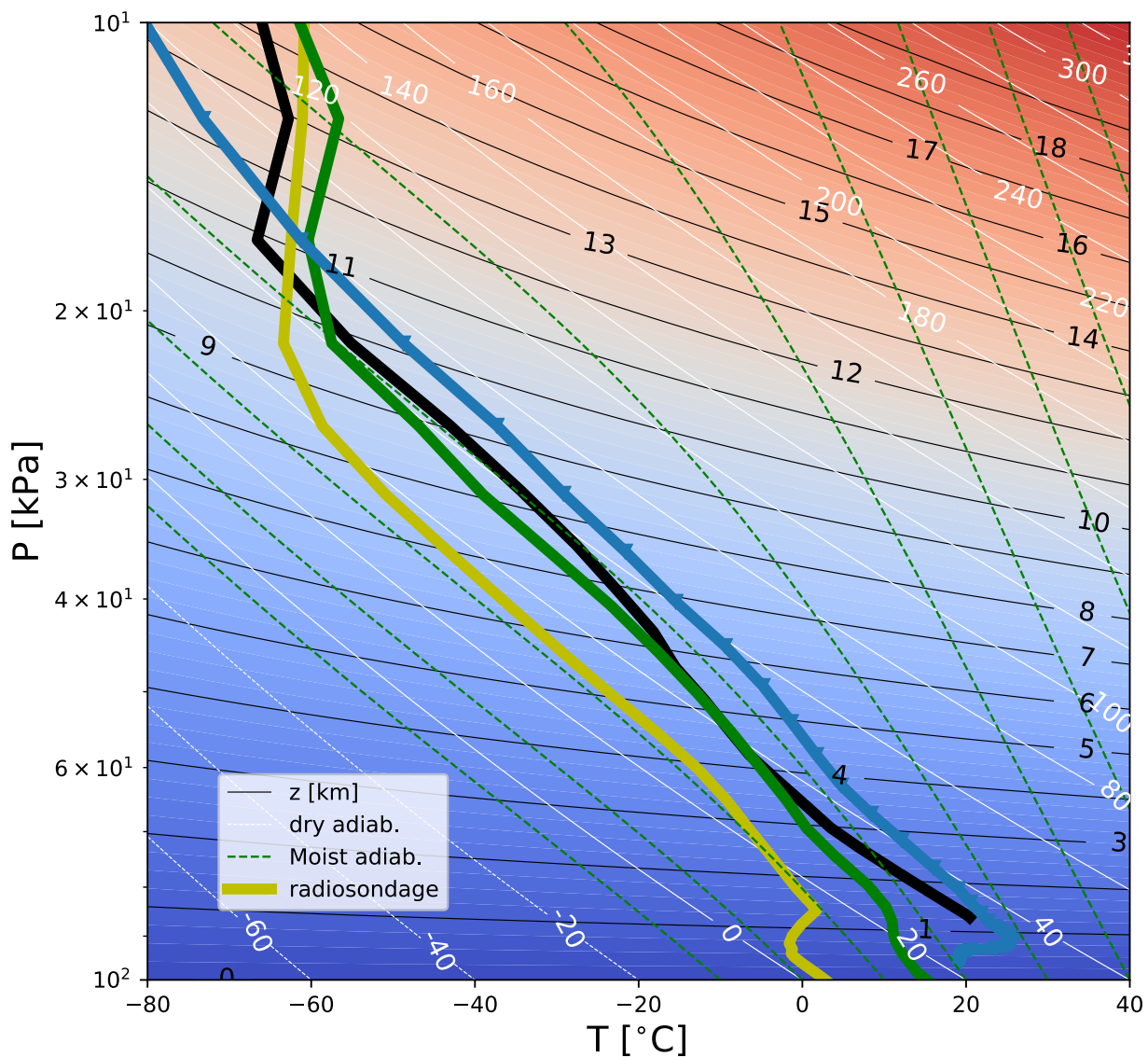


- Votre compte-rendu devra être déposé sur Moodle (cours "Physique numérique") au plus tard 2 semaines après la date du TP. <https://moodlescience.univ-brest.fr/moodle/course/view.php?id=367>
- Regrouper l'ensemble de vos documents (compte-rendu, graphes, scripts python (fichiers .py ou .ipynb) dans une archive (format .zip ou .tar.gz par exemple) pour ne déposer qu'un seul fichier. Votre compte rendu devra être un fichier au format .pdf (les formats doc ou docx ne sont pas autorisés) dans lequel vous répondrez aux différentes questions en y incluant vos résultats (données numériques, graphes, ...) et commentaires. N'oubliez pas de commenter largement vos programmes en précisant aussi les questions des exercices auxquels ils se rapportent.
- Avant de quitter la salle, n'oubliez pas de sauvegarder votre travail sur une clé USB ou sur l'espace de stockage de votre ENT.

