Weddle's Rule

$$I = \int_{x_0}^{x_6} y\,dx \simeq \frac{3h}{10}\left[y_0 + 5y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + 5y_5 + y_6 \right]$$

$n = 6$

$$\int_0^x \frac{t^3}{e^t - 1}\,dt = \phi(x)$$

$\phi(5) = ?$ Cevap $= 4.8998922$

Boole's Rule

$$\int_{x_0}^{x_4} f(x)\,dx \cong \frac{2h}{45}\left[7(f_0) + 32 f_1 + 12 f_2 + 32 f_3 + 7 f_4 \right] + E_n$$

$$E_n = -\frac{8}{945} h^7 f^{(6)}(c)$$

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx = \frac{2h}{45}\Big[7(f_0 + f_n) + 32\Big(\sum_{i \in \{1,3,5,\dots n-1\}} f_i\Big)$$

$$+ 12\Big(\sum_{i \in \{2,6,10,\dots n-2\}} f_i\Big)$$

$$+ 14\Big(\sum_{i \in \{4,8,12,\dots n-4\}} f_i\Big)\Big]$$

Boole Yöntemi

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx \simeq \frac{2h}{45}\Big[7(f_0+f_n)+32(f_1+f_3+f_5+\cdots) + 12(f_2+f_6+f_{10}+\cdots) + 14(f_4+f_8+f_{12}+\cdots)\Big]$$

$$\int_{x_0}^{x_4} f(x)\,dx = \frac{2h}{45}\left[7f_0+32f_1+12f_2+32f_3+7f_4\right] + E_n$$

$$E_n = -\frac{8}{945} h^7 f^{(6)}(c) \quad , \quad x_0 < c < x_4$$

Örnek: $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonu $x_0 = 1$ ve $x_n = 2$ aralık kullanarak Boole yöntemi için ve $n=8$ ile 4.d.p. yaklaşık çözünü ve hatayı veriniz.

Çözüm: $a=1$, $b=2$, $n=8$, $h=(b-a)/n = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8} = 0.125$

$$\int_{x_0}^{x_8} f(x)\,dx \simeq \frac{2h}{45}\left[7(f_0+f_8)+32(y_1+y_3+y_5+y_7) + 12(y_2+y_6) + 14 y_4\right]$$

$= 0.6931$ Boole yöntemi ile bulunur.

hata $= \text{abs}(0.6931 - \ln(2))$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln(x)\Big|_1^2 = \ln(2) - \ln(1) = \ln(2) - 0 = \ln(2)$$

örnek:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	1	0.9975	0.9900	0.9776	0.8604

Tabloya göre Boole yöntemi ile $\int_{x_0=0}^{x_4} f(x) = ?$

çözüm:

$$\int_{x_0}^{x_4} f(x)dx \cong \int_0^{0.4} f(x)dx \cong \frac{2h}{45}[7(f_0+f_4)+32(f_1+f_3)+12 \cdot f_2]$$

$$= \frac{2 \cdot (\frac{1}{10})}{45}[7(1+0.8604)+32(0.9975+0.9976) + 12 \cdot (0.99)] = \underline{0.39158}$$

Boole yöntemiyle yapılan çözüm $\underline{0.39158}$ bulunur.

örnek: $f(x) = 1+ e^{-x} \sin(4x)$ fonksiyonunu $[0,1]$ aralığında Boole yöntemiyle $n=4$ alarak sonucu 4.d.p olarak yazınız.

çözüm: $n=4$, $a=0$, $b=1 \Rightarrow h = \frac{1-0}{4} = 0.25$

n	$f(x)$
0	1
0.25	1.6553
0.50	1.5515
0.75	1.0667
1	0.72159

$$\int_0^1 f(x)dx \cong \frac{2(\frac{1}{4})}{45}[7(f(0)+f(1))+32(f(0.25)+f(0.75)) + 12 f(0.5)]$$

$= 1.30859$ bulunur.

% Boole kuralı

```
a=0;
b=1;
n=4;
h=(b-a)/n;
x=a:h:b;
for i=1:(n+1)
f(i)= 1+ exp(-x(i))*sin(4*x(i));
end
[x',f']
gercek= (21*exp(1)-4*cos(4)-sin(4))/(17*exp(1));
Booles=(2*h/45)*(7*(f(1)+f(n+1))
  +32*sum(f(2:2:n))
  +12*sum(f(3:4:n))
  +14*sum(f(5:4:n))   );

boole_hata=abs(gercek-Booles)
```

ödev: 1) $f(x)=\sqrt{x}$ fonk. $[1,6]$ aralığında $n=8$ için Boole yöntemiyle 4.dp bulun.

2) $\int_{-1}^{1} \ln(\ln(x+3))\,dx$ için Boole yöntemiyle bulduran MATLAB prog. yazınız

3) $\int_0^4 e^x\,dx$

4) $\int_0^1 \sin(\sqrt{x})\,dx$

5) $\int_0^1 x^3 \sin x\,dx = 0.17709$

Boole Yöntemi

$$\int_{x_0}^{x_4} f(x)\,dx \simeq \frac{2h}{45}\left[7f_0 + 32f_1 + 12f_2 + 32f_3 + 7f_4\right]$$

$x_0 \rightarrow$

$x_1 = x_0 + h$

$x_2 = x_1 + h = x_0 + h + h = x_0 + 2h$

$x_3 = x_2 + h = x_0 + 2h + h = x_0 + 3h$

$x_4 = x_3 + h = x_0 + 3h + h = x_0 + 4h$

$$E_n = -\frac{8}{945} h^7 f^{(6)}(c) \quad , \quad x_0 < c < x_4$$