

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ («МАЛЫЕ») ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

Математическая логика, ИТМО, М3234-М3239, весна 2019 года

## Домашнее задание №1: «знакомство с исчислением высказываний»

1. Расставьте скобки:

(a)  $\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \neg\beta \vee \beta \ \& \ \neg\alpha \vee \neg\beta \rightarrow \alpha \ \& \ \alpha \rightarrow \alpha \vee \beta \vee \beta$

2. Покажите следующие утверждения, построив полный вывод (в частности, если пользуетесь теоремой о дедукции — раскройте все преобразования):

(a)  $\alpha \vee \beta \vdash \neg(\neg\alpha \ \& \ \neg\beta)$

(b)  $\alpha \ \& \ \beta \vdash \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$

(c)  $\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma \vdash \alpha \ \& \ \beta \rightarrow \gamma$

(d)  $\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \gamma \vdash \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma$

(e)  $\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$

3. Покажите следующие утверждения, построив полный вывод (за полный ответ будет считаться доказательство пяти утверждений из списка):

(a)  $\gamma \vdash \alpha \rightarrow \gamma$

(b)  $\alpha, \beta \vdash \alpha \ \& \ \beta$

(c)  $\neg\alpha, \beta \vdash \neg(\alpha \ \& \ \beta)$

(d)  $\alpha, \neg\beta \vdash \neg(\alpha \ \& \ \beta)$

(e)  $\neg\alpha, \neg\beta \vdash \neg(\alpha \ \& \ \beta)$

(f)  $\alpha, \beta \vdash \alpha \vee \beta$

(g)  $\neg\alpha, \beta \vdash \alpha \vee \beta$

(h)  $\alpha, \neg\beta \vdash \alpha \vee \beta$

(i)  $\neg\alpha, \neg\beta \vdash \neg(\alpha \vee \beta)$

(j)  $\alpha, \beta \vdash \alpha \rightarrow \beta$

(k)  $\alpha, \neg\beta \vdash \neg(\alpha \rightarrow \beta)$

(l)  $\neg\alpha, \beta \vdash \alpha \rightarrow \beta$

(m)  $\neg\alpha, \neg\beta \vdash \alpha \rightarrow \beta$

(n)  $\neg\alpha \vdash \neg\alpha$

(o)  $\alpha \vdash \neg\neg\alpha$