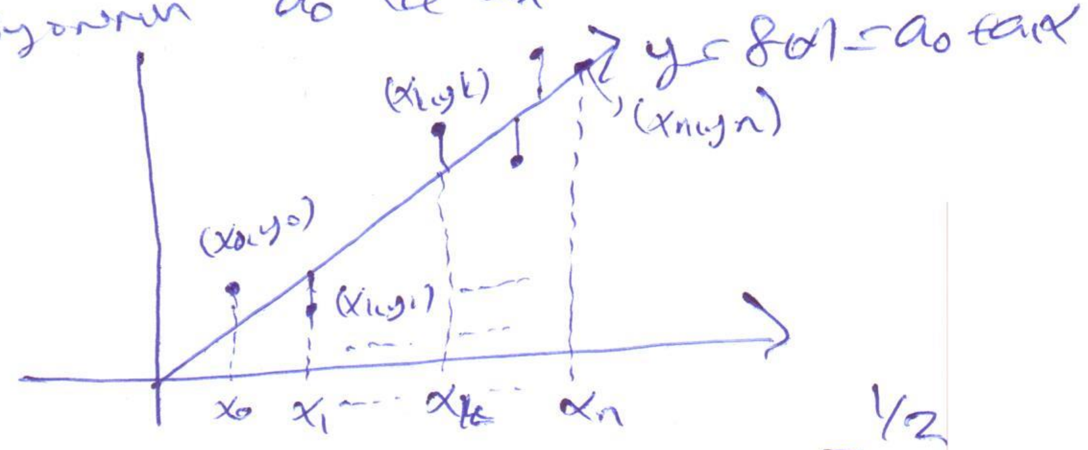
Eğri uydurma

Bu kısımda vereceğimiz yöntemin (kuralın) başlığa verdiğimizden de değişik adlandırmaları mevcuttur. Eğri uydurma metodları, doğrusal optimizasyon, en küçük kareler yöntemi, veri düzeltme metodları şeklinde isimlendirilmektedir.

Söz edilen polinomun verilen başlangıç noktalarından geçmesi beklenir. Bununla birlikte birçok mühendislik ve fen bilimleri (fizik, kimya...) araştırmalarında bu yöntem sıklıkla kullanılmaktadır.

En küçük kareler yöntemi

$\forall\, k = 0, \ldots, n$ için x_k lar farklı olacak şekilde (x_k, y_k) nokta değerleri verilmiş olsun. Burada gayemiz verilen bu noktalardan yararlanarak $y_k = f(x_k)$ biçiminde bir $f(x)$ fonksiyonu elde etmektir. Burada söz edilen $f(x)$ fonksiyonu herhangi bir fonksiyon tipinde olabilmektedir. Öncelikle $y = f(x) = a_0 + a_1 x$ şeklinde bir fonksiyon elde edeceğiz. Bu eğri uydurmayı yaparken bulacağımız $f(x) = a_0 + a_1 x$ fonksiyonunun a_0 ve a_1 katsayılarını



$$H_2(f) = \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} | f(x_k) - y_k | \right]^{1/2}$$ hata değeri

minimum olacak şekilde belirleyeceğiz. Bundan dolayı

$$H_2(a_0,a_1) = H_2(f) = \left[\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} |a_0+a_1x_k-y_k|\right]^{1/2}$$

alalım. Bu $H_2(a_0,a_1)$ fonksiyonunun acaba hangi a_0, a_1 değerleri için minimum olacağını belirleyelim. Bunun için

$$H(a_0,a_1) = n\,H_2(a_0,a_1)^2 = \sum_{k=1}^{n} (a_0+a_1x_k-y_k)^2$$

fonksiyonunun minimum değerini bulmak yeterli olacaktır. Bundan dolayı ilk olarak $H(a_0,a_1)$ fonksiyonunun a_0 ve a_1 değişkenlerine göre kısmi türevlerini elde edelim.

