

Sayısal Sistemler-H6CD1

Kombinasyonel Devreler-3

Dr. Meriç Çetin
versiyon171020

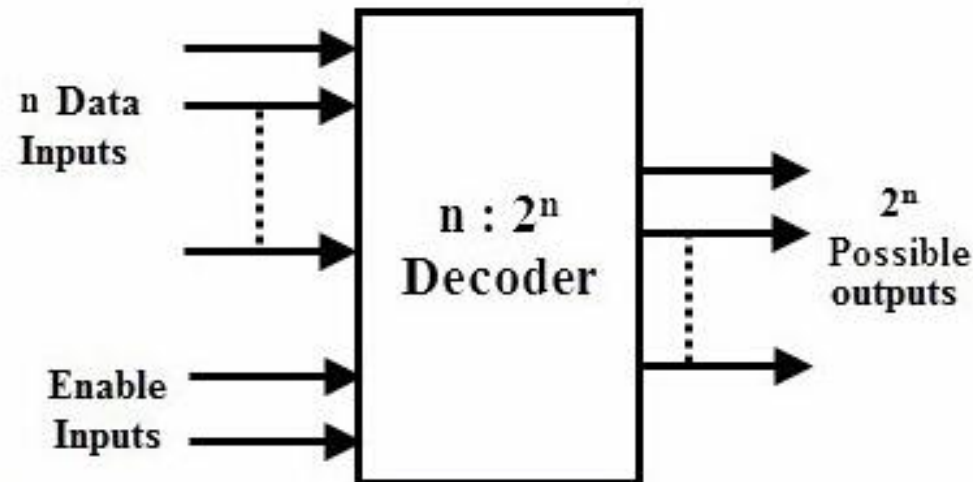
Bu derste öğreneceklerimiz

4 Combinational Logic

| | | |
|-------|--------------------------------------|-----|
| 4.1 | Introduction | 125 |
| 4.2 | Combinational Circuits | 125 |
| 4.3 | Analysis Procedure | 126 |
| 4.4 | Design Procedure | 129 |
| 4.5 | Binary Adder–Subtractor | 133 |
| 4.6 | Decimal Adder | 144 |
| 4.7 | Binary Multiplier | 146 |
| 4.8 | Magnitude Comparator | 148 |
| [4.9 | Decoders | 150 |
| 4.10 | Encoders | 155 |
| 4.11 | Multiplexers | 158 |
| 4.12 | HDL Models of Combinational Circuits | 164 |

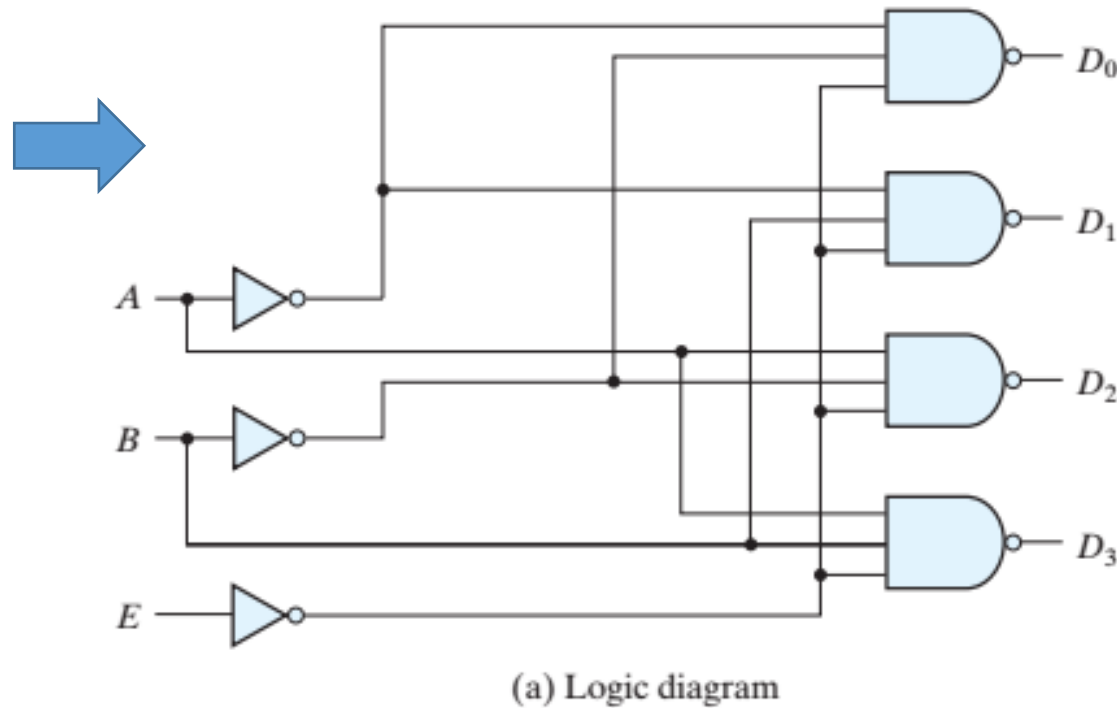
Kod çözücüler (Decoders)

