

III.B Weyl vs. Majorana: boj o neutrino

Během dvacátých a třicátých let 20. století vznikla spousta kvantově mechanických rovnic na popis různých typů fermionů. Mezi ně patří i tzv. Weylova a Majoranova rovnice, které dříve byly kandidáty na popis částice jménem *neutrino*. Pojďme se podívat, jak vypadají!

Pozn.: ve vzorcích níže je použita Einsteinova sumační konvence, Feynmanova „slash“ notace $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$ a standardní volba jednotek $\hbar = c = 1$.

1. Odvoďte Weylovu rovnici (rovnice), popisující nehmotné (Weylovy) fermiony, ve slavném tvaru

$$\sigma^\mu \partial_\mu \psi_R = 0$$

$$\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_L = 0.$$

ψ_L značí levoruký a ψ_R pravoruký Weylův spinor a vektory σ^μ a $\bar{\sigma}^\mu$ jsou definované jako

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3) = (I_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$$

$$\bar{\sigma}^\mu = (\sigma^0, -\sigma^1, -\sigma^2, -\sigma^3),$$

Kde první komponent $\sigma^0 = I_2$ je jednotková matice typu 2×2 a zbylé složky obsahují Pauliho spinové matice ($\sigma^i, i \in \{1, 2, 3\}$).

2. Matematicky dokažte, že rovnice

$$i\not{\partial}\psi^c - m\psi = 0$$

je ekvivalentní s Majoranovu rovnicí, která bývá psána jako

$$i\not{\partial}\psi - m\psi^c = 0,$$

kde m označuje hmotnost popisovaného fermionu a ψ jeho vlnovou funkci. Horní index c značí nábojové sdružení.