Měsíční kvantum informací

3. série, duben 2023

Elektronická verze

III.U1 Tenkrát v Irsku, 1843

Nalezněnte taková čísla (popř. jiné matematické objekty) a a b, pro která platí:

$$ab = -ba$$

$$|a^2| = |b^2| = 1.$$

Ačkoliv jich existuje mnoho, stačí uvést pouze jednu libovolnou dvojici.

III.U2 Znásilněná matematika

Jaký je součet všech přirozených čísel? Svou odpověď zdůvodněte.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$$

a) ∞

b) 42

c) $-\frac{1}{12}$

d) $\pi\sqrt{3}$

III.U3 Fyzici jsou úplně cáklí!

Ke každému fyzikovi a matematikovi přiřaďte jednu poruchu či zvláštnost, která u něj pravděpodobně převažovala.

Jména
Nikola Tesla, Paul Dirac, Albert Einstein, Erwin Schrödinger, Bernhard Riemann, William Rowan Hamilton, Isaac Newton, Alan Turing, Emmy Noether

Zvláštnosti
pedofilie, zoofilie, homosexualita, Aspergerův syndrom, ženská identita, extrémní stydlivost, vegetariánství, celoživotní panictví, alkoholismus

III.A Houstone, máme problém!

Problém tří těles je klasický problém v oblasti fyziky a astronomie, který se zabývá pohybem tří nebeských těles, které interagují gravitačními silami mezi sebou. Tento problém vzniká, když se snažíme vypočítat pohyb tří těles, jako jsou hvězdy, planety nebo měsíce, v přítomnosti gravitačních sil.

Problém tří těles je proslulý svou obtížností při analytickém řešení a neexistuje obecné řešení, které by se dalo použít na všechny případy. To je způsobeno složitostí interakcí mezi třemi tělesy, které mohou vést k chaotickému a nepředvídatelnému chování. Nicméně existují některé speciální případy, kdy lze řešení najít, jako například v případě, kdy je jedno těleso mnohem menší než ostatní, nebo když jsou tělesa uspořádána v konkrétním způsobu.

Problém tří těles je tématem mnoha výzkumů a studií po mnoho let, přičemž mnoho významných vědců a matematiků na něm pracovalo. Jedním z nejznámějších příkladů je práce Pierra-Simona Laplace, který vyvinul metodu pro hledání přibližných řešení problému. Laplaceova práce položila základy pro další výzkumy v této oblasti a jeho metody se dodnes používají v mnoha oblastech fyziky a astronomie.

Problém tří těles měl také významný vliv na naše porozumění vesmíru. Například byl použit k vysvětlení chování binárních hvězd, kde se dvě hvězdy pohybují kolem společného těžiště. Byl také použit k studiu stability planetárních systémů, jako je náš sluneční systém, a k prozkoumání dynamiky galaxií a dalších velkých struktur ve vesmíru.

V posledních letech se problém tří těles opět dostal do popředí zájmu díky pokrokům v počítačových simulacích a numerických metodách. Tyto nástroje umožňují výzkumníkům podrobněji prozkoumat chování komplexních systémů a zkoumat věci, jako jsou stabilní a nestabilní oběžné dráhy, kolize těles, tvorba planet a další důležité procesy, které se vyskytují v kosmu.

Problém tří těles je také relevantní v kontextu meziplanetárních cestování a vesmírných misí, kdy je třeba přesně znát pohyb těles, abychom mohli plánovat trasy a manévry kosmických sond a vozidel.

I když problém tří těles je stále velmi složitý a významný, existují určité zjednodušení a aproximace, které se používají v různých oblastech. Například v oblasti astrofyziky se často používá koncept "dvou těles", což znamená, že se předpokládá, že všechny ostatní tělesa jsou zanedbatelná v porovnání s dvěma nejvýznamnějšími tělesy v systému.

Celkově lze říci, že problém tří těles je stále otevřeným problémem v oblasti fyziky a astronomie a přináší s sebou mnoho výzev a otázek. Nicméně naše stále se rozvíjející znalosti a technologie umožňují postupně lépe porozumět tomuto složitému problému a jeho vlivu na vesmírné procesy a fenomény.

