– –

(1) Время между двумя последовательными свершениями одного и того же события моделирует экспоненциальное распределение.Если $x \sim Exp(\lambda)$, то дисперсия равна $\frac{1}{\lambda^2} = 9$, а значит $\lambda = 1/3$. Альтернатива: $\lambda < 1/3$.
(2) Имеется простая выборка из распределения $Exp(\lambda)$. Необходимо оценить λ

$$H_0 : \lambda = 1/3$$

$$H_1 : \lambda < 1/3$$

Или эквивалентно:

$$H_0 : median(x) = 3ln2$$

$$H_1 : median(x) > 3ln2$$

(3) Рассмотрим статистику: $T = \sum_i^n [x_i > 3ln2] \sim Bin(n, 0.5)$
(4) Для выборки из задачи $T = 10, n = 10, p\_val = 1/2^{10} < 0.05$. Гипотеза отвергается
(5) Используем центральную статистику $T = \lambda n\overline{x} \sim \Gamma(n, 1)$
$\sigma^2 = 1/\lambda^2 \rightarrow T = n\overline{x}/\sigma$

$$P(t_{\alpha/2} < T < t_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha = P((\frac{n\overline{x}}{t_{1-\alpha/2}})^2 < \sigma^2 < (\frac{n\overline{x}}{t_{\alpha/2}})^2)$$

Искомый интервал:

$$(\frac{n\overline{x}}{t_{1-\alpha/2}})^2 < \sigma^2 < (\frac{n\overline{x}}{t_{\alpha/2}})^2$$

$$t_{1-\alpha/2} = 17.085; t_{\alpha/2} = 4.795$$

$$37.77 < \sigma^2 < 479.44$$

– –