- Sayısal sistemlerde ayrık bilgiler ikili kodlarla temsil edilir.
- n bitlik bir ikili kod, kodlanmış bilginin en fazla 2^n farklı elemanını temsil edebilir.
- Bir kod çözücü, ikili bilgileri n giriş hattından maksimum 2^n benzersiz çıkış hattına dönüştüren kombinyasyonel bir devredir.
- n -bit kodlu bilginin kullanılmayan kombinyasyonları varsa, kod çözücü 2^n den daha az çıktıya sahip olabilir.



- Burada sunulan kod çözücülere **nxm** kod çözücüler denir ($m \leq 2^n$). Örneğin 2x4, 3x8, 4x16,... kod çözücüler.
- Amaç; n giriş değişkeninin 2^n (veya daha az) mintermlerini oluşturmaktır.
- Kod çözücü tasarımları «active low» ya da «active high» mantığına göre yapılabilir.

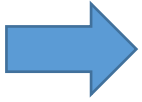
active low
decoder design



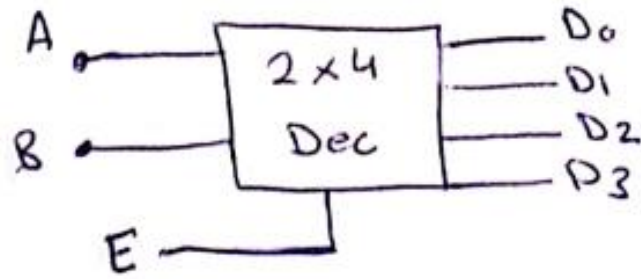
| <i>E</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>D</i> ₀ | <i>D</i> ₁ | <i>D</i> ₂ | <i>D</i> ₃ |
|----------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | <i>X</i> | <i>X</i> | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

