



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**"МИРЭА - Российский технологический университет"**  
**РТУ МИРЭА**

---

**Институт Информационных Технологий**  
**Кафедра Вычислительной Техники**

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4**

**по дисциплине**  
**«Теория принятия решений»**  
**Графический метод**

Студент группы: ИКБО-04-22

Заковряшин Н.М  
(Ф. И.О. студента)

Преподаватель

Железняк Л.М.  
(Ф.И.О. преподавателя)

Москва 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД.....	4
1.1 Постановка задачи.....	4
1.2 Данные индивидуального варианта.....	4
1.3 Подготовка данных.....	4
1.4 Построение графика.....	5
1.5 Выделение области допустимых решений.....	6
1.6 Максимум функции.....	6
1.7 Минимум функции.....	8
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	10
СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	11

# ВВЕДЕНИЕ

**Линейное программирование** - это способ поиска оптимального решения задачи, где целью является линейная функция, а условия задачи ограничены системой линейных равенств и неравенств.

В рамках линейного программирования существуют различные классы задач, для которых разработаны специальные методы решения, отличающиеся от общих методов. Один из таких классов задач - транспортные задачи, которые возникли как отдельное направление в линейном программировании.

Если целью задачи является поиск экстремума линейных функций, то это задача линейного программирования. Если хотя бы одна из функций не является линейной, то это уже задача нелинейного программирования.

**Нелинейное программирование** - это способ решения задач, где как целевая функция, так и условия ограничений задачи являются нелинейными. Задача линейного программирования - состоит в нахождении минимума (или максимума) линейной функции при линейных ограничениях.

Какие задачи решают при помощи методов линейного программирования:

- ▲ задача об оптимальном использовании ресурсов при производственном планировании;
- ▲ задача о смесях (планирование состава продукции);
- ▲ задача о нахождении оптимальной комбинации различных видов продукции для хранения на складах (управление товарно-материальными запасами или "задача о рюкзаке");
- ▲ транспортные задачи (анализ размещения предприятия, перемещение грузов).

# 1 ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД

## 1.1 Постановка задачи

Решить задачу линейного программирования с двумя переменными графическим методом.

## 1.2 Данные индивидуального варианта

$$f(x) = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min/\max$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq -4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

## 1.3 Подготовка данных

В среде Microsoft Excel добавим 4 столбца:

1.  $x_1$  – значения от 0 до 5 с шагом 0,5;
2.  $x_2 = 4 + 4x_1$  – значения ограничения ( $4x_1 - x_2 \geq -4$ );
3.  $x_2 = \frac{12 - 2x_1}{3}$  – значения ограничения ( $2x_1 + 3x_2 \leq 12$ );
4.  $x_2 = \frac{5x_1 - 15}{3}$  – значения ограничения ( $5x_1 - 3x_2 \leq 15$ );
5.  $x_2 = 2x_1$  – значения целевой функции при условии  $f(x) = 0$ .

Таблица 1.1 – Данные для графика

$x_1$	$x_2 = 4 + 4x_1$	$x_2 = \frac{12 - 2x_1}{3}$	$x_2 = \frac{5x_1 - 15}{3}$	$x_2 = 2x_1$
0	4	4	-5	0
0,5	6	3,67	-4,17	1
1	8	3,33	-3,33	2
1,5	10	3	-2,5	3

2	12	2,67	-1,67	4
2,5	14	2,33	-0,83	5
3	16	2	0	6
3,5	18	1,67	0,83	7
4	20	1,33	1,67	8
4,5	22	1	2,5	9
5	24	0,67	3,33	10

## 1.4 Построение графика

Выделим таблицу подготовленных данных и построим гладкий график. Произведем настройку шага координатной оси  $x_1$  и получим следующий график (Рисунок 1.1)

