Autorzy:
Marvin Ruciński (264181)
Bartosz Małyjasiak (264271)

Prowadzący projekt:
Dr hab. inż. Grzegorz Mzyk

Sprawozdanie nr 1

Sterowanie adaptacyjne

czwartek 13:15 TN, 26.10.2023

Spis treści

Spis rysunków

1 Dane

- Rozkład trójkątny - zakłócenie
- Fala prostokątna

1.1 Zakłócenia trójkątnego

Na podstawie dystrybuanty rozkładu trójkątnego została obliczona funkcja generująca ten rozkład.

Dla $u \leqslant 0.5$:

$$Z_k = a + \sqrt{a \cdot u \cdot (a - b)}$$

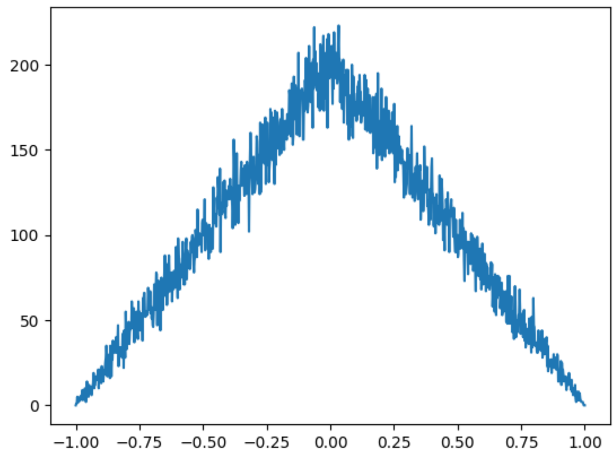
oraz dla $u > 0.5$:

$$Z_k = b - \sqrt{-b \cdot (u - 1) \cdot (b - a)}$$

gdzie

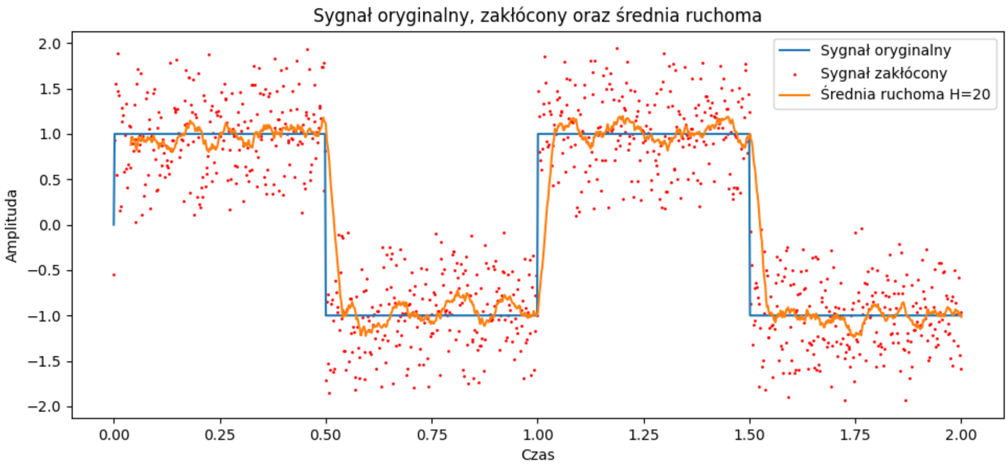
- u - wartość z zakresu od 0 do 1 wygenerowana funkcją rand (a więc z rozkładu jednostajnego)
- a - minimalna wartość rozkładu trójkątnego
- b - maksymalna wartość rozkładu trójkątnego

Generowane przez nas zakłócenie ma wartość oczekiwaną $E(Z_k) = 0$



Wykres 1: Przykładowe wygenerowane zakłócenie trójkątne (a=-1, b=1). Zależność ile razy dana wartość pojawiła się przy wygenerowaniu 100 000 próbek

1.2 Zakłócenie sygnału prostokątnego



Wykres 2: Zakłócenie oraz odszumienie oryginalnego sygnału (1000 próbek, zakłócenie trójkątne [-1, 1], średnia ruchoma H=20)

Oryginalny sygnał prostokątny został zakłócony za pomocą rozkładu trójkątnego. Na powyższym wykresie widoczny jest sygnał oryginalny, sygnał zakłócony, oraz estymator - średnia ruchoma odszumiająca zakłócony sygnał. Średnia ruchoma jest obliczana jako średnia z ostatnich H wartości w analizowanym sygnale. W praktyce oznacza to, że dla każdego punktu danych, obliczamy średnią z H poprzednich punktów (lub wszystkich dostępnych jeżeli istnieje mniej niż H takich punktów.

