

Modello dinamico di Ingenuity

Progetto di ricerca SSAS

Filippo Moretti

13 dicembre 2022

Indice

1	Introduzione	2
2	Analisi qualitativa del movimento	3
2.1	Funzionamento dello swashplate	3
2.2	Accelerazioni lineari	4
2.3	Generazione dei momenti	4
3	Modelling di Ingenuity	6
3.1	Sistemi di riferimento	6
3.2	Equazioni dinamiche	6
3.3	Analisi delle forze in gioco	7
3.4	Analisi dei momenti delle forze	9
4	Approfondimento sulle pale	10
4.1	Velocità	11
4.2	Struttura delle pale	11
5	Conclusioni	12
	Bibliografia	13

1 Introduzione

Mars 2020 è la missione spaziale con la quale la NASA è riuscita a far atterrare Perseverance sul pianeta rosso. Assieme al rover vi era anche Ingenuity, un piccolo drone con eliche coassiali.

In questo lavoro verrà proposto un modello fisico–matematico dell’UAV marziano, con le opportune approssimazioni e supposizioni dovute alla mancanza di informazioni. Ingenuity è composto da un corpo principale di forma cubica, al quale sono attaccate quattro leggeri supporti. Ovviamente nella parte superiore troviamo le due eliche con i rispettivi swashplate e il pannello solare. La sua massa è di 1.8 Kg, le eliche sono in fibra di carbonio e sono lunghe 1.2 m da punta a punta. Una delle principali caratteristiche è quella di essere un drone coassiale. Difatti, non presenta un rotore di coda come i più comuni elicotteri, bensì ha due eliche coassiali controrotanti.



Figura 1: Render di Ingenuity. Crediti:NASA/JPL-Caltech

I vantaggi principali di questa scelta sono:

- Risparmiare spazio: diretta conseguenza dell’eliminazione del rotore di coda è la non necessità di una struttura che dovrà alimentare e ospitare tutti i suoi componenti.
- Maggiore efficienza energetica: il rotore di coda ha la sola funzione di contrastare il momento generato da quello principale, senza contribuire allo sviluppo della portanza. Le due eliche coassiali controrotanti, invece, generano spinta e allo stesso tempo annullano l’una il momento dall’altra.

Si può intuire come il risparmio di spazio, e quindi di massa, assieme all’efficientamento energetico siano due aspetti cruciali per una missione spaziale.

Le condizioni di volo rappresentano un altro aspetto cruciale della missione: sebbene l’accelerazione gravitazionale marziana è di soli $3,69 \text{ m/s}^2$, l’atmosfera del pianeta rosso ha una densità pari a circa l’1% di quella terrestre. Quest’ultima rende più difficile il volo, motivo per il quale serve la macchina più efficiente possibile nel generare portanza.

L'energia necessaria è fornita da batterie al litio ricaricate da un pannello solare posto sopra i due motori, ed è sufficiente per coprire circa 90 secondi di volo. Il tempo di autonomia è così esiguo a causa dell'altissima velocità di rotazione delle pale.

2 Analisi qualitativa del movimento

Prima di addentrarsi nella modellizzazione si propone un'analisi qualitativa la quale vuole mostrare come vengono generati i principali momenti e le accelerazioni lineari.

2.1 Funzionamento dello swashplate

Per fare ciò è necessario comprendere appieno come funziona il componente meccanico che rende il tutto possibile: lo swashplate.

Lo swashplate è un dispositivo meccanico costituito da un piatto oscillante inferiore, il quale è fisso, e da un piatto oscillante superiore che ruota assieme alle pale. Questi due sono uniti da un giunto sferico, inoltre il piatto inferiore è dotato di un meccanismo che gli impedisce di roteare e allo stesso tempo riesce ad inclinarlo lungo l'asse di beccheggio e quello di rollio. Il piatto oscillante superiore invece è montato sopra quello inferiore ed è collegato alle pale mediante delle aste.

