Отчет

1 Авторы

Студенты группы M3439:

- Тепляков Валерий
- Плешаков Алексей
- Филипчик Андрей

2 Source code

Исходный код можно посмотреть тут

```
All tests passed.
```

3 Задание 1

4 Вопросы

1. Общая и каноническая форма задачи линейного программирования

Общая форма:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} c_j x_j \to max, \\ \sum a_{ij} x_j \leqslant b_i, \ i = \overline{1, m_1}, \\ \sum a_{ij} x_j \geqslant b_i, \ i = \overline{m_1 + 1, m_2}, \\ \sum a_{ij} x_j = b_i, \ i = \overline{m_2 + 1, m}. \end{cases}$$

Каноническая форма (только равенство + неотрицательность):

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} c_j x_j \to max, \\ \sum a_{ij} x_j = b_i, \ i = \overline{1, m}, \\ x_j \geqslant 0, \ \forall j. \end{cases}$$

2. Методы естественного базиса. Метод искусственного базиса
3. Доказать, что ОДР (область допустимых решений) является выпуклым множеством

Пусть произвольное условие $suma_{ij}x_j = b_i \equiv (a_i, x) = b$ выполнено в некоторых точках x_1 и x_2. Возьмем произвольную точку $x_l \in (x_1, x_2)$. Ее можно представить в виде $x_l = lx_1 + (1-l)x_2, \ l \in (0, 1)$. Тогда, для этой точки

$(a_i, x_l) = (a_i, lx_1 + (1-l)x_2) = l(a_i, x_1) + (1-l)(a_i, x_2) \leqslant lb + (1-l)b = (l + 1 - l)b = b$

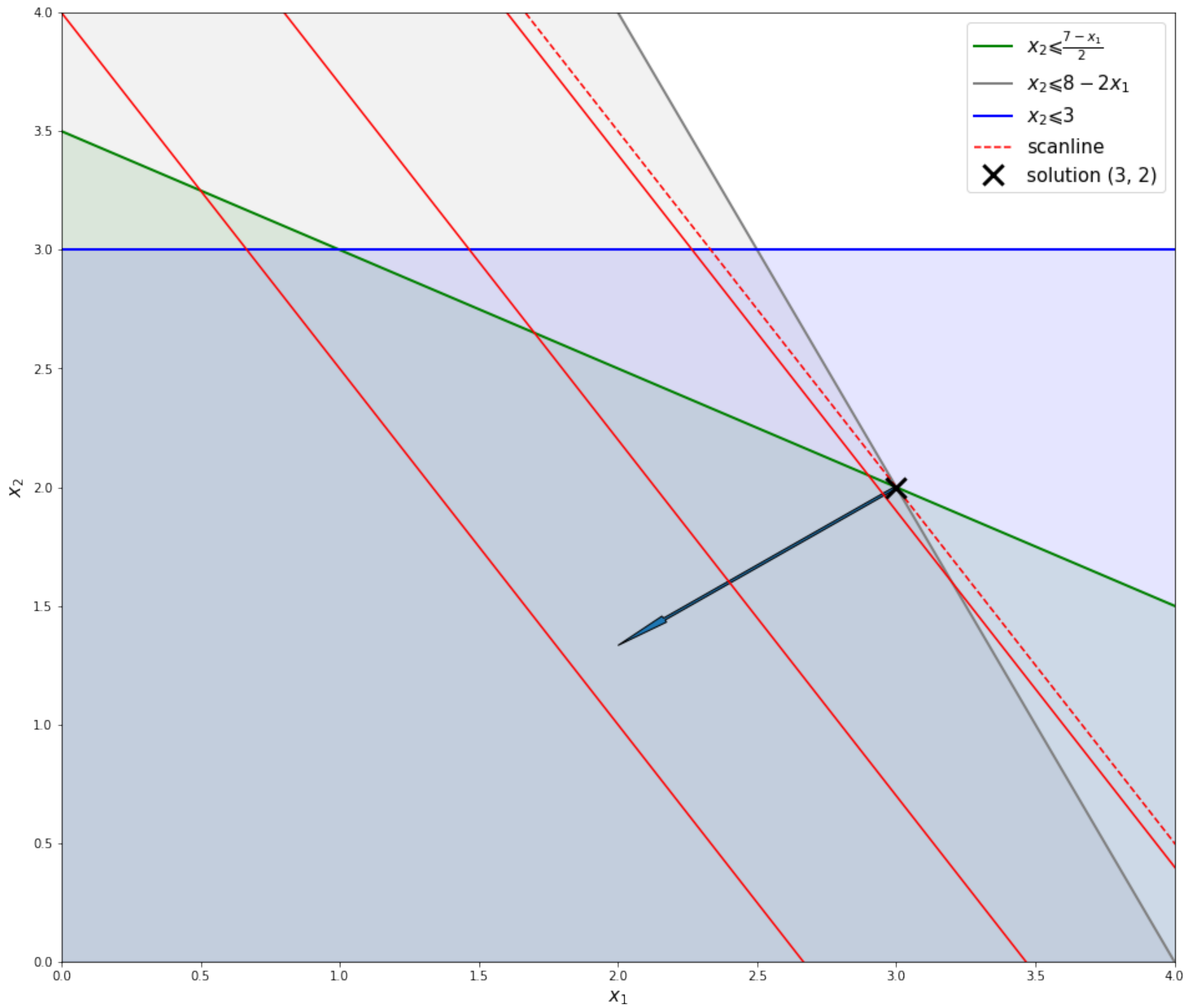
То есть $(a_i, x_l) \leqslant b$ и множество удовлетворяет условию выпуклости

