星海 Mercury 的无用测试卷 (答案与解析)

注意事项:

- 1. 本试卷满分 100 分。解题过程中可自由参考任何资料,答题时长因人而异。
- 2. 本试卷纯粹是命题人出着玩儿的,没有任何学术意义和参考价值,不应该也不适合作为任一人群达成任一目的的能力检测试题。
- 3. 本试卷的末尾附录包含答题过程中可能用到的公式,可供参考。
- 4. 本试卷的答案与解析可以通过邮件命题人的邮箱 moecury@163.com 获取;或者,就地发掘一个名叫 exam-answer.pdf 的文件,也可以直接获取答案与解析。
- 5. 若对本试卷有任何意见或建议,也欢迎与我联系探讨。

班级:	姓名:	学号:

- **一、单选**题(共 12 题, 每题 3 分, 共 36 分)
- **1.** 在文明的早期,各民族创作的神话传说是人类渴望认识自然的集中体现。下列有关神话传说的说法,正确的是·····(A)
 - (A) 盘古开天、女娲补天,这两个神话故事描绘的神明雏形最早有文字记载的先后顺序,据考证应是前者晚于后者
 - (B) 大禹治水、诺亚方舟,各文明对史前洪水的记载告诉我们,很可能存在一场席卷了整个亚洲大陆的大洪水
 - (C) 耶和华用亚当的一根肋骨造出了夏娃, 也印证了人类男性的肋骨数目总比女性少一根
 - (D) 真主至高至大,穆罕默德是安拉的最后一位先知,而尔撒(耶稣)则是真主在凡间的 化身
- 解析. 本题考查宗教文化常识, 但似乎还是太难了。

盘古为父系社会形象、女娲为母系社会形象,在对中国古代神话传说的考据中,有"女娲开天"的出现。对女娲的文字记载最早出现于战国时期的《山海经》《楚辞》等;对盘古的文字记载则最早出自东汉时期的出自《三五历纪》。A选项正确。

根据常识推断,由于各大山脉的存在,席卷了整个亚洲大陆的大洪水根本不可能出现。 合理的解释应是各文明都受到过洪水灾难。B选项错误。

人类男性的肋骨数目自古以来与女性相同。C选项错误。

伊斯兰教认为,尔撒只是一名先知,不是真主的化身。D 选项错误。

- (A) 马克思、恩格斯认为,社会主义革命会首先在发达资本主义国家中爆发,这一观点基于生产力发展导致生产关系变革的朴素推断
- (B) 巴黎公社是首个无产阶级领导的政权,意识形态是科学社会主义,是早期马克思主义理论指导之下的产物
- (C) 20 世纪初,社会主义主要分裂成共产主义和社会民主主义两个意识形态,后者不再主张通过暴力革命推翻资本主义制度
- (D) 20 世纪 80 年代末 90 年代初, 东欧剧变、社会主义遭遇重大挫折在中国的体现为 1989 年春夏之交的政治风波

解析. 本题考查社会主义发展史。

巴黎公社不受马克思主义理论指导。B选项错误。其他选项均正确。

- 3. 二战时期,各式新型兵器层出不穷。下列兵器在历史战场上的表现,可能发生的是(B)
 - (A) 1939 年的远东战场,装备 MP-38 冲锋枪的国军"德械师"向日军 95 式轻型坦克扫射
 - (B) 1940 年的不列颠空战,英军战斗机喷火 Mk. II 与德军战斗机 Bf-109F 展开缠斗
- (C) 1941 年的东线战场,大量苏军 T-34 坦克搭载了 ZiS-4 57mm 火炮以提高其穿甲能力
- (D) 1943 年的太平洋战场,美军依阿华号战列舰与日军大和号战列舰发生火炮对射

解析, 本题考查军事历史常识。

1939 年, 国军"德械师"早已损失殆尽, 更不可能装备最新的德国 MP-38 冲锋枪。A 选项错误。

Bf-109F 的早期型号已在 1940 年参与不列颠空战,完全有可能与英军主力喷火 Mk. II 相遇。通过搜索引擎也可以查阅到图书 $Spitfire\ II/V\ vs\ Bf\ 109F:\ Channel\ Front\ 1940-42$ 的存在。B 选项正确。

只有极少数苏军 T-34 坦克搭载了 ZiS-4 57mm 火炮。C 选项错误。依阿华号战列舰与大和号战列舰从未对峙过。D 选项错误。

- **4.** 程序员的自我修养,体现在工程项目中的方方面面。下列说法正确的是.....(D)
 - (A) 使用 HTTPS 协议通信时,全程采用非对称加密算法加密通信内容
 - (B) 用递推法计算数列 $a_n = 2a_{n-1} + na_{n-2}$ 的第 n 项时,可使用多线程加速计算
 - (C) 遍历列表时,数组和链表数据结构的时间复杂度均为 $\Theta(n)$,因此在实践上无效率差距
 - (D) 在操作低维向量、矩阵时,由于值类型的存在,C# 6.0 (VS 2015) 相对 Java 8 存在 理论上的效率优势

