

TP n°1 : Traitement numérique de données

Emeric David
Luc Rastello

1.1) Objectif

L'objectif de ce TP, va être de créer un filtre numérique défini sur un signal échantillonné, dans le but de comparer ces derniers, pour voir leurs avantages et inconvénients.

1.2) Etude théorique

1.2.1) Filtre numérique LP du 1er ordre

1) La fonction de transfert d'un filtre analogique LP de 1er ordre est :

$$H_{an1}(s) := \frac{K}{1 + \tau \cdot s}$$

Avec,

$$f_c := \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau}$$

2) Avec l'aide de la méthode d'Euler, on pose $s := fe(1 - z^{-1})$, ce qui nous donne :

$$H_{n1}(z) := \frac{K}{1 + \tau \cdot fe(1 - z^{-1})}$$

$$H_{n1}(z) := \frac{1}{1 + \tau \cdot fe} \cdot \frac{K}{1 - \frac{\tau \cdot fe}{1 + \tau \cdot fe} \cdot z^{-1}}$$

$$\text{Rappel : } \frac{b_0}{1 + a_1 \cdot z^{-1}}$$

$$b_0 := \frac{1}{1 + \tau \cdot fe} \quad a_1 := -\frac{\tau \cdot fe}{1 + \tau \cdot fe}$$

On a $fe := 10000 \text{ Hz}$ et $f_c := 300 \text{ Hz}$, donc $\tau := 5.3 \cdot 10^{-4} \text{ seconde}$.

$$\text{Donc } b_0 := \frac{1}{1 + 5.3 \cdot 10^{-4} \cdot 10000} = 0.159 \quad \text{et} \quad a_1 := -\frac{5.3 \cdot 10^{-4} \cdot 10000}{1 + 5.3 \cdot 10^{-4} \cdot 10000} = -0.841$$

1.2.2) Filtre numérique LP du 2eme ordre

- 1) On nous donne sa fréquence propre $f_0 := 300 \text{ Hz}$ et le facteur de surtension $Q := 1$. On peut en déduire que $\omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f_0 = 1.885 \cdot 10^3$

$$H_{an2}(s) := \frac{1}{1 + \frac{1}{Q} \cdot \frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

- 2) Avec l'aide de la méthode d'Euler, on a :

$$H_{n2}(z) := \frac{1}{1 + \frac{1}{Q \cdot \omega_0} \cdot f_e (1 - z^{-1}) + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot (f_e (1 - z^{-1}))^2}$$

$$H_{n2}(z) := \frac{1}{1 + \frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{f_e}{\omega_0^2}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{2 \cdot f_e^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{f_e}{\omega_0^2}} \cdot z^{-1} + \frac{\frac{f_e^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{f_e}{\omega_0^2}} \cdot z^{-2}}$$

$$\text{Rappel : } \frac{b_0}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}}$$

$$\text{On a donc : } b_0 := \frac{1}{1 + \frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{f_e}{\omega_0^2}} = 0.159$$

$$a_1 := -\frac{\frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{2 \cdot f_e^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{f_e}{\omega_0^2}} = -9.765$$

$$a_2 := \frac{\frac{f_e^2}{\omega_0^2}}{1 + \frac{f_e}{Q \cdot \omega_0} + \frac{f_e}{\omega_0^2}} = 4.462$$