12.02.19

OLASILIK VE İSTATİSTİK

Hafta-1

- **İstatistik:** ① Problemin belirlenmesi (Başarı durumunda cinsiyet etkili mi?)
  ② Verilerin toplanması
  ③ Toplanan verilerin düzenlenmesi
  ④ Hipotezin belirlenmesi
  - Ho (Null) .... yoktur
  - H1 .... vardır

  ⑤ Analizlerin yapılması
  ⑥ Sonuçların bulunması ve yorumlanması

- **Anakütle:** (Anakitle, Evren) Hakkında bilgi sahibi olmak istediğimiz birimlerden oluşan topluluğun tamamına denir.

** Anakütleye ulaşamama nedenleri → Çok büyük olması
→ Kalifiye elemanın yetersizliği
→ Maddi imkansızlık
→ Zamanın yetersizliği

! İstatistikte çoğu zaman anakütleye ulaşamayız. Bu sebeple elimizdeki verilerle analiz yapıp yaklaşık sonuçlar elde ederiz.

- **Örneklem:** Anakütleyi temsil ettiğini düşündüğümüz anakütleden daha az olan topluluğun tamamına denir.

- **Birim:** Örneklemi oluşturan bireylerin her birine birim denir.

- **Nitel Değişken:** Aldığı değerler sayıyla ifade edilemeyen değişkenlerdir.

- **Nicel Değişken:** Aldığı değerler sayıyla ifade edilebilen değişkenlerdir.

- **Bağımlı Değişken:** Etkilenen
- **Bağımsız Değişken:** Etkileyen

Örn: $\underbrace{\text{süt içim miktarı}}_{\text{bağımsız (etkileyen)}}$ ile $\underbrace{\text{boy uzama miktarı}}_{\text{bağımlı (etkilenen)}}$

Olasılık ve İstatistik

19.02.19

Hafta-2

Frekans Tablolarının Oluşturulması:

* Basit Dizi * Sınıflandırılmış Dizi * Gruplandırılmış Dizi

Basit Dizi: Genellikle az sayıda gözlem değerinin bulunması durumunda ve aynı değerle sadece bir kez karşılaşılması durumunda basit dizi tercih edilmektedir. Ham verilerin küçükten büyüğe ya da büyükten küçüğe doğru sıralanmasıyla basit dizi elde edilmiş olur.

NOT! $\sum_{i=1}^{N} X_i$ $N \rightarrow$ Anakütle $n \rightarrow$ Örneklem

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 1+2+3+\dots+10$$

Örn: Aşağıda verilen ham verileri basit dizi haline dönüştürünüz.

76, 64, 59, 78, 71, 68, 80, 85, 82, 65

Basit Dizi → 59, 64, 65, 68, 71, 76, 78, 80, 82, 85 $\Rightarrow \sum_{i=1}^{10} X_i$

Sınıflandırılmış Dizi: Basit diziye göre daha fazla ve aynı sayıda gözlem değerinin bulunması durumunda tercih edilmektedir.

Örn: Aşağıda 20 öğrencinin bir dersin sınavından almış oldukları notlar verilmektedir. Sınıflandırılmış dizi ve basit dizi haline getiriniz.

45, 80, 50, 95, 45, 50, 80, 50, 95, 80, 45, 50, 80, 50, 20, 95, 45, 95, 80, 20

Basit Dizi → 20, 20, 45, 45, 45, 45, 50, 50 . . . . . $\Rightarrow \sum_{i=1}^{20} X_i$

Sınıflandırılmış Dizi →

X_i	f_i
20	2
45	4
50	5
80	5
95	4

Gruplandırılmış Dizi:

* $k = \sqrt{n}$ k: Grup sayısı, n: Birim sayısı

* $c = \dfrac{X_{max} - X_{min}}{k}$ c: Grup genişliği

NOT! k ve c her zaman tam sayı olmalıdır.

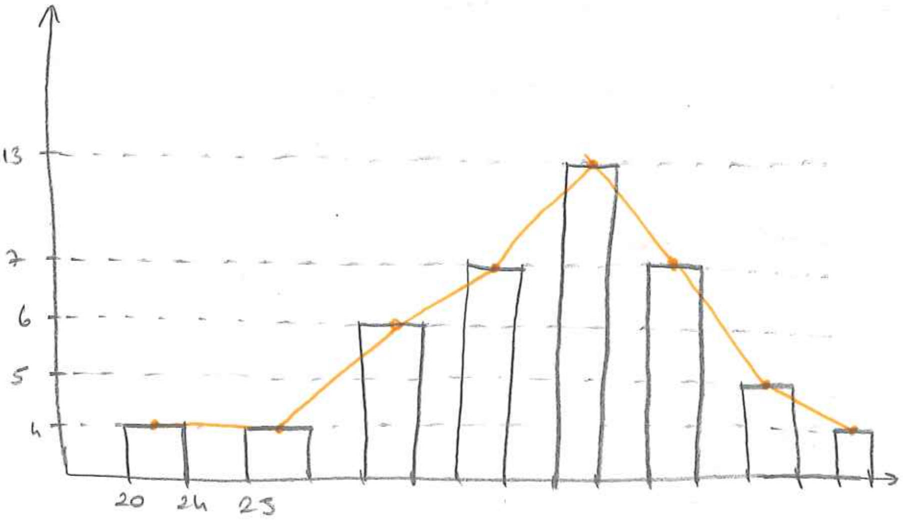
Örn: Aşağıda 50 işçinin yaşları verilmektedir.

