

◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡

Anahat

- 1 Bağlı Listesiz Özetleme
 - Doğrusal Sondalama
 - Karesel Sondalama
 - Çift Özetleme
 - Yeniden Özetleme
- 2 $O(1)$ Erişime Sahip Özetleme
 - Cuckoo Özetleme
 - Hopscotch Özetleme

Özetleme Fonksiyonları

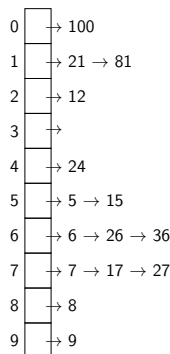
Tanım

Özetleme(hashing) işlemi bir veriyi sabit boyutlu bir alana/tabloya izdüşürme işlemidir.

- Örneğin $f(x) = x \bmod 13$ fonksiyonu doğal sayıları 13 uzunluklu bir tabloya izdüşürür
- Özetleme işleminin amacı arama ve ekleme işlemlerinin karmaşıklığını sabit zamana indirmektir

Ayrık Zincirleme/Seperate Chaining

21, 7, 8, 9, 17, 6, 24, 26, 27, 81, 12, 36, 5, 15, 100 değerleri eklensin.





Doğrusal Sondalama(Deneme)/Linear Probing

- Bağlı listelerde yeni elemanlar için yer ayırma işlemi zaman alıcı olabildiği için ayrık zincirleme dezavantajlı olabilir
- Sırasıyla $h_0(x)$, $h_1(x)$, $h_2(x)$, \dots konumlarındaki ilk boş kısma yerleştirilir. $h_i(x) = (\text{hash}(x) + f(i)) \bmod \text{TabloBoyutu}$
- Özet fonksiyonu bir konum üretir
- Üretilen konum boş ise değer yerleştirilir
- Üretilen konum dolu ise boş bir konum bulunana kadar birer birer sonraki konumlara bakılır
- Doğrusal sondalama için $f(i) = i$

Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

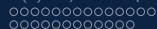
Table: $h(x) = x \bmod 10$

Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		89

Table: $h(x) = x \bmod 10$



Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			18
9		89	89

Table: $h(x) = x \bmod 10$



Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası
0				49
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8			18	18
9		89	89	89

Table: $h(x) = x \bmod 10$

Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası
0				49	49
1					58
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8			18	18	18
9		89	89	89	89

Table: $h(x) = x \bmod 10$



Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası	69 sonrası
0				49	49	49
1					58	58
2						69
3						
4						
5						
6						
7						
8			18	18	18	18
9		89	89	89	89	89

Table: $h(x) = x \bmod 10$



Ekleme Örneği

Table: Doğrusal Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası	69 sonrası
0				49	49	49
1					58	58
2						69
3						
4						
5						
6						
7						
8			18	18	18	18
9		89	89	89	89	89

Karesel Sondalama(Deneme)/Quadratic Probing

- Sırasıyla $h_0(x)$, $h_1(x)$, $h_2(x)$, \dots konumlarındaki ilk boş kısma yerleştirilir. $h_i(x) = (\text{hash}(x) + f(i)) \bmod \text{TabloBoyutu}$
- Özet fonksiyonu bir konum üretir
- Üretilen konum boş ise değer yerleştirilir
- Üretilen konum dolu ise deneme sayısının karesi kadar ileri bakılır
- Karesel sondalama için $f(i) = i^2$

Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Table: $h(x) = x \bmod 10$

Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		89

Table: $h(x) = x \bmod 10$

Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			18
9		89	89

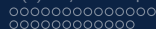
Table: $h(x) = x \bmod 10$

Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası
0				49
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8			18	18
9		89	89	89

Table: $h(x) = x \bmod 10$



Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası
0				49	49
1					
2					58
3					
4					
5					
6					
7					
8			18	18	18
9		89	89	89	89



Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası	69 sonrası
0				49	49	49
1						
2					58	58
3						69
4						
5						
6						
7						
8			18	18	18	18
9		89	89	89	89	89

Ekleme Örneği

Table: Karesel Sondalama Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası	69 sonrası
0				49	49	49
1						
2					58	58
3						69
4						
5						
6						
7						
8			18	18	18	18
9		89	89	89	89	89