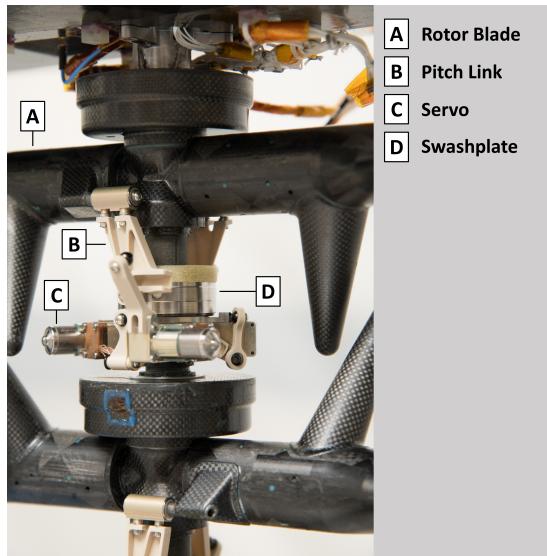


Figura 2: Dettaglio swashplate di Ingenuity. Crediti:NASA/JPL-Caltech

Questo dispositivo è responsabile sia del controllo del ciclico sia del controllo del collettivo. Il controllo del ciclico serve per conferire l'inclinazione desiderata

al disco rotore. Per fare ciò l'intero swashplate viene inclinato e quindi il piatto oscillante superiore trasmette mediante le aste di collegamento l'inclinazione alle pale. Viene chiamato ciclico in quanto le aste, se l'inclinazione del piatto è costante, compiono sempre lo stesso moto, occupando allora la stessa identica posizione dopo un giro del piatto. Il controllo del collettivo, invece, riguarda l'inclinazione delle singole pale, questa viene modificata alzando o abbassando l'intero swashplate. Il movimento dei piatti oscillanti si trasmette alle pale mediante le aste di collegamento attaccate ad un lato della pala.

2.2 Accelerazioni lineari

La prima accelerazione da analizzare è sicuramente quella che agisce lungo la direzione z^b . Ingenuity, attraverso il controllo della velocità di rotazione e dell'angolo di attacco delle pale, riesce a modulare l'accelerazione verticale per riuscire a prendere, perdere o mantenere costante la quota.

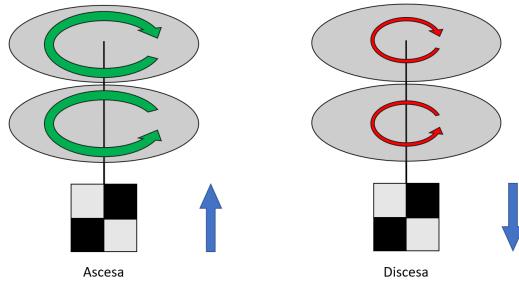


Figura 3: Accelerazione lineare lungo z^b

Le accelerazioni lineari non verticali, invece, sono conseguenza del cambio di direzione del vettore di thrust causato dai due swashplate. Nel momento in cui il vettore non è più coincidente con l'asse z^b del sistema di riferimento solidale, questo dovrà avere una componente che giace sul piano generato dagli assi x^b e y^b alla quale corrisponde un'accelerazione lineare. Quella verticale, invece, è la componente che continua a contribuire agli spostamenti verticali.

2.3 Generazione dei momenti

Per controllare l'assetto del drone è necessario riuscire a sviluppare i momenti momenti di rollio, imbardata e beccheggio.

Per l'imbardata si sfrutta l'idea alla base dell'elicottero coassiale: i rotori controrotanti. Per questa particolare tipologia di elicotteri vi sono due modi differenti di generare il movimento di imbardata. Il primo sfrutta la possibilità di imprimere velocità angolari differenti per i due rotori. Di conseguenza, la somma dei momenti generati dalle pale in rotazione risulterà diversa da zero. Un'altra possibilità è rappresentata dal controllo del collettivo. In particolare,

i due swashplate di Ingenuity permettono di variare in maniera asimmetrica i collettivi dei rispettivi rotor. Le pale devono vincere la resistenza dell'aria, la quale imprime una forza di reazione contraria alla rotazione. Da questa deriva anche un momento di reazione, il quale dipende principalmente dalla velocità angolare e dall'inclinazione delle pale. Differenziando quest'ultima fra i due motori si riesce ad ottenere un movimento di imbardata.