$$\frac{\partial H}{\partial a_0}(a_0,a_1) = \sum_{k=1}^{n} 2\,(a_0+a_1x_k-y_k) \quad \text{ve}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a_1}(a_0,a_1) = \sum_{k=1}^{n} 2x_k(a_0+a_1x_k-y_k) \quad \text{olur.}$$

Bulunan bu kısmi türevler sıfıra eşitlenirse

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{k=1}^{n} 2(a_0+a_1x_k-y_k) = 0 \\ &\sum_{k=1}^{n} 2x_k(a_0+a_1x_k-y_k) = 0 \end{aligned}\right\} \quad (4.3)$$

$$\sum_{k=1}^{n} (a_0+a_1x_k-y_k) = 0$$

$$n\cdot a_0 + a_1\sum_{k=1}^{n} x_k - \sum y_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_0 = -\sum_{k=1}^{n} a_1x_k + \sum_{k=1}^{n} y_k$$

$$a_0\cdot n = \sum_{k=1}^{n} y_k - a_1\sum_{k=1}^{n} x_k \quad \text{olur.}$$

ve $\sum_{k=1}^{n} x_k(a_0+a_1x_k-y_k)=0$ ise

$$a_0\sum_{k=1}^{n} x_k + a_1\sum_{k=1}^{n} x_k^2 - \sum_{k=1}^{n} x_k y_k \qquad (4\text{-}4)$$

iki bilinmeyenli iki lineer denklem elde edilir. Bu denklem sisteminda ise sistemli yoldan a_0, ve a_1 bilinmeyenler bulunur

mesela Cramer yöntemiyle

$$\begin{aligned} ax+by&=e \\ cx+dy&=f \end{aligned} \Rightarrow x=\frac{\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}=\frac{ed-bf}{ad-bc}$$

$ad-bc\neq 0$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}=\frac{a.f-ec}{ad-bc}$$ ile yapılıyordu

$$n.a_0+a_1\sum x_k=\sum y_k$$ (sistemdan)

$$a_0\sum x_k+a_1\sum x_k^2=\sum x_k.y_k$$

$$a_0=\frac{\begin{vmatrix} \sum y_k & \sum x_k \\ \sum x_k y_k & \sum x_k^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x_k \\ \sum x_k & \sum x_k^2 \end{vmatrix}}=\frac{\sum x_k^2.\sum y_k-\sum x_k.\sum x_k y_k}{n.\sum x_k^2-\left(\sum x_k\right)^2}$$

$$a_0=\frac{\begin{vmatrix} n & \sum y_k \\ \sum x_k & \sum x_k y_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x_k \\ \sum x_k & \sum x_k^2 \end{vmatrix}}=\frac{n.\sum x_k y_k-\sum x_k.\sum y_k}{n\sum x_k^2-\left(\sum x_k\right)^2}$$ elde edilir.

Örnek:

x_k	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
y_k	3.6	7.3	10.9	14.5	18.2

$$n \cdot a_0 + a_1 \sum x_k = \sum y_k$$
$$a_0 \sum x_k + a_1 \sum x_k^2 = \sum x_k y_k$$

$n = 5$

$\sum_{k=1}^{5} x_k = 3$, $\sum_{k=1}^{5} x_k^2 = 2.2$

$\sum_{k=1}^{5} x_k \cdot y_k = 39.98$, $\sum_{k=1}^{5} y_k = 54.5$ ise

$$5 \cdot a_0 + 3a_1 = 54.5$$
$$3a_0 + 2.2a_1 = 39.98$$

$\Rightarrow a_0 = -0.02$ ve $a_1 = 18.2$ bulunur

$y = f(x) = a_0 + a_1 x$

$f(x) = -0.02 + 18.2x$ doğrusu bulunur.

