

# Appunti RNP

Antonio Messina: messinantonio13@gmail.com

March 2025

## Indice

1	Il nucleo atomico: nozioni introduttive e terminologia	1
2	Unità di misura ed ordini di grandezza	2
2.1	Unità naturali . . . . .	4
3	Lezione 2 - 07/03/2024	4
3.1	Decadimenti . . . . .	7

## 1 Il nucleo atomico: nozioni introduttive e terminologia

Un atomo è costituito da un nucleo centrale di carica elettrica positiva e da una nube elettronica di carica elettrica negativa, legata al nucleo mediante la *forza Coulombiana*. Il più semplice atomo conosciuto è l'atomo di idrogeno H e consiste di un **elettrone** (e) e di un **protone** (p), che forma il nucleo. Tutti gli altri nuclei sono sistemi legati, composti da una combinazione di  $N$  **neutroni** (n) e  $Z$  *protoni*. Data la neutralità degli atomi, il numero  $Z$  corrisponde anche al numero di elettroni. Tale numero, che viene chiamato **numero atomico** o *numero protonico*, è pari al numero di protoni presenti nel nucleo ed identifica univocamente un elemento della tavola periodica. Ad esempio con  $Z = 8$  identifichiamo l'ossigeno O oppure con  $Z = 26$  il ferro Fe. I *neutroni* e i *protoni* sono anche chiamati **nucleoni**, essendo le particelle costituenti del nucleo atomico.

Particella	Simbolo	Carica	Massa	Spin
Elettrone	e	$-e$	$9.109 \times 10^{-31}$ kg	1/2
Protone	p	$e$	$1.673 \times 10^{-27}$ kg	1/2
Neutrone	n	0	$1.675 \times 10^{-27}$ kg	1/2

Tabella 1: Carica elettrica, massa e spin dell'elettrone e dei nucleoni.

La carica elementare  $e$  è stata fissata esattamente dal sistema internazionale nel

2019 ed è pari a

$$e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Poiché il protone e il neutrone hanno una massa tre ordini di grandezza maggiore di quella dell'elettrone, la quasi totalità della massa atomica è concentrata nel nucleo. La somma  $Z + N$ , ovvero il numero di nucleoni presenti nel nucleo, prende il nome di **numero di massa** ed è indicata con  $A$ . Per indicare una determinata specie nucleare o **nuclide** sarà utilizzata la seguente notazione

$${}^A_Z X_N$$

dove con  $X$  è indicato il simbolo chimico. Per gli elementi esistenti in natura,  $Z$  varia tra 1 (idrogeno) e 92 (uranio), mentre  $A$  assume valori da 1 fino ad un massimo di 238. È evidente come tale notazione risulti ridondante dato che insieme al simbolo chimico, che individua univocamente il numero atomico  $Z$ , basterebbe soltanto il numero di neutroni  $N$  o il numero di massa  $A$ .

$${}^A_Z X_N \equiv {}^A X$$

In questo modo  ${}^{238}\text{U}$  è un modo perfettamente valido per indicare il nuclide uranio-238  ${}^{238}_{92}\text{U}_{146}$ . Per comprendere la struttura e le proprietà degli atomi e dei nuclei atomici diamo ora una serie di definizioni:

- **Isotopi:** Due nuclidi con uguale  $Z$  e diverso  $A$ . Gli *isotopi* sono dunque atomi dello stesso elemento chimico che hanno lo stesso numero atomico  $Z$ , ma differiscono nel numero di neutroni  $N$ . Un esempio sono il carbonio-12  ${}^{12}\text{C}$  e il carbonio-14  ${}^{14}\text{C}$ , entrambi isotopi del carbonio.
- **Isotoni:** Due nuclidi con uguale  $N$  e diverso  $Z$ . Gli *isotoni* sono dunque atomi che hanno lo stesso numero di neutroni  $N$  ma differente numero atomico  $Z$ . Gli isotoni appartengono quindi ad elementi diversi. Un esempio sono il sodio-23  ${}^{23}\text{Na}$  e il magnesio-24  ${}^{24}\text{Mg}$ .
- **Isobari:** Due nuclidi con uguale  $A$ . Gli *isobari* sono atomi che hanno lo stesso numero di massa, ma differente numero atomico. Gli isobari appartengono quindi ad elementi diversi. Un esempio sono il potassio-40  ${}^{40}\text{K}$  e l'argon-40  ${}^{40}\text{Ar}$ .

## 2 Unità di misura ed ordini di grandezza

In fisica nucleare e subnucleare i fenomeni fisici analizzati operano su una scala di dimensioni lineari estremamente piccole che va dai  $10^{-15}$  m fino a  $10^{-18}$  m. Su tali scale usare il metro non è più agibile, per cui si utilizza generalmente un'altra unità di misura di riferimento: il **fermi**, pari a un *femtometro*.

$$1 \text{ fermi} \equiv 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$$

Le dimensioni dei nuclei variano da circa 1 fm per un singolo nucleone a circa 7 fm per i nuclei più pesanti. Le masse dei nucleoni e dell'elettrone, pur variando

su diversi ordini di grandezza, sono estremamente piccole rispetto al kg. Per ovviare a ciò le masse nucleari sono misurate in termini di **unità di massa atomica** unificata (u), definita in modo che la massa di un atomo di  $^{12}\text{C}$  sia esattamente 12 u.

