

Sayısal Sistemler-H5CD1

Kombinasyonel Devreler-1

Dr. Meriç Çetin
versiyon161020

Hafta 5'de bu dersin herhangi bir zamanında kısa sınav (Quiz4) yapılacaktır.

Süre: 2.11.2020 saat 23.59

Cevaplarınızı A4 kağıdına el yazınızla yazmanız çözümün fotoğrafını çekmeniz ve EDS'de belirtilen alana bu belgeyi yüklemeniz beklenmektedir.

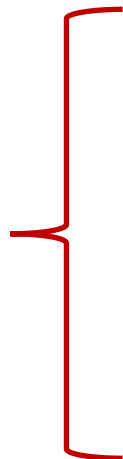
Çözüm kağıdınıza ad-soyad ve numaranızı yazmayı kesinlikle unutmayınız!!

Ad-soyad ve numarası eksik kağıtlar değerlendirmeye alınmayacaktır.

BAŞARILAR..

Bu derste öğreneceklerimiz

4 Combinational Logic

	4.1	Introduction	125
	4.2	Combinational Circuits	125
	4.3	Analysis Procedure	126
	4.4	Design Procedure	129
	4.5	Binary Adder–Subtractor	133
	4.6	Decimal Adder	144
	4.7	Binary Multiplier	146
	4.8	Magnitude Comparator	148
	4.9	Decoders	150
	4.10	Encoders	155
	4.11	Multiplexers	158
	4.12	HDL Models of Combinational Circuits	164

- Sayısal sistemler için mantık devreleri, kombinasyonel veya sıralı olabilir.
- Bir birleşimsel devre, herhangi bir zamanda çıktıları yalnızca mevcut girdi kombinasyonundan belirlenen mantık kapılarından oluşur.
- Bir kombinasyonel devre, bir dizi Boole fonksiyonu tarafından mantıksal olarak belirlenebilen bir işlemi gerçekleştirir.
- Bunun aksine, sıralı devreler mantık kapılarına ek olarak depolama elemanlarını kullanır. Çıktıları, girişlerin ve depolama elemanlarının durumunun bir fonksiyonudur.
- Depolama elemanlarının durumu önceki girişlerin bir fonksiyonu olduğu için, sıralı bir devrenin çıkışları sadece mevcut giriş değerlerine değil, aynı zamanda geçmiş girişlere de bağlıdır.
- Kombinasyonel mantık kapıları, girişlerindeki sinyallerin değerlerine tepki verir ve çıkış sinyalinin değerini üretir, ikili bilgiyi verilen giriş verilerinden gerekli bir çıkış verilerine dönüştürür.

- Temel lojik kapılarından, giriş ve çıkış değişkenlerinden oluşan birleşimsel mantık devreleri; çıkışların değerinin girişlerin o anki değerlerine göre belirlenmesi mantığı ile çalışırlar. Bu devrelerde bellek ve geri besleme yoktur, bu sebeple daha önceki girişler ya da devrenin önceki şart ve çıkışları sonraki durumlarını etkileyemez. Bir birleşimsel devrenin blok diyagramı Şekil 4.1'de gösterilmektedir.