解析. 本题考查计算机工程综合实践。

HTTPS 协议只在一开始时使用非对称加密交换密钥,后续均采用对称加密。A 选项错误。

用递推法计算数列时,后项直接依赖前项,没有并行计算的空间,不可能使用多线程加速计算。B选项错误。

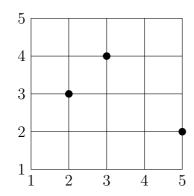
遍历列表时,由于缓存的存在,数组和链表数据在实践上有效率差距。C 选项错误。C# 相对 Java 可使用值类型存储对象,在需要频繁存取对象的线性代数操作时具有显著优势,这是因为这些变量可在栈上分配空间,海量小而零碎的对象不会增加 GC 的负担。D 选项正确。

5. 设 r^n $(r \in \mathbb{Z}, r > 1, n > 1)$ 为一定值,则使得 nr 取最小值的整数 r 的值为 · · · · · · (B) (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

解析. 本题考查函数与导数的综合应用。

设 $r^n=C$ 为一定值,则 $n=\frac{\ln C}{\ln r}$, $f(r)=nr=\ln C\frac{r}{\ln r}$, $f'(r)=\ln C\frac{\ln r-1}{(\ln r)^2}$, f(r) 有 唯一极小值点 r=e, 也是 f(r) 的最小值点。代入最接近 e 的整数 2,3 发现 $f(2)=\ln C\frac{2}{\ln 2}$, $f(3)=\ln C\frac{3}{\ln 3}$,而 $\frac{2}{\ln 2}-\frac{3}{\ln 3}=\frac{2\ln 3-3\ln 2}{\ln 2\ln 3}=\frac{\ln 9-\ln 8}{\ln 2\ln 3}>0$,故 f(2)>f(3),故使 得 f(r) 取最小值的整数 r=3。选 B。

6. 给定如图的 5×5 网格,



从 (1,1) 出发,在格点上经过若干次向上或向右移动,到达 (5,5),且<u>不经过</u> (2,3), (3,4), (5,2) 中任意一点的最短路径的条数为······(A) (A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26

解析, 本题考查动态规划基本思想。

设 f(x,y) 表示以此移动方式,从 (1,1) 到 (x,y) 的最短路径的条数,则 f(x,y)=f(x-1,y)+f(x,y-1),且对于未定义点和有障碍物的点,均有 f(x,y)=0。逐个推理 $f(1,1)=1,f(k,1)=1,f(1,k)=1,f(2,2)=2,\ldots$,最终可得 f(5,5)=23。A 选项正确。

7. 下列有关语言和文字的说法,不正确的是·····(\mathbb{C})

- (A) 相对北京官话,粤语对中古汉语的声调做了更完整的保留,但在声母、韵母等方面则 未必
- (B) 日语和朝鲜语在语法上均是高度相似的黏着语,因此两者同源,分类学上属于阿尔泰语系
- (C) 马达加斯加的土著语言与台湾岛的土著语言是同源的,据此可推断马达加斯加的土著 人种为黄种人
- (D) 现代越南语的"国语字"采用拉丁字母,受到了法国殖民者的影响;在此之前,越南采用汉字型文字进行书写

解析. 本题考查语言学基本常识。

日语和朝鲜语在语法上均是高度相似的黏着语,但不能就此论证二者的同源程度,同源程度主要与二者底层词汇的相似性有关;且二者同属阿尔泰语系在学术界有较大争议。C选项错误。其他选项均正确。

- **8.** 靓仔正在使用 DCC 软件学习骨骼动画,下列说法<u>正确</u>的是·····(\mathbb{C})
- (A) 游戏引擎中,常用欧拉角存储和计算关节的旋转变换
- (B) 若一动画序列在某块肌肉上显得僵硬,可能是因为该部分的蒙皮权重设置过高
- (C) 若要在动画中让人物的右手保持在某一定点,同时身体不断舞蹈,则需要使用软件的 IK 功能
- (D) 进行动画重定向后,若导出结果在引擎表现为角色侧立(绕水平轴旋转 90 度)正常进行动作,造成这一问题的原因可能是两模型的 T-pose 不一致

解析. 本题考查骨骼动画的原理与制作。

游戏引擎中,常用四元数而非欧拉角存储和计算关节的旋转变换。A 选项错误。 若一动画序列在某块肌肉上显得僵硬,可能是该部分的蒙皮权重设置过低而非过高。 B 选项错误。

C选项正确。

进行动画重定向后,若导出结果在引擎表现为角色侧立(绕水平轴旋转90度)正常进行动作,造成这一问题的原因显然是引擎的全局坐标系与原动画不一致,而与T-pose 无关。D 选项错误。

- **9.** 以下朝鲜文词汇,<u>不属于</u>汉字词的是······(D)
 - (A) 수학 (B) 인공지능
- (C) 기계 학습
- (D) 딥 러닝

解析. 本题考查朝鲜语。

只有 D 选项딥 러닝 (deep learning) 不是汉字词。选 D。

10. 某考古团队在一处日本古墓中发现了如下的一段残篇:

ツネ 🗆 ラ 📗 ウイ 🗆 オク 🗆 ロ ケフ 🗆 エ 🗆 🗆 🗆 🗆 🗆 エヒ 🗆 🗆 ス

其中 □ 表示难以辨别的单个假名。据此判断错误的是·····(D)

- (A) 该古墓的建设时期不会早于 10 世纪
- (B) 该古墓的主人很可能为男性
- (C) 这段残篇中只有如上 5 段文字, 完整的文字应有 8 段
- (D) "ウイ □ オク □ □" 这段文字中, "オク"的拼读方法与现代日语不同

解析. 本题考查日语和日本文化综合。

容易看出文本是伊吕波歌的后5段。

伊吕波歌的出现时间不早于 10 世纪。A 选项正确。

文本采用片假名书写, 为男性文字。B 选项正确。

完整的伊吕波歌有8段。C选项正确。

奥(おく)的拼读方法古今无区别。D 选项错误。

- - (A) 变换后的四面体体积为 $\frac{1}{6} | \det(\mathbf{F}) \det(\mathbf{D}_m) |$
 - (B) 该变换的 Green 应变张量为 $E = \frac{1}{2}(F^TF I)$
 - (C) Σ 为 3×3 对角矩阵,且对角元素之积等于 $\det(\mathbf{D}_s \mathbf{D}_m^{-1})$
 - (D) 当 Σ 的对角元素的值均接近于 1 时,可通过 $p_i = V \Sigma U^T (q_i b)$ 近似将四面体还 Φ
- 解析. 本题考查线性代数与有限元方法。

 $\frac{1}{6}\det(\mathbf{D}_m)$ 可表示变换前四面体的有向体积,而矩阵行列式表示该线性变换对体积的 放缩程度。A 选项正确。

熟悉有限元分析的同学可直接看出 F 就是形变梯度, Green 应变张量 $E = \frac{1}{2}(F^T F - I)$ 。 B 选项正确。

容易推导出 $D_sD_m^{-1} = F$ 。 Σ 为 3×3 对角矩阵,且对角元素之积等于 $\det(D_sD_m^{-1})$ 的绝对值。这是因为实矩阵的奇异值必为正值,而 $\det(F)$ 有可能为负。 C 选项错误。 当 Σ 的对角元素均接近于 1 时,有 $F \approx UIV^T = UV^T$,故 F 近似为正交矩阵,满足 $F^{-1} \approx F^T$,故 $p_i = F^{-1}(q_i - b) \approx F^T(q_i - b) = V\Sigma U^T(q_i - b)$ 。 D 选项正确。

12. 阅读如下的乐谱选段,



设标准音 A=440Hz, 下列说法错误的是.....(C)

- (A) 第 4 小节的内容用简谱首调唱名法记谱可表示为 | 3 5 |
- (B) 记第 5 小节的第 1 个和第 3 个音符的音高对应的频率分别为 f_1, f_3 ,根据十二平均律,有 $f_1 = \sqrt[3]{2}f_3$
- (C) 给定长度为 10 cm,质量为 1 g,两端紧绷固定的均匀弦,为演奏第 2 小节的第 1 个 音符,可对其施加 7.744 N 的张力
- (D) 对频域信号 $X(\omega) = \pi(\delta(\omega + 2763) + \delta(\omega 2763))$ 进行逆傅里叶变换得到的零相位 余弦波可用于演奏第 2 小节的第 1 个音符

解析, 本题考查物理、傅里叶变换和音乐综合。

由基本识谱知识可知A选项正确。

由十二平均律 $f_n = 2^{1/12} f_{n-1}$, 且第 5 小节的第 1 个音符 (B) 和第 3 个音符 (G) 的音程为 4 可知, $f_1 = 2^{4/12} f_3 = 2^{1/3} f_3$ 。B 选项正确。

由驻波第一谐波的波速 $v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$,线密度 $\mu=\frac{m}{L}$,频率 $f=\frac{v}{\lambda}$,基波(第一谐波)波长 $\lambda=2L$ 联立得 $T=4mLf^2$,代入 A=440Hz 和其他数据得 T=77.44N。C 选项错误。由余弦波的傅里叶变换公式可知 D 选项正确。

二、填空题(共5题,共20分)

- 1. (3分) 开放世界动作冒险游戏《原神》中的国度命名颇有考究。以德国为原型的国度"蒙德",其外文名称 Mondstadt 是德语的"月亮城";以中国为原型的国度"璃月",其名称与中国古代儒家的<u>礼乐</u>思想谐音;以日本为原型的"稻妻",则来源于日语"雷电"的汉字写法,与古代劳动人民观察"雷雨肥庄稼"的现象有关——即在雷雨天,作物会得到额外的<u>氮</u>(填"氮"、"磷"或"钾")元素营养;以印度和中东为原型的"须弥",其名称来源则为古印度神话中的世界中心"须弥山",另外还与中东的古文明苏美尔在读音上相近。
- **解析.** 本题考查游戏文化常识。这道题在被设计之时就考虑到,选手应当不需要玩过任何游戏,也能答对这道题;为元素营养的填空设置选项,是为了防止有人在那里填上"雷"或者"草"。
- 2. (4 分) Read the following conversation and answer the following questions in English.