x	y
3	3
4	8
5	7
$\sum x = 12$	$\sum y = 18$

$\Rightarrow f(x) = a_0 + a_1 \cdot x = ?$

$n = 3$

$\sum x^2 = 9 + 16 + 25 = 50$

$\sum x \cdot y = 9 + 32 + 35 = 76$

$$3 \cdot a_0 + 12 \cdot a_1 = 18$$
$$12a_0 + 50a_1 = 76$$

$a_0 = -2$
$a_1 = 2$

$f(x) = a_0 + a_1 x = -2 + 2x$ bulunur.

x	1	2	3	4	5
y	2	5	3	8	7

$\Sigma x = 15, \quad \Sigma y = 25, \quad \Sigma xy = 88, \quad \Sigma x^2 = 55$

a) $y = a_0 + a_1 x = ?$

$n \cdot a_0 + a_0 \Sigma x = \Sigma y$

$a_0 \Sigma x + a_1 \Sigma x^2 = \Sigma xy$

$$\left.\begin{aligned} 5 \cdot a_0 + 15 a_1 &= 25 \\ a_0 15 + 55 a_1 &= 88 \end{aligned}\right\} \begin{matrix} (I) \\ (II) \end{matrix}$$

$a_0 = \frac{11}{10} = 1.1$

$a_1 = \frac{13}{10} = 1.3$

$\Rightarrow f(x) = 1.1 + 1.3x$

b) $\Sigma (y - f(x)) = ?$

error $= \Sigma (y - f(x)) = (2 - 2.4) + (5 - 3.7) - \ldots + (7 - 7.6)$

$= -0.4 + 1.3 - 2 + 1.7 - 0.6 = 0$

$f(1) = 1.1 + (1.3) \cdot (1) = 2.4$

$f(2) = 1.1 + (1.3) \cdot (2) = 3.7$

$\vdots$

$f(5) = 1.1 + (1.3) \cdot (5) = 7.6$

6

x (saat) güneşli saat miktarı		y (ton) Dondurma satış miktarı
1. gün	2 saat	4 ton
	3	5
	5	7
	7	10
5. gün	9	15

$\Rightarrow f(x) = a_0 + a_1 x$

$\Sigma x = 26, \quad \Sigma y = 41 \quad \Sigma x^2 = 168 \quad \Sigma xy = 263$

$n = 5$

$5 \cdot a_0 + a_1 \cdot 26 = 41$
$26 \cdot a_0 + a_1 \cdot 168 = 263$

$a_0 = 0.305, \quad a_1 = 1.518$

$f(x) = 0.305 + 1.518x$

Error
−0.66
−0.14
0.89
0.93
−1.03

Error $= y - f(x) = 4 - (0.305 + (1.518) \cdot (2)) = -0.66$

$a_0 = \frac{25}{82} = 0.305, \quad a_1 = \frac{249}{164} = 1.518$

$f(8) = ?$

$f(8) = 0.305 + 8 \cdot (1.518) = \underline{12{,}45}$

örnek

x	1	3	5	7	10	12	13	16	18	20
y	4	5	6	5	8	7	6	9	12	11

$n=10$ $\quad \sum x_i = 105, \quad \sum y_i = 73, \quad \sum x^2 = 1477, \quad \sum xy = 906$

$f(x) = a_0 + a_1 x$ $\qquad a_0 = 3.3888$

$f(x) = \underline{3.3888 + 0.3725\,x}$ $\qquad a_1 = 0.3725$

* $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ polinom biçiminde

Eğri uydurma

$$\begin{bmatrix} n & \sum x & \sum x^2 \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy \\ \sum x^2 y \end{bmatrix}$$

örnek:

x	0	1	2	3	4	5
y	2.1	7.7	13.6	27.2	40.9	61.1

$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 =)$

$n=6, \quad \sum x = 15, \quad \sum x^2 = 55, \quad \sum x^3 = 225, \quad \sum x^4 = 979$