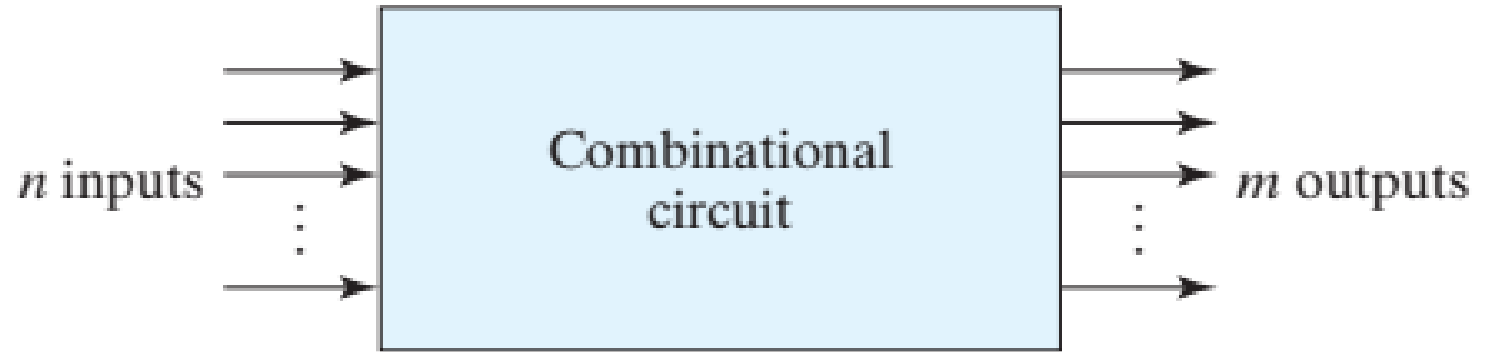


FIGURE 4.1

Block diagram of combinational circuit

Bir örnek

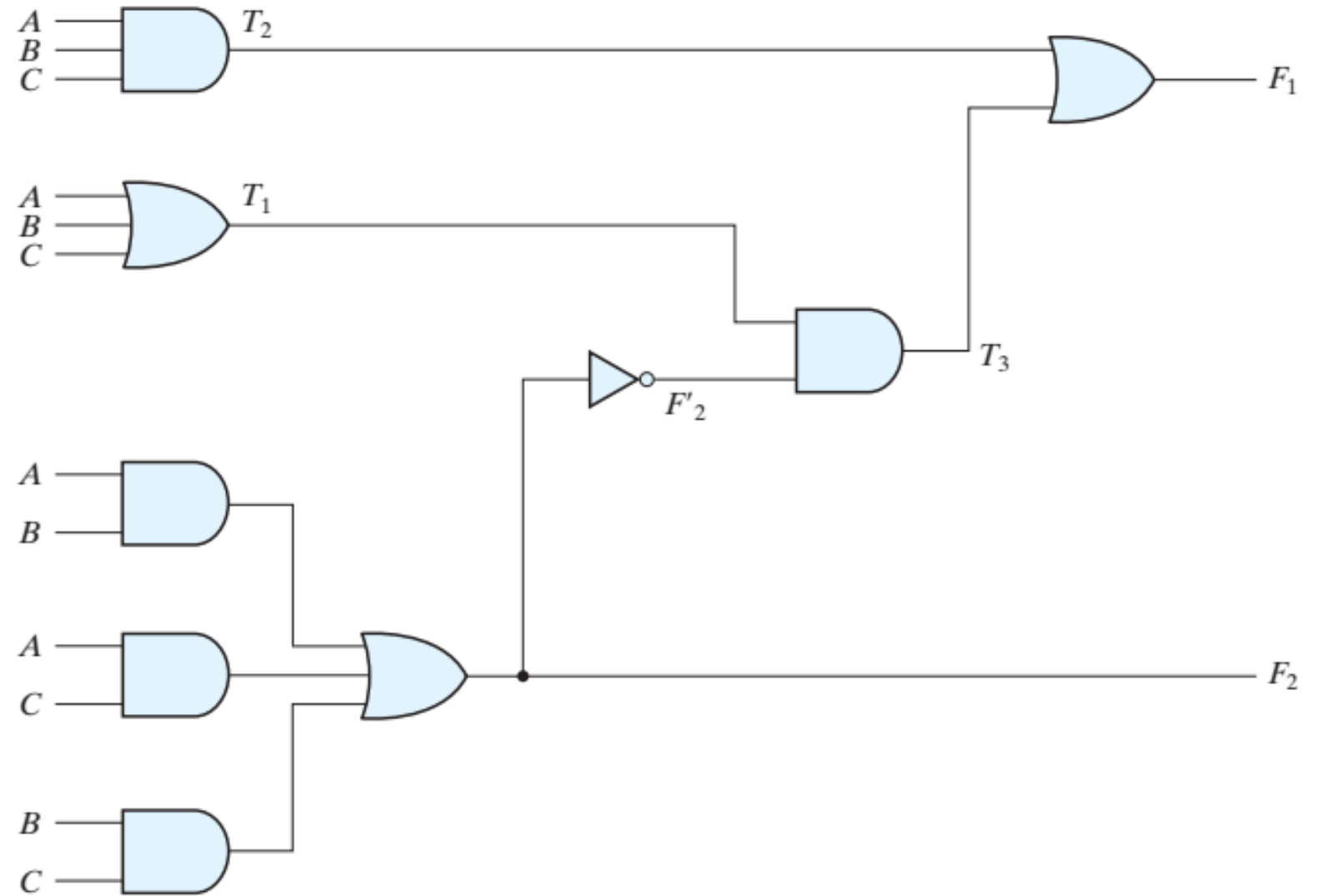


FIGURE 4.2
Logic diagram for analysis example

$$F_2 = AB + AC + BC$$

$$T_1 = A + B + C$$

$$T_2 = ABC$$

$$T_3 = F'_2 T_1$$

$$F_1 = T_3 + T_2$$

$$\begin{aligned} F_1 &= T_3 + T_2 = F'_2 T_1 + ABC = (AB + AC + BC)'(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B')(A' + C')(B' + C')(A + B + C) + ABC \\ &= (A' + B'C')(AB' + AC' + BC' + B'C) + ABC \\ &= A'BC' + A'B'C + AB'C' + ABC \end{aligned}$$

Table 4.1

Truth Table for the Logic Diagram of Fig. 4.2

A	B	C	F₂	F'₂	T₁	T₂	T₃	F₁
0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	0	1

- **Birleşimsel Mantık Devreleri;**

- Uygulama alanlarına göre gruplandırılabilir:
 - Aritmetik işlem ve kıyaslama devreleri
 - Tekilleyici (Veri-bilgi seçici-multiplexer) devreler
 - Çoğullayıcı (Veri-bilgi dağıtıcı-demultiplexer) devreler
 - Kodlama devreleri

Aritmetik İşlem ve Kıyaslama Devreleri

- Bu tür devrelerin başlıcaları;
- **Toplayıcı** (adder) devreler
 - Yarı Toplayıcı
 - Tam Toplayıcı
- **Çıkarıcı** (subractor) devreler
 - Yarı Çıkarıcı
 - Tam Çıkarıcı
- **Çarpıcı** (multiplier) devreler
- **Karşılaştırmacı** (comparator) devreler

Toplayıcı Devreleri

- En temel aritmetik işlem, iki ikili rakamın toplanmasıdır.
- Bu basit ekleme, dört olası temel işlemde oluşur:
 - **$0 + 0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$ ve $1 + 1 = 10$.**
- İlk üç işlem bir rakamın toplamını üretir, ancak her iki toplanan bit 1'e eşit olduğunda ikili toplam (**sum**) iki basamaktan oluşur. Bu sonucun daha yüksek anlamlı bitine taşıma (**carry**) denir.
- İki bitin eklenmesini gerçekleştiren bir birleşimsel devreye yarım toplayıcı denir.
- Üç bitin (iki önemli bit ve bir önceki taşıma) toplamasını gerçekleştiren birleşimsel devre bir tam toplayıcıdır.
- Devrelerin adları, tam toplayıcı uygulamak için iki yarım toplayıcının kullanılabileceği gerçeğinden kaynaklanmaktadır.

Toplayıcı Devreleri

- İkili toplayıcı-çıkarıcı devreler, ikili sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin aritmetik işlemlerini gerçekleştiren birleşimsel devrelerdir.
- Bu devreyi hiyerarşik bir tasarımla geliştiririz.
- İlk olarak, tam toplayıcıyı geliştirdiğimiz yarım toplayıcı tasarımı gerçekleştirilir.
- N tam toplayıcının kademeli olarak bağlanması, iki n bitlik sayı için bir ikili toplayıcı üretir.

