

Rapport de projet d'imagerie Sismique :

Méthode de Stolt ou Migration de Stolt f-k



Présenté par : ENDAMNE OBIANG Merli

Table des matières

- I- Préliminaires
 - 1 Transformée de Fourier
 - 2 Équation d'onde et relation de dispersion
 - 3 Onde montante, onde descendante
- II- Migration f-k de Stolt
 - 1 Idée
 - 2 Processus algorithmique
- III- Modélisation de Stolt
- IV-Application sur des données réelles

I – Préliminaires

1-Transformée de Fourier

Pour une quantité f(t,x,z), fonction des trois variables t,x et z, les transformées de Fourier direct et inverse s'écrivent :

$$F(\omega, k_x, k_z) = \iiint f(t, x, z)e^{+i\omega t - ik_x x - ik_z z} dt dx dz$$

$$f(t, x, z) = \iiint F(\omega, k_x, k_z)e^{-i\omega t + ik_x x + ik_z z} d\omega dk_x dk_z$$
(1a)

$$f(t,x,z) = \iiint F(\omega,k_x,k_z)e^{-i\omega t + ik_x x + ik_z z}d\omega dk_x dk_z$$
(1b)

où ω , k_x et k_z sont la pulsation, et les nombre d'onde en x et z respectivement. Pour des raisons de simplicité la constante $(1/4\pi^3)$ a été omise dans l'écriture de la transformée inverse.

On retrouve dans l'expression de cette transformée inverse, le terme $\left(e^{-i\omega t + ik_{\chi}x + ik_{z}z}\right)$ qui représente l'onde plane progressive sinusoïdale. De plus la convention de signe choisie pour l'écriture des transformées de Fourier directe et inverse est représentative de l'idée de propagation de l'onde à partir de la source, vers l'infini.

2-Équation d'onde et relation de dispersion

L'équation de D'alembert encore appelée équation d'onde ou équation des ondes, est l'équation générale qui décrit la propagation d'une onde.

Dans un espace homogène, linéaire et isotrope, cette équation s'écrit pour un champ f :

$$\nabla^2 \bar{f} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \bar{f}}{\partial t^2} \tag{2a}$$

Dans un espace cartésien (2a) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \bar{f}}{\partial t^2}$$
 (2b)

En domaine de Fourier, la relation (2b) permet d'obtenir dans le cas d'une propagation à deux dimension (x,z) la relation de dispersion :

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2}$$
 (3)

Pour une onde plane se propageant dans la direction \bar{k} , on a :

$$k = \frac{\omega}{v} \quad ; \begin{cases} k_x = \frac{\omega \sin \theta}{v} \\ k_z = \frac{\omega \cos \theta}{v} \end{cases} \implies k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{v^2} \implies k_z = \pm \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}}$$
 (4)

k étant le module du vecteur d'onde.

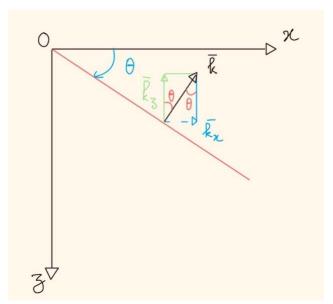


Figure 1: Plan d'onde et vecteur d'onde

3-Onde montante/ Onde descendante

Soit un plan (x,z) dont l'axe Oz est dirigé vers le bas. L'onde qui se propage depuis la source vers bas (les z croissants) est appelée onde descendante, tandis que l'onde qui se propage vers le haut (les z décroissants) est l'onde montante. Ainsi, afin d'obéir au principe de la propagation, les signes des grandeurs ω , k_x et k_z doivent s'accorder. En effet, considérons l'onde plane $e^{-i\omega t + ik_z z}$, sous hypothèse que l'onde est plane stationnaire, la phase $\varphi = i(k_z z - \omega t)$ est une constante. Ainsi pour une onde plane descendante (z croissant) on a :

$$1^{\rm er}$$
 cas : $\omega > 0$

Alors $-\omega t<0$ lorsque t augmente, et donc pour que $\,\varphi=i(k_zz-\,\omega t)=cste$, il faut que $k_z>0$ car $z\to+\infty$

 $2^{\text{ième}} \cos : \omega < 0$

Alors $-\omega t>0$ lorsque t augmente, et ainsi pour que $\varphi=i(k_zz-\omega t)=cste$, il faut que $k_z<0$, avec $z\to+\infty$