## Thermodynamique de l'atmosphère



# Physique numérique: Thermodynamique

Dans tout ce qui suit, l'air sera assimilé à un gaz parfait diatomique.

L'entropie  $S(U, V, N)$  est une fonction d'état qui peut s'écrire en fonction de l'énergie interne  $U$ , du volume  $V$  et du nombre de particules de gaz  $N$ .

Pour l'entropie de l'air on va écrire:  $S = k_B N \left[ \ln \left( \frac{V}{N} \left( \frac{4\pi m U}{3h^2 N} \right)^{5/2} \right) + \frac{7}{2} \right]$ , qui correspond à

l'équation de Sackur-Tetrode étendue au cas d'un gaz parfait diatomique.

$k_B = R/N_A = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  est la constante de Boltzmann,  $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  la constante d'Avogadro,  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$  la constante de Planck,  $R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  la constante universelle des gaz parfaits et  $m$  la masse de gaz. On prendra une masse molaire  $M_{\text{air}} = 28.97 \text{ g mol}^{-1}$  pour l'air.

- 1) **Ecrire une fonction python [par ex: `entropie(U,V,n)`] qui calcule l'entropie en fonction de  $U, V, n$  (où  $n$  est le nombre de moles de gaz). [vous devriez obtenir `entropie(1000,1000,1) ≈ 1768 J K-1`]**
- 2) **Tracer l'entropie en fonction de  $U$  et  $V$  (pour  $n = 1$  mole de gaz) [en utilisant par ex: `contourf` ou `pcolormesh`]. Utiliser des échelles log pour décrire des variations de  $U$  et  $V$  sur plusieurs ordres de grandeur (typiquement  $10^{-5} - 10^5$ ).**

La différentielle de l'entropie s'écrit:  $dS = \left. \frac{\partial S}{\partial U} \right|_{V,N} dU + \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_{U,N} dV + \left. \frac{\partial S}{\partial N} \right|_{U,V} dN$

On peut définir la température, la pression et le potentiel chimique à partir de cette différentielle en écrivant:  $\frac{1}{T} = \left. \frac{\partial S}{\partial U} \right|_{V,N}$ ,  $\frac{P}{T} = \left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_{U,N}$ ,  $\frac{\mu}{T} = - \left. \frac{\partial S}{\partial N} \right|_{U,V}$ .

Ce qui donne l'identité thermodynamique:  $dS = \frac{1}{T} dU + \frac{P}{T} dV - \frac{\mu}{T} dN$

La dérivée partielle de la fonction  $f$  voisinage d'un point  $(x, y, z)$  peut s'estimer numériquement en écrivant  $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{y,z} = \frac{f(x + \delta x) - f(x - \delta x)}{\delta x}$  en supposant que  $\delta x$  est petit.

- 3) **En utilisant la fonction python pour l'entropie écrite précédemment et les définitions de  $T$  et  $P$  ci-dessus, écrire 2 fonctions permettant de calculer numériquement la température et la pression en fonction de  $U, V, n$  [par ex: `temperature(U,V,n)` et `pression(U,V,n)`]**
- 4) **Tracer la température et la pression en fonction de  $U$  et  $V$  (pour  $n = 1$  mole de gaz). Commenter le caractère extensif ou intensif de chaque variable. Vérifier qu'on retrouve bien la relation  $U = \frac{5}{2} N k T$  correspondant à un gaz parfait diatomique.**
- 5) **Tracer maintenant l'entropie en fonction de  $T$  et  $P$  (pour  $n = 1$  mole de gaz), en essayant de se placer dans un domaine de température et de pression correspondant aux ordres de grandeur qu'on trouve dans la troposphère (<https://fr.wikipedia.org/wiki/Troposphère>). On pourra utiliser une échelle logarithmique pour la pression.**

## Physique numérique: Thermodynamique

---

La température potentielle  $\theta$  est la température hypothétique qu'une parcelle d'air acquerrait si celle-ci était redescendue adiabatiquement au niveau de la mer ( $P_0 = 100$  kPa). Pour un gaz parfait, la

température potentielle est:  $\theta = T \left( \frac{P}{P_0} \right)^{-R/C_p}$  avec  $C_p = 7/2R$  pour un gaz parfait diatomique.

