II.B Zase ty světla!

Netrpělivý řidič se přibližuje k semaforu, na kterém z dálky vidí svítit červenou.Nechce zastavovat, a jelikož je fyzikálně vzdělaný, napadne ho zrychlit na takovou rychlost, že místo červené uvidí zelenou.Vypočítejte rychlost, jakou by se musel pohybovat. $\lambda_\mathrm{R} = 700\,\mathrm{nm}$ $\lambda_\mathrm{G} = 550\,\mathrm{nm}$.

SRACKA — Jindra přemýšlel nad slavným citátem „Two B or not two B?"

.

Od semaforu se šíří světlo směrem k autu. Jelikož se auto pohybuje, vlnová délka světla se důsledkem *Dopplerova jevu* zmenšuje. Pro frekvenci f_e emitovaného světla a frekvenci f_p přijatého světla platí rovnice

$$f_e = f_s\left(1 + \frac{v_p}{v}\right),$$

kde v_p je rychlost přijímače, tedy auta, a v je rychlost vlnění, v našem případě světla. Proto za v dosadíme rychlost světla c.

Chceme vypočítat, jakou rychlostí by se řidič musel pohybovat, tedy chceme zjistit v_p. Roznásobením závorky a úpravou se dostaneme k vztahu:

$$\frac{f_e - f_s}{f_s} = \frac{v_p}{c}.$$

frekvence můžeme obměnit za vlnové délky.

$$\frac{\lambda_e - \lambda_s}{\lambda_s} = \frac{v_p}{c}$$

Malá odbočka: dostali jsme se k vztahu, který se používá (zjednodušeně) v astrofyzice. Levá strana rovnice se nazývá rudý/červený posuv.

Zpět však k naší úloze. Za vlnovou délku λ_e emitovaného světla dosadíme vlnovou délku λ_R červené barvy, a za vlnovou délku λ_s přijatého světla vlnovou délku λ_G zelené barvy. Rovnici už jen upravíme tak, abychom vyjádřili rychlost v_p auta.

$$v_p = c\frac{\lambda_R - \lambda_G}{\lambda_G}$$

Číselně výsledek vychází

$$v_p \approx 8,2 \cdot 10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Výsledek vám možná nebude vycházet na číslo stejně…to ale vůbec nevadí. Při takhle velkém čísle nás výsledek zajímá pouze řádově.

Klasický Dopplerův jev platí pro vlnění, které se šíří jen v určitém prostředí (třeba vzduch nebo voda…). Avšak víme, že elektromagnetické vlny, a tedy i světlo, pro šíření žádné prostředí nepotřebují (mohou se šířit ve vakuu). Proto bychom správně měli používat *relativistický Dopplerův jev.* U elektromagentických vln tento jev závisí pouze na relativním pohybu mezi přijímačem a vysílačem.
Platí pro něj vztah:

$$f_p = f_e\sqrt{\frac{c+v}{c-v}},$$

kde f_p je přijímaná frekvence, f_e frekvence emitovaná a v relativní rychlost. Frekvence opět obdobně nahradím za vlnové délky a rovnici postupně upravím.

$$\left(\frac{\lambda_p}{\lambda_e}\right)^2 = \frac{c+v}{c-v}$$

$$\left(\frac{\lambda_p}{\lambda_e}\right)^2 c - v = c + v$$

$$\left(\frac{\lambda_p}{\lambda_e}\right)^2 c - c = 2v$$

$$v = \frac{c}{2}\left(\frac{\lambda_p^2}{\lambda_e^2} - 1\right)$$

Číselně je rychlost v

$$v \approx 9,3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Vidíme, že oba výsledky jsou pro tak velká čísla řádově stejná, proto v tomto případě je akceptovatelné použít i klasický Dopplerův efekt. Pro menší čísla by to však mohl být problém, proto pro světlo vždy počítejte s relativistickým Dopplerovým jevem.