Dans les deux cas on trouve que pour une onde descendante, il faut que :

$$sign(\omega) = sign(k_{z})$$

En appliquant le même raisonnement pour une onde montante, on trouve qu'il faut pour une onde montante que :

$$sign(\omega) = -sign(k_z)$$

II - Migration f-k de Stolt

1-Idée de Stolt

Après avoir posé les outils de base de la réflexion, cette partie repose sur la présentation de l'idée de Robert H. Stolt dans sa démarche d'imagerie. Étant donné f(t) et sa TF $F(\omega)$, nous pouvons décaler f(t) d'une quantité t_0 si on multiplie $F(\omega)$ par $e^{i\omega t_0}$. Cette manipulation fonctionne également sur l'axe z si on connait $F(k_z)$, nous pourrions le décaler de la surface de la terre z=0 jusqu'à tout z_0 en multipliant par $e^{i\omega k_{z_0}}$. Mais nous ne connaissons pas $F(k_z)$. Ce que nous connaissons c'est le champ d'onde p(t,x) mesuré à la surface z=0 et une TF 2D nous donne $P(\omega,k_x)$. Si nous supposons que nous avons mesuré un champ d'onde, alors nous avons la relation de dispersion (3) et techniquement on peut calculer $P(k_x,k_z)$. Nous sommes maintenant prêts à extrapoler les ondes de la surface (z=0) à une profondeur quelconque z.

2 - Processus algorithmique

Tout d'abord, l'élément important à souligner ici est que la méthode d'imagerie de stolt se base sur le principe d'un milieu dans lequel les ondes se propage à la même vitesse V, qui est constante et ne varie ni latéralement, ni en profondeur :

$$v(x,z) = V = cste.$$

On peut résumer la méthode de f-k de Stolt de la façon suivante :

$$p(t,x,z=0) \rightarrow P(\omega,k_x,z=0) \rightarrow P'\left(k_x,k_z=\sqrt{\frac{\omega^2}{V^2}-k_x^2}\right) \rightarrow p'(x,z)$$

Où p(t,x,z=0) est le champ d'onde enregistré à la surface z=0 et $P(\omega,k_x,z=0)$ est la TF 2D direct de p(t,x,z=0), donc en multipliant $P(\omega,k_x,z=0)$ par $e^{i\omega k_z z}$, on peut trouver le champ $P(\omega,k_x,z)$:

$$P(\omega, k_x, z) = P(\omega, k_x, z = 0).e^{i\omega k_z z}$$

Ensuite, par une TF inverse 2D nous avons:

$$p(t,x,z) = \iint P(\omega,k_x,z=0)e^{-i\omega t + ik_x x + ik_z z} d\omega dk_x$$

Ainsi, en appliquant l'idée que l'image en (x,z) est le reflecteur explosant en t=0,

Nous avons:

$$Image(x,z) = \iint P(\omega, k_x, z = 0)e^{ik_x x + ik_z z} d\omega dk_x$$
 (5)

L'image migrée est donc celle obtenue par l'équation (5), qui implique une double intégration sur les variables ω et k_x pour chaque niveau de profondeur. Cependant, en apparence, l'équation (5) ressemble à une TF 2D inverse avec cette fois ci k_x et k_z qui seraient les variables d'intégration. Afin d'effectuer le changement de variable, passant de ω à k_z Stolt a eu l'idée d'utiliser la relation

de dispersion (3) qui lie les variables ω , k_x et k_z en écrivant pour une onde montante :

$$\omega = sign(k_z)V\sqrt{k_x^2 + k_z^2} \implies \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = -sign(k_z)V\frac{k_z}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

$$\implies d\omega = -\frac{V|k_z|}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} \tag{6}$$

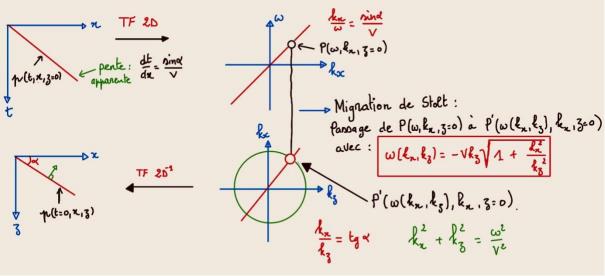
En injectant (6) dans (5), il vient :

Image =
$$\iint \frac{V|k_z|}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} P(\omega(k_x, k_z), k_x, = 0) e^{ik_x x + ik_z z} dk_z dk_x$$
 (7)

Finalement on obtient la TF 2D inverse en (k_x, k_z) qui fournit l'image en (x, z) définitive.