Yoklama

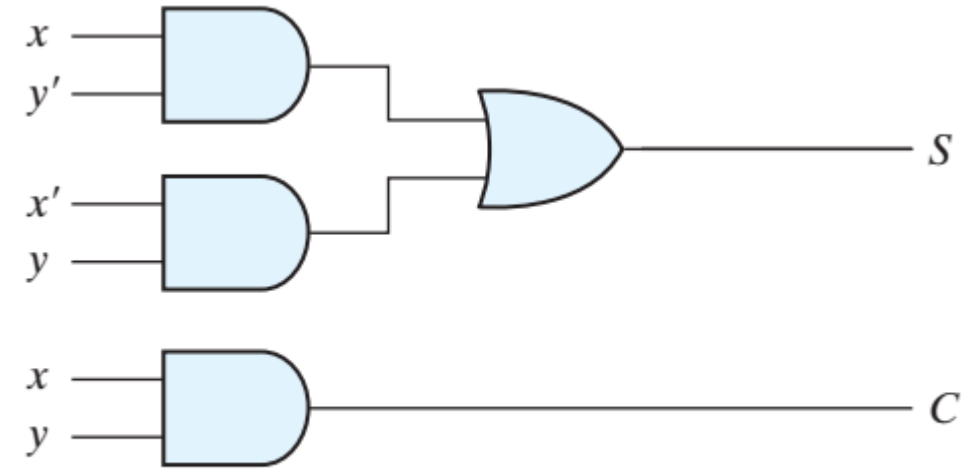
Yarı Toplayıcı Devre

$$S = x'y + xy'$$

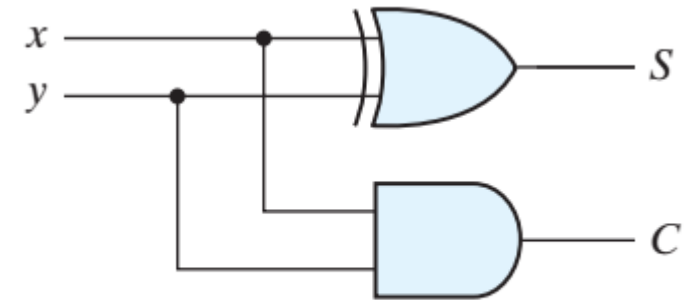
$$C = xy$$

Table 4.3
Half Adder

x	y	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



(a) $S = xy' + x'y$
 $C = xy$



(b) $S = x \oplus y$
 $C = xy$

FIGURE 4.5

Implementation of half adder

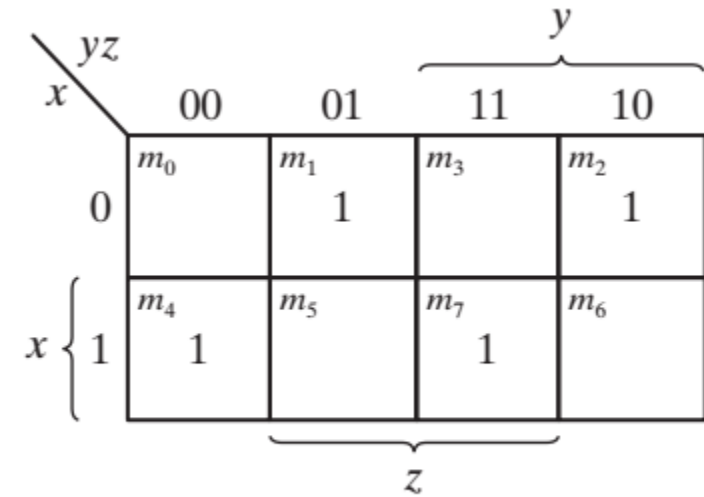
Tam Toplayıcı Devre

$$S = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz$$

$$C = xy + xz + yz$$

Table 4.4
Full Adder

x	y	z	C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



(a) $S = x'y'z + x'yz' + xy'z' + xyz$

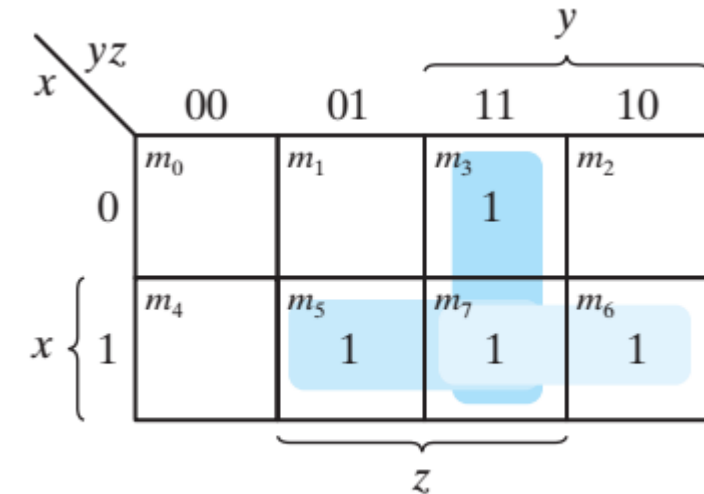


FIGURE 4.6

K-Maps for full adder (b) $C = xy + xz + yz$

Tam Toplayıcı Devre