In questo caso le frecce delle figure che seguono non rappresentano la velocità di rotazione, bensì la forza di resistenza.

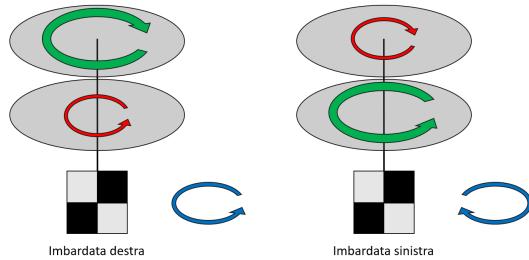


Figura 4: Schema generazione movimento di imbardata

Imbardata e beccheggio vengono generati grazie al cambio di direzione del vettore di thrust. Nel momento in cui il vettore non è allineato all'asse z^b del sistema di riferimento solidale, si avranno delle componenti lungo y^b e x^b le quali andranno a generare rispettivamente il movimento di rollio e beccheggio.

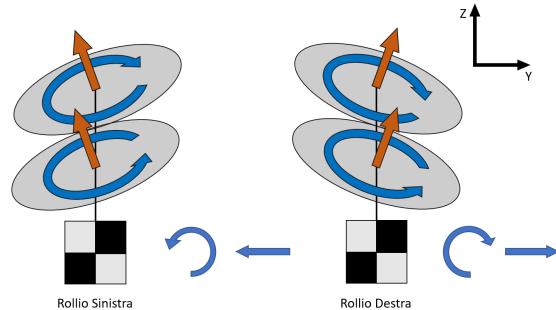


Figura 5: Movimento di rollio e accelerazione lungo y^b

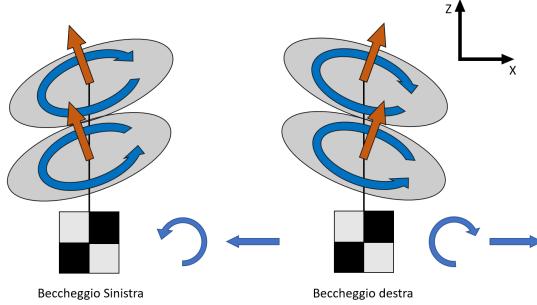


Figura 6: Movimento di beccheggio e accelerazione lungo x^b

3 Modelling di Ingenuity

In questa sezione verranno analizzate le principali forze e momenti responsabili della cinematica del drone.

3.1 Sistemi di riferimento

Prima di addentrarsi in questo argomento è però necessario stabilire i sistemi di riferimento impiegati. Sono necessari un sistema di riferimento inerziale $I = (x^i, y^i, z^i)$ e uno non inerziale $B = (x^b, y^b, z^b)$, solidale con il corpo.

Per passare da un sistema di riferimento ad un altro verrà usata una matrice di rotazione R_i , che verrà parametrizzata usando gli angoli ψ per l'imbardata (asse z), θ per il beccheggio (asse y), ϕ per il rollio (asse x).

La matrice di rotazione ZYX ottenuta, ci permette di scrivere la seguente relazione $v^i = R_i v^b$, dove R_i è così definita:

$$\begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\theta s\phi c\psi - s\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\theta s\phi s\psi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\theta c\phi \end{pmatrix}$$

È importante notare come questa scelta presenti una singolarità con $\theta = \pi/2$ la quale è un compromesso accettabile poiché il drone non lavorerà mai in una condizione simile.

3.2 Equazioni dinamiche

Stabiliti i sistemi di riferimento utilizzati si può illustrare il modello dinamico del drone con successiva analisi delle singole forze e dei singoli momenti.

Le forze principali che agiscono sul drone sono: la forza gravitazionale F_g , quella generata dal rotore inferiore F_i e da quello superiore F_s e infine vi è l'accoppiamento delle coppie di attuazione con il moto traslatorio F_{ac} .