(b) Truth table

FIGURE 4.19
Two-to-four-line decoder with enable input



active high decoder design



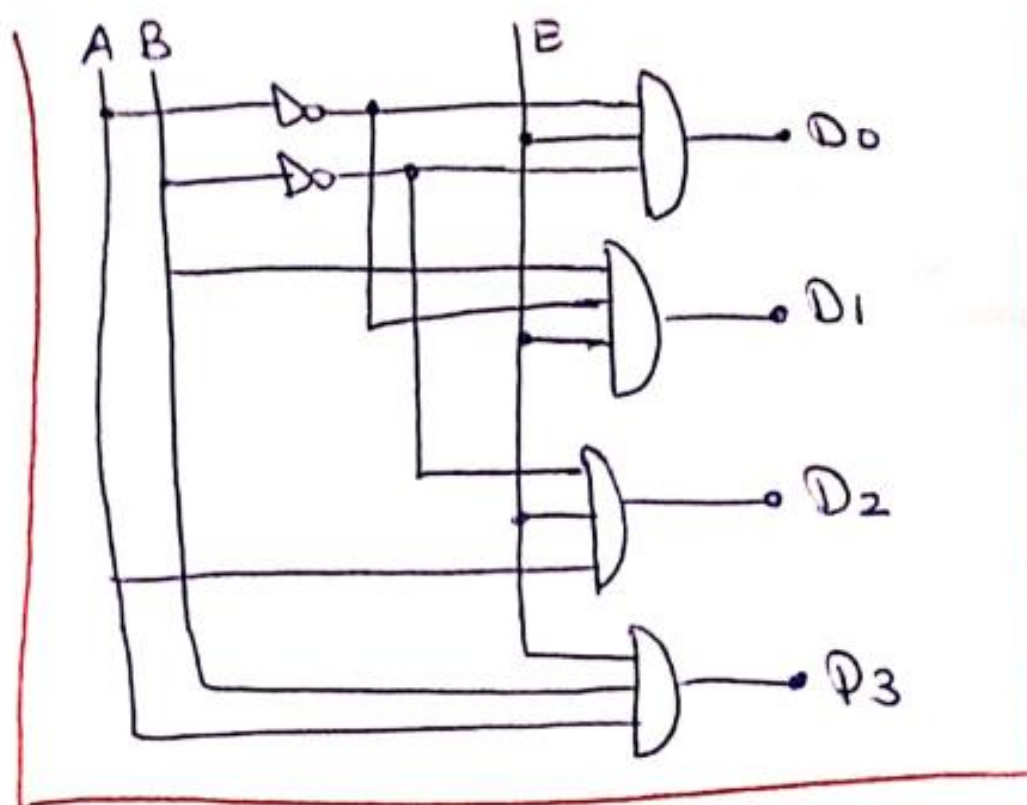
| <i>EN</i> | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>0</i> | <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | X | X | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