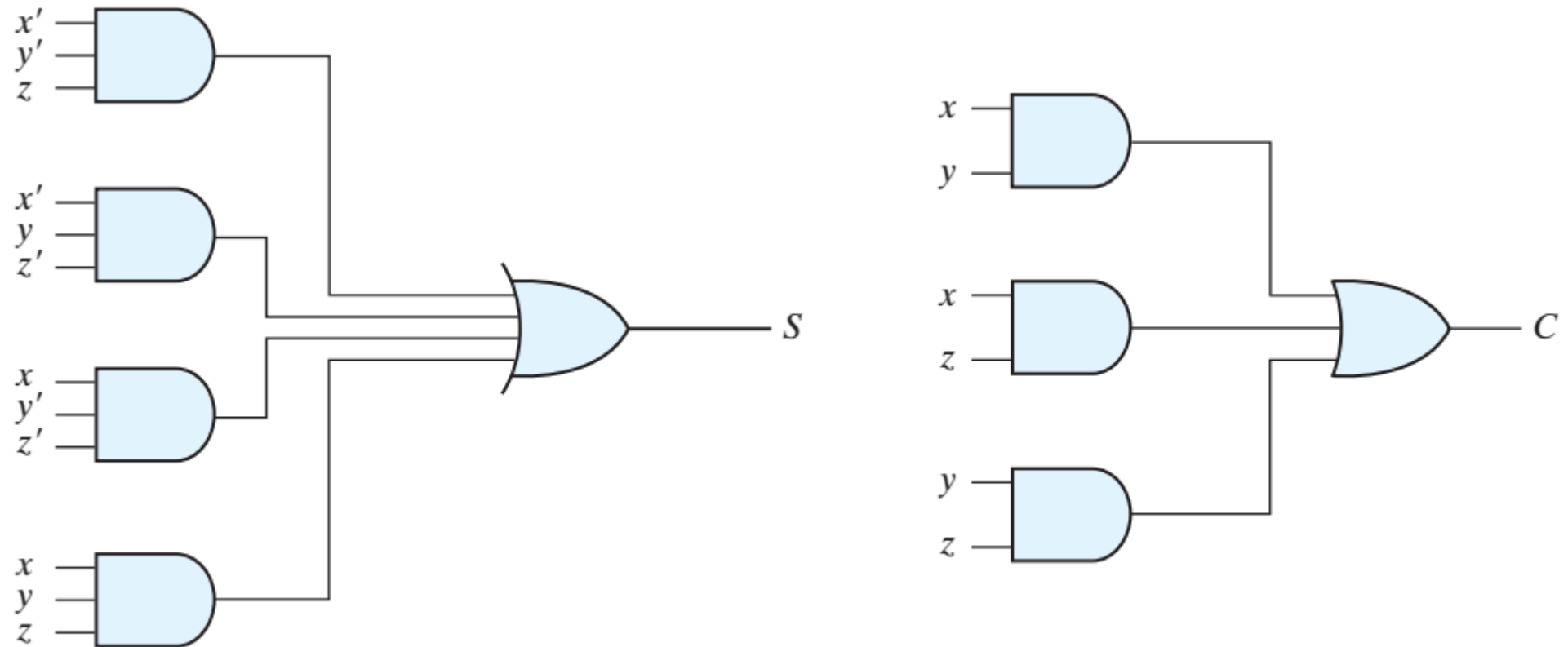


FIGURE 4.7

Implementation of full adder in sum-of-products form

Tam Toplayıcı Devre

$$\begin{aligned} S &= z \oplus (x \oplus y) \\ &= z'(xy' + x'y) + z(xy' + x'y)' \\ &= z'(xy' + x'y) + z(xy + x'y') \\ &= xy'z' + x'yz' + xyz + x'y'z \end{aligned}$$

$$C = z(xy' + x'y) + xy = xy'z + x'yz + xy$$

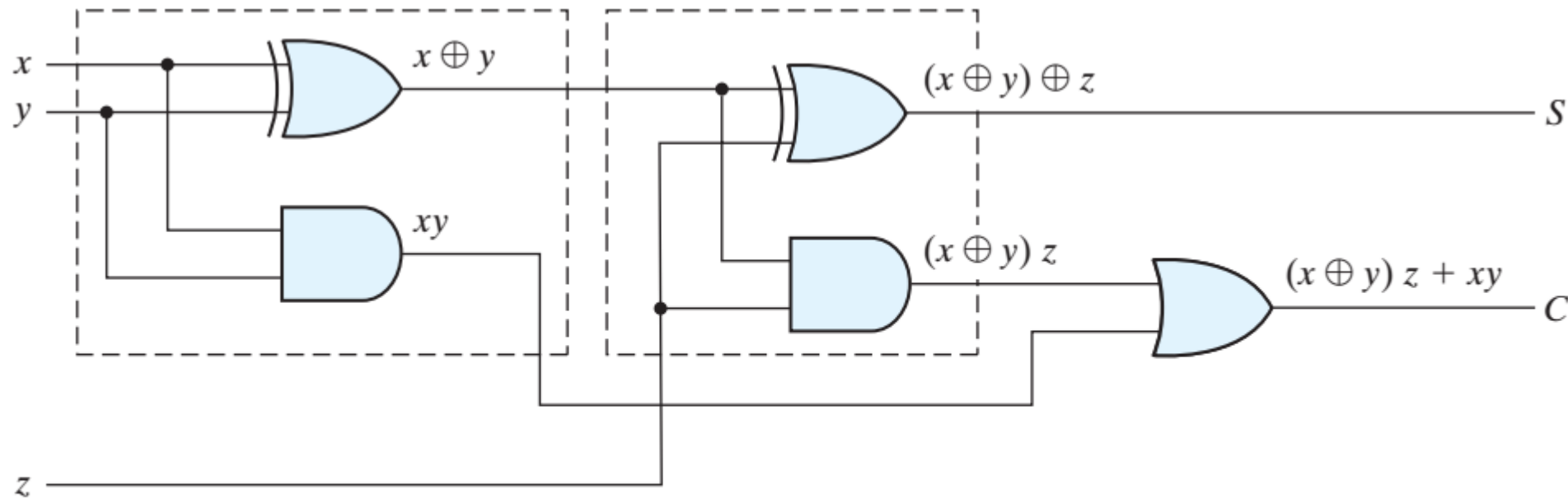


FIGURE 4.8

Implementation of full adder with two half adders and an OR gate

İkili Toplayıcı

- İkili toplayıcı, iki ikili sayının aritmetik toplamını üreten dijital bir devredir. Zincirdeki bir sonraki tam toplayıcının giriş taşıyıcısına bağlanan her bir tam toplayıcıdan gelen çıkışın taşınması ile kademeli olarak bağlanmış tam toplayıcılarla inşa edilebilir.

