ΧΡΗΣΤΟΣ - ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΠΑΛΑΜΙΔΑΣ
1115201800140

Σημειώσεις για κώδικα:

- Στην main καλώ 3 φορές τη συνάρτηση syndiasmos_D_NR στην οποία κάθε φορά περνάω μια συνάρτηση με την παράγωγό της και το διάστημα στο οποίο θέλω να βρω τη ρίζα.
- Αντίστοιχα κάνω και για τη συνάρτηση syndiasmos_D_T.
- Κανονικά οι συναρτήσεις αυτές δεν επιστρέφουν κάτι, όμως για να μπορέσω να κάνω την άσκηση 1.3, επιστρέφω ένα πίνακα με όλα τα υπολογισμένα 'χ' καθώς και τον αριθμό επαναλήψεων που έγιναν για να προσεγγίσουμε την ρίζα -> ([x,iterations], όπου x = πίνακας με 'x' και iterations = αριθμός επαναλήψεων).
- Έτσι στη main υπολογίζω τόσο το απόλυτο σφάλμα, όσο και την σύγκλιση την οποία και μπορείτε να δείτε (αυτούς τους αριθμούς χρησιμοποιώ και για την 1.3).
- Οι πίνακες z[1,2,3,4] χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του απόλυτου σφάλματος, ενώ οι πίνακες e[1,2,3,4,5,6] για την μελέτη της σύγκλισης
- Τέλος, στη main, χρησιμοποιώ τη συνάρτηση graph_NR (και έχω σε σχόλια την graph_T μιας και είναι ακριβώς ίδια) έτσι ώστε να εμφανιστεί η γραφική παράσταση των 2 συναρτήσεων.

1.2.

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΔΙΧΟΤΟΜΗΣΗΣ & NR				
	[a,b]	x0	x1	n
f1	[-1.5,0]	-0.9375	-0.99999927433122	32
	[1.5,3]	1.9998779296875	2	15
f2	[1,3]	1.3203125	1.31907367685736	12

ΠΙΝΑΚΑΣ_1

ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΔΙΧΟΤΟΜΗΣΗΣ & ΤΕΜΝΟΥΣΑΣ				
	[a,b]	x0	x1	n
f1	[-1.5,0]	-0.9375	-0.999998592775782	43
	[1.5,3]	1.9998779296875	1.99999999999273	16
f2	[1,3]	1.3203125	1.31907367685781	13

ΠΙΝΑΚΑΣ_2

- [a,b]: Διάστημα μέσα στο οποίο βρίσκεται η ρίζα.
- χ0: Η ρίζα που προκύπτει μετά της διχοτόμηση.
- χ1: Η ρίζα που προκύπτει μετά και τη μέθοδο NR/Τέμνουσας.
- n: Ο αριθμός των επαναλήψεων.

1.3 Μελέτη Σύγκλισης

$f_1(x) = (x+1)^3 (x-2)$, $\xi = -1$

$f_2(x) = (x+1)^3 (x-2)$, $\xi = 2$

$f_3(x) = e^x - x^2 - 2$, $\xi =$ άρρητος $(\sim 1,314..)$

---

f_1-NR

n	$\lvert\varepsilon_n\rvert$	$\frac{\lvert\varepsilon_n\rvert}{\lvert\varepsilon_{n-1}\rvert^p}$
1	0,25	0,5
2	0,125	0,5
3	0,0625	1
⋮	⋮	⋮
31	1.0885...e-06	0.6666...
32	7.25668...e-07	—

f_2-NR

n	$\lvert\varepsilon_n\rvert$	$\frac{\lvert\varepsilon_n\rvert}{\lvert\varepsilon_{n-1}\rvert^p}$
1	0,25	2
2	0,125	4
3	0,0625	8
⋮	⋮	⋮
14	1.49035...e-08	1,999
15	4.44089...e-16	—

f_3-NR

n	$\lvert\varepsilon_n\rvert$	$\frac{\lvert x_{n+1}-x_n\rvert}{\lvert x_n-x_{n-1}\rvert^p}$
1	–	1
2	–	2
⋮	–	⋮ ← n=9
10	–	8 ← n=10
11	–	0,79099
12	–	0,789790

f_1-Τεμν

n	$\lvert\varepsilon_n\rvert$	$\frac{\lvert\varepsilon_n\rvert}{\lvert\varepsilon_{n-1}\rvert^p}$
1	0,25	0,5
2	0,125	0,5
⋮	⋮	⋮
41	2.46950...e-06	0.754877...
42	1.86417...e-06	0.754877...
43	1.40722...e-06	—

f_2-Τεμν

n	$\lvert\varepsilon_n\rvert$	$\frac{\lvert\varepsilon_n\rvert}{\lvert\varepsilon_{n-1}\rvert^p}$
1	0,25	0,5
2	0,125	0,5
⋮	⋮	⋮
14	0,000244...	0.00012206...
15	2,97799...e-08	0,0002441...
16	7,27418...e-12	–

f_3-Τεμν

n	$\lvert\varepsilon_n\rvert$	$\frac{\lvert x_{n+1}-x_n\rvert}{\lvert x_n-x_{n-1}\rvert}$
1	–	0,5
2	–	0,5
⋮	–	⋮ ← n=10
11	–	← n=11
12	–	0,0009713...
13	–	0,007193...

1.4

ΓΙΑ NR.:

α) $f_1(x) = (x+1)^3(x-2)$ με $\xi = -1$

~~[illegible]~~ f_1 της μορφής $f_1(x) = (x-\xi)^3 \cdot \kappa(x) \rightarrow \kappa(x) = (x-2)$

Επίσης $\lim_{x \to \xi} [\kappa(x)] = -3$

Άρα η σύγκλιση είναι γραμμική

δηλ: $p=1$

β) $f_2(x) = (x+1)^3(x-2)$ με $\xi = 2$ $\{ f_2(\xi) = 0$ αλλά $f_2'(\xi) = 27 \neq f_2(\xi)$

$f_2'(x) = (x+1)^2(4x-5)$ $\rightarrow$ Άρα τετραγων. σύγκλιση $p=2$

γ) $f_3(x) = e^x - x^2 - 2$ με ξ=ρίζα $\} f_3(\xi) = 0$ αλλά $f_3'(\xi) \neq 0 \neq f_3'(\xi)$

$f_3'(x) = e^x - 2x$ $\rightarrow$ Άρα τετραγων. σύγκλιση $p=2$

(α) $\rightarrow n=32$
(β) $\rightarrow n=15$
(γ) $\rightarrow n=12$

Άρα η (α) είναι η πιο αργή, από ΠΙΝΑΚΑ_1

Για Τέμνουσα:

α) όταν έχουμε πολλαπλή ρίζα, η μέθοδος της τέμνουσας είναι γραμμική σύγκλιση : $p=1$ (από θεωρία)

β) από θεωρία, για μέθοδο τέμνουσας, η συγκλ. είναι καλύτερη από γραμμική (όχι τετραγωνική) ~~[illegible]~~ $(p \simeq 1{,}7)$

$f_1 \rightarrow n=43$
$f_2 \rightarrow n=16$
$f_3 \rightarrow n=13$

Άρα η f_1 είναι η πιο αργή, από ΠΙΝΑΚΑ_2