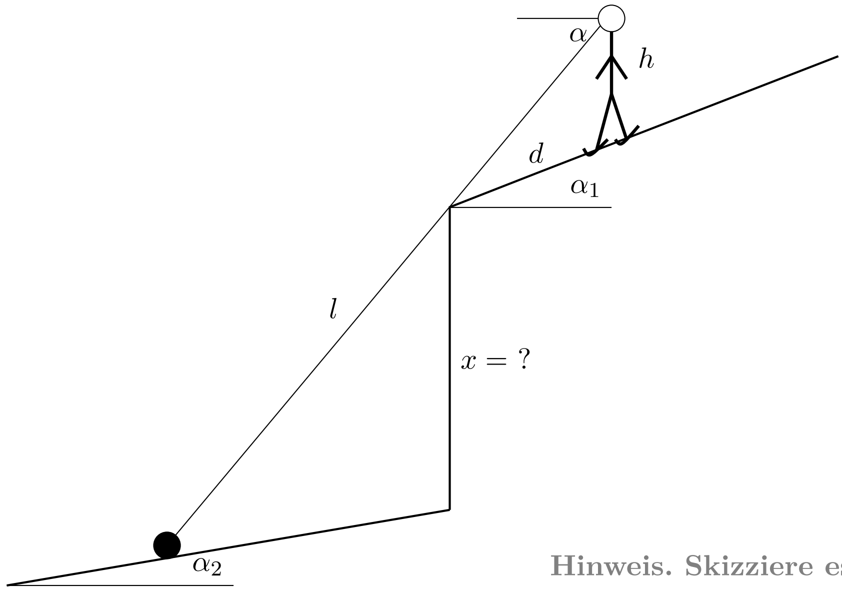
(1) (1 Punkt) Löse die folgenden Ungleichungen in $\mathbb{R}$:

$$\frac{x-2}{2x-8} \geq 1, \quad \log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x+2) \geq 0, \quad \frac{x+2}{x+3} > \frac{2x+3}{x+6}.$$

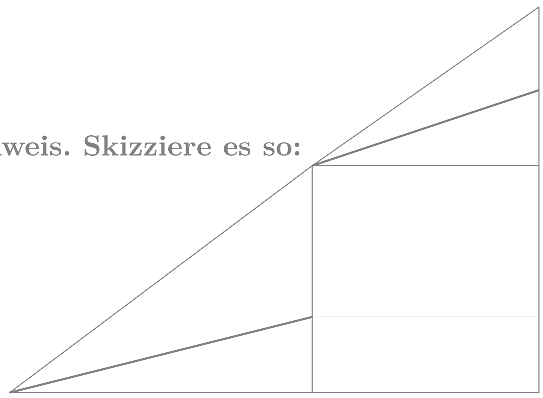
(2) (1 Punkt) Löse die folgenden in $\mathbb{R}$:

$$\sin 2x = \sin x, \quad 2xe^x = e^x, \quad 5x^2 - 8 = x^2 - x, \quad \log(x^2+1) = 2\log(3-x).$$

(3) (3 Punkte) Berechne die Höhe eines Drops.
Stell dir vor, du bist Skifahrer/Snowboarder und willst eine Klippe runter springen. Du bist h Meter groß. Wenn du d Meter von der Klippe entfernt bist, liegt der Rand der Klippe auf einer Linie mit einem Stein unter dem Fall und du siehst den Stein l Meter von dir entfernt unter einem Winkel α. Außerdem beträgt die Steigung α_1 und α_2 über bzw. unter der Klippe. (Es wird etwas gerundet.)
Prüfe die Lösung auf $\alpha = \frac{\pi}{4},\ \alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = 0,\ l = 10\ m,\ h = 2\ m,\ d = 1\ m.$



Hinweis. Skizziere es so:



(4) (2 Punkte) Die folgenden Funktionen sind gegeben:

$$f(x) = 3x^2 - x - 7 \tag{1}$$

$$f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x - \frac{1}{2}x^3 \tag{2}$$

$$f(x) = 3\sin(x) + \cos(10x)\frac{1}{3}\sin(x) \tag{3}$$

$$f(x) = \Big|\big||x| - 1\big| - 1\Big| - 1\Big| \tag{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \tag{5}$$

$$f(x) = \log|x - 1| \tag{6}$$

Implementiere die Methode `plot_function(fct, x_min, x_max, step_size)` so, dass sie zur Visualisierung der Funktionen verwendet werden kann. Wähle den x-Bereich gut aus. Bestimme die Eigenschaften (Definitionsmenge, Monotonie, Steigen, Sinken der Funktion, Unstetigkeiten,...) der gegebenen Funktionen.

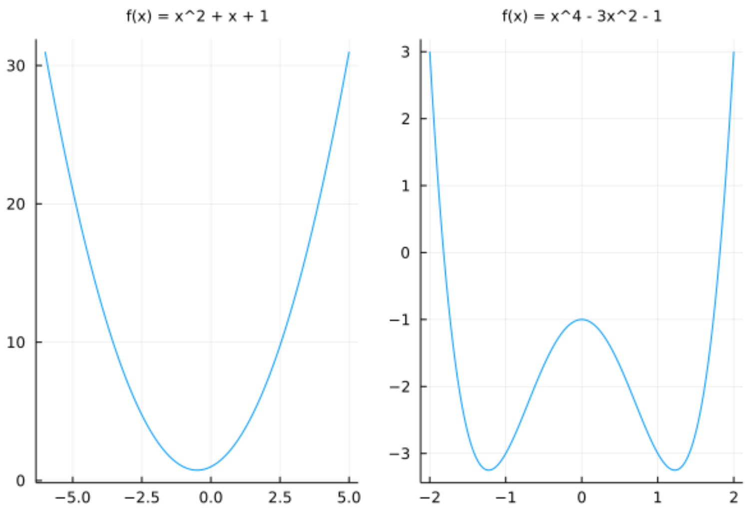


Abbildung 1: Plots von Beispielfunktionen.