2 Zależność błędu średniokwadratowego *MSE* od *H*

Błąd średniokwadratowy jest miarą różnicy między przewidywanymi (oczekiwanymi) wartościami a rzeczywistymi wartościami w zestawie danych. MSE oblicza się, odejmując przewidywane wartości od rzeczywistych wartości, kwadratując różnice (aby pozbyć się wartości ujemnych) i obliczając średnią z tych kwadratów. Wzór jest następujący:

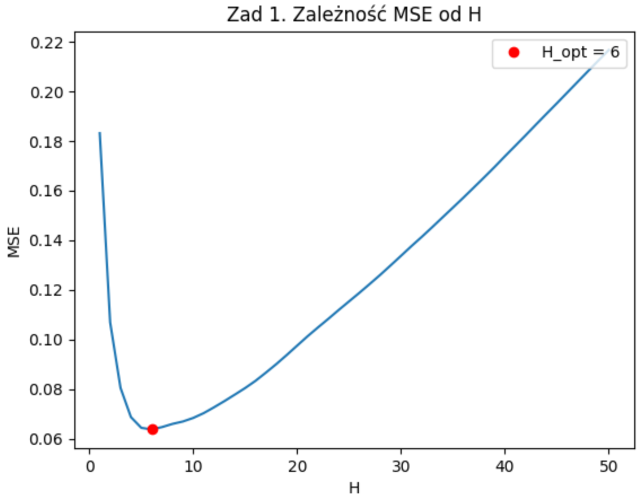
$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\hat{\theta}_k - \theta_k^*)^2$$

gdzie:

- n - to liczba próbek w zestawie danych,
- $\hat{\theta}_k$ - to średnia ruchoma w k-tej próbce (estymowana wartość),
- θ_k^* - rzeczywista wartość w k-tej próbce.

Parametr **H** określa liczbę wartości jakie brane są pod uwagę podczas wyliczania średniej ruchomej.

W danym badaniu sprawdzana była zależność błędu średniokwadratowego od paramteru H. Szukana wartość parametru H to taka kiedy MSE osiąga wartość minimalną.



Wykres 3: Zależność **MSE** od **H**

Zatem w badanej próbce (zakłócenie trójkątne w zakresie [-1, 1]) wartość optymalna parametru H wyniosła **6**.

3 Zależność H_{opt} od wariancji $Var(Z_k)$

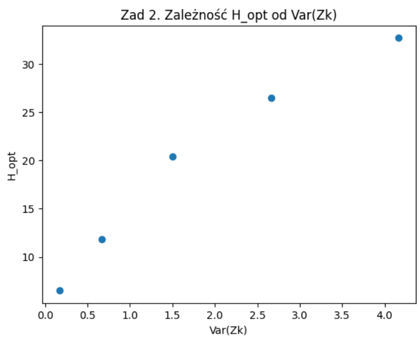
Wariancja to miara rozproszenia danych wokół średniej wartości w zbiorze danych. Wariancja rozkładu trójkątnego wyrażona jest wzorem:

$$\mathrm{Var}(Z_k) = \frac{a^2 + b^2 - a \cdot b}{18}$$

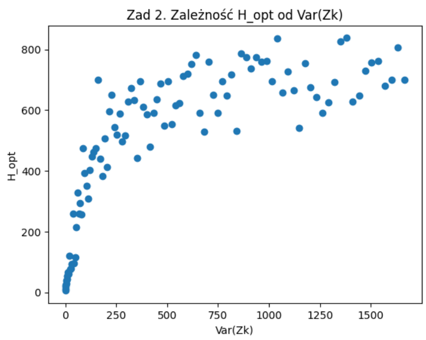
gdzie:

- a - minimalna wartość rozkładu trójkątnego
- b - maksymalna wartość rozkładu trójkątnego

Przeprowadzone badanie pokazuje jak optymalne H zmienia się wraz ze zmieniającą się wariancją. Wyniki przedstawione na wykresie są średnią z 10 pomiarów dla każdej wariancji.



Wykres 4: Zależność H_{opt} od wariancji $Var(Z_k)$

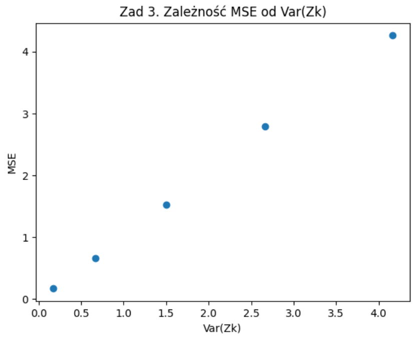


Wykres 5: Zależność H_{opt} od wariancji $Var(Z_k)$ (większy zakres)

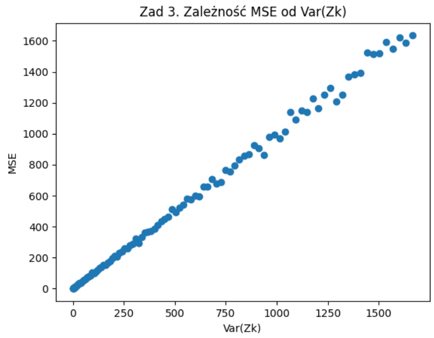
Wykres pokazuje, że wraz ze wzrostem rozrzucenia wartości wokół średniej (wzrostu wariancji), logarytmicznie zwiększa się liczba wartości potrzebna do optymalnego estymowania średniej ruchomej. Zatem szacowanie na podstawie małej ilości próbek, przy dużej wariancji, może wprowadzać znaczące błędy.

4 Zależność MSE od $Var(Z_k)$

.



Wykres 6: Zależność **MSE** od wariancji $Var(Z_k)$



Wykres 7: Zależność **MSE** od wariancji $Var(Z_k)$ (większy zakres)

Na podstawie przeprowadzonego eksperymentu możemy powiedzieć, że błąd średniokwadratowy zwiększał się liniowo wraz ze wzrostem wariancji. Błąd zwiększał się wraz ze wzrostem rozrzucenia wartości wokół średniej, czyli dane są bardziej zróżnicowane i trudniejsze do estymowania.