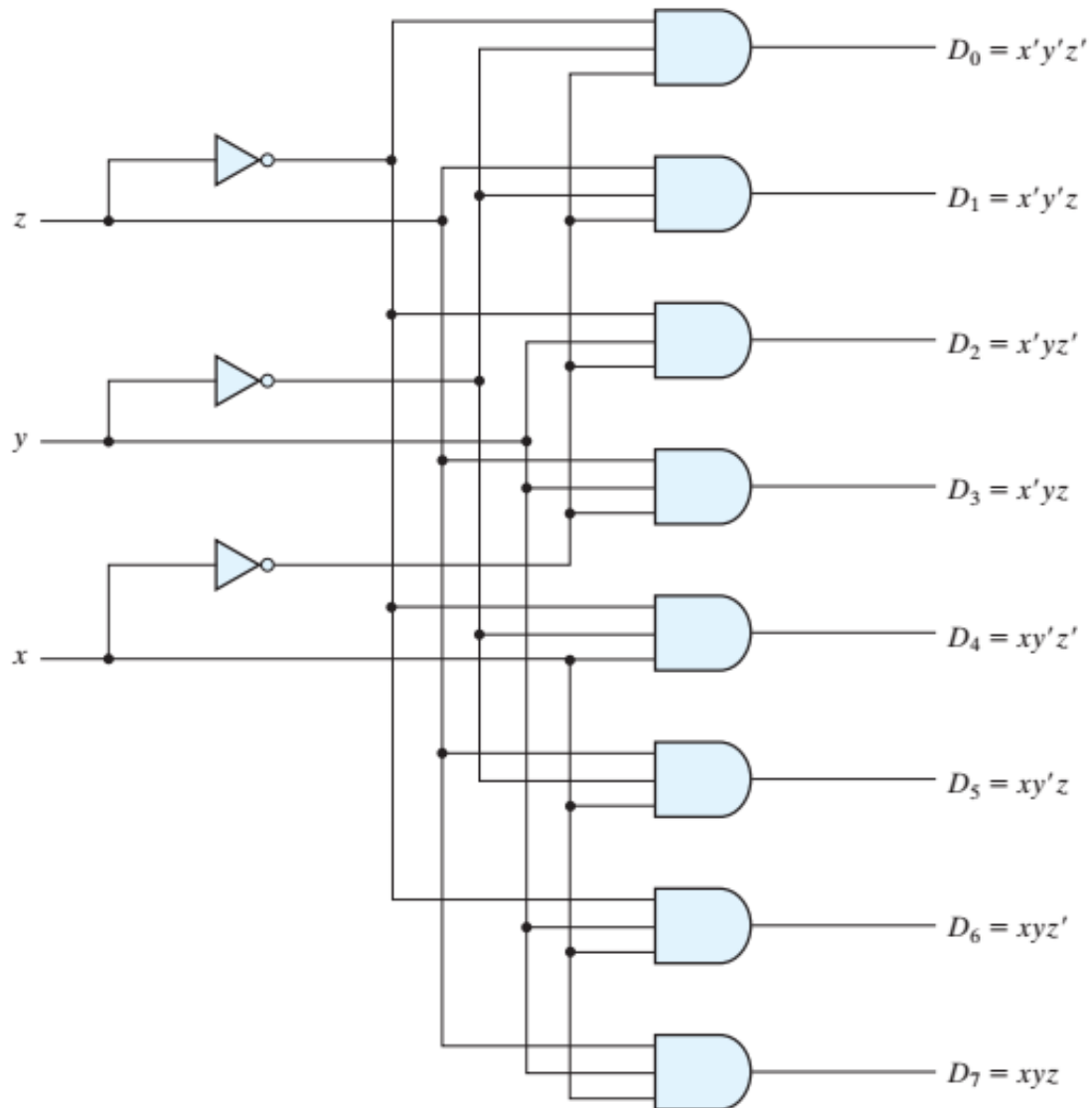
$$D_0 = E \bar{A} \bar{B}$$

$$D_1 = E \bar{A} B$$

$$D_2 = E A \bar{B}$$

$$D_3 = E A B$$





- Şekil 4.18'deki **3x8 hatlı kod çözücü** devresini düşünün. Üç girişin kodu, her biri üç giriş değişkeninin mintermlerinden birini temsil eden sekiz çıkışa çözülür.

Table 4.6
Truth Table of a Three-to-Eight-Line Decoder

| Inputs | | | Outputs | | | | | | | |
|----------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <i>x</i> | <i>y</i> | <i>z</i> | <i>D</i> ₀ | <i>D</i> ₁ | <i>D</i> ₂ | <i>D</i> ₃ | <i>D</i> ₄ | <i>D</i> ₅ | <i>D</i> ₆ | <i>D</i> ₇ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

FIGURE 4.18
Three-to-eight-line decoder

Çoğunluk Kod Çözümler

Bu devrede çıkış üç girişten en az ikisi doğru ise doğrudur.
Eğer iki veya daha fazla yanlış ise çıkış yanlıştır.

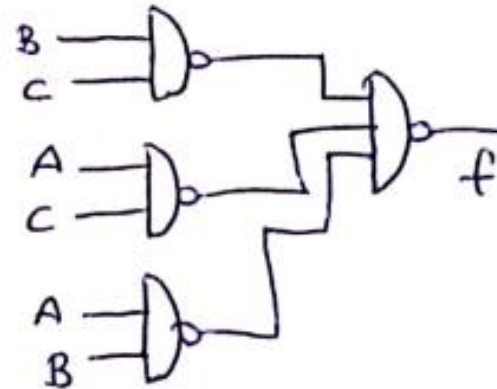
| A | B | C | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

| BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----|----|----|----|----|
| A | | | | |
| 0 | | | 1 | |
| 1 | | 1 | 1 | 1 |

$$f = BC + AC + AB$$

$$f = \overline{\overline{f}} = \overline{\overline{BC + AC + AB}}$$

$$f = \overline{\overline{BC} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AB}}$$



Azınlık Kod Çözücüler

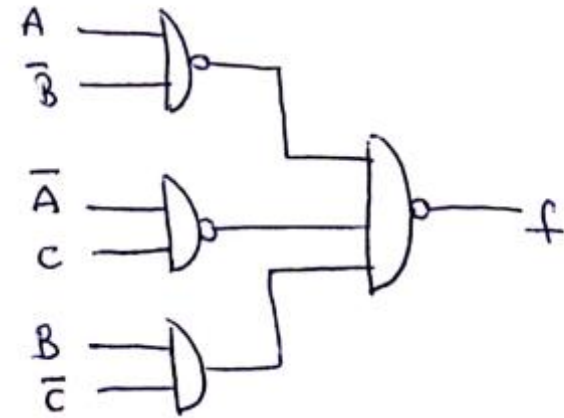
| A | B | C | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