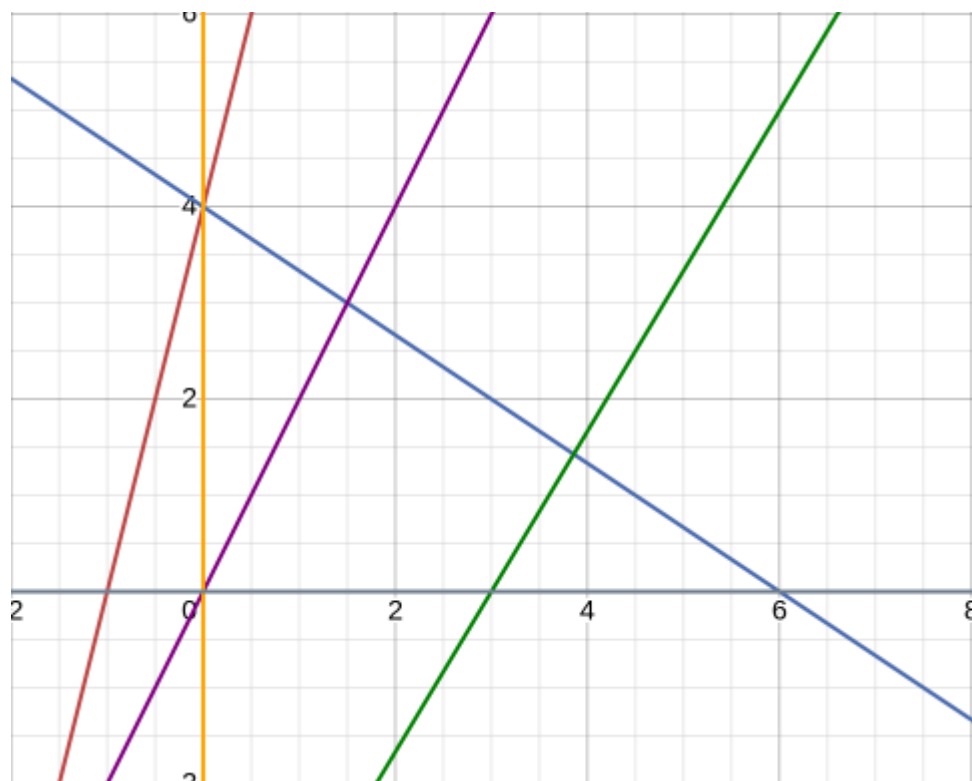


Рисунок 1.1 – Построение графиков по данным

## 1.5 Выделение области допустимых решений

Чтобы определить форму ОДР надо рассмотреть каждую из построенных прямых по отдельности и, заменив мысленно в соответствующем уравнении знак равенства на исходное неравенство, определить, с какой стороны от рассматриваемой прямой лежит ОДР. Для этого необходимо решить соответствующее неравенство относительно точки  $(0,0)$ . Если неравенство истинно, то ОДР лежит в полуплоскости, которой принадлежит точка  $(0,0)$ , если ложно – то в полуплоскости, которая не содержит точку  $(0,0)$ . ОДР будет являться областью пересечения всех полуплоскостей, задаваемых неравенствами-ограничителями.

В результате получим область допустимых решений, представленную на Рисунке 1.2.