Interviewer: How do you explain this 4-year gap on your resume?

Man: That's when I went to Yale.

Interviewer: That's impressive. You're hired.

Man: Thanks. I really need this yob.

(1) Where did the man go in his 4-year gap?

A jail.

(2) What's the problem with the man?

He pronounces "j" as "y".

解析. 本题考查英语和推理能力。这道题同时考查了英语的听、说、读、写能力,实属上乘。

3. (4分) 写出下列日文单词的完整词源:

パソコン	personal computer	エアコン	air conditioner	
リモコン	remote controller	ロリコン	lolita complex	

解析. 本题考查日语和英语。这里每个"コン"的源词汇都不一样,很有意思。

4. (4分) 阅读如下程序:

```
bool Sphere::collision_handle(Vector3& pos) const
{
    Scalar EPS = 0.05;
    Vector3 diff = pos - center;
    if (diff.norm() < radius + EPS) // compare norm and radius
    {
        diff.normalize(); // normalize vector diff
        diff *= radius + EPS;
        pos = center + diff;
        return true;
    }
    return false;
}</pre>
```

现已创建合适的构造函数 Sphere(Vector3 center, Scalar radius),变量 Sphere s = Sphere(Vector3(0, 1, 2), 2); Vector3 p(1, 1, 1); 则程序段 s.collision_handle(p) 的返回值为 true (1分),p 的值变为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}(2+\varepsilon), 1, -\frac{\sqrt{2}}{2}(2+\varepsilon) + 2)$ (3分,记 $\varepsilon = 0.05$,结果可用根号表示)

解析. 本题在图形学中简单的碰撞检测和处理的背景下考查 C++ 语言和简单的线性代数。 事实上, 本题直接逐行模拟即可做对, 不需要对背景有任何了解。

5. (5 分) 掷一枚 6 面均匀骰子若干次,记第 i 次掷得结果为 a_i , $S_i = \sum_{j=1}^i a_j$.若 $\exists i, n > 0$, $S_i = n$,则称骰子掷到了整数 n.记 p_n 为在一次试验中,骰子掷到了整数 n 的概率,则 $p_1 = 1/6$, $p_2 = 7/36$, $p_3 = \underbrace{49/216}_{}$ (2 分), $\lim_{n \to \infty} p_n = \underbrace{2/7}_{}$ (3 分).

解析. 本题考查随机组合数学综合.

p3 的值可直接递推获得, 此处不再赘述.

本解答将考虑骰子面数为 k 的情形, 本题情形为 k=6. 首先, 容易给出 p_n 的递推式

$$p_n = \begin{cases} 0, & n < 0, \\ 1, & n = 0, \\ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k p_{n-i}, & n > 0. \end{cases}$$

该递推关系的特征多项式为一个水次多项式

$$c(x) = x^k - \frac{1}{k}(1 + x + \dots + x^{k-1}).$$

可以证明, c(x) 只有一个 1 重根 1, 且剩余 k-1 个根均非重根, 且这些根的模长小于 1. 于是, 该递推关系对应的通项为

$$p_n = C_1 \alpha_1^n + C_2 \alpha_2^n + \dots + C_k \alpha_k^n,$$

其中 C_1, \ldots, C_k 为待定系数, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2, \ldots, \alpha_k$ 满足

$$\lim_{n \to \infty} \alpha_2^n = \dots = \alpha_k^n = 0,$$

故

$$\lim_{n\to\infty} p_n = C_1.$$

接下来求 C_1 的值. 注意到 p_n 的通项形式可以对应生成函数

$$G(x) = \frac{C_1}{1 - \alpha_1 x} + \frac{C_2}{1 - \alpha_2 x} + \dots + \frac{C_k}{1 - \alpha_k x},$$

这也可以看成是 G(x) 分解成分式之和的形式. 代入 $\alpha_1 = 1$, 由于

$$G(x)(1-x) = C_1 + (1-x)\left(\frac{C_2}{1-\alpha_2 x} + \dots + \frac{C_k}{1-\alpha_k x}\right)$$

我们有

$$C_1 = \lim_{x \to 1} G(x)(1-x).$$

另一方面, 从递推式出发推导生成函数, 有

$$G(x) = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} p_{n-i} \right) x^n$$

$$= p_0 + \frac{1}{k} (xG(x) + x^2 G(x) + \dots + x^k G(x))$$

$$= p_0 + \frac{1}{k} (x + x^2 + \dots + x^k) G(x),$$

代入 $p_0 = 1$, 故

$$G(x) = \left(1 - \frac{1}{k}(x + x^2 + \dots + x^k)\right)^{-1}$$

于是我们得到答案为

$$\lim_{x \to 1} G(x)(1-x) = \lim_{x \to 1} \frac{1-x}{1 - \frac{1}{k}(x + x^2 + \dots + x^k)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{-1}{-\frac{1}{k}(1 + 2x + \dots + kx^{k-1})}$$

$$= \frac{-1}{-\frac{1}{k}\frac{k(k+1)}{2}}$$

$$= \frac{2}{k+1}.$$

P.S. 事实上,可以根据数列的特征多项式直接写出生成函数:记某数列的特征多项式 c(x) 为一个 k 次多项式,那么该数列的生成函数为 $G(x) = \frac{1}{x^k c(\frac{1}{z})}$.证明从略.