Table: $h(x) = x \bmod 10$

Çift Özetleme/Double Hashing

- Sırasıyla $h_0(x)$, $h_1(x)$, $h_2(x)$, \dots konumlarındaki ilk boş kısma yerleştirilir. $h_i(x) = (\text{hash}(x) + f(i)) \bmod \text{TabloBoyutu}$
- Çakışma durumunda ikinci bir özet fonksiyonu kullanılır
- Çift özetleme için $f(i) = i \cdot \text{hash}_2(x)$
- $\text{hash}_2(x) = R - (x \bmod R)$
- R tablo boyutundan küçük bir asal sayıdır

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		89

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			18
9		89	89

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				49
7				
8			18	18
9		89	89	89

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası
0					
1					
2					
3					58
4					
5					
6				49	49
7					
8			18	18	18
9		89	89	89	89

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası	69 sonrası
0						69
1						
2						
3					58	58
4						
5						
6				49	49	49
7						
8			18	18	18	18
9		89	89	89	89	89

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Ekleme Örneği

Table: Çift Özetleme Ekleme Örneği
 89, 18, 49, 58, 69 ekleme

	Boş tablo	89 sonrası	18 sonrası	49 sonrası	58 sonrası	69 sonrası
0						69
1						
2						
3					58	58
4						
5						
6				49	49	49
7						
8			18	18	18	18
9		89	89	89	89	89

Table: $hash_1(x) = x \bmod 10$

$hash_2(x) = 7 - (x \bmod 7)$

Silme İşlemi

- Düğüm yapısında `bool isActive` alanı tutulur. Bu alan `false` ise değer silinmiştir

```
1 public class HashEntry<T> {  
2     T value;  
3     boolean isActive;  
4     public HashEntry(T value, boolean isActive) {  
5         this.value = value;  
6         this.isActive = isActive;  
7     }  
8     public HashEntry(T value) {  
9         this(value, true);  
10    }  
11 }
```

Yeniden Özetleme

- Eğer tablo çok dolarsa ekleme işlemi daha çok zaman alacaktır ve karesel sondalamada uygun konum bulmak imkansız hale gelebilir
- Bu durumda mevcut tablonun en az iki katı büyüklüğünde yeni bir özet tablosu ve özetleme fonksiyonu oluşturulur ve tüm değerler(silinenler hariç) yeni tabloya eklenir

Table: 13, 15, 24, 6, 23 değerleri eklendikten sonra yeni özet tablosu

0	6
1	15
2	23
3	24
4	
5	
6	13

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	6
7	23
8	24
9	
10	
11	
12	
13	13
14	
15	15
16	

Cuckoo Özetleme

- Yarısından çoğu boş olan iki adet özet tablosu bulunur
- Her tablo için ayrı bir özetleme fonksiyonu bulunur
- Değerler bu iki tablodan birinde bulunur

Cuckoo Özetleme Örneği

Table: Cuckoo Özetleme Örneği

Tablo 1	
0	B
1	C
2	
3	E
4	

Tablo 2	
0	D
1	
2	A
3	
4	F

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

Ekleme Örneği

Table: A'nın eklenmesi

Tablo 1	
0	A
1	
2	
3	
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	
3	
4	

A: 0,2

Ekleme Örneği

Table: B'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	B
1	
2	
3	
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	A
3	
4	

A: 0,2

B: 0,0

Ekleme Örneği

Table: C'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	B
1	C
2	
3	
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	A
3	
4	

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

Ekleme Örneği

Table: D'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	B
1	D
2	
3	
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	A
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

Ekleme Örneği

Table: E'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	B
1	D
2	
3	E
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	A
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

Ekleme Örneği

Table: F'nin eklenmesi, $F \rightarrow E$

Tablo 1	
0	B
1	D
2	
3	F
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	A
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

Ekleme Örneği

Table: F'nin eklenmesi, $E \rightarrow A$

Tablo 1	
0	B
1	D
2	
3	F
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	E
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