- 6) Définir une fonction python qui calcule la température potentielle en fonction de T et P et ajouter les contours de température potentielle sur la figure d'entropie précédente (S en fonction de T et P). Ces contours sont aussi appelés "adiabatiques sèches". Commenter la relation entre température potentielle et entropie.**

On va faire l'hypothèse que l'atmosphère est proche de l'équilibre hydrostatique ([https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quilibre\\_hydrostatique](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quilibre_hydrostatique)):  $\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$

avec  $\rho = m/V$  la masse volumique de l'air et  $g = 9.81$  m s<sup>-2</sup> la gravité.

On va maintenant travailler directement avec des température et des pressions définies sur les intervalles  $273.15 - 80 < T < 273.15 + 50$  et  $10^4 < P < 10^5$ :

*par ex:* `T, P = np.meshgrid(np.linspace(273.15-80.,273.15+50., 100), np.linspace(1e5,1e4, 100))`

- 7) Ecrire une fonction qui calcule la masse volumique de l'air en fonction de T et P [par ex: `rho(T,P)`].**

- 8) Intégrer la relation hydrostatique numériquement à partir de la surface ( $z = 0$ ) pour calculer l'altitude  $z(T, P)$  en fonction de T et P. On prendra comme condition à la surface**

$$P(z = 0) = P_0 = 10^5 \text{ Pa et on utilisera le fait que } \delta z = - \frac{\delta P}{\rho g}$$

- 9) Tracer sur une même figure les contours de température potentielle et les contours d'altitude en fonction de T et P.**

Le gradient thermique adiabatique (*adiabatic lapse rate*) correspond à la variation de température de l'air avec l'altitude le long d'une adiabatique.

- 10) Estimer approximativement ce gradient thermique adiabatique grâce à la figure précédente.**

4 profils verticaux de l'atmosphère (équivalents de radiosondages <http://www.meteofrance.fr/prevoir-le-temps/observer-le-temps/moyens/les-radiosondages>) sont disponibles ici: [jgula.fr/Physnum/](http://jgula.fr/Physnum/).

Chaque fichier contient 4 variables: *altitude (en m)*, *pression (en hPa)*, *température (en °C)* et *température potentielle (en °C)*. Ils peuvent être chargés comme ceci: `[z,P,Tc,Th] = np.load('profile1.npy')`

- 11) Reproduire la figure précédente et y ajouter les profils de mesures. Commenter la variation des profils en fonction de pression / altitude. Ces profils suivent-ils les adiabatiques sèches tracées précédemment?**

# Physique numérique: Thermodynamique

---

## Partie facultative (non notée)

Jusqu'à présent la condensation de la vapeur d'eau n'a pas été prise en compte. Pourtant, si de la vapeur d'eau se condense, cela va libérer de la chaleur latente et réchauffer la masse d'air. On ne va plus suivre une adiabatique sèche, mais ce qu'on appelle une adiabatique humide.

Le gradient thermique adiabatique humide est une fonction de la pression et de la température:

$$\Gamma_w = g \frac{R_{sd}T^2 + H_v r T}{c_{pd}R_{sd}T^2 + H_v^2 r \epsilon}$$

avec  $R_{sd} = 287 \text{ J kg}^{-1}\text{K}$ ,  $H_v = 2501000 \text{ J kg}^{-1}$ ,  $c_{pd} = 1003.5 \text{ J kg}^{-1}\text{K}$ ,  $\epsilon = 0.622$ .

Le *mixing ratio*  $r$  correspond au rapport entre la masse de vapeur d'eau et la masse d'air sec. Il se calcule en fonction de la pression et de la pression de vapeur saturante:  $r = \epsilon \frac{P_s}{P - P_s}$  où la pression

de vapeur saturante  $P_s$  peut se calculer selon diverses formules simplifiées comme par exemple:

$$P_s = 610.94 \exp\left(\frac{17.625 (T - 273.15)}{T - 35.85}\right).$$

**12) Ecrire une fonction qui calcule le gradient thermique adiabatique humide en fonction de T et P.**

**13) Tracer quelques adiabatiques humides sur la figure précédente à partir du gradient thermique adiabatique. Commenter.**