Závěrem lze říci, že problém tří těles je jedním z nejsložitějších a nejzajímavějších problémů v oblasti fyziky a astronomie. Jeho řešení a porozumění jsou klíčové pro mnoho oblastí, jako jsou astrofyzika, kosmologie a meziplanetární cestování.

I když se jedná o stále nevyřešený problém, vývoj technologií a stále se rozvíjející vědecké poznání nám umožňují postupně lépe porozumět těmto složitým kosmickým procesům. Věříme, že další výzkum a objevy v této oblasti nám umožní rozšířit naše znalosti o vesmíru a jeho fungování a přinesou s sebou mnoho nových možností a přínosů pro lidskou společnost.

Úloha:

Kdo je autorem *Problému tří těles*?

III.K Diracovo moře

Prostorem se vlnový balík řítí,
občas zrychluje a s tím trochu svítí.
Okolní fotony ho poznají,
Však on svůj náboj vůbec netají.
Jejich vlnová délka hlásá: „je to on!“
Všem gaugovým částicím známý elektron…

Po rovnici fermionů se Dirac pídí,
snaží se zjistit, čím se elektrony řídí.
Gama matice použije,
spoustu slávy si pak užije.
Je tu však jeden zádrhel,
elektron je fakt vyvrhel…

Diracova rovnice má dvě řešení,
avšak na našem světě se nic nemění.
Jedno odpovídá elektronům,
druhé naopak jiným démonům,
„elektronům“ se zápornou energií.
Celou dobu si v tomto vesmíru žijí!

Společně tak tvoří pole
s energií hodně dole.
Sem tam mají nějakou díru,
až překopávám svoji víru.
Tato díra, to jen on,
již všem známý pozitron!

Jednou však takhle Diraca napadne,
co když elektron do díry zapadne?
Dvě částice se přitom uvolní,
svým charakterem částice polní.
Ano, jsou to opravdu ony.
Ty známé Planckovy fotony.

To byl příběh o tom, jak
Paul Dirac všem vytřel zrak.
Nové částice tak předpověděl,
záhady vesmíru tím zodpověděl.
Dnes ho známe jak své boty,
první model antihmoty.

Úloha:
Jaký jev je popisován v páté sloce?

III.B Weyl vs. Majorana: boj o neutrino

Během dvacátých a třicátých let 20. století vznikla spousta kvantově mechanických rovnic na popis různých typů fermionů. Mezi ně patří i tzv. Weylova a Majoranova rovnice, které dříve byly kandidáty na popis částice jménem *neutrino*. Pojďme se podívat, jak vypadají!

Pozn.: ve vzorcích níže je použita Einsteinova sumační konvence, Feynmanova „slash“ notace $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$ a standardní volba jednotek $\hbar = c = 1$.

1. Odvoďte Weylovu rovnici (rovnice), popisující nehmotné (Weylovy) fermiony, ve slavném tvaru
$$\sigma^\mu \partial_\mu \psi_R = 0$$
$$\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_L = 0.$$
ψ_L značí levoruký a ψ_R pravoruký Weylův spinor a vektory σ^μ a $\bar{\sigma}^\mu$ jsou definované jako
$$\sigma^\mu = \left(\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3\right) = \left(I_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\right)$$
$$\bar{\sigma}^\mu = \left(\sigma^0, -\sigma^1, -\sigma^2, -\sigma^3\right),$$
Kde první komponent $\sigma^0 = I_2$ je jednotková matice typu 2×2 a zbylé složky obsahují Pauliho spinové matice (σ^i, $i \in \{1, 2, 3\}$).

2. Matematicky dokažte, že rovnice
$$i\not{\partial}\psi^c - m\psi = 0$$
je ekvivalentní s Majoranovou rovnicí, která bývá psána jako
$$i\not{\partial}\psi - m\psi^c = 0,$$
kde m označuje hmotnost popisovaného fermionu a ψ jeho vlnovou funkci. Horní index c značí nábojové sdružení.

Seznámení a podrobné informace

Jak sepisovat řešení, pravidla

Budeme rádi, když vyplníte dotazník

Jindřich Anderle, Vojtěch Kubrycht, Michal Stroff

kvantuminformaci@gmail.com