Ekleme Örneği

Table: F'nin eklenmesi, $A \rightarrow B$

Tablo 1	
0	A
1	D
2	
3	F
4	

Tablo 2	
0	
1	
2	E
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

Ekleme Örneği

Table: F'nin eklenmesi, $B \rightarrow \text{Tablo2}[0]$

Tablo 1	
0	A
1	D
2	
3	F
4	

Tablo 2	
0	B
1	
2	E
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

Ekleme Örneği

Table: G'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	A
1	D
2	
3	F
4	

Tablo 2	
0	B
1	
2	E
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

G: 1,2

Ekleme Örneği

Table: G'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	A
1	D
2	
3	F
4	

Tablo 2	
0	B
1	
2	E
3	
4	C

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

G: 1,2

Table: $G \rightarrow D, D \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow E, E \rightarrow F, F \rightarrow C, C \rightarrow G$

Ekleme Örneği

Table: G'nin eklenmesi

Tablo 1	
0	B
1	C
2	
3	E
4	

Tablo 2	
0	D
1	
2	A
3	
4	F

A: 0,2

B: 0,0

C: 1,4

D: 1,0

E: 3,2

F: 3,4

G: 1,2

En Fazla Doluluk Oranları

Table: Çeşitli varyasyonlara göre en fazla doluluk oranları

	Her hücrede 1 eleman	Her hücrede 2 eleman	Her hücrede 4 eleman
2 Özetleme fonksiyonu	0.49	0.86	0.93
3 Özetleme fonksiyonu	0.91	0.97	0.98
4 Özetleme fonksiyonu	0.97	0.99	0.999

Seksek(Hopscotch) Özetleme

- Klasik doğrusal sondalamayı geliştirmek için ortaya atılmıştır
- Amaç sondalama uzunluğunu kısıtlamaktır
- Bir eleman özgün konumundan en fazla belirli bir uzaklıkta yer alabilir(MAX_DIST)
- Eğer eleman özgün konumundan çok uzaksa geriye doğru giderek uygun elemanlar yer değiştirilir
- Hop(sıçrama) bilgisi bitlerden oluşur ve hangi uzaklıktaki elemanların mevcut özet değerine sahip olduğunu gösterir
- Örneğin MAX_DIST=4 için 5. konumdaki 1011 değeri 5,7 ve 8. konumdaki elemanların özet değerinin 5 olduğunu gösterir

Hopscotch Örneği

Table: Örnek Hopscotch Tablosu

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1000
10	E	0000
11	G	1000
12	F	1000
13		0000
14		0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

Ekleme

- Eklenecek konum boş ise eklenir($hash(x)$)
- Eklenecek konum boş değilse doğrusal sondalama ile ilk boş konum bulunur:
 - Boş konum özgün konumdan MAX_DIST uzaklığından az ise eklenir
 - Aksi takdirde boş konum ile MAX_DIST-1 arasında yer değiştirilebilecek eleman aranır ve istenilen uzaklık değeri elde edilene kadar bu işlem tekrarlanır

Hopscotch Örneği

Table: H:9 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1000
10	E	0000
11	G	1000
12	F	1000
13		0000
14		0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

Hopscotch Örneği

Table: H:9 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1000
10	E	0000
11		0010
12	F	1000
13	G	0000
14		0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

Hopscotch Örneği

Table: H:9 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1010
10	E	0000
11	H	0010
12	F	1000
13	G	0000
14		0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

Hopscotch Örneği

Table: I:6 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1010
10	E	0000
11	H	0010
12	F	1000
13	G	0000
14		0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

I:6

Hopscotch Örneği

Table: I:6 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1010
10	E	0000
11	H	0001
12	F	1000
13		0000
14	G	0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

I:6

Hopscotch Örneği

Table: I:6 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9	B	1010
10	E	0000
11	H	0001
12		0100
13	F	0000
14	G	0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

I:6

Hopscotch Örneği

Table: I:6 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1000
7	A	1100
8	D	0010
9		0011
10	E	0000
11	H	0001
12	B	0100
13	F	0000
14	G	0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

I:6

Hopscotch Örneği

Table: I:6 değerinin eklenmesi(MAX_DIST=4)

	Eleman	Hop
...		
6	C	1001
7	A	1100
8	D	0010
9	I	0011
10	E	0000
11	H	0001
12	B	0100
13	F	0000
14	G	0000
...		

A: 7

B: 9

C: 6

D: 7

E: 8

F: 12

G: 11

H:9

I:6

