





## Определения и формулировки

- 1. Показать, что направление антиградиента направление наискорейшего локального убывания функции.
- 2. Метод градиентного спуска.
- 3. Наискорейший спуск.
- 4. Липшицева парабола для гладкой функции.
- 5. Размер шага наискорейшего спуска для квадратичной функции.
- 6. Характер сходимости градиентного спуска к локальному экстремуму для гладких невыпуклых функций в терминах  $\mathcal{O}$  от числа итераций метода.
- 7. Характер сходимости градиентного спуска для гладких выпуклых функций в терминах  $\mathcal O$  от числа итераций метода.
- 8. Характер сходимости градиентного спуска для гладких и сильно выпуклых функций в терминах  $\mathcal{O}$  от числа итераций метода.
- 9. Связь спектра гессиана с константами сильной выпуклости и гладкости функции.
- 10. Условие Поляка-Лоясиевича (градиентного доминирования) для функций.
- 11. Сходимость градиентного спуска для сильно выпуклых квадратичных функций. Оптимальные гиперпараметры.
- 12. Связь PL-функций и сильно выпуклых функций.
- 13. Привести пример выпуклой, но не сильно выпуклой задачи линейных наименьших квадратов (возможно, с регуляризацией).
- 14. Привести пример сильно выпуклой задачи линейных наименьших квадратов (возможно, с регуляризацией).
- 15. Привести пример выпуклой негладкой задачи линейных наименьших квадратов (возможно, с регуляризацией).
- 16. Субградиент. Субдифференциал.
- 17. Субградиентный метод.
- 18. Характер сходимости субградиентного метода для негладких выпуклых функций в терминах  $\mathcal O$  от числа итераций метода.
- 19. Нижние оценки для гладкой выпуклой оптимизации с помощью методов первого порядка в терминах  $\mathcal{O}$  от числа итераций метода.
- 20. Отличие ускоренной и неускоренной линейной сходимости для методов первого порядка.
- 21. Метод тяжелого шарика (Поляка).
- 22. Ускоренный градиентный метод Нестерова для выпуклых гладких функций.
- 23. Ускоренный градиентный метод Нестерова для сильно выпуклых гладких функций.
- 24. Проекция.
- 25. Достаточное условие существования проекции точки на множество.
- 26. Достаточное условие единственности проекции точки на множество.
- 27. Метод проекции градиента.
- 28. Критерий проекции точки на выпуклое множество (Неравенство Бурбаки-Чейни-Гольдштейна).
- 29. Проекция как нерастягивающий оператор.
- 30. Метод Франк-Вульфа.
- 31. Характер сходимости метода проекции градиента для гладких выпуклых функций в терминах  ${\cal O}$ от числа итераций метода.
- 32. Характер сходимости метода проекции градиента для гладких сильно выпуклых функций в терминах  $\mathcal{O}$  от числа итераций метода.
- 33. Характер сходимости метода Франк-Вульфа для гладких выпуклых функций в терминах  ${\mathcal O}$  от числа итераций метода.
- 34. Характер сходимости метода Франк-Вульфа для гладких сильно выпуклых функций в терминах  ${\mathcal O}$ от числа итераций метода.



