],
    [1/5, 1/3, 1, 1/7, 1/6],
    [3, 4, 7, 1, 5],
    [1/4, 2, 6, 1/5, 1]
])

def calculate_matrices(matrices):
    W_matrices = []
    for matrix in matrices:
        geometric_means = np.prod(matrix, axis=1) ** (1 / matrix.shape[1])
        W = geometric_means / np.sum(geometric_means)
        W_matrices.append(W)

    geometric_means_rounded = np.round(geometric_means, 3)
```

```

sum_rounded = np.round(np.sum(geometric_means), 3)

S = np.sum(matrix, axis=0)
P = S * W
lambda_max = np.sum(P) / np.sum(W)

n = matrix.shape[0]
IC = (lambda_max - n) / (n - 1)
RI = {1: 0, 2: 0, 3: 0.58, 4: 0.9, 5: 1.12, 6: 1.24, 7: 1.32, 8: 1.41, 9: 1.45, 10: 1.49}
OC = IC / RI[n] if n in RI and RI[n] != 0 else None
W = np.round(W, 3)
S = np.round(S, 3)
P = np.round(P, 3)
lambda_max = round(lambda_max, 3)
IC = round(IC, 3)
OC = round(OC, 3) if OC is not None else None

pprint("Результат для матрицы:")
print({
    'V': geometric_means_rounded,
    'sum': sum_rounded,
    'W': W,
    'S': S,
    'P': P,
    'lambda_max': lambda_max,
    'IC': IC,
    'OC': OC
})
print()

W_c = W_matrices[0]
W_x = np.array(W_matrices[1:])

W_result = np.dot(W_x, W_c)
print("Результат:")
for i, weight in enumerate(W_result, start=1):
    print(f"A{i}: {weight:.3f}")

matrix = [matrix, matrix1, matrix2, matrix3, matrix4, matrix5]

calculate_matrices(matrix)

```