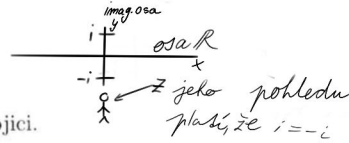


III.U1 Tenkrát v Irsku, 1843

Nalezněte taková čísla (popř. jiné matematické objekty) a a b , pro která platí:

$$ab = -ba \quad a = i \\ b = 1 \\ |a^2| = |b^2| = 1.$$



Ačkoliv jich existuje mnoho, stačí uvést pouze jednu libovolnou dvojici.

III.U2 Znásilněná matematika

Jaký je součet všech přirozených čísel? Svou odpověď zdůvodněte.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots = S$$

a) ∞ *To dává smysl, ale:* $A = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$
 $1 - A = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = A$

b) 42

c) $-\frac{1}{12}$

d) $\pi\sqrt{3}$

$$2B = (1-2+3-4+5-\dots) + (1-2+3-4+\dots) \\ = \frac{1-2+3-4+5-\dots}{2} \\ 1-1+1-1+1-\dots = A = 2B \\ B = \frac{1}{4}$$

$$S - B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots \\ - (1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots) \\ \hline 4 + 8 + 12 + \dots$$

$$S - B = 4(1 + 2 + 3 + 4 + \dots) \\ S - B = 4S \\ -\frac{1}{4} = 3S$$

$$-\frac{1}{12} = S$$

ne ale fakt
 $i^2 = (-i)^2$ to mělo
 určitě znamenat

III.U3 Fyzici jsou úplně cáklí!

Ke každému fyzikovi a matematikovi přiřaďte jednu poruchu či zvláštnost, která u něj pravděpodobně převažovala.

Jména

Nikola Tesla, Paul Dirac, Albert Einstein, Erwin Schrödinger, Bernhard Riemann, William Rowan Hamilton, Isaac Newton, Alan Turing, Emmy Noether

Zvláštnosti

pedofilie, zoofilie, homosexualita, Aspergerův syndrom, ženská identita, extrémní stydlivost, vegetariánství, celoživotní panictví, alkoholismus

Upřiměnou soudrasu

III.A Houstone, máme problém!

Autorem problému stř. těles je

Isaac Newton

III.K Diracovo moře

Popisovaným jevem je anihilace (pozitronu s elektronem).

III.B Weyl vs. Majorana: boj o neutrino

Během dvacátých a třicátých let 20. století vznikla spousta kvantově mechanických rovnic na popis různých typů fermionů. Mezi ně patří i tzv. Weylova a Majoranova rovnice, které dříve byly kandidáty na popis částice jménem *neutrino*. Pojďme se podívat, jak vypadají!

Pozn.: ve vzorcích níže je použita Einsteinova sumační konvence, Feynmanova „slash“ notace $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$ a standardní volba jednotek $\hbar = c = 1$. *Díky měřím, co to moc znamená, že \hbar i c jsou 1*

1. Odvoďte Weylovu rovnici (rovnice), popisující nehmotné (Weylovy) fermiony, ve slavném tvaru

$$\sigma^\mu \partial_\mu \psi_R = 0$$

$$\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_L = 0.$$

ψ_L značí levoruký a ψ_R pravoruký Weylův spinor a vektory σ^μ a $\bar{\sigma}^\mu$ jsou definované jako

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3) = (I_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$$

$$\bar{\sigma}^\mu = (\sigma^0, -\sigma^1, -\sigma^2, -\sigma^3),$$



Kde první komponent $\sigma^0 = I_2$ je jednotková matice typu 2×2 a zbylé složky obsahují Pauliho spinové matice (σ^i , $i \in \{1, 2, 3\}$).

2. Matematicky dokažte, že rovnice

$$i\not{\partial}\psi^c - m\psi = 0$$

$$i\not{\partial}\psi - m\psi = 0$$

ale pak si můžu říct, že je tam ψ^c !

je ekvivalentní s Majoranovu rovnicí, která bývá psána jako $\Rightarrow i\not{\partial}\psi - m\psi = 0$

$$i\not{\partial}\psi - m\psi^c = 0,$$

$$\Rightarrow i\not{\partial} - m = i\not{\partial} - m$$

kde m označuje hmotnost popisovaného fermionu a ψ jeho vlnovou funkcí. Horní index c značí nábojové sdružení. *co to vůbec je...?*