| A | BC | | | |
|---|----|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | | 1 |

$$f = A\bar{B} + \bar{A}C + B\bar{C}$$

$$f = \bar{f} = \overline{A\bar{B} + \bar{A}C + B\bar{C}}$$

$$f = \overline{A\bar{B}} \cdot \overline{\bar{A}C} \cdot \overline{B\bar{C}}$$

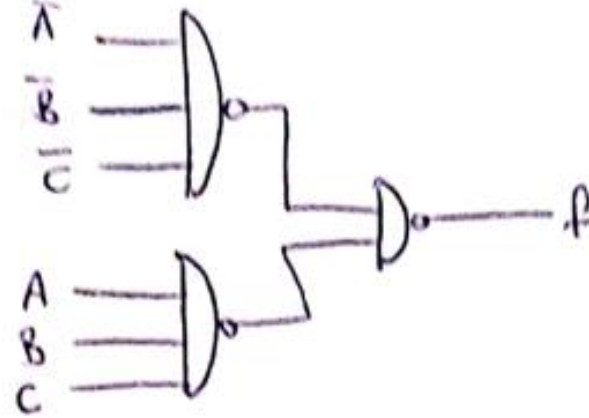


| A | B | C | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

$$f = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$f = \bar{f} = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC}$$

$$f = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{ABC}$$



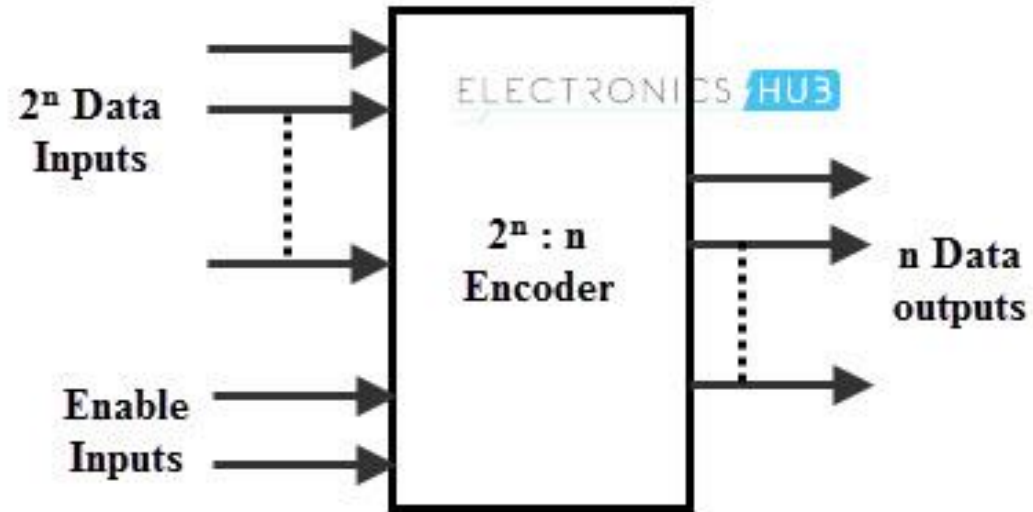
BCD Kod Çözücüler

- BCD kod çözücü devre; onluk (decimal) sistemi ikilik (binary) sisteme kodlayıcı devresinin tersini yapar. İkili olarak kodlanmış bilginin çözülerek çıkışlardan hangisinin aktif olacağını belirler. BCD kod çözücü 4 giriş 10 çıkışlı olup her seferinde tek bir çıkış 1 olmalıdır ki ilgili çıkışın aktif olacağı anlaşılabilir.

| D C B A | Q_9 | Q_8 | Q_7 | Q_6 | Q_5 | Q_4 | Q_3 | Q_2 | Q_1 | Q_0 | Çıkış | İfade |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------|
| 0 0 0 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | Q_0 | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ |
| 0 0 0 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | Q_1 | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ |
| 0 0 1 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | Q_2 | $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ |
| 0 0 1 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | Q_3 | $\bar{A}\bar{B}CD$ |
| 0 1 0 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Q_4 | $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ |
| 0 1 0 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Q_5 | $\bar{A}B\bar{C}D$ |
| 0 1 1 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Q_6 | $\bar{A}BC\bar{D}$ |
| 0 1 1 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Q_7 | $\bar{A}BCD$ |
| 1 0 0 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Q_8 | $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ |
| 1 0 0 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | Q_9 | $A\bar{B}\bar{C}D$ |