Dall'altro lato per quanto riguarda i momenti delle forze si hanno: il momento generato dal controllo del collettivo asimmetrico dei due rotori τ_r , quelli dovuti al rotore inferiore τ_i e al rotore superiore τ_s e infine vi è la possibile influenza delle forze nella dinamica rotazionale espressa da τ_{ac} .

Vi sarà una trattazione più specifica in seguito.

Definiamo la somma delle forze e dei momenti come:

$$\begin{aligned} F_{tot}^b &= F_{ac}^b + R^T F_g^i + F_i^b + F_s^b \\ \tau_{tot}^b &= \tau_{ac}^b + \tau_r^b + \tau_i^b + \tau_s^b \end{aligned}$$

Fatto ciò, definendo come ξ il vettore posizione e V il vettore velocità, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= RV^b \\ m\dot{V}^b &= F_{tot}^b + R^T F_e^i - \omega \times mV^b \\ I\dot{\omega} &= -\omega \times I\omega + \tau_{tot}^b + R^T \tau_e^i \end{aligned}$$

Dove ω è la velocità angolare del sistema di riferimento solidale rispetto a quello inerziale, e τ_e^i e F_e^i sono dei termini generici per indicare forze e momenti esterni non presi in considerazione durante la trattazione come per esempio quelli generati dal vento.

3.3 Analisi delle forze in gioco

Fissati i sistemi di riferimento e illustrate le formule generali della dinamica, si può iniziare ad analizzare le forze in gioco.

Sul drone agiscono la forza generata dai due rotori e quella dovuta alla gravità marziana.

Quest'ultima la possiamo esprimere semplicemente come $F_g = mg_m$, dove $g_m = 3.69 \text{ m/s}^2$; sapendo che la massa di Ingenuity è di 1.8 Kg avremo come valore finale 6.642 N. Il vettore sarà quindi:

$$F_g^i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6.642 \text{ N} \end{pmatrix}$$

La forza generata dai due rotori la possiamo scomporre in due principali contributi: una forza di lift, F_l , e una di resistenza aerodinamica, F_r . Le rispettive formule che ci forniscono i due contributi sono:

$$\begin{aligned} F_l &= \frac{\rho C_l V_p^2 s}{2} = K_l \omega^2 \\ F_r &= \frac{\rho C_r V_p^2 s}{2} = K_r \omega^2 \end{aligned}$$

Dove ρ è la densità dell'aria, C_l e C_r sono rispettivamente la costante di lift e di resistenza aerodinamica le quali, nonostante il nome, variano al variare

dell'angolo di attacco delle pale, V_p è la velocità della pala, s è la superficie della stessa, ω è la velocità angolare, K_l e K_r sono invece delle costanti le quali racchiudono tutte le grandezze non variabili e le costanti della formula generale assieme alla lunghezza al quadrato l^2 della pala, lasciando fuori soltanto la velocità angolare ω e permettendo una scrittura più sintetica della forza.

In conclusione, la forza totale generata da un rotore sarà uguale a

$$|F_m| = F_l - F_r = (K_l - K_r)\omega^2.$$

Ingenuity possiede due swashplate, i quali permettono di controllare l'inclinazione delle pale. L'angolo del collettivo può variare da un minimo di -4.5 gradi ad un massimo di 17.5 gradi, quello ciclico opera in un intervallo di ± 10 gradi.

Diretta conseguenza di questa sua caratteristica, è la possibilità di generare un vettore di spinta con un angolo γ rispetto l'asse z^b . Per la modellizzazione è quindi necessario riuscire a determinare esattamente le tre componenti del vettore in questione, e di conseguenza di conoscere esattamente il valore dell'angolo γ e il modulo di F_m . Per ottenere questo risultato si possono sfruttare gli angoli α e β dovuti all'inclinazione del disco rotore rispetto agli assi x e y . È importante ricordare che, poiché Ingenuity controlla sia il ciclico sia il collettivo, i valori sopra citati sono noti.

