

### III.B Weyl vs. Majorana: boj o neutrino

Během dvacátých a třicátých let 20. století vznikla spousta kvantově mechanických rovnic na popis různých typů fermionů. Mezi ně patří i tzv. Weylova a Majoranova rovnice, které dříve byly kandidáty na popis částice jménem *neutrino*. Pojdme se podívat, jak vypadají!

**Pozn.:** ve vzorcích níže je použita Einsteinova sumační konvence, Feynmanova „slash“ notace  $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$  a standardní volba jednotek  $\hbar = c = 1$ .

1. Odvoďte Weylovu rovnici (rovnice), popisující nehmotné (Weylovy) fermiony, ve slavném tvaru

$$\sigma^\mu \partial_\mu \psi_R = 0$$

$$\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_L = 0.$$

$\psi_L$  značí levoruký a  $\psi_R$  pravoruký Weylův spinor a vektory  $\sigma^\mu$  a  $\bar{\sigma}^\mu$  jsou definované jako

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3) = (I_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$$

$$\bar{\sigma}^\mu = (\sigma^0, -\sigma^1, -\sigma^2, -\sigma^3),$$

Kde první komponent  $\sigma^0 = I_2$  je jednotková matice typu  $2 \times 2$  a zbylé složky obsahují Pauliho spinové matice ( $\sigma^i, i \in \{1, 2, 3\}$ ).

2. Matematicky dokažte, že rovnice

$$i\not{\partial}\psi^c - m\psi = 0$$

je ekvivalentní s Majoranovu rovnicí, která bývá psána jako

$$i\not{\partial}\psi - m\psi^c = 0,$$

kde  $m$  označuje hmotnost popisovaného fermionu a  $\psi$  jeho vlnovou funkci. Horní index  $c$  značí nábojové sdružení.