56, 22, 35, 41, 38, 21, 25, 36, 55, 53, 48, 36, 45, 48, 20, 45, 47, 53, 52, 33, 46, 57, 27, 34, 44, 27, 30, 43, 40, 42, 37, 43, 44, 24, 33, 42, 44, 38, 32, 34, 43, 50, 41, 40, 43, 44, 39, 26, 51, 59

$k = \sqrt{50}$ $c = \dfrac{X_{max} - X_{min}}{k} = \dfrac{59-20}{8} = 4,875$ $\boxed{c=5}$

$k = 7,07$ $\boxed{k=8}$

Gruplar	İşçi Sayısı
20 - 24	4
25 - 29	4
30 - 34	6
35 - 39	7
40 - 44	13
45 - 49	7
50 - 54	5
55 - 59	4



Merkezi Eğilim Ölçüleri

* Ortalamalar :
① Aritmetik Ortalama
② Tartılı (Ağırlıklı) Ortalama

* Medyan (Ortanca):

* Mod (Tepedeğer):

	Basit Dizilerde Art. O.	Sınıflandırılmış Dizilerde Art. O.	Gruplandırılmış Dizilerde Art. O.
Anakütle Art. O.	$= \mu = \frac{\sum X_i}{N}$ X_i : Gözlem Değeri N : Anakütle Birim Sayısı	$\mu = \frac{\sum X_i F_i}{N}$ F_i = Frekans Değeri	$\mu = \frac{\sum U_i F_i}{N}$ U_i = Grup orta değeri $= \frac{\text{Alt Sınır} + \text{Üst Sınır}}{2}$ $= \frac{20+24}{2} = 22$
Örneklem Art. O.	$= \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ x_i : Gözlem Değeri n : Örneklem Birim Sayısı	$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$ f_i = Frekans Değeri	$\bar{x} = \frac{\sum u_i f_i}{n}$ u_i = Grup orta değeri

Örn: Aşağıda 50 öğrenci arasında rastgele seçilen 9 öğrencinin kitap okuma süreleri verilmektedir.
→ örneklem demek

119, 103, 96, 134, 101, 142, 97, 106, 128 A.O = ?

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1026}{9} = 114 \rightarrow \text{aritmetik ortalama}$$

Örn: Aşağıda 20 atletin belli bir mesafeyi koşma süreleri saniye türünden verilmiştir. A.O = ?

Koşma Süresi (X_i)	Atlet Sayısı (F_i)	X_iF_i
170	2	340
180	4	720
200	4	800
250	10	2500
		+ 4360

$$\mu = \frac{4360}{20} = 218$$

Örn:

Notlar	Öğrenci Sayısı	u_i	u_if_i
40 - 50	3	45	135
51 - 61	6	56	336
62 - 72	9	67	603
73 - 83	3	78	234
84 - 94	4	89	356
			+ 1664

grup

$$\bar{x} = \frac{\sum u_if_i}{n} = \frac{1664}{25} = 66{,}56$$

OLASILIK

05/03/19

Hafta-4

Merkezi Eğilim Ölçüleri	Değişkenlik Ölçüleri	İlişki Ölçüleri
◦ Ortalamalar	◦ Ranj (Değişim Aralığı)	◦ Korelasyon Analizi
◦ Medyan	◦ Varyans	◦ Regresyon Analizi
◦ Mod	◦ Standart Sapma	

Tartılı Ortalama: Öğrencilerin dönem sonu başarı ortalamalarının hesaplanmasında aritmetik ortalama yerine tartılı ortalama kullanılmaktadır. Bunun nedeni öğrencilerin aldıkları derslerin kredilerinin birbirinden farklı olmasıdır.

$$\boxed{\bar{X}_T = \frac{\sum x_i \cdot t_i}{\sum t_i}}$$

$x_i \rightarrow$ Başarı notları

$t_i \rightarrow$ Krediler

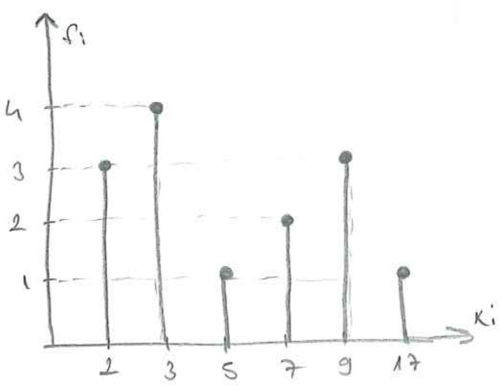
*** Örn:

Ders	AKTS	Başarı Notu	$x_i t_i$
A	1,5	A2 (4)	5,5
B	8	B2 (3.0)	24
C	6,5	C2 (2,3)	14,95
D	2	B2 (3,0)	6
E	3	B1 (3,3)	9,9
F	5	D1 (1,7)	8,5
G	1,5	C2 (2,3)	3,45
H	2,5	B1 (3,3)	+ 8,25
			80,6

$$\frac{80,6}{30} = 2,69 \rightarrow \bar{X}_T$$

Mod (Tepedeğer): Gözlem değerleri arasında en çok tekrar eden yani frekansı en büyük olan gözlem değerine mod denir. Modu bulmak için frekansa bakılır. Hangi sayının frekansı daha büyükse o sayı mod olarak kabul edilir. Modu diğer merkezi eğilim ölçüleri olan ortalama ve medyanda farkı bir dizide bir adet aritmetik ortalama ve medyan bulunurken aynı dizide birden fazla modun bulunabilmesidir.

◦ Basit Dizilerde Mod $\rightarrow$ 2, 7, 3, 9, 17, 2, 9, 5, 3, 2, 9, 3, 7, 3



mod = 3

◦ Sınıflandırılmış Dizilerde Mod

x_i	f_i	
35	4	
39	10	→ Mod Grubu
42	7	
45	3	
50	1	

◦ Gruplandırılmış Dizilerde Mod

$$Mod = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} \cdot c$$

L => Mod grubunun alt sınırı

Δ_1 => Mod grubunun frekansı — Mod grubunun bir önceki grubun frekansı

c => Grup genişliği

Δ_2 => Mod grubunun frekansı — Mod grubunda bir sonraki grubun frekansı

Örn! Bir fakültedeki öğrencilerin boy uzunluklarına ilişkin veriler verilmiştir. Bu öğrencilerin boy uzunluklarının modunu bulunuz.

Boy uzunluğu	Öğrenci Sayısı	
140 - 149	5	
150 - 159	100	
160 - 169	250	→ Mod Grubu
170 - 179	60	
180 - 189	10	

Alt Sınır

Üst Sınır

$169 - 160 + 1 = 10$

$\Delta_1 = 250 - 100$

$\Delta_2 = 250 - 60$

$$Mod = 160 + \frac{250-100}{250-100+250-60} \cdot 10$$

$$= 160 + \frac{150}{340} \cdot 10 = 164{,}41 \rightarrow Mod$$

Olasılık

12.03.19

Hafta - 5

Değişkenlik Ölçüleri: Gözlem değerlerinin, hem birbirlerinden hem de ortalamadan olan uzaklıklarının belirlenmesinde değişkenlik ölçülerinden yararlanılır. Değişkenlik ölçülerinin aldığı değerler arttıkça, değişkenlik artar.