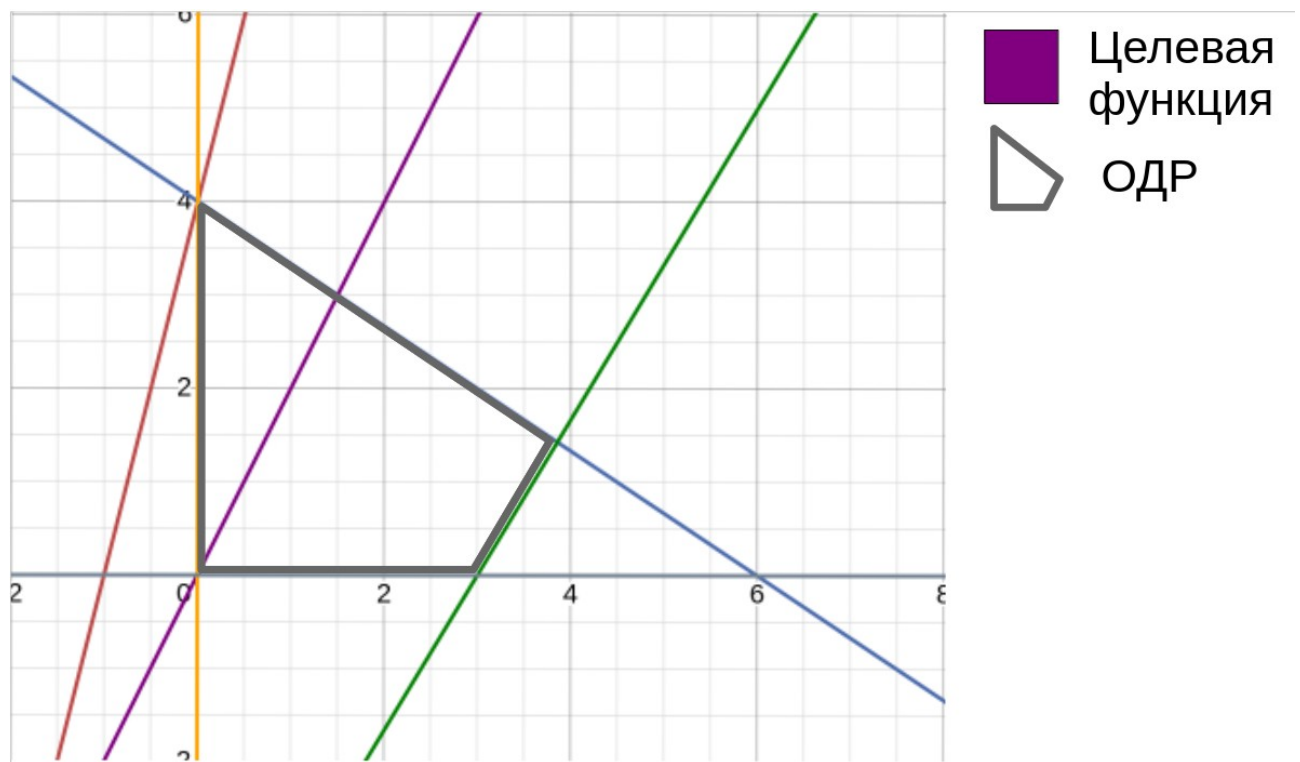


Рисунок 1.2 – Выделение области допустимых решений

## 1.6 Максимум функции

Для нахождения максимума функции найдем её градиент по формуле 1.1:

$$\overline{\text{grad}f(x)} = \left\{ \frac{df(x)}{dx_1}, \frac{df(x)}{dx_2} \right\} \quad (1.1)$$

Для нахождения минимума функции найдем её градиент по формуле 1.1:

$$-\overline{\text{grad}f(x)} = \left\{ -\frac{df(x)}{dx_1}, -\frac{df(x)}{dx_2} \right\} \quad (1.2)$$

Градиент функции будет равен  $\{-2, 1\}$ , а антиградиент функции будет равен  $\{2, -1\}$ . Изобразим эти вектора на графике (Рисунок 1.4).

Теперь начинаем мысленно сдвигать прямую целевой функции в направлении градиента, и определяем последнюю точку ОДР, которая лежит на пути прямой. Найдем её координаты:

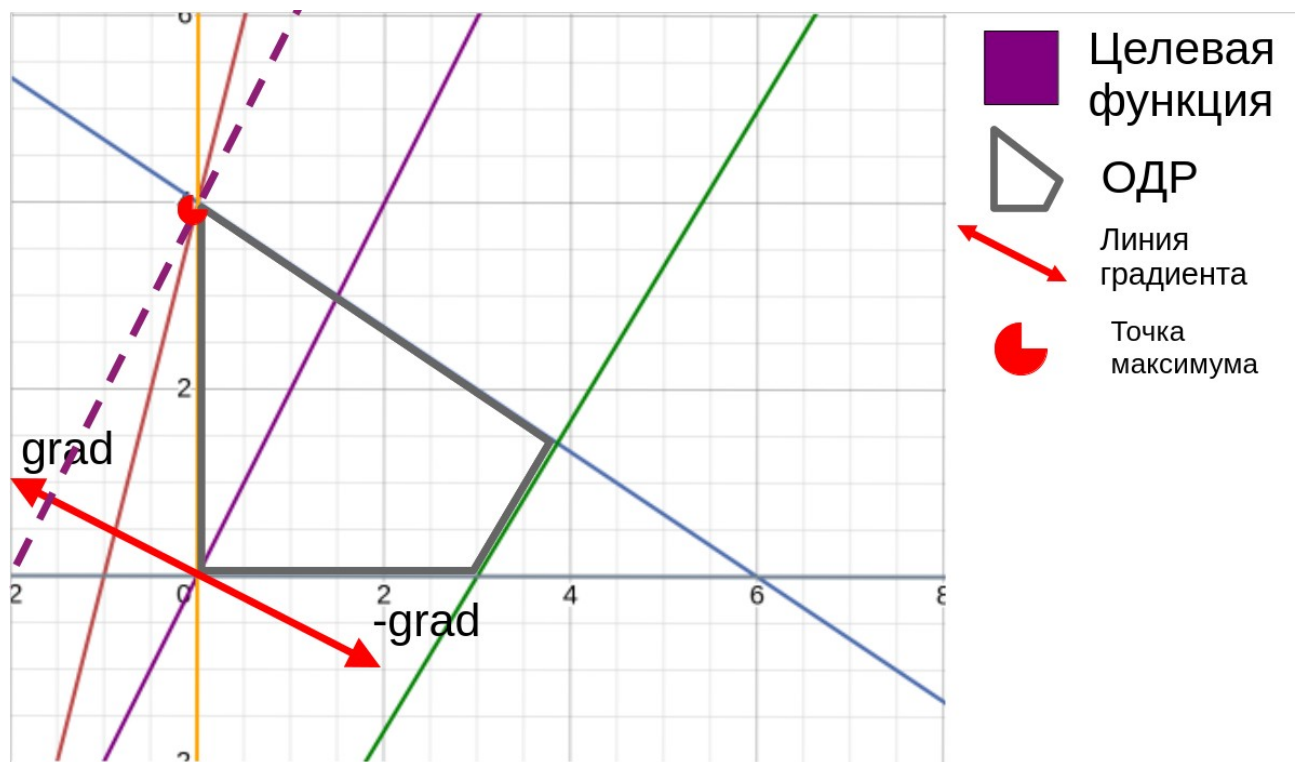


Рисунок 1.4 – Точка максимума функции

Найдем значение функции в точке максимума.