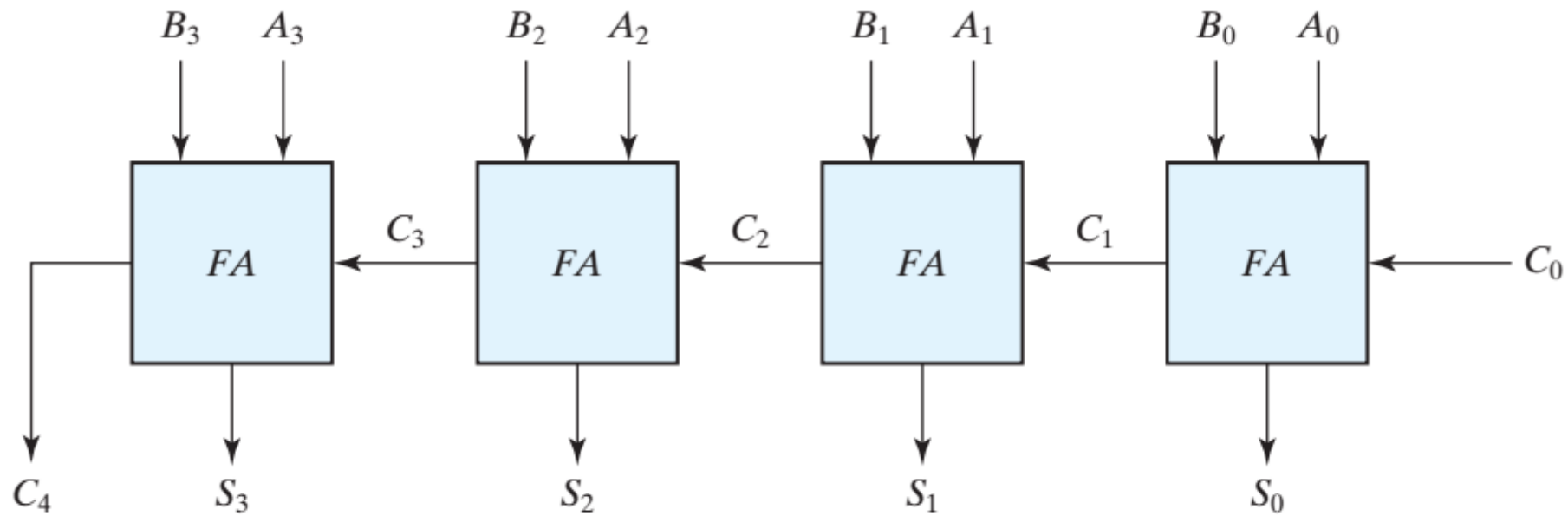


FIGURE 4.9
Four-bit adder

BCD Toplayıcı

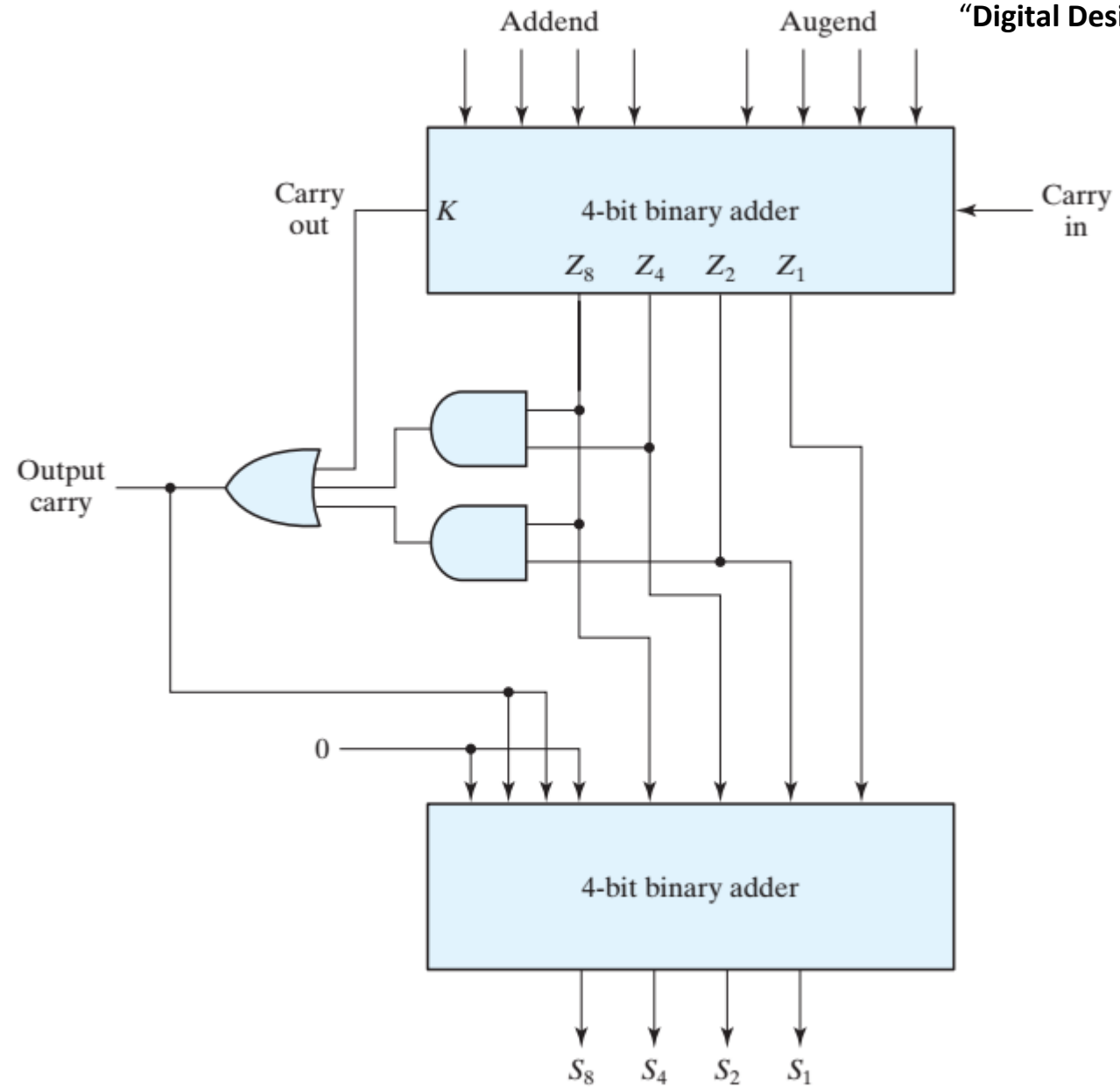


FIGURE 4.14
Block diagram of a BCD adder

Örn n bitlik bir paralel toplama kullanarak istenil $log_2 m$ de toplama ve istenil $log_2 m$ de çıkarma işlemi yapabilen bir devre tasarlayınız. Çıkarma işlemini çıkan sayının ikaya tümleyeninden faydalanarak yapınız (örn: $X - Y = X + \bar{Y} + 1$) *

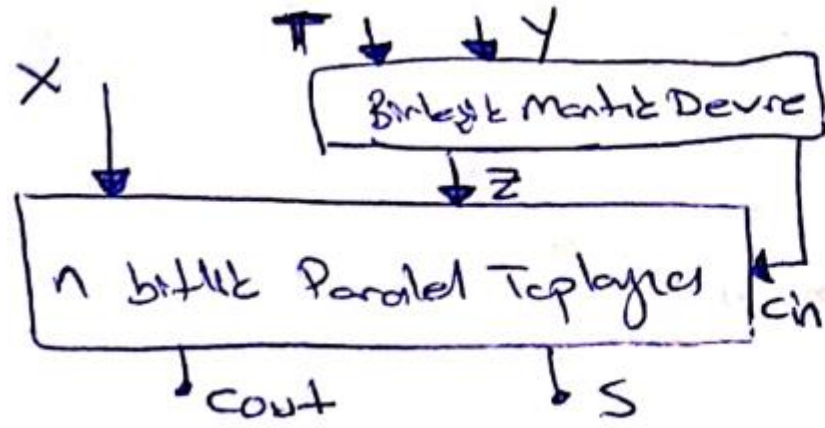
X	T = C _{in}	Y	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