1-) Ranj (Değişim Aralığı)

$$\boxed{\text{Değişim Aralığı} = X_{max} - X_{min}}$$

Örn: 7, 15, 11, 21, 17 ranjını bulunuz.

ranj $\Rightarrow 21 - 7 = 14$ ✓

Örn: Aşağıda iki farklı sınıfta okuyan 14 öğrencinin bir dersin ara sınavından aldıkları notlar verilmektedir.

Sınıf 1 → 55, 73, 26, 91, 33, 47, 88

Sınıf 2 → 71, 16, 59, 86, 29, 95, 66 hangi sınıfta okuyan öğrencilerin notları birbirine daha yakındır?

Değişim Aralığı 1 → $91 - 26 = 65$ ✓ Sınıf 1

Değişim Aralığı 2 → $95 - 16 = 79$

Basit Dizilerde	Sınıflandırılmış Dizilerde	Gruplandırılmış Dizilerde
Anakütle Varyansı $= \sigma^2 = \dfrac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$, $\mu = \dfrac{\sum x_i}{N}$	Anakütle Varyansı $= \sigma^2 = \dfrac{\sum f_i (x_i - \mu)^2}{N}$, $\mu = \dfrac{\sum x_i . f_i}{N}$	Anakütle Varyansı $= \sigma^2 = \dfrac{\sum f_i (u_i - \mu)^2}{N}$, $u_i = \dfrac{\text{Alt S.} + \text{Üst S.}}{2}$, $\mu = \dfrac{\sum u_i . f_i}{N}$
Anakütle Standart Sapması $= \sigma = \sqrt{\sigma^2}$	Anakütle Standart Sapması $= \sigma = \sqrt{\sigma^2}$	Anakütle Standart Sapması $= \sigma = \sqrt{\sigma^2}$
Örneklem Varyansı $= S^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$, $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$	Örneklem Varyansı $= S^2 = \dfrac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$, $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i . f_i}{n}$	Örneklem Varyansı $= S^2 = \dfrac{\sum f_i (u_i - \bar{x})^2}{n-1}$, $\bar{x} = \dfrac{\sum u_i . f_i}{n}$
Örneklem Standart Sapması $= S = \sqrt{S^2}$	Örneklem Standart Sapması $= S = \sqrt{S^2}$	Örneklem Standart Sapması $= S = \sqrt{S^2}$

NOT ! Sorularda seçilen kelimesi geçiyorsa S^2 ile olan formülleri (örneklem formüllerini) kullan.

Örn: Bir dahiliye doktoruna tedavi olan 100 hasta arasından rastgele seçilen 10 hastanın nabız değerleri verilmektedir. Varyansını ve standart sapmasını hesapla.

60, 65, 66, 68, 72, 82, 83, 86, 88, 90

$$\bar{x} = \frac{60+65+66+68+72+82+83+86+88+90}{10} = \frac{760}{10} = 76$$

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
60	60 − 76 = −16	256
65	−11	121
66	−10	100
68	−8	64
72	−4	16
82	6	36
83	7	49
86	10	100
88	12	144
90	+ 14	+ 196
	0	1082

sonuç hep "0" olmalı

$$S^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{1082}{9} = \boxed{120,2} \rightarrow \text{varyans}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$= \sqrt{120,2} = \boxed{10,96} \rightarrow \text{standart sapma}$$

Örn: 8 öğrencinin ara sınav notları verilmiştir. 55, 62, 68, 72, 75, 80, 83, 85

Varyans, standart sapma?

$$\mu = \frac{55+62+68+72+75+80+83+85}{8} = 72,5$$

$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
55 − 72,5 = −17,5	306,25
−10,5	⋮
−4,5	⋮
−0,5	⋮
2,5	⋮
7,5	⋮
10,5	⋮
12,5	+ 156,25
	766

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \mu)^2}{N} = \frac{766}{8} = 95,75$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{95,75} = 9,76$$

Olasılık

19.03.19
Hafta-6

Örn: Ceza sayısı / Öğrenci — standart sapma?

Sınıflandırılmış Dizi:

Ceza Sayı	Öğrenci
1	8
2	12
3	28
4	32
5	16
6	4

Aritmetik Ort.

① $\boxed{\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}}$

Varyans

② $\boxed{s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$

③ $\boxed{s = \sqrt{s^2}}$ standart sapma

$x_i f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i (x_i - \bar{x})^2$
8	1 - 3,48 = -2,48	6,15	49,2
24	2 - 3,48 = -1,48	2,19	26,28
84	⋮	⋮	6,44
⋮			⋮
+ 348			+ 152,96

$\frac{348}{100} = 3,48$ → aritmetik ort.

$\frac{152,96}{99} = 1,54$ → varyans

$\sqrt{1,54} = \underbrace{1,24}_{\text{standart sapma}}$

Örn: Bir grup öğrencinin bir dönemde devam ettikleri a dersinin final sınavından almış oldukları notlar verilmektedir. Varyans? Standar.S?

Gruplar	Öğrenci Sayısı
0-20	5
21-41	32
42-62	54
63-83	5
84-104	4

① $\boxed{U_i = \frac{\text{Alt Sınır} + \text{Üst Sınır}}{2}}$

② $\boxed{\mu = \frac{U_i * f_i}{N}}$ Aritmetik Ort

③ $\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum f_i (U_i - \mu)^2}{N}}$ Varyans

④ $\boxed{\sigma = \sqrt{\sigma^2}}$ Standart Sapma

U_i	$U_i f_i$	$U_i - \mu$
10	50	10 - 45,91 = -35,91
31	992	⋮
52	2808	
73	365	
94	+ 376	
	4591	

$(U_i - \mu)^2$	$f_i (U_i - \mu)^2$
1289,53	6447,65
222,31	7113,92
⋮	⋮
	+ 28484,38

$\mu = \frac{4591}{100} = 45,91$ aritmetik ort

$\sigma^2 = \frac{28484,38}{100} = 284,84$ varyans

$\sigma = \sqrt{284,84} = 16,88$ standart sapma

* İlişki Ölçüleri *

1) Regrasyon Analizi:

2) Korelasyon Analizi:

① Regrasyon Analizi

* Gelecekle ilgili tahminlerde bulunan analiz çeşididir.