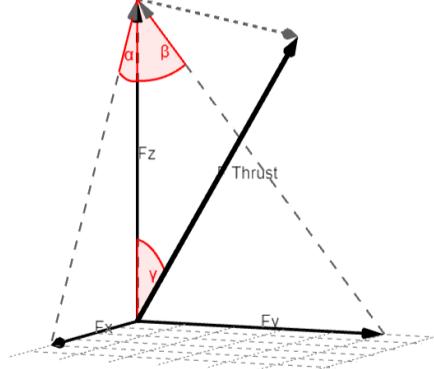


Figura 7: Vettore thrust e sue componenti

Per trovare il valore cercato si sfrutta la seguente relazione matematica:

$$\tan^2(\gamma) = \tan^2(\alpha) + \tan^2(\beta)$$

Partendo da qui si può dedurre che:

$$\gamma = \arctan(\sqrt{\tan^2(\alpha) + \tan^2(\beta)})$$

$$\cos(\gamma) = \cos(\arctan(\sqrt[2]{\tan^2(\alpha) + \tan^2(\beta)}))$$

$$\cos(\gamma) = \frac{1}{\sqrt[2]{1 + \tan^2(\alpha) + \tan^2(\beta)}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{\cos(\alpha) \cos(\beta)}{\sqrt[2]{\cos^2(\alpha) \cos^2(\beta) + \sin^2(\alpha) \cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) \cos^2(\alpha)}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{\cos(\alpha) \cos(\beta)}{\sqrt[2]{1 - \sin^2(\alpha) \sin^2(\beta)}}$$

Possiamo quindi trovare le componenti dei vettori F_i o F_s , rispettivamente del rotore inferiore e superiore, nel sistema di riferimento non inerziale. La relazione che ci permette di fare ciò è la seguente:

$$F_i^b = T_{(\alpha,\beta)} |F_m|$$

$$F_s^b = T_{(\alpha,\beta)} |F_m|$$

Dove $T_{(\alpha,\beta)}$ è così definito:

$$T_{(\alpha,\beta)} = \begin{pmatrix} -\tan(\alpha) \cos(\gamma) \\ \tan(\beta) \cos(\gamma) \\ -\cos(\gamma) \end{pmatrix}$$

Inoltre, si può sfruttare il fatto che gli angoli dovuti al ciclico e all'inclinazione del vettore rispetto l'asse z del corpo sono piccoli, e quindi si può operare la seguente approssimazione:

$$T_{(\alpha,\beta)} = \begin{pmatrix} -\alpha \\ \beta \\ -1 \end{pmatrix}$$

3.4 Analisi dei momenti delle forze

Dopo aver analizzato le forze in gioco è necessario affrontare il tema dei momenti delle forze per comprendere la dinamica rotazionale dell'oggetto.

Vi sono vari contributi dovuti al vettore di thrust, alla reazione dovuta al movimento delle pale e a resistenze aerodinamiche.

Per quanto riguarda la prima si può calcolare applicando semplicemente la seguente formula:

$$\tau_i^b = d_{i,cm} \times F_i^b$$

$$\tau_s^b = d_{s,cm} \times F_s^b$$

Dove $d_{i,cm}$ e $d_{s,cm}$ sono la distanza fra il centro di massa e rispettivamente il rotore inferiore e superiore.

Il movimento dei rotori genera un momento nella fusoliera del drone. Poiché si sta analizzando un drone coassiale però, è intuitivo pensare che i momenti dovuti ai singoli rotori abbiano senso opposto e quindi si annullano. Sfruttando i due swashplate di Ingenuity si possono dare input diversi per il controllo del collettivo di ogni rotore. Di conseguenza si creano momenti di reazioni differenti e, attraverso questi, si può controllare l'angolo di imbardata dell'elicottero. Il tutto è formalizzato da questa relazione matematica:

$$\begin{aligned} Q_i &= |Q_i|z^b \\ Q_s &= -|Q_s|z^b \\ \tau_r^b &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Q_i - Q_s \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dove Q_i e Q_s sono rispettivamente il momento di resistenza del rotore inferiore e superiore e τ_r è la loro somma.

