Steffenson's Rule (Method)

Steffenson

Adım 1: $a < b$ için $f(a) * f(b) < 0$

Adım 2: $[a, b]$ aralığında $x_0 = \frac{a+b}{2}$

Adım 3: $f(x_0)$ ve $f(x_0 + f(x_0))$ bul

$$x_1 = x_0 - \frac{(f(x_0))^2}{f(x_0 + f(x_0)) - f(x_0)}$$

Adım 4: Eğer $f(x_1) = 0 \Rightarrow x_1$ bir kök(tür) / gerçek kök

else

$x_0 = x_1$

Adım 5: $f(x_1) = 0$ veya $|f(x_i)| \leq \varepsilon$ oluncaya kadar Adım2 den Adım4 -e kadar işlemleri tekrar et!

Örnek: $f(x) = x^3 - x - 1$ fonksiyonunun bir sıfırlayanını Steffenson yöntemi (metodu) ile bulunuz. 3. dereceden

Çözüm: $x^3 - x - 1 = 0$

$f(x) = x^3 - x - 1$

x	0	1	2
	-1	-1	5

$f(1) = -1 < 0$ $\quad f(a) * f(b) < 0$

$f(2) = 5 > 0$

$x_0 = \frac{1+2}{2} = 1.5$

I. İterasyon

$f(x_0) = f(1.5) = (1.5)^3 - (1.5) - 1 = 0.875$

$f(x_0 + f(x_0)) = f(1.5 + f(1.5)) = f(1.5 + 0.875) = 10.0215$

$$x_1 = x_0 - \frac{(f(x_0))^2}{f(x_0 + f(x_0)) - f(x_0)} = 1.5 - \frac{(0.875)^2}{10.0215 - 0.875}$$

$x_1 = 1.4163$

II. iterasyon. Steffensen2

$f(x_1) = f(1.4163) = (1.4163)^3 - (1.4163) - 1 = 0.4246$

$f(x_1 + f(x_1)) = f(1.4163 + 0.4246) = 3.398$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)^2}{f(x_1 + f(x_1)) - f(x_1)} = 1.4163 - \frac{(0.4246)^2}{3.398 - 0.4246}$$

$x_2 = 1.3557$

III. iterasyon:

$f(x_2) = f(1.3557) = 0.1357$

$f(x_2 + f(x_2)) = f(1.1357 + f(x_2)) = f(1.13557 + 0.1357) = 0.8259$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)^2}{f(x_2 + f(x_2)) - f(x_2)} = 1.3557 - \frac{(0.1357)^2}{0.8259 - 0.1357}$$

$x_3 = 1.3289$

IV. iterasyon

$f(x_3) = f(1.3289) = 0.0181$

$f(x_3 + f(x_3)) = f(1.3289 + 0.0181) = 0.0973$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)^2}{f(x_3 + f(x_3)) - f(x_3)} = 1.3289 - \frac{(0.0181)^2}{0.0973 - 0.0181} = 1.3248$$

V. iterasyon:

$f(x_4) = f(1.3248) = 0.0004$

$f(x_4 + f(x_4)) = f(1.3248 + 0.0004) = 0.0019$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)^2}{f(x_4 + f(x_4)) - f(x_4)} = 1.3248 - \frac{(0.0004)^2}{0.0019 - 0.0004} = 1.3247$$

$f(x) = 2x^3 - 2x - 5$, $[1, 2]$, Steffenson

$f(1) = -5 < 0$ $\quad f(1) \cdot f(2) < 0$

$f(2) = 7 > 0$

$x_0 = \frac{1+2}{2} = 1.5$

I. iterasyon:

$f(x_0) = f(1.5) = -1.25$

$f(x_0 + f(x_0)) = f(1.5 + (-1.25)) = -5.4688$

$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)^2}{f(x_0 + f(x_0)) - f(x_0)} = 1.8704$

II. iterasyon:

$f(x_1) = f(1.8704) = 4.3454$

$f(x_1 + f(x_1)) = f(1.8704 + 4.3454) = 462.8797$

$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)^2}{f(x_1 + f(x_1)) - f(x_1)} = 1.8292$

III. iterasyon:

$f(x_2) = f(1.8292) = 3.5823$

$f(x_2 + f(x_2)) = f(1.8292 + 3.5823) = 301.1224$

$x_3 = x_2 - \frac{(f(x_2))^2}{f(x_2 + f(x_2)) - f(x_2)} = 1.8292 - \frac{(3.5823)^2}{301.1224 - 3.5823} = 1.7861$

IV. iterasyon

$f(x_3) = f(1.7861) = 2.823$

$f(x_3 + f(x_3)) = f(1.7861 + 2.823) = 151.6021$

$x_4 = x_3 - (f(x_3))^2 / (f(x_3 + f(x_3)) = 1.7415$

V. iterasyon:

V. iterasyon

$f(x_4) = f(1.7415) = 2.0501$

$f(x_4 + f(x_4)) = f(1.7415 + 2.0501) = 98.978$

$$x_5 = x_4 - \frac{(f(x_4))^2}{f(x_4 + f(x_4)) - f(x_4)} = 1.7415 - \frac{(2.0501)^2}{98.978 - 2.0501} = 1.6968$$

VI. iterasyon

$f(x_5) = f(1.6968) = 1.3775$

$f(x_5 + f(x_5)) = f(1.6968 + 1.3775) = 46.9661$

$$x_6 = x_5 - \frac{(f(x_5))^2}{f(x_5 + f(x_5)) - f(x_5)} = 1.6552$$

VII. iterasyon

$f(x_6) = f(1.6552) = 0.7592$

$f(x_6 + f(x_6)) = f(1.6552 + 0.7592) = 18.32$

$$x_7 = x_6 - \frac{(f(x_6))^2}{f(x_6 + f(x_6)) - f(x_6)} = 1.6224$$

VIII. iterasyon $\Rightarrow x_8 = 1.6048$

IX. iterasyon $\Rightarrow x_9 = 1.6008$

X. iterasyon $\Rightarrow x_{10} = 1.6006$

XI. iterasyon

$f(x_{10}) = f(1.6006) = 0$

$f(x_{10} + f(x_{10})) = f(1.6006 + 0) = 0.0001$

$$x_{11} = x_{10} - \frac{(f(x_{10}))^2}{f(x_{10} + f(x_{10})) - f(x_{10})} = 1.6006$$