$y = a + bx \Rightarrow \sum y = n.a + b\sum x \quad (1)$

$\sum xy = a\sum x + b\sum x^2 \quad (2)$

y: bağımlı değişken (Alınan not)

x: bağımsız değişken (Çalışma süresi)

$a = ?$

$b = ?$

Toplamlarla oluşturulan iki denklemi beraber çözüp a ve b'yi buluyoruz.

** Örn: (Böyle soru gelecek)

Aylık Gelir (x)	Aylık Et Tüketim Mik. (y)	xy	x^2
800	5,0	4000	640000
900	5,5	4950	810000
900	6,0	5400	1000000
1000	7,0	7000	|
1100	8,0	8800	|
1200	6,5	|	|
1200	7,5	|	|
1500	7,0	|	|
1800	8,5	|	|
	9,0		
+ 12000	+ 70	+ 87250	+ 15400000

(1) $70 = 10a + 12000 \quad / -1200$

(2) $87250 = 12000a + 15400000b$

$-84000 = -12000a - 14400000b$

$87250 = 12000a + 15400000b$

$3250 = 1000000b$

$\boxed{0,00325 = b}$

$y = 3,1 + 0,00325x$

$a = 3,1$

$a = 3,1$

a) Aylık geliri 2000 lira olan bir ailenin kaç kg et tüketmesi beklenir?

$y = 3,1 + 0,00325 x \rightarrow 2000$

$y = 3,1 + 6,5$

$\boxed{y = 9,6 \text{ kg}}$

Bo

Uzay Kaya Beyza Kaynar

Uzay Kaya Uzay Kaya

Beyza Kaynar Beyza

Uzay Kaya

Örn:

X Aylık Gelir	Y Aylık Kültürel Harcama	xy	x^2
850	80	68000	722500
1000	90	90000	1000000
1400	175	245000	|
1750	225	393000	|
2000	250	500000	|
2200	275	|	|
2500	300	|	|
3400	345	|	|
+ 15100	+ 1740	+ 3824750	+ 33395000

$y = a + bx \rightarrow$

(1) $\sum y = n.a + b\sum x$ (2) $\sum xy = a\sum x + b\sum x^2$

$-1887,5 /\ 1740 = 8a + 15100b$ $3824750 = 15100a + 33395000b$

Bu iki denklemi çözüyoruz

$$-3284250 = -15100a - 28501250b$$
$$3824750 = 15100a + 33395000b$$
$$+ \quad 540500 = 4893750b \quad \boxed{b = 0,11} \quad \boxed{a = 9,875} \quad \underline{y = 9,875 + 0,11x}$$

2) Aylık geliri 3500 tl olan bir ailenin aylık kültürel harcamasının kaç tl olması beklenir?

$$y = 9,875 + 0,11x \rightarrow 3500$$
$$y = 9,875 + 385 = \underline{394,875}$$

OLASILIK

26.03.19

Hafta-7

2-) Korelasyon Analizi: 2 değişken arasında ilişki olup olmamasının belirlenmesinde, eğer aynı yönlü mü yoksa ters yönlü mü, kuvvetli mi, yoksa zayıf mı olduğunun belirlenmesinde korelasyon analizinden yararlanılır. Korelasyon katsayısı "r" simgesi ile gösterilir. Bu katsayı -1 ile +1 arasındadır. $(-1 \leq r \leq 1)$

Sınavda Böyle Bir Yorumlama Sorusu Olacak

-1 — kuvvetli — -0,7 — orta — -0,3 — zayıf — 0 — zayıf — 0,3 — orta — 0,7 — kuvvetli — +1

$r<0$	$r=0$	$r>0$
ters yönlü ilişki	ilişki yok	aynı yönlü ilişki



$r=-0,69$ → iki değişken arasında ters yönlü ve orta düzey bir ilişki vardır.

$r=0,19$ → " " " aynı " " zayıf " " " ".

$r=0$ → iki değişken arasında ilişki yoktur.

$$\boxed{r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right)\left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}}}$$

Final sadece "Olasılık" olacak

Örn: 10 öğrencinin matematik ve istatistik notları verilmiştir. Korelasyonu yorumla.

x Mat	y İstatistik	x.y	x^2	y^2
75	78	5850	5625	6084
86	82	7052	7396	6724
58	65	3770	3364	4225
46	70	3220	2116	4900
58	44	2552	3364	1936
65	60	3900	4225	3600
68	70	4760	4624	4900
77	40	3080	5929	1600
70	82	5740	4900	6724
60	80	4800	3600	6400
+ 663	+ 671	+ 44724	+ 45143	+ 47093

$$r = \frac{44724 - \frac{663 \cdot 671}{10}}{\sqrt{\left(45143 - \frac{(663)^2}{10}\right)\left(47093 - \frac{(671)^2}{10}\right)}}$$

$$r = \frac{237}{1566} = 0,15$$

aynı yönlü zayıf ilişki

+0 ±0,3 aynı yönlü zayıf

Örn: Aşağıda 9 işçinin bir işte çalışma süresi ve memnuniyeti verilmiştir.

x Süre	y Memnuniyet	x.y	x^2	y^2
8	5,6	44,8	64	31,36
4	6,3	25,2	16	39,69
12	6,8	81,6	144	46,24
9	6,7	60,3	81	44,89
16	7,0	112	256	49
14	7,7	107,8	196	59,29
10	7,0	70	100	49
15	8	120	225	64
22	7,8	171,6	484	60,84
+ 110	+ 62,9	+ 793,3	+ 1566	+ 444,31

$$r = \frac{793,3 - \frac{110 . 62,9}{9}}{\sqrt{\left(1566 - \frac{110^2}{9}\right)\left(444,31 - \frac{62,9^2}{9}\right)}}$$

$r = 0,79$

aynı yönlü kuvvetli

02.04.19

Hafta-8

Olasılık

x Tecrübe Süresi	y Ceza Toplamları	xy	x^2
2	89	178	4
5	65	325	25
6	56	336	36
9	72	648	81
11	50	550	121
15	45	675	225
16	60	960	256
24	43	1032	576
		4704	1324

$\boxed{y = ax + b}$

$\boxed{\sum y = n.a + b \sum x}$

$\boxed{\sum xy = a \sum x + b \sum x^2}$

$480 = 8a + 88b \quad /-11$

$4704 = 88a + 1324b$

$-5280 = -88a - 968b$

$4704 = 88a + 1324b$

$-576 = 356b$

$\boxed{b = -1,62}$

$480 = 8a + 88(-1,62)$

$480 = 8a - 142,56$

$622,56 = 8a$

$\boxed{a = 77,82}$

Sınavda Var

$y = 72,82 - 1,62x \rightarrow$ regrasyon denklemi

b-) korelasyon katsayısı?