三、解答题(共2题,共24分)

1. (12 分)

某位能操作宇宙射线的黑客正在逆向分析一款 FPS 网络游戏。回答下列问题:

(1) 黑客希望能够提取该游戏加密的美术资源,他对比了存放于磁盘的文件内容,以及经 某程序解密后,在游戏中读取于内存中的资源内容,发现它们的大小一致,并且内容对比 如下所示:

存放于磁盘的资源文件内容(前10字节)

45 9C 82 8B C1 C6 D6 C6 14 2C

解密后,读取于内存中的资源内容(前10字节)

89 50 4E 47 OD OA 1A OA D8 E0

经验丰富的黑客很快就分析出了游戏加密资源的方式,请你也试着分析之,给出对应的解密算法,并解密数据 FE 3C。(3分)

- (2) 黑客在游戏中经过实验后,发现每次自己命中敌人后,都会向服务器发送数据包P(n,m,t),其中n为黑客的游戏角色 ID,m为黑客命中的敌人的游戏角色 ID,t为命中事件的时间戳。在确定游戏没有对本地程序进行监控后,黑客希望能够伪造该数据包,于是不断在当前时间戳t下发送P(n,m,t),期望能够不断削减敌人的生命值。但不幸的是,这样做并没有使敌人的生命值发生变化,且黑客很快就因数据异常被迫下线。造成这种现象的主要原因可能有哪些?(3分)
- (3) 黑客分析游戏数据包格式后,得知该游戏在传输层采用 KCP 协议进行客户端与服务端之间的通信。该游戏采用 KCP 协议,而非 TCP 或 UDP 协议的原因可能有哪些?(2分)
- (4) 黑客决定利用游戏机制制作"透视外挂",在本地获取最佳视野。"透视外挂"的效果是在游戏画面上画出本应被遮挡的敌人轮廓,从而达到预判敌人位置,获取主动权的目的。请简述"透视外挂"的制作流程(工作原理)与制作时的注意事项。(4分)

解. 本题在网络游戏逆向工程的背景下考查计算机系统综合实践。

(1) 简单的异或加密。对 16 进制表示的 n 字节数据 $\{m_1, m_2, \ldots, m_n\}$, 加密函数与解密 函数均为

$$E(m_i) = D(m_i) = m_i \oplus \texttt{OxCC}$$

(2分)

对数据 FE 3C 解密的结果即为 FE 3C \oplus CC CC = 32 FO。(1分)

(2) 服务端有反作弊机制(1分)。

可能的反作弊机制有:

•服务端对数据包做了校验, 黑客的篡改较粗糙, 无法通过该校验, 从而触发反作弊;

- 数据包还包含角色枪口射线数据,判断命中方向,黑客的数据包的枪口射线不可能 命中目标,从而触发反作弊;
- •服务端对两角色的位置是否能产生命中做了验算,黑客与目标之间有障碍物或距离过远,从而触发反作弊:
- •此时目标处于不可被命中的状态,故触发反作弊;

(答到任意一点,或言之有理,即可得2分。答"客户端有反作弊机制"不给分。)

- (3) 原因:
 - KCP 相对 TCP 快速, 相对 UDP 可靠, 达成了两者之间的均衡;
 - KCP 协议在多款同类产品中已有广泛应用, 生态丰富;
 - •公司技术栈的积累或限制:

(答到任意两点,或言之有理,即可得满分。答"KCP协议更安全"不给分。)

- (4) 制作流程 (工作原理) (4分):
 - 1.找到游戏调用图形 API 的函数 f。(1分)

2.逆向分析,找到希望透视的其他角色的位置数据。编写能够替换原函数的新函数 g,在 g 中绘制其他角色的位置,并重写深度测试规则。生成 g 的动态链接库。(2分)

3.运用各项反监控技巧,在运行时将游戏内存中 f 的代码段用 g 替换 (Hook)。 (1分)

(言之有理即可得分)

注意事项可不答。回答得较好的可补制作流程的 4 分。

2. (12分)

n 位大学生约好明天 19:00 聚会,但这些家伙都有当鸽子的倾向. 已知他们会相互独立地,且均匀地选择 19:00 到 19:10 的一个时刻到达房间,然后在房间内等待 5 分钟,随后离开. 若存在某一时刻,这 n 人都在房间内,则称他们成功完成了聚会.

- (1) 设 $X_{(k)}$ 为第 k 个到达房间的人到达房间的时刻,求 $X_{(1)}, X_{(n)}$ 的联合分布的概率密度函数.
- (2) 求聚会成功的概率.

解. 本题考查概率论综合.

本解答将解决更一般的情况.

