

III.U2 Znásilněná matematika

Jaký je součet všech přirozených čísel? Svou odpověď zdůvodněte.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$$

- a) ∞
- b) 42
- c) $-\frac{1}{12}$
- d) $\pi\sqrt{3}$

Michal a Vojta

Pojďme si postupně projít všechny možnosti a zamyslet se nad správným řešením. Jak vám už asi došlo tato úloha má 3 správná řešení a), b) a c).

První možnost je podle klasické matematiky „nejkorektnější“. S každým číslem se součet zvětšuje, takže intuitivně dává smysl, že součet nekonečného počtu čísel bude právě nekonečno. Tato velice intuitivní myšlenka našťásí pro tento konkrétní případ platí (složitější matematikou lze dokázat, že daná číselná řada *diverguje* tj. součet všech jejích členů je ∞). Avšak je dobré pamatovat si, že ne všechny sumace jsou takto intuitivní. Například sumace převrácených hodnot mocnin čísla 2 *konverguje*¹ k výsledku 2.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \dots = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = 2$$

Ted' se podíváme na možnost c).

¹Pokud se chcete dozvědět více o konvergentních a divergentních řadách:
https://en.wikipedia.org/wiki/Convergent_series#Examples_of_convergent_and_divergent_series