T: kontrol sinyali

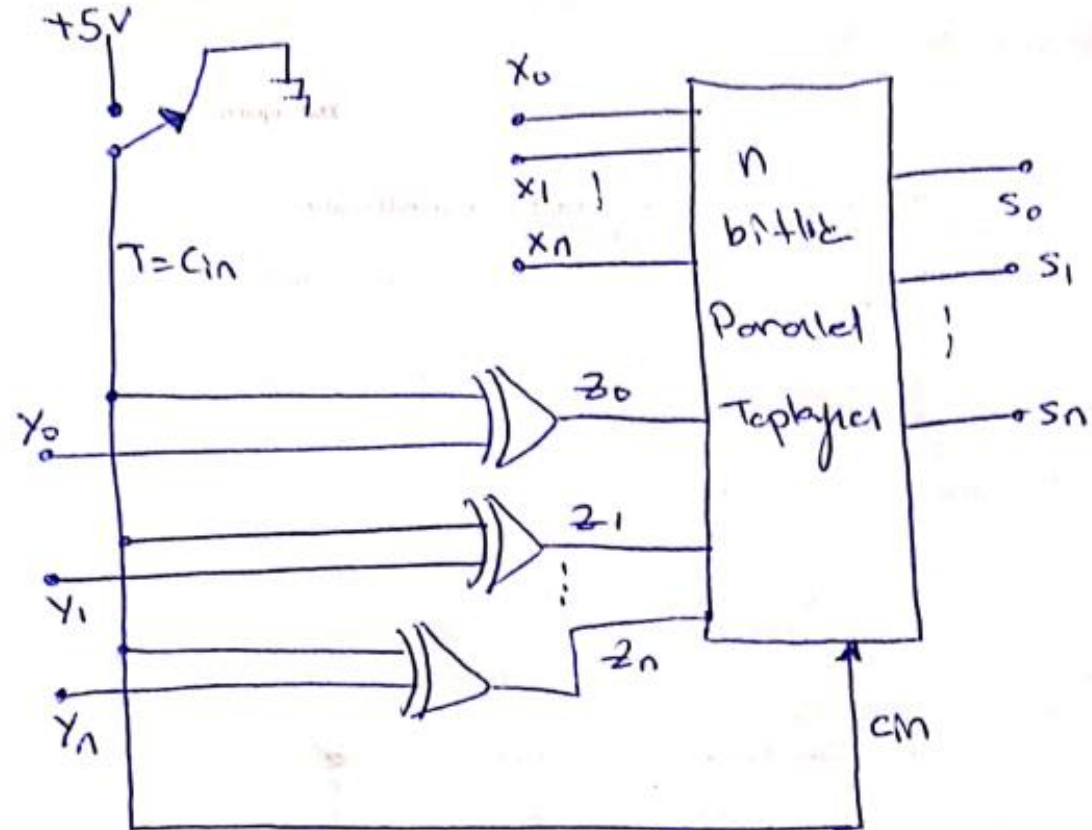
T = 0 ise toplama işlemi yapılır.

T = 1 ise çıkarma işlemi yapılır.

$$Z = \bar{T}Y + T\bar{Y} \Rightarrow Z = T \oplus Y \quad \begin{matrix} T \\ Y \end{matrix} \Rightarrow \triangle \rightarrow Z \quad \left\{ \text{Birleşik mantık devresi?} \right\}$$



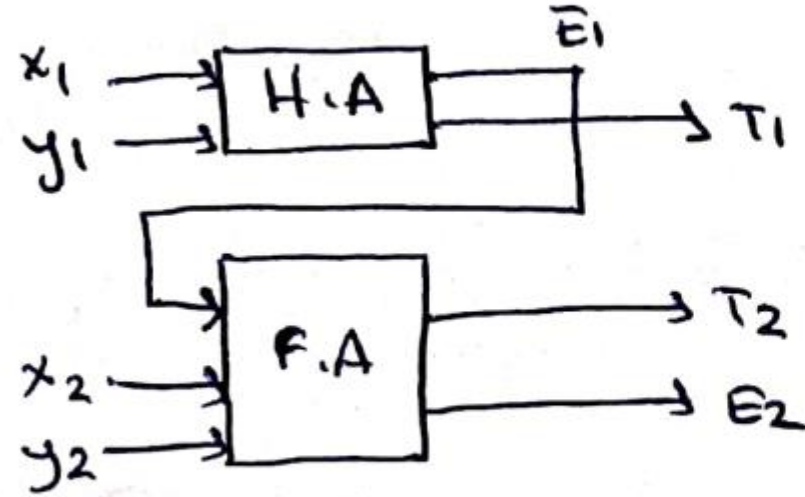
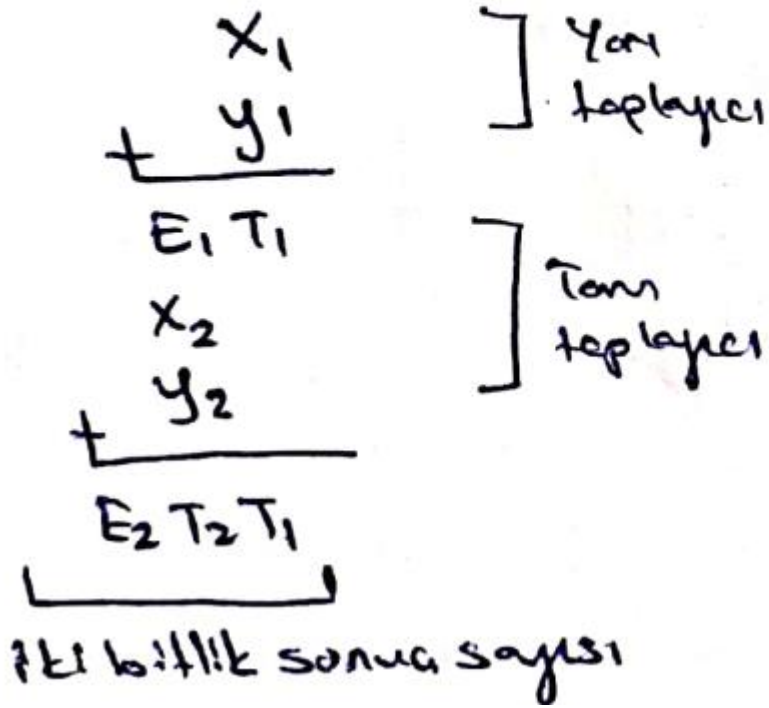
T : Bir anahtar yardımıyla
disordan "1" yada "0"
olarak gönderilir.



$T=1$ iken anahtar
5 voltu getirir.
 $C_{in}=1$ olur ve
çıkarma işlemi
yapılır.