$$\boxed{r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x . \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right)\left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}}}$$

Sınavda Var

y^2
7921
4225
3136
5184
2500
2025
3600
1849
30440

$$r = \frac{4704 - \frac{88.480}{8}}{\sqrt{\left(1324 - \frac{88^2}{8}\right)\left(30440 - \frac{480^2}{8}\right)}}$$

$$= \frac{4704 - 5280}{\sqrt{(1324 - 968)(30440 - 28800)}}$$

$$= \frac{-576}{\sqrt{356.1640}} = \frac{-576}{764} = -0,75$$

ters yönde kuvvetli

Varyans: Basit, Sınıflandırılmış, Gruplandırılmış

	Anakütle	Örneklem	
Basit	$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$\rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$
Sınıflandırılmış	$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$\rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$
Gruplandırılmış	$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (u_i - \mu)^2}{N}$	$s^2 = \frac{\sum f_i (u_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$\boxed{u_i = \frac{\text{Alt S.} + \text{Üst S.}}{2}}$

Standart Sapma:

$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

$S = \sqrt{S^2}$

Örn! Seçilen 8 öğrencinin bir dersin arasınavından alınan notlar 20 üzerinden verilmiştir. Varyans, standart sapma? (14, 7, 11, 4, 9, 8, 1, 10)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{14+7+11+4+9+8+1+10}{8} = \frac{64}{8} = 8$$

$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
14-8 = 6	36
7-8 = -1	1
3	9
-4	16
1	1
0	0
-7	49
2	4
+ 0	+ 118

hep 0'a eşit

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{116}{7} = 16,57 \rightarrow \text{varyans}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{16,57} = 4,07 \rightarrow \text{standart sapma}$$

Sınavda Çıkar

Örn: Bir köyde yaşayan 110 ailenin ektikleri arazi alanlarına göre dağılım verilmiştir. Varyans? Standart Sapma?

Alan	Aile Sayısı
0 - 20	10
21 - 41	25
42 - 62	45
63 - 83	20
84 - 104	10
	+ 110

$$\boxed{U_i = \frac{A.S + Ü.S}{2}} \quad \boxed{\mu = \frac{U_i f_i}{N}} \quad \boxed{\sigma^2 = \frac{\sum f_i (U_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\mu = \frac{5615}{110} \cong 51$$

U_i	$U_i f_i$	$U_i - \mu$	$(U_i - \mu)^2$	$f_i (U_i - \mu)^2$
10	100	10 - 51 = -41	1681	16810
31	775	31 - 51 = 20	400	10000
52	2340	52 - 51 = 1	1	45
73	1460	73 - 51 = 22	484	9680
94	+ 940	94 - 51 = 43	1849	+ 18490
	5615			55025

$$\sigma^2 = \frac{55025}{110} = 500$$

$$\sigma = \sqrt{500} = 22,36$$

Sınavda Çıkar

Örn: Aşağıda bir fabrikada çalışan 45 işçinin aylık kazançları verilmektedir.

Kazanç		İşçi Sayısı	
1950 - 2000	Δ_1	9	
L → 2001 - 2051		13	Mod grubu
2052 - 2102	Δ_2	10	
2103 - 2153		7	
2154 - 2204		6	

$$\boxed{Mod = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot c}$$

$$2001 + \frac{4}{4+3} \cdot 51 = 2030,1$$

Mod grubunun alt sınırı

Grup genişliği (Üst S. - Alt S.) + 1
(2051 - 2001) + 1

Sınavda Çıkar

Örn: Pamukkale Üni. okuyan öğrencilerin aylık harcamaları, başarı ortalamaları, sigara kullanıp kullanmadıkları, durdukları bölümleri ve öğrenme türleri hakkında da bilgi sahibi olmak isteyen bir araştırmacı var. Fakat bu araştırmacı üniversitede okuyan öğrencilerin tamamına aynı anda ulaşamadığından dolayı bu öğrenciler arasından rastgele seçtiği 1450 öğrenciye ulaşıyor.

Anakütle: PAÜ'de okuyan öğrencilerin tamamı

Örneklem: " " öğrenciler arasından 1450 öğrencinin tamamı

Birim: " " " " " " herbiri

Veri: Birimlerden elde edilen bilgiler

Değişken: $\underbrace{\text{Aylık harcama tutarı}}_{\text{Nicel}}$, $\underbrace{\text{başarı ortalaması}}_{\text{Nicel}}$, $\underbrace{\text{sigara kullanıp kullanmadıkları}}_{\text{Nitel}}$ ....

Sınavda Çıkar

Medyan Çıkar

OLASILIK

Örnek Uzay: Bir istatistik deneyinde olabilecek tüm sonuçların oluşturduğu kümeye denir.

Bir zar atma deneyinde örnek uzay $\Rightarrow S = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

İki " " " " " $\Rightarrow S = \begin{Bmatrix} (1,1) \dots (1,6) \\ (2,1) \dots (2,6) \\ \vdots \\ (6,1) \dots (6,6) \end{Bmatrix}$

$6^n \rightarrow$ örnek uzay

$n \rightarrow$ atılan zar adedi

Olay: Örnek uzayın "S"nin her alt kümesine bir olay denir.

$$0 \le P(A) = \frac{\text{İlgilenilen olaydaki gözlem sayısı}}{\text{Olası tüm sonuçların sayısı}} \le 1$$

Örn: İki zar aynı anda havaya atılıyor. Sadece ikincinin çift gelme olasılığı nedir?

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$$

Örn: Üç zar aynı anda atılıyor. Üçüncüde asal sayı gelme olasılığı nedir?

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$$

Olasılıkta Toplama Kuralı: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A) =$ A olayının gerçekleşme olasılığı

$P(B) =$ B " " "

$P(A \cap B) =$ A ve B olaylarının birlikte gerçekleşme olasılığı

$\cup \rightarrow$ veya

$\cap \rightarrow$ ve

Örn: Atılan bir zarın tek gelme veya asal sayı gelme olasılığı

Tek gelme $A = \{1, 3, 5\}$ $s(A) = 3$

Asal gelme $B = \{2, 3, 5\}$ $s(B) = 3$

$A \cap B = \{3, 5\}$ $s(A \cap B) = 2$

$$\frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

Koşullu Olasılık (Bilindiği takdirde):

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \text{B olayı bilindiği takdirde}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \text{A olayı bilindiği takdirde}$$

$\cup \rightarrow$ veya

$\cap \rightarrow$ ve

$/ \rightarrow$ bilindiği takdirde

Örn: Atılan bir zarın çift sayı geldiği bilindiğine göre üç veya üçün katı gelme olasılığı kaçtır?

