$$v_l = (r * u)_l = \sum_{j=1}^{I} r_{l,j} * u_j$$

$l = 1 \dots O$

$u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^I$

$v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^O$

$r : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^{O \times I}$

$*$ a konvolúció jelölése

2d-ben $\displaystyle (a * b)(x_1, x_2) = \int_0^1 \int_0^1 a(x_1 - y_1, x_2 - y_2) \cdot b(y_1, y_2)\, dy_1\, dy_2$

$$v_l(x_1, x_2) = \sum_{j=1}^{I} (r_{l,j} * u_j)(x_1, x_2) =$$

$$= \sum_{j=1}^{I} \left(\sum_{\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{Z}} R_{\xi_1, \xi_2, l, j}\, e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} \cdot e^{i 2 \xi_2 \pi x_2} \right) *$$

$$* \left(\sum_{\xi_1', \xi_2' \in \mathbb{Z}} U_{\xi_1', \xi_2', j}\, e^{i 2 \xi_1' \pi x_1} \cdot e^{i 2 \xi_2' \pi x_2} \right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{I} \sum_{\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{Z}} R_{\xi_1, \xi_2, l, j}\, U_{\xi_1, \xi_2, j}\, e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} e^{i 2 \xi_2 \pi x_2} =$$

$$= \sum_{\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{Z}} \sum_{j=1}^{I} R_{\xi_1, \xi_2, l, j}\, U_{\xi_1, \xi_2, j}\, e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} e^{i 2 \xi_2 \pi x_2}$$

Ugyanis $\left(e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} \cdot e^{i 2 \xi_2 \pi x_2} \right) * \left(e^{i 2 \xi_1' \pi x_1} \cdot e^{i 2 \xi_2' \pi x_2} \right) =$

$$= \begin{cases} e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} \cdot e^{i 2 \xi_2 \pi x_2}, & \text{ha } \xi_1 = \xi_1' \text{ és } \xi_2 = \xi_2' \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$u(x_1, x_2) = \left(u_1(x_1, x_2), u_2(x_1, x_2), \dots, u_I(x_1, x_2) \right)^T = \left(u_j(x_1, x_2) \right)^T_{j = 1 \dots I}$$

$$u_j(x_1, x_2) = \sum_{\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{Z}} U_{\xi_1, \xi_2, j}\, e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} e^{i 2 \xi_2 \pi x_2}$$

konj. szimm. tul. -a ξ_1-ben és ξ_2-ben

$U_{\xi_1, \xi_2} = \overline{U_{-\xi_1, \xi_2}} = \overline{U_{\xi_1, -\xi_2}}$

u_j Fourier-sora

r_{lj} Fourier-sora

$$r_{l,j}(x_1, x_2) = \sum_{\xi_1, \xi_2 \in \mathbb{Z}} R_{\xi_1, \xi_2, l, j}\, e^{i 2 \xi_1 \pi x_1} e^{i 2 \xi_2 \pi x_2}$$

itt is: $R_{\xi_1, \xi_2, l, j} =$

$= \overline{R_{-\xi_1, \xi_2, l, j}} = \overline{R_{\xi_1, -\xi_2, l, j}}$