On résume l'algorithme de Stolt par le schéma suivant :

Figure 2 : Schématisation de la méthode de Migration de Stolt



L'algorithme de Stolt repose numériquement sur l'interpolation de la valeur de $P'(k_x,k_z)$ à $partir\ de\ P(\omega(k_x,k_z),k_x,z=0)$ qui après une TF 2D inverse fournira l'image en (x,z). Cette interpolation est effectuée par la ligne présentée ci-dessous tiré du code « mig_stolt_bis.py » en annexe.

donnee = (1-rw)*data TF2d[iw][ikx-1] + rw*data TF2d[iw+1][ikx-1]

Cependant l'interpolation linéaire semble ne pas bien fonctionner dans le cadre des valeurs complexes. Les figures 3a,b, c nous permettent de conclure que l'algorithme de Stolt ne fonctionne que pour une partie (moitié) de la section sismique. Ainsi pour pouvoir imager toute la section, il suffit de multiplier la taille de la section sismique par deux, en y rajoutant des zéros (0).

Figure 3a: Exemple de migration de Stolt d'une impulsion placée à 1s en (x,t), migrée en un demi-cercle dont le centre est à la surface z=0.

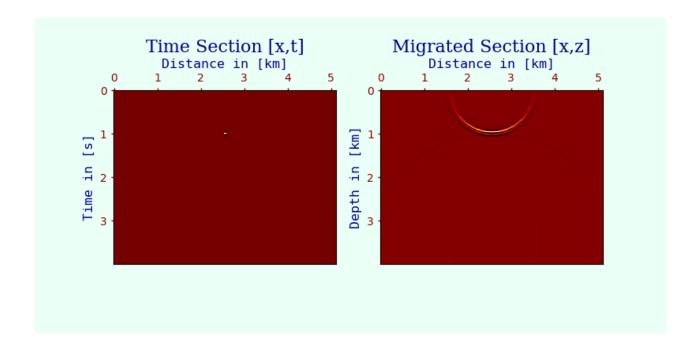


Figure 3b: Impulsion placée à 2s en (x,t) conduisant à deux demi-cercles identiques dont le bon est celui orienté vers le haut.

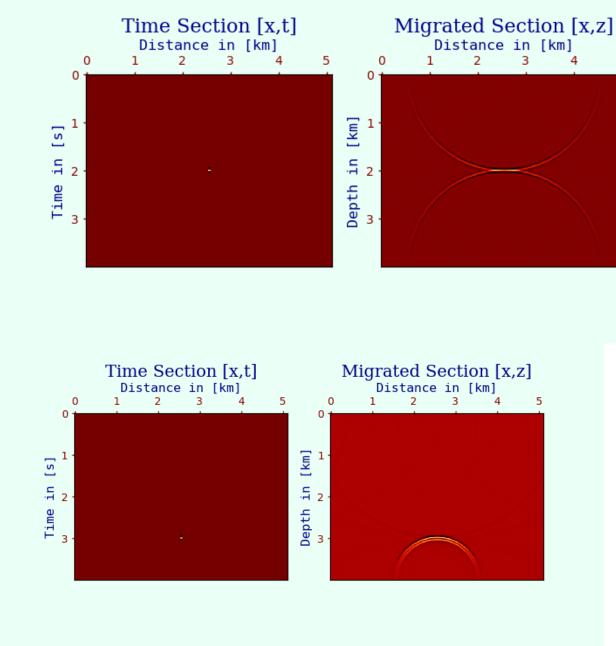


Figure 3c: Impulsion placée à 3s en (x,t) migrée en un demi-cercle dont le centre est à la surface $z=z_{Max}$, le bon cercle est celui orienté vers le haut.

III - Modélisation par la méthode de Stolt

Un autre aspect révolutionnaire de la méthode de Stolt est le fait que ce procédé permet non seulement de migrer une coupe sismique, mais aussi de modéliser une coupe sismique à partir d'une image (Image(x,z)). En effet la figure () montre le schéma de migration qui est parcouru dans le sens inverse de la migration $p(t,x) \to p'(x,z)$ en mimant de façon identique à une changement de variable près le schéma de migration. En parcourant le schéma de migration dans le sens inverse, on arrive à modéliser la coupe sismique en temps.

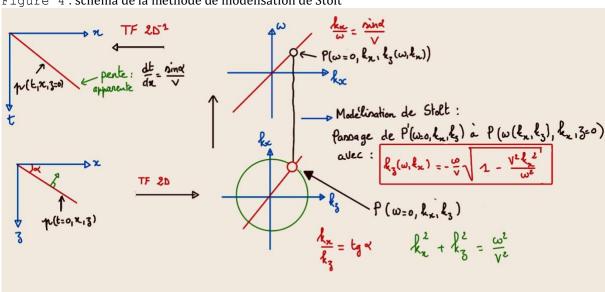


Figure 4: schéma de la méthode de modélisation de Stolt

IV - Application à des données réelles

Nous avons appliqué la méthode d'imagerie inventée par Stolt a des données réelles d'une acquisition sismique dans le Golfe de Corinthe, pour une vitesse des ondes constante égale à 1.7 km.s⁻¹. Notons tout d'abord la réflexion du fond de la l'eau qui intervient à 1s sur la section sismique (Stack section). La profondeur d'eau etant à peu près à 800m. voir figure(5)