4. Может ли ОДР в задаче линейного программирования состоять из одной единственной точки? Если да, то привести пример
5. Графический метод решения задачи линейного программирования. Используя графический метод, найти решение задачи линейного программирования:

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant 7, \\ 2x_1 + x_2 \leqslant 8, \\ x_2 \leqslant 3, \\ x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0. \end{cases}$$

Построим линии ограничений на осях x_1Ox_2. Будем двигать прямую с вектором нормы $(-3, -2)$ в направлении, противоположном вектору нормы (так как ищем минимум, а не максимум). $(3, 2)$ — решение, как крайняя точка



6. Найти все базисы системы равенств и соответствующие им базисные решения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_j \geqslant 0, \ j = 1,2,3,4. \end{cases}$$

Вычтем из сторой строки первую:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \ -2x_2 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

Очевидно, что ровно одна из переменных x_2, x_4 должна являться базисной; тогда вторую базисную переменную можно выбрать как x_1, так и x_4. Соответственно, все базисы и соответствующие им решения выглядят следующим образом:

- $x_1, x_2, (1,0,0,0)$
- $x_1, x_4, (1,0,0,0)$
- $x_2, x_3, (0,0,1,0)$
- $x_3, x_4, (0,0,1,0)$

7. В данной системе ограничений выразить базисные переменные указанного базисного допустимого решения

$\overline{x} = (1,2,0)^T$ через небазисные:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_j \geqslant 0, \ j = 1,2,3. \end{cases}$$

Так как в данном решении $x_3 = 0$, сделаем x_3 небазисной переменной. тогда $x_2 = 2 - x_3, x_1 = 3 - 2x_3 - x_2$, и решение действительно вычисляется в $(1,2,0)$.

8. Исследовать на оптимальность решение $\overline{x} = (0,0,1,1)^T$ задачи:

$$f(x) = x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 \to min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_4 = 1, \\ x_j \geqslant 0, \ j = 1,2,3,4. \end{cases}$$

При запуске симплекс-метода на данной системе видно, что решение $\overline{x} = (0,0,1,1)^T$ является оптимальным.