- 35.  $\,A$ -сопряженность двух векторов.  $\,A$ -ортогональность. Скалярное произведение  $\langle\cdot,\cdot
  angle_{A}.$
- 36. Процедура ортогонализации Грама-Шмидта.
- 37. Метод сопряженных направлений.
- 38. Метод сопряженных градиентов.
- 39. Зависимость сходимости метода сопряженных градиентнов от спектра матрицы.
- $40.\;\;$  Характер сходимости метода сопряженных градиентов в терминах  $\mathcal O$  от числа итераций метода.
- 41. Метод Поляка-Рибьера.
- 42. Метод Ньютона.
- 43. Сходимость метода Ньютона для квадратичной функции.
- 44. Характер сходимости метода Ньютона для сильно выпуклых гладких функций куда и как сходится.
- 45. Демпфированный метод Ньютона.
- 46. Идея квазиньютоновских методов. Метод SR-1.
- 47. Нижние оценки для негладкой выпуклой оптимизации с помощью методов первого порядка в терминах  $\mathcal O$  от числа итераций метода.
- 48. Проксимальный оператор.
- 49. Оператор проекции как частный случай проксимального оператора.
- $50.\,$  Характер сходимости проксимального градиентного метода для гладких выпуклых функций f в терминах  $\mathcal{O}$  от числа итераций метода.
- 51. Характер сходимости проксимального градиентного метода для гладких сильно выпуклых функций f в терминах  $\mathcal O$  от числа итераций метода.
- 52. Аналитическое выражение для  $\operatorname{prox}_{\lambda \|x\|_1}$ .
- 53. Аналитическое выражение для  $\operatorname{prox}_{\frac{\mu}{2}\|x\|_2^2}$ .
- 54. Проксимальный оператор как нерастягивающий оператор.
- 55. Характер сходимости ускоренного проксимального градиентного метода для гладких выпуклых функций f в терминах  $\mathcal O$  от числа итераций метода.
- 56. Метод стохастического градиентного спуска.
- 57. Идея мини-батча для метода стохастического градиентного спуска. Эпоха.
- 58. Характер сходимости стохастического градиентного спуска для гладких выпуклых функций в терминах  $\mathcal{O}$  от числа итераций метода.
- 59. Характер сходимости стохастического градиентного спуска для гладких PL-функций в терминах  ${\mathcal O}$ от числа итераций метода.
- 60. Характер работы стохастического градиентного спуска с постоянным шагом для гладких PLфункций.
- 61. Основная идея методов уменьшения дисперсии.
- 62. Метод SVRG.
- 63. Метод SAG.
- 64. Метод Adagrad.
- 65. Метод RMSProp.
- 66. Метод Adadelta.
- 67. Метод Adam.
- 68. Идея проекции функции потерь нейронной сети на прямую, плоскость.
- 69. Grokking.
- 70. Double Descent.
- 71. Взрыв/Затухание градиентов при обучении глубоких нейронных сетей.
- 72. Идея gradient checkpointing.
- 73. Идея аккумуляции градиентов.
- 74. Зачем увеличивать батч при обучении больших нейросетевых моделей. Warmup.
- 75. Дифференциальное уравнение градиентного потока.
- 76. Характер сходимости траектории градиентного потока для выпуклых функций в терминах  $\mathcal{O}\left(t
  ight)$ .





- 77. Характер сходимости траектории градиентного потока для PL-функций в терминах  $\mathcal{O}\left(t\right)$ .
- 78. Дифференциальное уравнение Нестеровского ускоренного градиентного потока.
- 79. Метод двойственного градиентного подъема.
- 80. Связь константы сильной выпуклости f и гладкости  $f^*$ .
- 81. Идея dual decomposition.
- 82. Метод двойственного градиентного подъема для линейных ограничений-неравенств.
- 83. Метод модифицированной функции Лагранжа.
- 84. Метод АДММ.
- 85. Формулировка задачи линейных наименьших квадратов с  $\ell_1$  регуляризацией в форме ADMM.
- 86. Формулировка задачи поиска точки на пересечении двух выпуклых множеств в форме ADMM.

## Теоремы с доказательствами

- 1. Теорема сходимости градиентного спуска для гладких выпуклых функций.
- 2. Теорема сходимости градиентного спуска для гладких PL функций.
- 3. Теорема сходимости градиентного спуска для сильно выпуклых квадратичных функций. Оптимальные гиперпараметры.
- 4. Теорема сходимости субградиентного метода для выпуклых функций. Сходимость метода для разных стратегий выбора шага: постоянный размер шага  $\alpha_k=\alpha$ ; Обратный квадратный корень  $\frac{R}{G\sqrt{k}}$ ; Обратный  $\frac{1}{k}$ ; Размер шага Поляка:  $\alpha_k=\frac{f(x^k)-f^*}{\|g_k\|_2^2}$ .
- 5. Теорема о сходимости метода тяжелого шарика для сильно выпуклой квадратичной задачи.
- 6. Теорема о сходимости метода проекции градиента для выпуклой гладкой функции.
- 7. Теорема о сходимости метода проекции градиента для сильно выпуклой гладкой функции.
- 8. Теорема о сходимости метода Франк-Вульфа для выпуклой гладкой функции.
- 9. Доказательство сходимости метода сопряженных градиентов и вывод формулы.
- 10. Теорема сходимости метода Ньютона для сильно выпуклых функций с липшицевым гессианом.
- 11. Вывод формул обновления оценок обратного гессиана и гессиана квазиньютоновских методов SR-1, DFP, BFGS.
- 12. Теорема о сходимости проксимального градиентного для выпуклой гладкой функции f.
- 13. Теорема о сходимости проксимального градиентного для сильно выпуклой гладкой функции f.
- 14. Теорема о сходимости стохастического градиентного спуска в гладком PL-случае.
- 15. Теорема сходимости траектории градиентного потока для выпуклых и PL-функций.