考虑次序统计量,设 $X_{(1)}$ 为第一个来到会议室的人到达会议室的时间, $X_{(n)}$ 为最后来到会议室的人到达会议室的时间,求出它们的联合分布,并求 $P(|X_{(1)}-X_{(n)}|< t_0)$ 即可.

查阅附录知 $X_{(1)},X_{(n)}$ 的联合分布的累积分布函数 F(x,y),则密度函数 $f(x,y)=\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y}$, 故

$$f(x,y) = \begin{cases} n(n-1)(F(y) - F(x))^{n-2} f(x) f(y), & x < y \\ 0, & x \ge y, \end{cases} \dots 2 \hat{\pi}$$

代入均匀分布的 CDF 和 PDF, 化简得

$$f(x,y) = \begin{cases} n(n-1)\frac{(y-x)^{n-2}}{T^n}, & x < y, (x,y) \in (0,1)^2 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$
5

容易用下列算式验证 f(x,y) 确实是一个概率密度函数:

$$\int_0^T \mathrm{d}x \int_x^T f(x, y) \mathrm{d}y = 1.$$

那么,作图表示积分区域,所求概率为

$$P(|X_{(1)} - X_{(n)}| < t_0) = P(X_{(n)} - X_{(1)} < t_0)$$

$$= 1 - P(X_{(n)} - X_{(1)} \ge t_0)$$

$$= 1 - \int_0^{T - t_0} dx \int_{x + t_0}^T n(n - 1) \frac{y - x}{T^n} dy$$

$$= 1 - \frac{n(n - 1)}{T^n} \int_0^{T - t_0} dx \int_{x + t_0}^T (y - x)^{n - 2} dy$$

$$= \dots$$

$$= 1 - \frac{T^n - t_0^n - nt_0^{n - 1}(T - t_0)}{T^n}.$$

……10分

若记 $t_0/T = \tau$, 则上式经化简得

$$P = (1 - n)\tau^n + n\tau^{n-1}.$$

本题的条件为 $t_0/T = 1/2$,故答案为 $P = \frac{n+1}{2^n}$12 分

四、论述题(共2题,共20分)

1. (12 分)

阅读材料,完成下列要求。

材料一

"灰姑娘"型故事可以称得上世界最经典的童话故事之一。1812年出版的《格林童话》收录了这个故事,并起名为《灰姑娘》。1893年,科克斯的《仙杜瑞拉故事集》收集整理了345个版本的"灰姑娘"型故事。1932年,时任清华大学教授的詹姆森,发表了

《关于中国民间故事的三个讲座》。书中首次提到了出自唐代段成式《酉阳杂俎》续《支诺 泉》上篇的《叶限》。作为目前已知的最早记录"灰姑娘"故事的版本,它比西方最早的 文本早了700多年。

材料二

有女名叶限,少慧,善淘金,父爱之。末岁,父卒,为后母所苦,常令樵险汲深。时尝得一鳞,二寸余,赪鳍金目,遂潜养于盆水。日日长,易数器,大不能受,乃投于后池中。女所得余食,辄沉以食之。女至池,鱼必露首枕岸。他人至,不复出。

其母知之,每伺之,鱼未尝见也。因诈女曰:"尔无劳乎?吾为尔新其襦。"乃易其敝衣,后令汲于他泉,计里数里也,母徐衣其女衣,袖利刃,行向池呼鱼,鱼即出首,因斫杀之。鱼已长丈余,膳其肉,味倍常鱼,藏其骨于郁栖之下。逾日,女至向池,不复见鱼矣,乃哭于野。忽有人被发粗衣,自天而降。慰女曰:"尔无哭,尔母杀尔鱼矣!骨在粪下。尔归,可取鱼骨藏于室。所须,第祈之,当随尔也。"女用其言,金玑玉食,随欲而具。

及洞节,母往,令女守庭果。女伺母行远,亦往,衣翠纺上衣,蹑金履。母所生女认之,谓母曰:"此甚似姊也。"母亦疑之。女觉,遽反,遂遗一只履,为洞人所得。母归,但见女抱庭树眠,亦不之虑。

其洞邻海岛,岛中有国名陀汗,兵强,王数十岛,水界数千里。洞人遂货其履于陀汗国。国主得之,命其左右履之,足小者,履减一寸。乃令一国妇人履之,竟无一称者。其轻如毛,履石无声。陀汗王意其洞人以非道得之,遂禁锢而栲掠之,竟不知所从来。乃以是履弃之于道旁,即遍历人家捕之,若有女履者,捕之以告。陀汗王怪之,乃搜其室,得叶限,令履之而信。叶限因衣翠纺衣,蹑履而进,色若天人也。始具事于王,载鱼骨与叶限俱还国。其母及女,即为飞石击死。洞人哀之,埋于石坑,命曰"懊女冢"。洞人以为襟祀,求女必应。陀汗王至国,以叶限为上妇。