Kodlayıcılar (Encoders)

- Birleşik mantık devrelerinin en önemli uygulamalarından biri olan kodlayıcılar, bir kod çözücünün ters işlemini gerçekleştiren sayısal bir devrelerdir.
- Bir kodlayıcının 2^n (veya daha az) giriş hattı ve n çıkış hattı vardır.
- Kodlayıcılar türleri 4x2, 8x3, 16x4,.. şeklinde ifade edilir.



Kodlayıcılar (Encoders)

- 4x2'li bir kodlayıcıda

| D_3 | D_2 | D_1 | D_0 | Q_1 | Q_0 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Q_1 için iki tane minterm vardır bu durumdur:

$$Q_1 = \bar{D}_3 D_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0 + D_3 \bar{D}_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0 \text{ olur.}$$

$$= \bar{D}_1 \bar{D}_0 (\bar{D}_3 D_2 + D_3 \bar{D}_2) \Rightarrow \boxed{Q_1 = \bar{D}_1 \bar{D}_0 (D_2 \oplus D_3)}$$

Benzer şekilde;

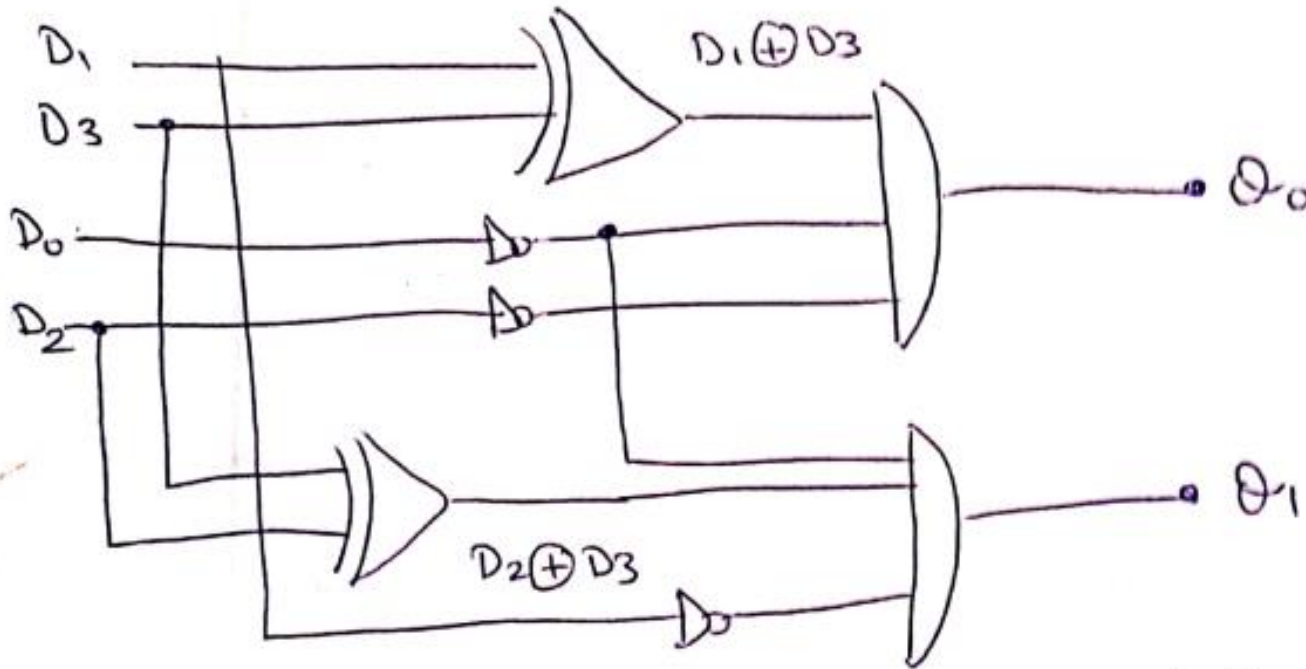
$$Q_0 = \bar{D}_3 \bar{D}_2 D_1 \bar{D}_0 + D_3 \bar{D}_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0 \text{ olur. Her iki ifadede de } \bar{D}_2 \bar{D}_0 \text{ ortak}$$