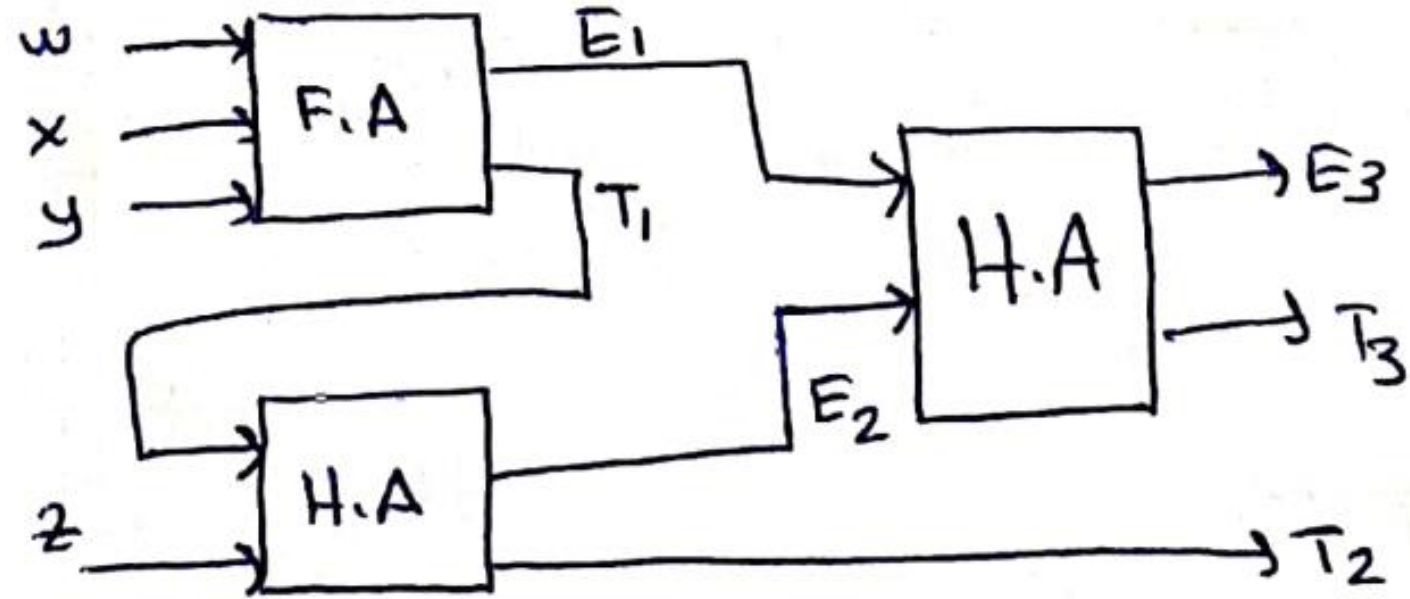
$T=0$ iken
anahtar toprak-
tandır. $C_{in}=0$
olur ve toplama
işlemi yapılır.

iki bitlik sayılar x_2x_1 ve y_2y_1 olsun. Bu iki sayının toplamı iki aşamalı şekilde yarı ve tam toplayıcılar oluşturulduğunda,



• Bir bitlik 4 adet sayının toplamını veren mantık devresi

$$\begin{array}{r}
 w \\
 x \\
 y \\
 \hline
 t \\
 E_1 T_1 \\
 z \\
 \hline
 E_3 T_3 T_2
 \end{array}$$

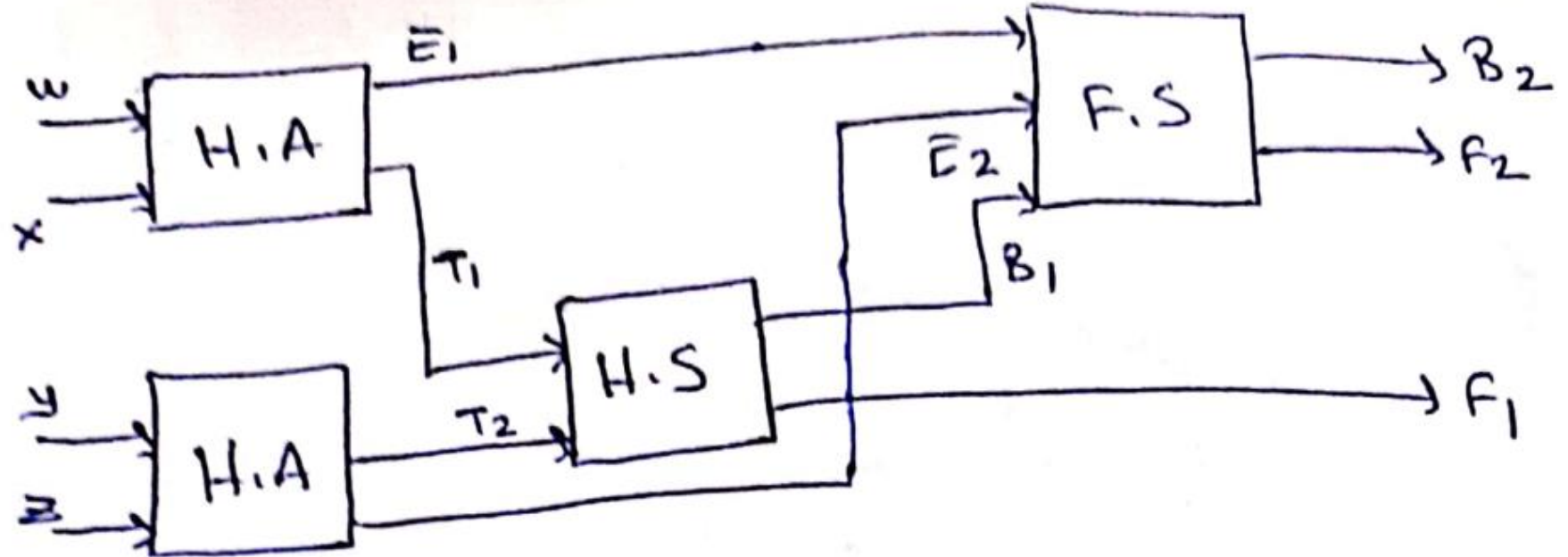


$(w+x)-(y+z)$ işlemini hesaplayacak mantık devresini
yarı toplayıcı, yarı çıkartıcı ve tam çıkartıcı devreler ile tasarlayın

$$\begin{array}{r} w \\ + x \\ \hline E_1 T_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y \\ + z \\ \hline E_2 T_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} E_1 T_1 \\ - E_2 T_2 \\ \hline F_2 F_1 \end{array}$$



