Modélisation et commande des systèmes linéaires numériques

TP 2 : versions discrètes des correcteurs PID et (PIR)

Note de cours : PID échantillonné.
Dans le cadre du temps continu, la sortie d'un PID s'écrit :

$$u(t) = k_p \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau + T_d \frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right)$$

L'équivalent numérique s'écrit comme suit (en notant $\varepsilon_k = \varepsilon(kT_e)$) :

$$u_k = k_p \left(\varepsilon_k + \frac{1}{T_i} \sum_{j=0}^{k} T_e \varepsilon_k + T_d \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1}}{T_e} \right)$$

$$u_{k+1} - u_k = k_p \left(\varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k + \frac{T_e}{T_i} \varepsilon_{k+1} + T_d \frac{\varepsilon_{k+1} - 2\varepsilon_k + \varepsilon_{k-1}}{T_e} \right)$$

On construit la fonction de transfert en $\mathcal{Z}$:

$$(z-1)U(z) = k_p \left(z - 1 + \frac{T_e}{T_i} z + T_d \frac{z - 2 + z^{-1}}{T_e} \right) E(z)$$

Et ainsi :

$$\frac{U(z)}{E(z)} = k_p + \frac{k_p T_e}{T_i} \frac{z}{z-1} + \frac{k_p T_d}{T_e} \frac{z-1}{z}$$

Le schéma-bloc correspondant est présenté à la figure 1.

L'objectif de ce TP est d'implémenter la version discrète du prédicteur de Smith vu dans le TP précédent. A cette fin, il faut être capable de mettre en place un correcteur PI/PID échantillonné.

1 Correcteur PID échantillonné

On considère un système simple entrée-simple sortie donné par la fonction de transfert : $F(s) = \frac{5}{1+3s}$.

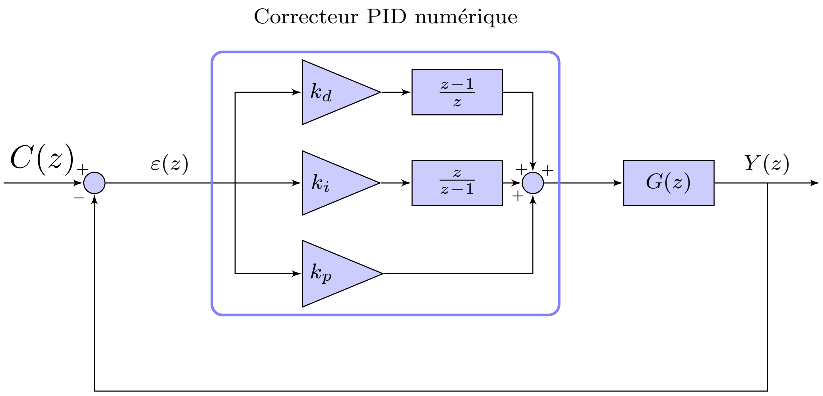

FIGURE 1 – Régulateur PID “pédagogique”

Q.1 Proposer un contrôleur de type PID en utilisant la méthode basée sur le coefficient de réglabilité afin de réguler le système $F(s)$.

Q.2 On considère maintenant la même fonction de transfert, mais munie de bloqueurs d'ordre 0 en entrée et sortie.
Choisir une valeur de période d'échantillonnage et implémenter le correcteur PI/PID en utilisant les formules données en début de TP.

Choix de la période d'échantillonnage : choisir T_e (ou Δ_T) 5 fois plus petite que la constante de temps la plus rapide du système que l'on veux contrôler en boucle fermée.

2 Le prédicteur de Smith

Q.1 Réaliser un prédicteur de Smith échantillonné pour le système $F(s) = \frac{5e^{-7s}}{1+3s}$.

3 Deux exercices un peu moins académiques.

Q.1 Réaliser un prédicteur de Smith échantillonné pour le système (inconnu) mis à disposition sur moodle.

Q.2 Reprendre l'ensemble du TP en prenant en compte les remarques ci-dessous.

Notes de cours : applications industrielles des correcteurs PID.

1. L'action dérivée idéale provoque une forte augmentation du bruit hautes fréquences, on utilise en pratique une dérivée filtrée. Ceci conduit en discret au régulateur PID filtré :

$$\frac{U(z)}{E(z)} = k_p + \frac{T_e}{T_i}\frac{z}{z-1} + \frac{T_d}{T_e}\frac{z-1}{z-\alpha}$$

Le choix de α est classiquement de 0.1.

2. Lors d'un changement de consigne de type échelon, la dérivée du signal d'erreur entre la consigne et la sortie est très grande (pratiquement une dérivée d'échelon soit un Dirac). La commande PID sur l'écart va engendrer une commande proportionnelle à la variation de l'erreur via le module dérivateur. L'amplitude de cette commande risque d'être inadmissible en pratique. Une solution pour limiter ce phénomène est d'appliquer l'action dérivée seulement sur la sortie du procédé d'où le PID avec la dérivée sur la mesure seule :

$$U(z) = k_p E(z) + \frac{k_p T_e}{T_i} \frac{z}{z-1} E(z) - \frac{k_p T_d}{T_e} \frac{z-1}{z-\alpha} Y(z)$$

3. Même remarque que précédemment mais cette fois sur la partie proportionnelle, d'où le PID avec l'action proportionnelle et dérivée sur la mesure seule :

$$U(z) = \frac{k_p T_e}{T_i} \frac{z}{z-1} E(z) - \left(\frac{k_p T_d}{T_e} \frac{z-1}{z-\alpha} + k_p \right) Y(z)$$

Le régulateur correspondant est schématisé à la figure 2.

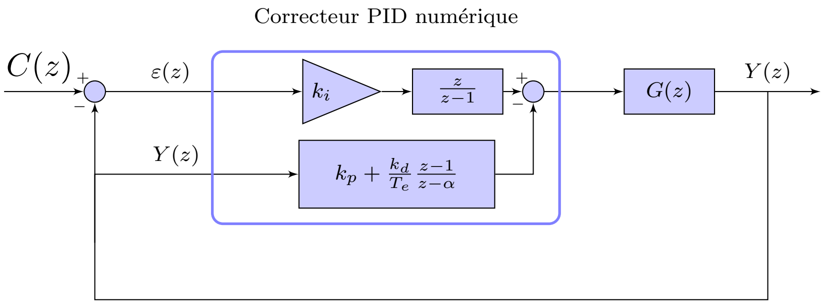

FIGURE 2 – Schéma d'un régulateur PID "industriel"