B olayı => atılan zarın çift sayı gelmesi = {2, 4, 6} s(B) = 3

A olayı => " " 3 veya 3'ün katı gelmesi = {3, 6} s(A) = 2

$A \cap B = \{6\}$ $s(A \cap B) = 1$

$$\frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

Sınavda çıkar

Örn: Hükümetin uygulamak istediği yeni bir vergi hakkındaki görüşleri öğrenmek amacıyla 500 seçmene anket uygulandı.

	Kabul	Kararsız	Red	Top.
A	63	69	76	210
B	95	34	54	183
C	58	34	38	107
Top.	218	114	168	500

a-) Rastgele seçilen bir seçmenin tasarımı reddetme olasılığı kaçtır?

$$\frac{168}{500}$$

b-) C partisinden olması ve tasarımı kabul etme olasılığı kaçtır?

$$\frac{58}{500}$$

c-) A partisinden olduğu bilindiğine göre kararsız olma olasılığı kaçtır?

$$\frac{\frac{69}{500}}{\frac{210}{500}} = \frac{69}{210}$$

d-) Anket yapan kişilerin A ve B partisinden olma olasılığı kaçtır?

$$\frac{210}{500} + \frac{183}{500} - 0 = \frac{393}{500}$$

e-) C partisinden olması veya tasarımı reddetme olasılığı kaçtır?

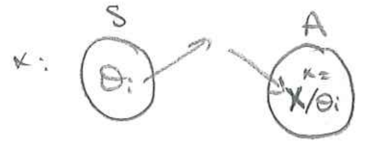
$$\frac{107}{500} + \frac{168}{500} - \frac{38}{500} = \frac{237}{500}$$

f-) B partisinden olmama olasılığı kaçtır?

$$1 - \frac{183}{500} = \frac{317}{500}$$

OLASILIK ...

Rassal Değişken: Rassal bir olayın sonuçlarını sayısal değerlerle ifade eden değişkene denir. S örnek uzayının her bir olayını yalnız 1 gerçeğe dönüştüren fonksiyondur. Bu fonksiyon örnek uzayda gerçel sayı kümesine örnektir.



İstatistik terminolojisinde rassal değişken büyük harfle, rassal değişkenin aldığı değerler ise küçük harfle ifade edilir.

$$S = \begin{Bmatrix} (1,1) \ldots (1,6) \\ \vdots \\ (6,1) \ldots (6,6) \end{Bmatrix}$$

Bu deneyde rassal değişken;
X = iki zarın üzerindeki noktaların toplamı. Buna göre X rassal değişkeninin aldığı değerler aşağıda gösterilmiştir.

$\underbrace{(1,1)}_{x} \rightarrow \underbrace{2}_{X}$ $(1,2),(2,1) \rightarrow 3$ $(1,3),(3,1),(2,2) \rightarrow 4$

$\ldots\ldots (5,6),(6,5) \rightarrow 11$ $(6,6) \rightarrow 12$

Bu örnekte X rasal değişkeninin aldığı değer kümesi
$\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

Kesikli ve Sürekli Değişken...

Kesikli değişkenin alabileceği değerlere örnekler $\Rightarrow X = 0,1$ $X = 0,1,2,3 \ldots$ $X = k, k+1 \ldots$

Sürekli " " " " $\Rightarrow 0 < X < 1$ $0 < X < 100$ $-\infty < X < \infty$

Olasılık Fonksiyonları: X kesikli rasal değişkeninin aldığı değerler ve bu değerlere karşılık gelen olasılıklı ifadeler olasılık fonksiyondur.

$X=x$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X=x)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

Olasılık fonk. olabilmesi için

① $0 \leq P(X=x) \leq 1$

② $\sum P(X=x) = 1$

Örn: $P(X=x) = \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x \left(\frac{1}{5}\right)^{1-x} & x = 0,1 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$

$P(X=x) = \left(\frac{4}{5}\right)^0 \left(\frac{1}{5}\right)^1 + \left(\frac{4}{5}\right)^1 \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$

$P(X=2) = 0$

Örn: $P(x) = \begin{cases} c(x+5) & x = 1,2,3 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$ $c = ?$

$c(1+5) + c(2+5) + c(3+5) = 1$

$6c + 7c + 8c = 1$ $\boxed{c = \frac{1}{21}}$

Örn: d herhangi bir ürüne ait talebi gösteren ve aşağıdaki fonksiyona sahip rastgele bir değişkendir. Buna göre $k=?$

$$f(d)=\begin{cases}\frac{k2^d}{d!} & d=1,2,3,4\\ 0 & \text{diğer durumlar}\end{cases}$$

$\sum f(d_i)=1$ $\quad d=1 \Rightarrow \frac{k2}{1}=2k \quad d=2\Rightarrow \frac{k4}{2}=2k$

$d=3\Rightarrow \frac{8k}{6} \quad d=4\Rightarrow \frac{16k}{24}$

$2k+2k+\frac{4k}{3}+\frac{2}{3}k=1 \quad \boxed{k=\frac{1}{6}}$

Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu: $x\in(-\infty,\infty)$ aralığında negatif olmayan bir $f(x)$ fonk. varsa bu fonksiyona olasılık yoğunluk fonksiyonu denir.