Çarpıcı Devreler

		B_1	B_0
	A_1	A_1B_1	A_1B_0
	A_0	A_0B_1	A_0B_0
C_3	C_2	C_1	C_0

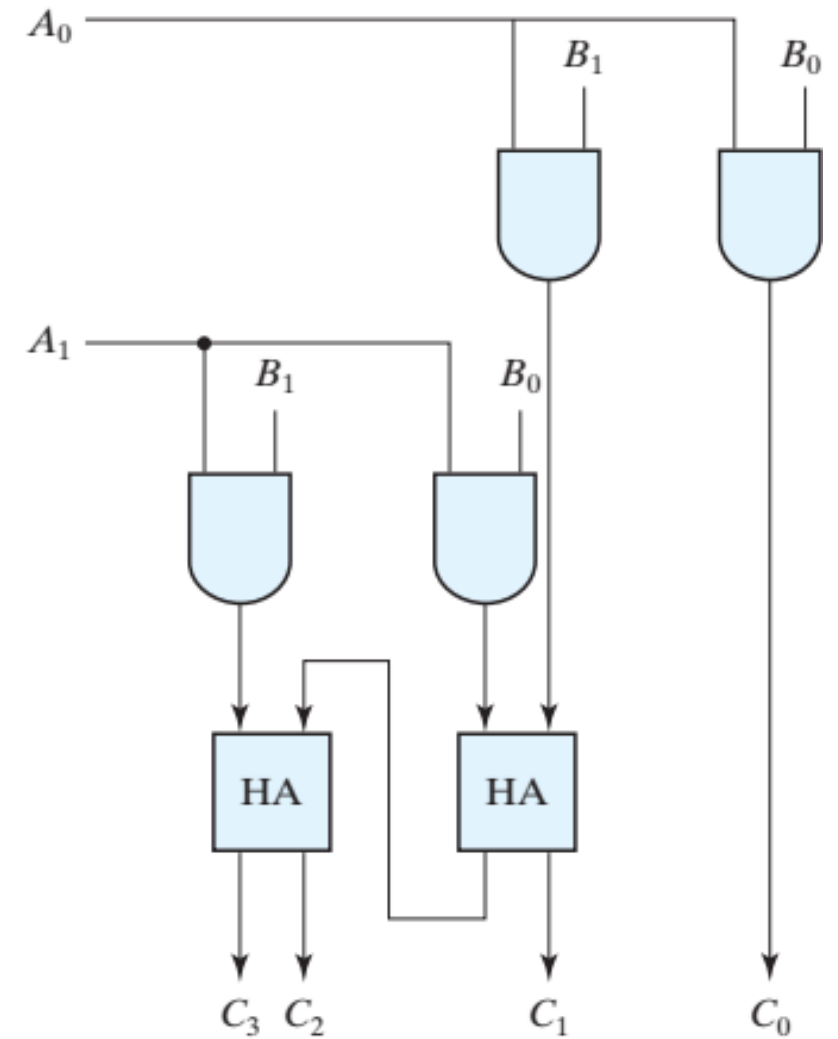


FIGURE 4.15
Two-bit by two-bit binary multiplier

Çarpıcı Devreler

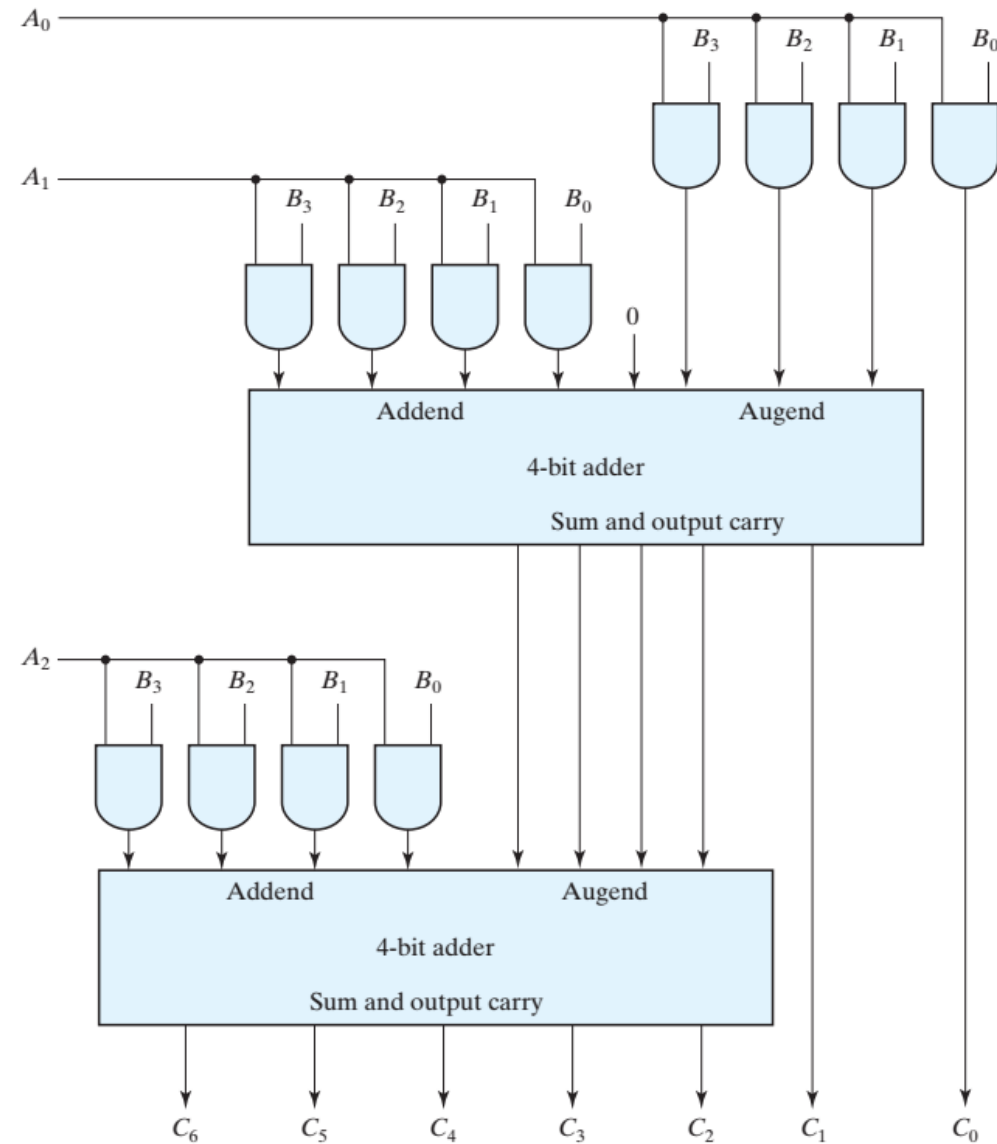


FIGURE 4.16
Four-bit by three-bit binary multiplier