Infine, è importante sottolineare le possibili influenze che vi possono essere fra dinamica rotazionale e traslazionale. Difatti, se il vettore di thrust non agisce esattamente sul centro di massa si deve considerare fra i momenti agenti il seguente vettore:

$$\tau_{ac}^b = \Gamma_f(F_i^b + F_s^b)$$

Dove Γ_f è una matrice costante che permette di esprimere l'accoppiamento sopra descritto.

D'altro canto anche i momenti delle forze possono influenzare la dinamica traslazionale; in questo caso la discriminante sono gli input di controllo del momento. Difatti, sebbene in alcuni casi questo contributo aggiuntivo possa essere trascurato, nel caso di elicotteri con swashplate ciò non è possibile. La relazione matematica che esprime questa quantità è la seguente:

$$F_{ac}^b = \Gamma_\tau(\tau_i^b + \tau_s^b + \tau_r^b)$$

Dove la matrice Γ_τ ha funzione analoga a quella di sopra e moltiplica la somma dei momenti agenti sul drone sviluppati dai rotori.

4 Approfondimento sulle pale

Dopo aver descritto il modello di Ingenuity, in questa ultima parte si cercherà di fornire un approfondimento qualitativo circa la struttura e le caratteristiche delle pale.

4.1 Velocità

Volare sul pianeta rosso è molto difficile, proprio per questo motivo le pale e la loro struttura hanno un ruolo centrale. Difatti, per motivi di aerodinamica e di struttura è fondamentale che queste non superino la velocità del suono (240m/s circa su Marte). Allo stesso tempo però, la densità dell'aria è solo l'1% di quella terrestre. Per risolvere queste problematiche la Nasa ha deciso di aumentare i giri per minuto delle pale, le quali operano in un intervallo fra 2400 e 2800 (un elicottero normale arriva a circa 400 giri per minuto), che danno una velocità di punta massima di 0.7 mach. Un aumento così drastico dei giri per minuto è stato reso possibile dalle dimensioni ridotte delle pale (0.60 m) rispetto a quelle di un elicottero normale.

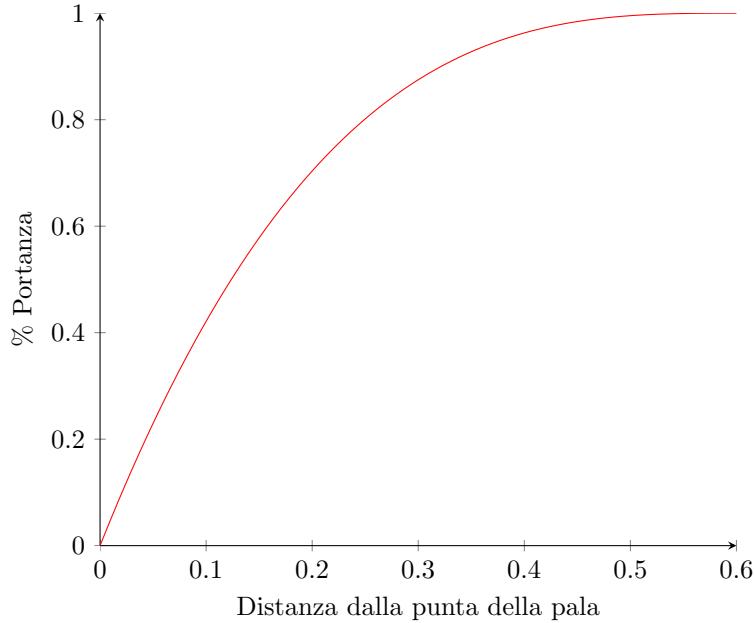
4.2 Struttura delle pale

La forma della pala è fortemente influenzata da motivi aerodinamici. Considerando la formula della portanza, una delle componenti fondamentali è la velocità della pala. Poiché quest'ultima è in rotazione non si può assumere un valore come costante per tutto il rotore, ma la velocità diventa funzione dello spazio.