$\sum y = 152.6, \quad \sum xy = 585.6, \quad \sum x^2 y = 2488.6$

$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ $\qquad a_0 = 2.479, \quad a_1 = 2.359, \quad a_2 = 1.861$

$f(x) = 2.479 + 2.359\,x + 1,861\,x^2$

$$S_t = \sum_{k=1}^{n} (y_k - f(x_k))^2$$

$$S_r = \sum_{k=1}^{n} e_k^2 = \sum_{k=1}^{n} (y - f(x_k))^2$$

$r^2 = \dfrac{S_t - S_r}{S_t} = \dfrac{2573.4 - 3.75}{2573.4}$

$r^2 = 0.999$

$r = 0.999$

$r^2 \Rightarrow$ belirlilik katsayısı

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t}$$

$r \Rightarrow$ korelasyon katsayısı

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left(n\sum x^2 - (\sum x)^2\right)}\sqrt{\left(n\sum y^2 - (\sum y)^2\right)}}$$

$r=0 \Rightarrow$ ilişki yok

$S_r = 0 \Rightarrow$ $r=1$ ve mükemmel ilişki vardır

$S_r = S_t \Rightarrow$ $r=0$ ilişki yok

Örnek: $n=10$, $\sum x_i = 105$, $\sum y_i = 73$

$\bar{x} = 10.5$ $\quad \sum x^2 = 1472$

$\bar{y} = 7.3$ $\quad \sum x \cdot y = 906$

$S_t = \sum (y - \bar{y})^2 = 64.1$

$S_r = \sum (y - (a_0 + a_1 x_i))^2 = 12.14$

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = 0.8102$$

$r = 0.9$

Verilen noktalar her zaman bir doğru veya parabol değil

$y = \frac{A}{x} + B$, $y = \frac{1}{(Ax+B)^2}$, $y = \frac{1}{Ax+B}$, $y = \frac{x}{Ax+B}$

$y = A \cdot \ln x + B$, $y = B e^{Ax}$, $y = B x^{A}$, $y = A x e^{-Bx}$

şeklinde de olabilir. Verilere uygulanabilecek bir fonksiyon seçildiğinde, ~~bu~~ fonksiyon uygun bir dönüşümle $f(x) = a_0 + a_1 x$ biçiminde bir fonksiyon haline dönüştürülür ve en küçük kareler doğrusu yöntemi uygulanır.

$y = f(x)$	$Y = a_0 + a_1 X$	Dönüşüm
$y = \frac{A}{x} + B$	$y = \frac{1}{A} \cdot x + B$	$X = \frac{1}{x}$, $Y = y$ $a_0 = B$, $a_1 = A$
$y = \frac{A}{x+B}$	$y = -\frac{1}{B}(xy) + \frac{A}{B}$	$X = x \cdot y$, $Y = y$ $a_0 = \frac{A}{B}$, $a_1 = -\frac{1}{B}$
$y = \frac{x}{A+B}$	$\frac{1}{y} = B + \frac{A}{x}$	$X = x$, $y = Y$ $a_0 = B$, $a_1 = A$
$y = A x e^{-Bx}$	$\ln(\frac{y}{x}) = -Bx + \ln c$	$X = x$, $Y = \ln(\frac{y}{x})$ $a_0 = (e^{A})$, $a_1 = -B$
$y = B e^{Ax}$	$\ln y = A \ln x + \ln B$	$X = \ln x$, $Y = \ln y$ $a_0 = \ln B$, $a_1 = A$
$y = \frac{1}{Ax+B}$	$\frac{1}{y} = Ax + B$,	$X = x$, $Y = \frac{1}{y}$ $a_0 = B$, $a_1 = A$
$y = \frac{1}{(Ax+B)^2}$	$y^{-\frac{1}{2}} = Ax + B$,	$X = x$, $Y = y^{-\frac{1}{2}}$ $a_0 = B$, $a_1 = A$