Olasılık yoğunluk fonk. olabilmesi için

1. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x).dx=1$
2. $P(a\le x\le b)=\int_a^b f(x).dx$

Örn: x sürekli bir değişkendir. f(x) aşağıdaki gibi tanımlanmışsa f(x)'in bir olasılık yoğunluk fonk. olabilmesi için $C=?$

$$f(x)=\begin{cases}C(x+1) & 1<x<3\\ 0 & \text{diğer durumlar}\end{cases}$$

$\int_1^3 C(x+1)=1$

$C\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_1^3=1 \quad \boxed{C=\frac{1}{6}}$

Sınavda çıkar

Örn: x, bir pilin şarj süresini gösteren değer olsun. Olasılık yoğunluk fonk;

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} & x>0\\ 0 & \text{diğer durumlar}\end{cases}$$

a-) Bu pilin 1 saatten az veya 3 saatten çok sürede dolma olasılığı?

b-) Pilin 1 saatten uzun bir sürede dolduğu biliniyorsa bu sürenin 2 saatten uzun olma olasılığı?

a-) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$=\int_0^1 \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}.dx+\int_3^{\infty}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}.dx=-e^{-1/2}+1+(-1)e^{-\infty}+e^{-3/2}$

$=1-e^{-1/2}+e^{-3/2}=1-0,61+0,22=\boxed{0,61}$

b-) $P(x>2/x>1)=\frac{P(x>2)}{P(x>1)}$

$$=\frac{\int_2^{\infty}\frac{1}{2}e^{-x/2}.dx}{\int_1^{\infty}\frac{1}{2}e^{-x/2}.dx}=\frac{e^{-\infty}+e^{-1}}{e^{-\infty}+e^{-1/2}}=\frac{e^{-1}}{e^{-1/2}}=\frac{0,36}{0,61}=\boxed{0,61}$$

OLASILIK

07.05.19
Hafta-13

Beklenen Değer: E(x) ile gösterilir.

* $E(c) = c$
  $E(3) = 3$
* $E(x+5) = E(x) + 5$
* $E(cx) = c\,E(x)$
  $E(2x) = 2E(x)$
* $E(x+y) = E(x) + E(y)$

Örn: Düzgün bir para 3 kez atılsın. Bulunan turaların sayısı için beklenen değer nedir?

Örnek Nokta	Tura sayısı	Olasılık
TTT	3	1/8
TTY	2	1/8
TYT	2	1/8
YTT	2	1/8
TYY	1	1/8
YTY	1	1/8
YYT	1	1/8
YYY	0	1/8

Olasılık Fonksiyonu

x_i	0	1	2	3
$P(x_i)$	1/8	3/8	3/8	1/8

$$E(x) = \sum x_i P(x_i)$$
$$= 0 + 1\left(\frac{3}{8}\right) + 2\left(\frac{3}{8}\right) + 3\left(\frac{1}{8}\right)$$
$$E(x) = \frac{12}{8}$$

Kesikli Rassal Değişkenlerde Beklenen Değer

$$E(x) = \mu_x = \sum x_i P(x_i)$$

μ_x: aritmetik ort.

Örn: Atılan bir zarın üst yüze gelen sayılarının beklenen değeri kaçtır?

Olasılık Fonksiyonu

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$E(x) = \sum x_i P(x_i) = 1\cdot\frac{1}{6} + 2\cdot\frac{1}{6} + \dots + 6\cdot\frac{1}{6}$$
$$= \frac{21}{6} = 3{,}5$$

Örn: X rassal değişkeni olasılık fonk.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; 0 \le x \le 2 \\ 0 & ; \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad E(x) = ?$$

x_i	0	1	2	3	4	...
$P(x_i)$	1/2	1/2	1/2	0	0	...

$$E(x) = \sum x_i P(x_i)$$
$$= 0 + \frac{1}{2} + 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

NOT! Olasılık fonk. ise "Kesikli" ($\sum$)
Olasılık yoğunluk fonk. ise "Süreklidir" ($\int$)

Kesikli Değişkenlerde Varyans ! Buradan 1 soru gelecek !

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 \quad **$$
$$= E(x^2) - \mu_x^2$$

Örn! x rassal değişkenin olasılık fonksiyonu aşağıda verilmiştir. Varyans?

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x=1 \\ \frac{1}{4} & x=2 \\ \frac{2}{4} & x=3 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

$$E(x) = x \cdot \frac{1}{4} + x \cdot \frac{1}{4} + x \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4}$$

$$E(x^2) = x^2 \cdot \frac{1}{4} + x^2 \cdot \frac{1}{4} + x^2 \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{4}{4} + \frac{18}{4} = \frac{23}{4}$$

$$\sigma^2 = E(x^2) - [(E(x)]^2$$
$$= \frac{23}{4} - \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{11}{16}$$

Örn: Sağlık hizmetleri araştırmacısı tarafından bir klinige aileların yaptıkları yıllık ziyaret sayılarının olasılık dağılımları aşağıdaki gibi verilmiştir.

Ziyaret Sayısı	Olasılık [P(x)]
0	0,30
1	0,40
2	0,20
3	0,06
4	0,04

a-) Beklenen değerini bulunuz.

b-) Varyansını bulunuz.

a-) $E(x) = \sum x_i P(x_i)$
$$= 0 + 0{,}40 + 2(0{,}20) + 3(0{,}06) + 4(0{,}04)$$
$$= 1{,}14$$

b-) $E(x^2) = 0 + 0{,}40 + 4(0{,}20) + \ldots$
$$= 2{,}38$$

$$\sigma^2 = E(x^2) - [E(x)]^2$$
$$= 2{,}38 - (1{,}14)^2 = \boxed{1{,}0804}$$

Sürekli Rassal Değişkenlerde Beklenen Değer

** f(x) olasılık yoğunluk fonk. sahip bir x rassal değişkenin beklenen değeri

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x . f x . dx$$ ile hesaplanır.

Örn!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x^2 & 0 \le x \le 2 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Beklenen Değer?

$$E(x) = \int_0^2 x . \frac{3}{8}x^2 . dx = \frac{3}{8}\left(\frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^2 = \frac{3}{2}$$

Sürekli Rassal Değişkenlerde Varyans

$$V(x) = E(x-\mu)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)\,dx = \boxed{E(x^2) - [E(x)]^2}$$

Örn! x rassal değişkeni belirli bir merkezde A marka deterjanın haftalık talep olup;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & 0 \le x \le 2 \\ \frac{1}{2} & 2 < x \le 3 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

Varyans?

$$E(x) = \int_0^2 x \cdot \frac{1}{4} x \cdot dx + \int_2^3 x \cdot \frac{1}{2} \cdot dx$$

$$\frac{1}{4}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_2^3 = \frac{9}{12} + \frac{8}{4} - 1 = \frac{23}{12}$$

$$E(x^2) = \int_0^2 x^2 \frac{1}{4} \cdot x \cdot dx + \int_2^3 x^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot dx$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_2^3 = 1 + \frac{19}{6} = \frac{25}{6}$$

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = \frac{25}{6} - \left(\frac{23}{12}\right)^2 = 0,49$$

Örn! x tesadüfi değişkenin olasılık yoğunluk fonk.