——节选自唐代段成式《酉阳杂俎》

注:洞,我国古代泛指南方少数民族。洞节,指该民族的一个节日。

材料三

······将刘晓春和罗斯、阿奈尔的研究结合在一起,我们大致可以勾画出"灰姑娘"故事的传播路径:源于东南亚地区,向西与西藏文化融合后,经东南欧的巴尔干半岛各国,到达北欧。在上述传播的过程中,故事中一些主要的母题 (main motifs)得以保留,而其他一些具体的母题 (detail motifs)受到文化传统、社会背景、时代心理等方面的影响而发生了改变。

——杨艳《简论中国"灰姑娘"型故事的起源、传播与发展》

材料四

对普遍存在的或远古的民间故事,恰恰有明确的证据表明,最不相同的民族也有他们故事上的极其相似之处。同样的故事类型和叙事主题,以最令人迷惑的方式遍及世界。识别这些相似点并试图解释他们,使一个学者对人类文化本性有了更深的理解……我们

希望去了解民间故事为什么被创造,怎样被创造,在讲述中运用了什么技巧,又会怎样发展、变化与消亡。

——(美)斯蒂·汤普森《世界民间故事分类学》

- (1) 阅读材料一、二,简述叶限的故事与《格林童话》中灰姑娘故事的相同点与不同点。(4分)
- (2) 根据材料一、二、三,结合所学知识,阐述"灰姑娘"型故事在传播过程中,主要母题得以保留的原因,以及其他具体母题被改造,文本发生变动的原因。(4分)
- (3) 如材料四所述,历史上不同民族文化背景下,可能具有相似的寓言故事传承。请举出一个与本例"灰姑娘"不同的故事类型为例,作为这一观点的论据。(1分)
- (4) 根据以上材料,结合所学知识,简述对世界各民族寓言故事传承进行比较研究的必要性和意义。(3分)

解, 本题考查人文社科综合。

选手可从多角度作答,参考答案略。

答案示例:

- (1) 相同点 (每点 1 分):
- ①均为源于民间的"灰姑娘"故事(主角均为聪慧而遭遇不公的女性,结局均为与王幸福成婚)。
- ②均有作为阻力的后母。
- ③均受到过超自然力量的帮助。
- ④均有极其相似的"女主赴宴"、"王试女鞋"情节。

不同点 (每点1分):

- ①《叶限》中的超自然力量为神鱼、《灰姑娘》则为仙子。
- ②《叶限》中后母被乱石击死,《灰姑娘》则没有交代其结局。
- ③《叶限》中女主赴宴时与王(男主)没有交互,而《灰姑娘》则交代了女主赴宴时与王子共舞并一见钟情。
- (2) 主要母题得以保留的原因 (每点 1 分):
- ①"灰姑娘"故事流传时,各文明均处于封建时代,生产力水平基本一致,人民对道德准则和美好生活的愿望是类似的。尽管在传播过程中,故事可能与各民族文化发生交融,但主要母题作为故事的核心不会改变。
- ②故事中,缺乏母爱、遭遇不公,但善良、忍辱负重、自爱的"灰姑娘",其美好的结局集中反映了人民对公平正义、善有善报的社会秩序的朴素憧憬,是当时的普世价值。 其他具体母题被改造,文本发生变动的原因(每点1分):
- ①"灰姑娘"故事的传播过程跨域欧亚大陆,难免发生信息上的偏差。
- ②《叶限》中的超自然力量"神鱼"被后母杀死,且后母及女最终也被飞石击死,在《灰姑娘》中的某些版本中仅有后母之女的脚后跟被削的轻微体现。可见在故事"童话化"

- 后,考虑到目标读者的可接受性,血腥桥段有所删减。因此,"恶有恶报"的主题被淡化了。
- ③《叶限》中没有《灰姑娘》的女主与王在舞会上一见钟情的情节。联想欧洲封建国家严苛的婚配制度,可见,在故事在欧洲"本土化"后,为进一步强化人民对自由恋爱的诉求,《灰姑娘》加入了主人公之间更多的交互情节。因此,"自由恋爱"的主题被强化了。
- (3) (每点1分)示例:
- ①月亮上女子的寓言故事的相似性 (嫦娥和辉夜姬)。
- ②动物报恩故事(狐狸、仙鹤等)的相似性。
- ③"狼外婆"类故事的的相似性(小红帽和虎媪传)。
- (4) 必要性和意义: (每点1分)
- ①为研究古代文明的文化交流提供更多实例与依据。
- ②揭示人类文明在封建时代的普世价值的相似性和发展的共性。
- ③揭示不同文化对相同内核故事的不同演绎,为世界文学宝库做贡献。
- 4深化对寓言故事来源多样性的认识, 使各类"抄袭"谣言不攻自破。
- ⑤为构建人类命运共同体提供历史依据。

2. (8分)

阅读材料,完成下列要求。

材料一

《德意志意识形态》遵循逻辑与历史相一致的逻辑方法,揭示了历史就是现实的人的产生及其历史发展的过程,科学地解答了历史"从何而来、向何处去"这个历史之谜;同时也就意味着唯物史观是以物质生产为逻辑起点、以现实个人的发展为核心内容、以生产方式的发展变化为动力、以社会共同体为形式而建构起来的有机统一的理论体系。所以,把唯物史观定义为"现实的人及其历史发展的科学",是非常恰当的。