Подставив координаты найденных точек (максимума) в систему уравнения и убедимся, что точки принадлежат к области ОДР:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq -4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Получим значение равное  $F(x)_{\max} = 4$ .

## 1.7 Минимум функции

Для нахождения минимума функции будем перемещать прямую в сторону антиградиента. Отметим на графике найденную точку (Рисунок 1.5).

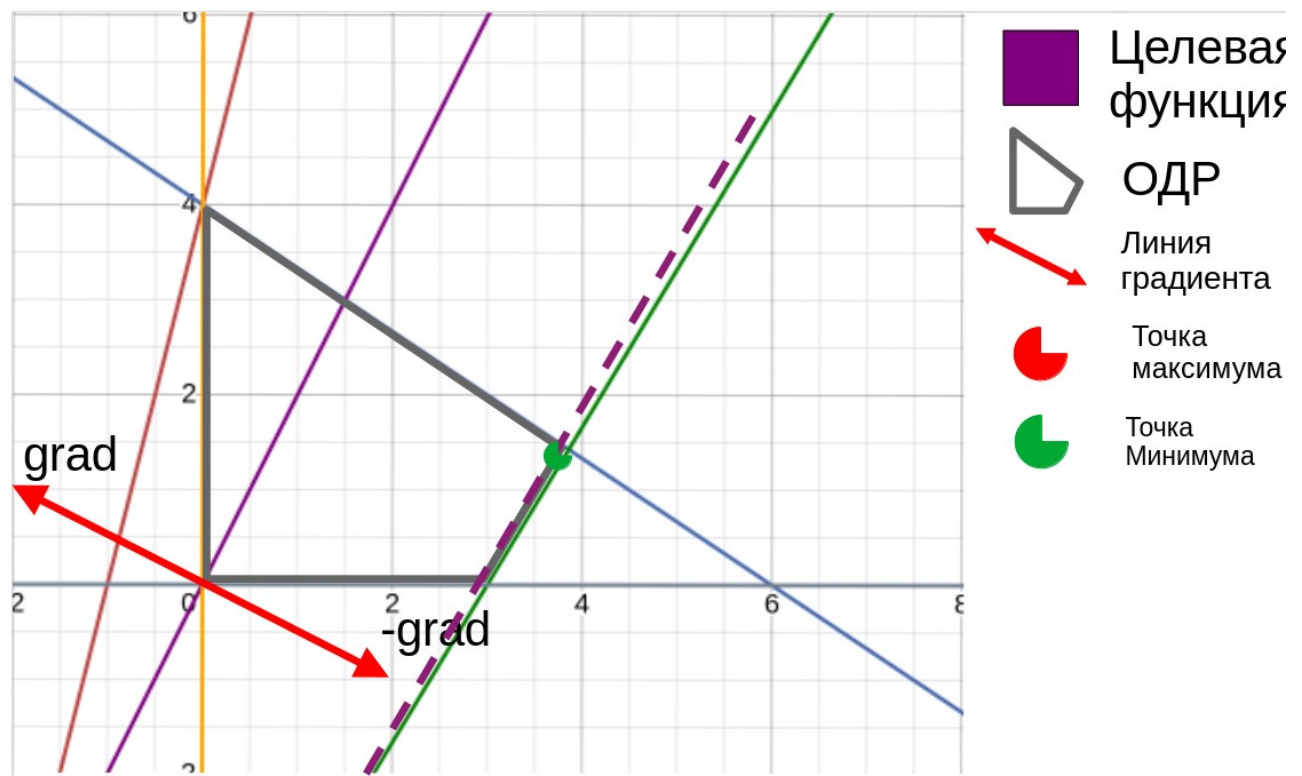


Рисунок 1.5 – Точка минимума функции

Получаем точку на пересечении двух прямых, найдем ее при помощи системы.

В результате получим точку с координатами  $(27/7, 10/7)$ . Найдем значение функции в этой точке.

Подставив координаты найденных точек (минимума) в систему уравнения и убедимся, что точки принадлежат к области ОДР:



$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq -4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 5x_1 - 3x_2 \leq 15 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Получим результат  $F(x)_{\min} = -6,28$ .

Ответ:

$F(x)_{\max} = 4$ .

$F(x)_{\min} = -6,28$ .

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В excel была оформлена матрица. При помощи сайта Mathway и paint проводилась визуализации, выделение ОДР, градиента и антиградиента, точек минимума и максимума, также проверил что точки принадлежат системе уравнений.

## СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.
2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.
3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.