Seismic section [x,t] not filtered

1.00

1.25

1.50

1.75

2.00

2.25

2.50

2.75

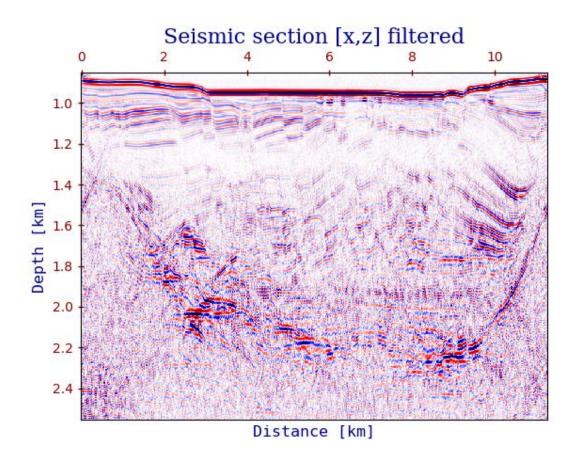
3.00

Figure 5 : coupe sismique (x,t) non filtrée avec une réflexion du fond de l'eau autour de 1s

Notons par ailleurs que la longueur en temps de la section sismique a été doublée afin de pouvoir correctement imager la deuxième partie de la section. Néanmoins sur la section migrée (figure 6), on peut observer des artéfacts liées à la périodicité de de la Transformée de Fourier le long de l'axe (Ox). Les artéfacts sont visibles à travers les pentus sur les bords gauche et droit de l'image (figure 6).

Distance [km]

Figure 6 : coupe sismique migrée avec des artéfact de périodicité sur les bords.



Afin d'éviter ce problème de repliement, il faut rajouter des colonnes de traces nulles en fin de section. Cela revient à augmenter la fenêtre d'observation $[0,x_{Max}]$, qui constitue la période en x. L'augmentation de ce x_{Max} entraîne une diminution du pas d'échantillonnage spatiale en domaine de Fourier d k_x . La Figure 7 montre l'image (x,z) après traitement par traces nulles, et la figure 8 présente la coupe sismique en temps filtrée opposée à cette même coupe après migration.

On observe notamment la disparition de des formes hyperboliques présentes dans la coupe (x,t), pour des formes beaucoup plus représentatives de la géologie du Golfe de Corinthe, au travers de la coupe migrée.

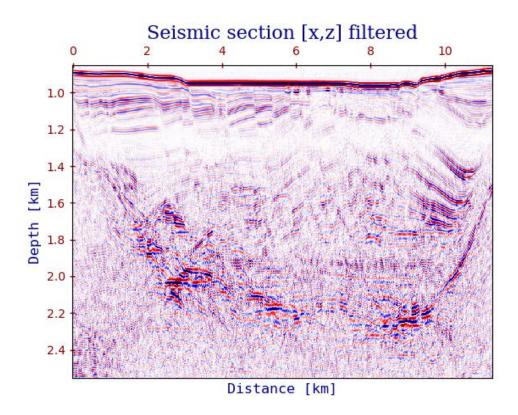
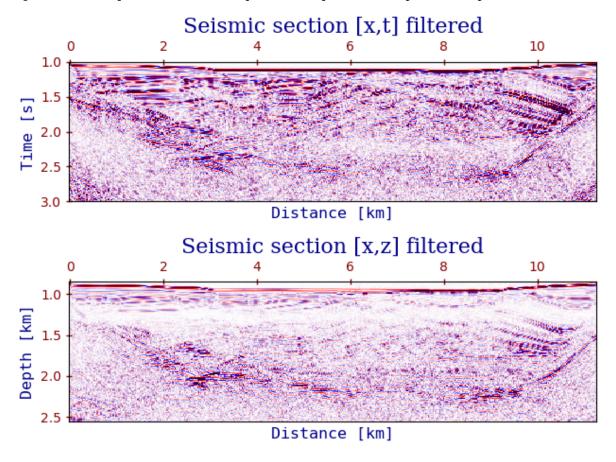


Figure 7 : Coupe sismique migrée en rajoutant des traces nulles. On voit plus d'artéfacts

Figure 8 : Comparaison des coupes sismiques en temps et en profondeur



Bibliographie
Bano Maksim, Mig_stolt_Bano.pdf
Marthelot Jean Michel, cours d'imagerie sismique, Migration de Stolt.