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & 1 < x < 2 \\ -x+3 & 2 < x < 3 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

a) $E(x) = ?$
b) $V(x) = ?$
c) $E(3+2x) = ?$
d) $V(3x) = ?$
e) $V(2x+5) = ?$

$$E(x) = \int_1^2 x(x-1)\,dx + \int_2^3 x(-x+3)\,dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{-x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right)\Big|_2^3 = 2$$

NOT! $V(ax) = a^2 \cdot V(x)$

NOT! $V(c) = 0$ ← sabit sayı

$$E(x^2) = \int_1^2 x^2(x-1)\,dx + \int_2^3 x^2(-x+3)\,dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{+x^4}{4} + \frac{3x^3}{3}\right)\Big|_2^3 = \frac{50}{12}$$

$$V(x) = \frac{50}{12} - (2)^2 = \frac{1}{6}$$

$$E(3+2x) = 3 + 2\underbrace{E(x)}_{2} = 7$$

$$V(3x) = 9\underbrace{V(x)}_{\frac{1}{6}} = \frac{3}{2}$$

$$V(2x+5) = 4 \cdot \underbrace{V(x)}_{\frac{1}{6}} = \frac{2}{3}$$

OLASILIK

14.05.19

Hafta-14

Özel Dağılımlar

Kesikli Dağılımlar

1) Bernoulli Dağılımı
2) Binom Dağılımı
3) Poisson Dağılımı
4) Hipergeometrik Dağılım

Sürekli Dağılımlar

$\propto$

İşlemeyeceğiz

1-) Bernoulli Dağılımı:

Bir deneyde 2 sonuçla karşılaşıyorsak, "Bernoulli Dağılım"dır. Deney sonucunda başarı elde etme olasılığı p ise;

$$P(x) = \begin{cases} p^x (\overbrace{1-p}^{q})^{1-x} & x = 0,1 \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases} \qquad \underset{\text{olumlu}}{p} + \underset{\text{olumsuz}}{q} = 1$$

Bernoulli Değişkeninin;

* Aritmetik Ortalaması $\Rightarrow \mu = p$
* Varyansı $\Rightarrow \sigma^2 = p \cdot q$

Örn: x rastgele değişkenin olasılık fonksiyonu

$$P(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{1-x} & x = 0,1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Varyans? Beklenen Değer? (Arit. Ort)

$1 - p = q = \frac{3}{4}$ $\quad$ $E(x) = \mu = p = \frac{1}{4}$

$p = \frac{1}{4}$ $\quad$ $\sigma^2 = p \cdot q = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

Burdan soru var

2-) Binom Dağılımı:

Sadece 2 sonuç veren bir Bernoulli deneyinin n kez birbirinden bağımsız ve aynı koşullar altında tekrar ediliyorsa, bu dağılıma "Binom Dağılımı" denir. n tekrar sonucunda x kez başarılı sonuç n-x kez başarısız sonuç elde edilme olasılığı;

$$P(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & x = 0,1,\dots,n \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Binom Değişkeninin;

* Aritmetik Ortalaması $\Rightarrow \mu = n \cdot p$
* Varyansı $\Rightarrow \sigma^2 = n \cdot p \cdot q$

Örn: Bir hastalıktan kurtulma olasılığının $\frac{1}{3}$ olduğu biliniyor. Bu hastalığa yakalanmış 10 hastadan 3'ünün kurtulma olasılığı kaçtır?

Sınavda var

$$P(x) = \begin{cases} \binom{10}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{10-3} & x = 3 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$\frac{10 \cdot \cancel{9}^{3} \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2}} \cdot \frac{1}{27} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{5 \cdot 2^{10}}{3^9}$$

3-) Poisson Dağılımı: Genellikle bu dağılım belirli bir aralıkta gerçekleşme olasılığının çok küçük olduğu durumlarda kullanılır. X değişkeninin olasılık fonksiyonu;

$$P(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} & x = 0,1,2 \ldots n \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Poisson Değişkeninin;

* Aritmetik Ortalaması => $\lambda \rightarrow \boxed{\lambda = n.p}$
* Varyansı => λ

Örn: Kayıtlar bir arabanın belli bir köprüyü geçerken lastiğinin patlama olasılığı 100000'de 5 olduğunu gösterir. Bu köprüyü geçen 10000 araba içinde 2'sinin lastiğinin patlama olasılığı kaçtır?

$$\lambda = n.p$$
$$= 10000\,(0{,}00005)$$
$$\boxed{\lambda = 0{,}5} \quad \boxed{x=2}$$

$$P(x=2) = \frac{e^{-0,5} \cdot (0{,}5)^2}{2!} = 0{,}0758$$

Örn: Ciltlenen kitapların %2'sinin cildi bozuksa, ciltlediği 400 kitaptan 5'inin cildinin bozuk olma olasılığı kaçtır?

$$\lambda = n.p$$
$$= 400\,(0{,}02) \quad \boxed{\lambda = 8}$$

$$P(x=5) = \frac{e^{-8} \cdot 8^5}{5!} = \frac{(0{,}000324)(32768)}{120}$$

$$= 0{,}093$$

4-) Hipergeometrik Dağılım:

$$h(x; n, N, M) = \frac{\overset{\text{olumlu}}{\binom{M}{x}} \overset{\text{olumsuz}}{\binom{N}{n-x}}}{\underbrace{\binom{M+N}{n}}_{\text{toplam}}} \quad x = 0,1,2 \ldots n$$

Örn: İçinde 10 sağlam 4 arızalı mal bulunan bir yerden 5 mal alınmıştır. 3'ünün sağlam çıkma olasılığı kaçtır?

$$P(x) = \frac{\overset{\text{sağlam}}{\binom{10}{3}} \overset{\text{arızalı}}{\binom{4}{2}}}{\underbrace{\binom{14}{5}}_{\text{toplam}}}$$

Örn: Bir işe başvuran 120 adaydan yalnız 80'i uygun niteliktedir. Ayrıntılı bir görüşme için adaylardan 5'i rassal olarak seçilirse yalnız 2'sinin uygun nitelikte çıkma olasılığı kaçtır?

$$P(x) = \frac{\binom{80}{2} \binom{40}{3}}{\binom{120}{5}} = 0{,}164$$