——叶汝贤《现实的人及其历史发展的科学——深入 解读〈德意志意识形态〉所阐发的唯物史观》

材料二

马克思唯物史观的发现看似自然和简单,实际上是两千多年西方哲学根本立场和存在论原则的转变,满足人的自然需求的物质生产过程成为具有本体论意义的活动。马克思所说的"感性活动本身",在西方哲学史上第一次打开了意识哲学通向客观世界的通道,为思想和精神的具体化、感性化乃至物质化找到了现实的活动形式,从而也为黑格尔毕生寻求的思存同一性、思想客观性、具体普遍性找到了真正的现实基础。

——孙利天《马克思的唯物史观对黑格尔辩证法的颠倒》

材料三

新的事实迫使人们对以往的全部历史作一番新的研究,结果发现:以往的全部历史,除原始状态外.都是阶级斗争的历史:这些互相斗争的社会阶级在任何时候都是生产关系

和交换关系的产物,一句话,都是自己时代的经济关系的产物;因而每一时代的社会经济结构形成现实基础,每一个历史时期的由法的设施和政治设施以及宗教的、哲学的和其他的观念形式所构成的全部上层建筑,归根到底都应由这个基础来说明。

——恩格斯《社会主义从空想到科学的发展》

- (1) 根据材料一、二,结合所学知识,阐述唯物史观中"以人为本"思想的体现,及其对西方人本主义哲学的发展。(4分)
- (2) 材料三一般认为是对马克思唯物史观的发展,即"阶级史观"。你是否认同"以往的全部历史,除原始状态外,都是阶级斗争的历史"这一观点?说明理由。(4分)

解. 本题考查历史学与哲学综合。

选手可自由发挥, 言之有理即可。

答案示例:

- (1) 唯物史观中"以人为本"思想的体现:
- ①唯物史观揭示了历史就是现实的人的产生及其历史发展的过程, 在前人的基础上进一步强调人的主观能动性。
- ②唯物史观认为,满足人的自然需求的物质生产过程成为具有本体论意义的活动,颠倒了黑格尔的辩证法,进一步明确了唯物主义精神,强化了人在物质生产实践中发挥的历史性作用。

对西方人本主义哲学的发展:

- ①文艺复兴以来,西方哲学强调人的自我意志、价值和尊严的哲学体系即为人本主义哲学。
- ②唯物史观发扬了费尔巴哈的人本主义,颠倒了黑格尔的辩证法,体现了"以人为本"的思想,发展了人本主义哲学。
- (2) (表明态度 1 分, 理由 3 分)

示例 1: 认同。

- ①自国家诞生以来,人类脱离了原始部落阶段,进入了明确的阶级社会,此后的历史皆为阶级斗争的历史。
- ②矛盾是社会发展的根本动力,历史上的这些矛盾均可被看作是阶级矛盾。奴隶主阶级与奴隶阶级,以及奴隶主阶级与封建地主阶级的矛盾,导致了奴隶制的废除;工农阶级与地主阶级、贵族阶级的矛盾,导致了一次又一次的农民起义;封建阶级与资产阶级的矛盾,导致了资产阶级革命;而资产阶级与无产阶级的矛盾,导致了无产阶级革命,等等。阶级矛盾和阶级斗争,是人类社会制度演变和发展的根本动力。
- ③在资本主义社会,资产阶级与无产阶级的矛盾是主要矛盾,它将进一步决定历史未来的走向,即社会主义制度必然取代资本主义制度。因此,阶级史观深刻地揭露了人类历史发展的根本动力,具有相当的革命性。

示例 2: 不认同。

- ①自国家诞生以来,人类脱离了原始部落阶段,进入了明确的阶级社会,但此后的历史并非皆为阶级斗争的历史。
- ②民族矛盾也是社会矛盾的组成部分,但它与阶级矛盾并非从属关系,而是有所交集。例如,游牧民族对城邦、帝国的袭扰与掠夺,通常伴随着相当的民族歧视政策,但对社会阶级的重塑影响不大。再如,二战反法西斯战争中,基本不存在阶级矛盾,而中日之间的民族矛盾在日本军部法西斯的宣传下,在日本军人中被大幅放大了;中国各势力之间也暂缓了阶级矛盾,组成了抗日民族统一战线。
- ③在当下社会,民族歧视与民族矛盾仍然客观存在,应给予足够的重视,树立民族平等的观念,消除无益的民族矛盾,摒弃狭隘的民族史观,让各民族人民投入到社会主义建设中来。

示例 3: 在一定语境下认同(略,言之有理即可)。

附录 可能用到的公式

• 具有均匀线密度 μ 的紧绷弦,在受到大小为 T 的张力时,产生的驻波第一谐波(first harmonic)的波速为

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

• 独立同分布于分布函数 F(x) 的次序统计量 $X_{(1)}, X_{(n)}$ 的联合分布的分布函数

$$F(x,y) = \begin{cases} (F(y))^n - (F(y) - F(x))^n, & x < y \\ (F(y))^n, & x \ge y. \end{cases}$$