Örnek: Bir kemirgenin popülasyonu

(ay) t	0	2	3	5	8	10	12
(pop) P	12	23	26	60	170	300	690

$p(t) = A e^{bt} = ?$

$\ln p = bt \ln e + \ln A = bt + \ln A$

$Y = \ln p, \quad X = t, \quad a_0 = \ln A \quad a_1 = b$

$Y = a_0 + a_1 X$

X	0	2	3	5	8	10	12
Y	$\ln 12 = 2.4849$	$\ln 23 = 3.1355$	$\ln 26 = 3.2581$	$\ln 60 = 4.0943$	$\ln 170 = 5.1358$	$\ln 300 = 5.7038$	$\ln 690 = 6.5367$

$\sum_{k=1}^{7} x_k = 40, \quad \sum_{k=1}^{7} x_k^2 = 346, \quad n = 7$

$\sum Y_k = 31.73191 \qquad \sum X \cdot Y = 219.8601$

$7 a_0 + a_1 40 = 31.73191 \Rightarrow a_0 = 2.65795$

$40 \cdot a_0 + 346 a_1 = 219.8601 \quad a_1 = 0.328156$

$a_0 = \ln A \Rightarrow A = e^{a_0} = e^{2.65795} = 14.2670$

$p(t) = A e^{bt} = 14.2670 \, e^{0.328156 t}$

Solmaz

örnek

x	-2	-1	1	2	3
y	0.67	0.98	0.34	0.405	0.43

$y = \frac{x}{A+Bx}$ eğrisini uydurunuz.

$\frac{1}{y} = A \cdot \frac{1}{x} + B$, $X = \frac{1}{x}$, $Y = \frac{1}{y}$

$a_0 = B$ $a_1 = A$

X	-0.5	-1	1	0.5	0.33333
Y	1.49253	1.0204	2.9411	2.4691	2.32558

$n = 5$, $\sum X = 0.33333$, $\sum Y = 10.24821$

$\sum X^2 = 2.61111$ $\sum X \cdot Y = 3.18418$

$5a_0 + 0.33333\,a_1 = 10.24871$

$0.33333\,a_0 + 2.61111\,a_1 = 3.18418$

$a_0 = 1.9853$, $a_1 = 0.96603$

$a_0 \cong 2$ $a_1 \cong 1$

$B = a_0 = 2$, $A = a_1 = 1$

$y = \frac{x}{A+Bx} = \frac{1}{1+2x} = \frac{1}{1+2x}$ bulunur.

ödevler

a)

x	1	2	3	4	5
y	2	5	10	17	26

$y = \frac{A}{x+B}$

b)

x	1	2	3	4	5
y	0.2	2	4.2	8	13

$y = A \cdot x^B$

c)

x	-1	0	1	3
y	13.65	1.38	0.49	0.15

$y = \frac{1}{(Ax+B)^2}$

x	1	2	5	7
	2.1	2.9	6.1	8.3

$f(x) = a_0 + a_1 x = ?$

$n = 4$ $\quad \sum x^2 = 79$

$\sum x = 15$ $\quad \sum x \cdot y = 96.5$

$\sum y = 19.4$

$4 \cdot a_0 + 15 a_1 = 19.4$

$15 \cdot a_0 + 79 a_1 = 96.5$

$a_0 = 0.9352$ $\quad f(x) = 0.9352 + 1.0440x$

$a_1 = 1.0440$

x	y	$f(x) = a_0 + a_1 x$	$e = y - f(x)$
1	2.1	1.9791	0.1209
2	2.9	3.0231	−0.1231
5	6.1	6.1549	−0.0549
7	8.3	8.2429	0.0571

Örnek:

$$\begin{bmatrix} 22.125 & 12.5 & 7.5 \\ 12.5 & 7.5 & 5 \\ 7.5 & .5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3 \\ 1.41 \\ 1.05 \end{bmatrix}$$