$$= \bar{D}_2 \bar{D}_0 (\bar{D}_3 D_1 + D_3 \bar{D}_1) \text{ olur} \Rightarrow \boxed{Q_0 = \bar{D}_2 \bar{D}_0 (D_1 \oplus D_3)}$$

Kodlayıcılar (Encoders)

- 4x2'li bir kodlayıcıda

| D_3 | D_2 | D_1 | D_0 | Q_1 | Q_0 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |



4x2 kodlayıcının kapılarla gerçekleştirilmesi

Kodlayıcılar (Encoders)

- 8x3'lü bir kodlayıcı için doğruluk tablosu Tablo 4.7'deki gibidir.

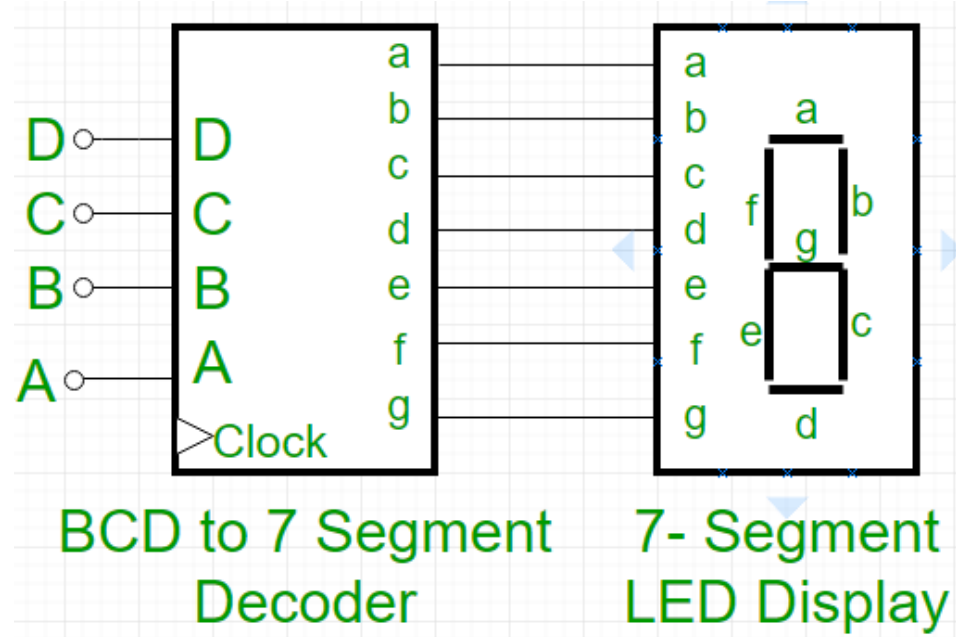
Table 4.7

Truth Table of an Octal-to-Binary Encoder

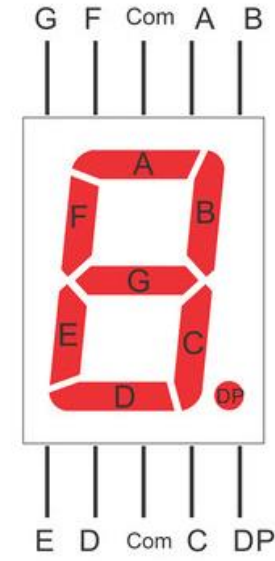
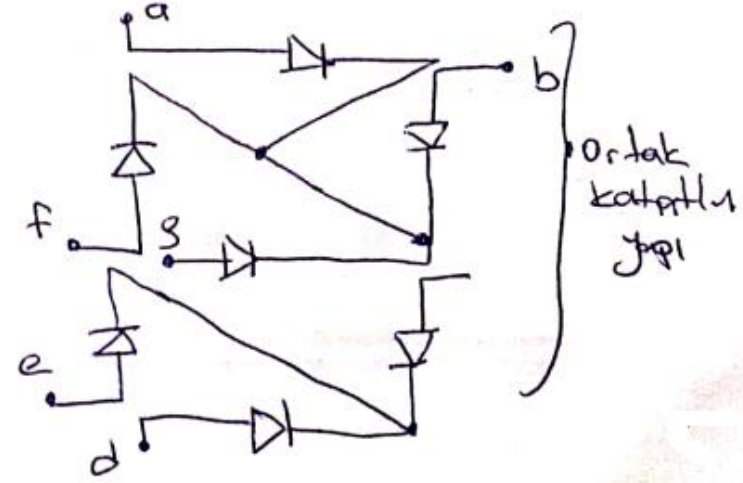
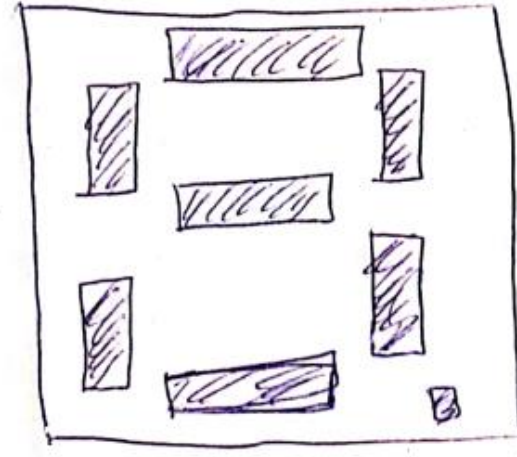
| Inputs | | | | | | | | Outputs | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|-----|-----|
| D_0 | D_1 | D_2 | D_3 | D_4 | D_5 | D_6 | D_7 | x | y | z |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Kod Çeviriciler (Code Converters)

- Farklı ikili sistemde kodlanmış sistemlerin birbirine dönüştürülmesi için kullanılırlar.
 - Örneğin gray koddan BCD koda çeviren devre, BCD'den 7 parçalı göstergeye (seven segment display) çeviren devre, ikili koddan gray koda çeviren devre, gray koddan ikili koda çeviren devre vb.
- Hesap makinelerinde basılan rakamın ekranda 7 parçalı göstergede görünmesi, bilgisayarlarda klavyeden veri girilmesi gibi işlemlerde bu tür kod çeviriciler kullanılır.