Supponiamo di avere una pala rettangolare di 60 cm. Si indica con la variabile x la distanza dal centro di rotazione. Di conseguenza, conoscendo la formula per la portanza, $V_p = wx$ e $s = adx$, dove a è la larghezza della pala, si può scrivere la seguente relazione:

$$F_l = \frac{\int_{0.45}^{0.60} \frac{\rho C_l w^2 x^2 a}{2} dx}{\int_0^{0.60} \frac{\rho C_l w^2 x^2 a}{2} dx} = 0.578$$

Da ciò si deduce che, in questo caso, il 57.8% della portanza è sviluppato dall'ultimo quarto della pala. Calcolando l'integrale al numeratore per la seconda metà della pala si otterrà una percentuale ancora più alta: 87.5%. Si propone un grafico che mette in relazione la distanza dalla punta della pala con la percentuale di portanza sviluppata.



Per bilanciare il più possibile lo sviluppo di portanza e la conseguente resistenza aerodinamica, gli ingegneri hanno deciso di usare una pala rastremata e svergolata ovvero, con angolo di attacco che diminuisce allontanandosi dal centro di rotazione.

5 Conclusioni

Nel lavoro qui proposto si sono evidenziate le ragioni per le quali la scelta del coassiale sia una delle più convenienti per quanto riguarda l'economia della missione spaziale. Nella trattazione sono state analizzate le principali forze e i principali momenti agenti sul drone sfruttando due sistemi di riferimento differenti e la conseguente matrice per passare da uno all'altro. Inoltre, si è proposto un modello dinamico di Ingenuity e una breve discussione di carattere qualitativo riguardo le sue pale.

Si ritiene che questo particolare ambito possa diventare sempre più rilevante nel futuro prossimo: Ingenuity ha superato di gran lunga l'aspettativa di vita arrivando al 34esimo volo (al 22 Novembre 2022) contro i 5 previsti. Questo successo dimostra la fattibilità dell'impiego di droni in missioni spaziali ed apre un fronte completamente nuovo per quanto riguarda l'esplorazione di corpi celesti dotati di atmosfera. È importante sottolineare come, in alcuni casi, le difficoltà incontrate, una su tutte la scarsa densità dell'atmosfera marziana, hanno costretto gli scienziati ad optare per soluzioni non applicabili ad un elicottero di dimensioni maggiori; difatti Ingenuity, nonostante il metro e venti di diametro del disco rotore, opera ad una velocità di punta delle pale di circa 0.7 mach.



Figura 8: Perseverance con Ingenuity.Crediti:NASA/JPL-Caltech

Infine, il modello qui proposto può essere implementato in futuro con un sistema di controllo e simulazioni che dimostrano la bontà di quest'ultimo. Difatti, è in una forma adatta al controllo, di conseguenza suoi sviluppi futuri potranno concentrarsi sullo studio delle proprietà del sistema di controllo e lo sviluppo di metodi di controllo per l'inseguimento di traiettorie o il moto punto-punto.

Bibliografia

- [1] Bob Balaram et al. «Mars helicopter technology demonstrator». In: *2018 AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. 2018, p. 0023.
- [2] J Balaram, MiMi Aung e Matthew P Golombek. «The ingenuity helicopter on the perseverance rover». In: *Space Science Reviews* 217.4 (2021), pp. 1–11.
- [3] Li Chen e Phillip J Mcckerrow. «Modelling the lama coaxial helicopter». In: (2007).
- [4] A. Dzul, T. Hamel e R. Lozano. «Modeling and nonlinear control for a coaxial helicopter». In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. Vol. 6. 2002, p. 6. DOI: 10.1109/ICSMC.2002.1175550.
- [5] Håvard F Grip et al. «Flight control system for NASA’s Mars helicopter». In: *AIAA Scitech 2019 Forum*. 2019, p. 1289.
- [6] Minh-Duc Hua et al. «Introduction to feedback control of underactuated VTOL vehicles: A review of basic control design ideas and principles». In: *Control Systems, IEEE* 33 (feb. 2013), pp. 61–75. DOI: 10.1109/MCS.2012.2225931.
- [7] Farid Zare Seisan. *Modeling and control of a co-axial helicopter*. University of Toronto (Canada), 2012.