$p(x) = -0.1086x^2 + 0.3611x + 0.0117$

x	y	$p(x)$	$e = y - p(x)$
0	0	0.0117	−0.0117
0.5	1.9	0.1651	0.0249
1.0	0.26	0.2643	−0.0043
1.5	0.29	0.3091	−0.0191
2.0	0.31	0.2997	0.0103

ÖDEV:

x	0	0.5	1	1.5	2
y	1	0.5	0.30	0.2	0.2

$y = \dfrac{1}{Ax + B} = ?$

$Y = \dfrac{1}{y} = 1, 2, 3.33333, 5, 5$

$A = 2.2, \quad B = 1.0667$

$y = \dfrac{1}{2.2x + 1.0667}$

$$a_0 n + a_1 \sum x = \sum y$$

$$a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy$$

$n=5,\quad \sum x = 273.1,\quad \sum x^2 = 18607.22000$

$\sum y = 4438,\quad \sum xy = 254932.50000$

$a_0 = 702.2$

$a_1 = 3.39500$

$f(x) = a_0 + a_1 x = \underline{702.2 + 3.395x}$

Non-lineer DATA

Bir çok deneysel araştırmalarda e^{Bx} gibi değişkenler olabilir.

$y = Ax^B, \quad y = Ae^{Bx}$

$\ln y = \ln A + B \ln x, \quad \ln y = \ln A + Bx$

veya $y = A \cdot B^{cx} \Rightarrow \dfrac{1}{y} = A + b e^{-x}$

مثال

x	0	2	4	6	8	10
y	1	5.1	9	13	17	21

$f(x) = a_0 + a_1 x = ?$

x	y	x^2	xy
0	1	0	0
2	5.1	4	10.2
4	9	16	36
6	13	36	78
8	17	64	136
10	21	100	210

$n = 6$

$\sum x = 30 \quad \sum y = 66.1, \quad \sum x^2 = 220, \quad \sum xy = 470.2$

$6a_0 + 30a_1 = 66.1$

$30a_0 + 220a_1 = 470.2$

$a_0 = 1.038, \quad a_1 = 1.996$

$f(x) = 1.038 + 1.996x$

مثال

x	0	1	2
y	1	2	6

$f(x) = Ae^{BX} = ? \qquad y = Ae^{Bx}$

$\ln y = \ln A + Bx \ln e = \ln A + Bx$

$Y = \ln y, \quad X = x \quad , \ln A = a_0, \quad B = a_1$

X	0	1	2
Y	$\ln 1 = 0$	$\ln 2 = 0.69315$	$\ln 6 = 1.79176$

$\Rightarrow$

$n = 3$

$\sum X = 3$

$\sum X^2 = 1 + 4 + 0 = 5$

$\sum Y = 2.48491$

$\sum XY = 4.27667$

$3a_0 + 3a_1 = 2.48491$

$3a_0 + 5a_1 = 4.27667$

$a_0 = -0.07 \quad A = e^{a_0} = e^{-0.07} = 0.9$

$a_1 = 0.89588$

$f(x) = 0.9 e^{0.89588x}$

Örnek:

i	0	1	2	3	4	5
x	0	0.4	0.8	1.2	1.6	2
y	1	4.341	6.916	6.358	5.024	3.639

Tablosundan $f(x) = c_1 + c_2 x + c_3 \sin x + c_4 \sin x$ şeklinde bir fonksiyonu uydurulması istensin

$n = 6$

$g_1(x) = 1$

$g_2(x) = x$

$g_3(x) = \sin x$

$g_4(x) = \sin 2x$

örnek:

x	0.5	1	2	4
y	0.0625	0.5	4	32

için $y = A\, B^{x} = ?$

Çözüm: $\ln y = \ln A + x \cdot \ln B$

$Y = \ln y$, $\ln A = a_0$, $\ln B = a_1$

$X = x$

$Y = a_0 + a_1 X$

X	0.5	1	2	4
Y	$\ln(0.0625)$	$\ln(0.5)$	$\ln(4)$	$\ln(32)$
	$= -2.77259$	$= -0.69315$	$= 1.38629$	$= 3.46574$