- Çevirici hangi iki sistem için tasarlanacak ise ona göre giriş/çıkış sayıları belirlenmelidir.
 - Örneğin BCD'den 7 parçalı göstergeye çevrim yapılacaksa BCD'den giriş yapılabilmesi için girişte 4 değişken olması gerekirken, çıkışta 7 değişken bulunmalıdır.



BCD'den Yedi Parçalı Göstergeye Çevirici



BCD Yedi parçalı kod çıkıcıda negatif değer ve kullanılmadığında ortada anılır, pozitif değer ve kullanıldığında ortada katı yapıdan söz edilir.

| Onluk | BCD | | | | Yedi parçalı Gösterge | | | | | | |
|-------|-----|---|---|---|-----------------------|---|---|---|---|---|---|
| | D | C | B | A | a | b | c | d | e | f | g |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Her bir çıkış Karnaugh diyagramları ile sadeleştirilirse;

f_a için

| DC \ BA | | | | |
|---------|----|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | | 1 | 1 |
| 01 | | 1 | 1 | 1 |
| 11 | x | x | x | x |
| 10 | 1 | 1 | x | x |

$$f_a = B + D + AC + \overline{A}\overline{C}$$

$$= B + D + \overline{A \oplus C}$$

f_b için

| DC \ BA | | | | |
|---------|----|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 01 | 1 | | 1 | |
| 11 | x | x | x | x |
| 10 | 1 | 1 | x | x |

$$f_b = \overline{C} + AB + \overline{A}\overline{B}$$

$$= \overline{C} + \overline{A \oplus B}$$

Her çıkış için (a, b, c, d, e, f, g) ayrı ayrı Karnaugh diyagramı düzenlenip çıkışların ifadeleri belirlenmelidir.