$n = 4$, $\Sigma X = 7.5$, $\Sigma X^2 = \frac{1}{4} + 1 + 4 + 16 = 21.25$

$\Sigma Y = 1.88629$, $\Sigma X \cdot Y = 14.806065$
$= 14.8061$

$$\left.\begin{aligned} 4 \cdot a_0 + 7.5\, a_1 &= 1.88629 \\ 7.5\, a_0 + 21.25\, a_1 &= 14.8061 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} a_0 &= -2.4682 \\ a_1 &= 1.5679 \end{aligned}$$

$\ln A = a_0 \Rightarrow A = e^{a_0} = e^{-2.4682} = 0.08474$

$\ln B = a_1 \Rightarrow B = e^{a_1} = e^{1.5679} = 4.79657$

$y = f(x) = 0.08474 * (4.79657)^{x}$ fonksiyonu bulunur.

örnek:

x	1	2	4	5
y	2	3	5	6

a) $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 = ?$

b) $y = B e^{Ax} = ?$

örnek:

x	0	$\pi/2$	π	$\frac{3\pi}{2}$
	-9.5	-1.5	8.5	-1.5

$f(x) = a_0 + a_1 \sin x + a_2 \cos x$ olarak

kareler ile

$$y = \begin{bmatrix} -9.5 \\ -1.5 \\ 8.5 \\ -1.5 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi/2 \\ \pi \\ 3\pi/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.5 \\ -1.5 \\ 8.5 \\ -1.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -9 \end{pmatrix} \qquad f(x) = -1 - 9\cos x$$

x	0	0.5	1	1.5
	6.1	5.4	3.9	1.6

$y = a_0 + a_1 \cos x$ en küçük kareler ile

$$\begin{bmatrix} n & \sum \cos x \\ \sum \cos x & \sum \cos^2 x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum \cos x \cdot y \end{bmatrix}$$

$a_0 = 1.27258$
$a_1 = 4.78565$

$y = a_0 + a_1 \tan x$

$$\begin{bmatrix} n & \sum \tan x_k \\ \sum \tan x_k & \sum \tan^2 (x_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_k \\ \sum \tan x_k \cdot y_k \end{bmatrix}$$

x	0	0.5	1	1.5
	6.1	5.4	3.9	1.6

$$y = b + c \cos x$$

$$E = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - (b + c \cdot \cos x_i) \right]^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = bn + \sum_{i=1}^{n} c \cdot \cos x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = b \cdot \cos(x_i) + \sum c \cdot \cos^2 x_i = \sum \cos x_i \cdot y_i$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum \cos x_i \\ \sum \cos x_i & \sum \cos^2 x_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum \cos x_i \cdot y_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2.4884 & 2.067022 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 13.05931 \end{bmatrix}$$

$$y = A_0 + A_1 \cos w_0 t + B_1 \cos w_0 t$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum \cos w_0 t & \sum \sin w_0 t \\ \sum \cos w_0 t & \sum \cos^2 w_0 t & \sum \sin w_0 t \cdot \cos w_0 t \\ \sum \sin w_0 t & \sum \cos w_0 \sin w_0 t & \sum \sin^2 w_0 t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum y \cdot \cos w_0 t \\ \sum y \cdot \sin w_0 t \end{bmatrix}$$

$(0, -9.5), \ (\frac{\pi}{2}, -1.5), \ (\pi, 8.5), \ (\frac{3\pi}{2}, -1.5)$

$f(x) = a_0 \cdot x + a_1 \sin x + a_2 \cos x$

kağıt kendin yazdı

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.5 \\ -1.5 \\ 8.5 \\ -1.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow f(x) = 1 - 9 \cos x$$