$$1 \text{ u} = \frac{m(^{12}\text{C})}{12}$$

Quindi i nucleoni hanno masse di circa 1 u. Nell'analisi dei decadimenti e delle reazioni nucleari, generalmente si lavora con **energie di massa** piuttosto che con le masse stesse. Per comprendere il concetto di energie di massa ricordiamo che 1 eV è l'energia acquisita (o persa) da una singola unità di carica elettrica  $e$ , che si muove nel vuoto tra due punti dello spazio con una d.d.p. di 1 V. Essendo un'unità di misura dell'energia, essa può essere convertita in *joule*, dove

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.602 \times 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ J} &= 6,242 \times 10^{18} \text{ eV} \end{aligned}$$

Questa unità di misura risulta molto utile dato che le energie in gioco quando si studia un sistema nucleare o una reazione nucleare o un processo che coinvolga particelle subnucleari, pur variando su svariati ordini di grandezza, sono estremamente piccole rispetto al *joule*. A titolo di esempio:

- L'energia di legame media per nucleone di un nucleo medio-pesante è dell'ordine di  $10^{-12}$  J.
- La massima energia cinetica impartita fin'ora ad un elettrone con un acceleratore è dell'ordine di  $10^{-8}$  J

La conversione della massa in energia viene effettuata utilizzando il risultato fondamentale della relatività ristretta  $E = mc^2$ . In questo modo

$$1 \text{ kg} = 5.610 \times 10^{35} \text{ eV}/c^2$$

Per quanto riguarda l'unità di massa atomica il fattore di conversione è  $1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV}/c^2$ . Così possiamo valutare la massa dell'elettrone, del protone e del neutrone come

Particella	Massa ( $\text{MeV}/c^2$ )
Elettrone	0.5109989
Protone	938.2720
Neutrone	939.5654

Tabella 2: Masse dell'elettrone e dei nucleoni espresse in  $\text{MeV}/c^2$ .

## 2.1 Unità naturali

Le due costanti fondamentali della meccanica quantistica relativistica sono la costante di Planck  $h$ , e la velocità della luce nel vuoto  $c$ :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

Risulta conveniente utilizzare un sistema di unità in cui  $\hbar$  è una unità di azione e  $c$  è una unità di velocità. Il nostro sistema di unità sarà completamente definito se ora specificassimo, ad esempio, la nostra unità di energia. Per quanto visto prima risulterà abbastanza comune misurare le quantità in unità di GeV, una scelta motivata dal fatto che l'energia di riposo del protone è approssimativamente di 1 GeV.

Scegliendo unità con  $\hbar = c = 1$ , diventa superfluo scrivere esplicitamente  $\hbar$  e  $c$  nelle formule, risparmiando così tempo e problemi. Possiamo sempre utilizzare l'analisi dimensionale per determinare inequivocabilmente dove entrano  $\hbar$  e  $c$  in qualsiasi formula. Pertanto, con una leggera ma consentita pigrizia, è consuetudine parlare di massa, momento, ed energia tutte in termini di GeV, e misurare lunghezza e tempo in unità di  $\text{GeV}^{-1}$ . La Tabella 3 mostra il collegamento tra le unità GeV e le unità mks.

Fattore di conversione	Dimensione effettiva
$1 \text{ kg} = 5.61 \times 10^{26} \text{ GeV}$	$\frac{\text{GeV}}{c^2}$
$1 \text{ m} = 5.07 \times 10^{15} \text{ GeV}^{-1}$	$\frac{\hbar c}{\text{GeV}}$
$1 \text{ sec} = 1.52 \times 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$	$\frac{\hbar}{\text{GeV}}$

Tabella 3: Unità di massa, lunghezza e tempo convenzionali in termini di unità di energia con  $\hbar = c = 1$ .

## 3 Lezione 2 - 07/03/2024

Protoni e neutroni devono essere trattenuti nel nucleo da una forza di natura diversa rispetto a quelle fino ad ora incontrate, ovvero la *forza gravitazionale* e la *forza elettromagnetica*. Poiché i protoni hanno carica positiva, tra di essi agisce una forza elettrostatica repulsiva. Affinché il nucleo possa rimanere stabile come un sistema legato, è necessaria un'altra forza attrattiva, più intensa della forza elettrostatica. Questa forza deve avere un raggio d'azione molto limitato, certamente più piccolo delle distanze atomiche, poiché non ha alcun effetto a tali scale.

Nella fisica nucleare e subnucleare, le informazioni sperimentali sulla struttura di nuclei e particelle, sulle loro proprietà e sulle forze che esercitano tra loro derivano dallo studio di tre processi fondamentali:

1. **Stati legati:** Uno stato legato è un sistema composto di due o più particelle, soggette a un potenziale interno, caratterizzato dall'avere un'energia meccanica totale  $E$  negativa. Studiare queste configurazioni ci può dare informazioni importanti sulle forze che li tiene insieme.
2. **Decadimenti:** Il decadimento è il processo di disintegrazione in cui un nucleo instabile  $a$ , caratterizzato dall'avere un tempo di vita finito, si trasforma spontaneamente in altri più stabili  $b, c, \dots$ . Questo processo è governato da una forza specifica. Analizzandolo, possiamo identificarne l'origine.
3. **Collisioni:** Le collisioni tra particelle sono urti in cui una o più particelle proiettile  $a$  interagiscono in vari modi con una o più particelle bersaglio  $b$ . Tali interazioni possono portare alla formazione di diversi prodotti, in base al tipo di interazione in gioco. Poiché queste interazioni sono mediate da una o più forze, il loro studio ci aiuta a caratterizzarle.

Tutti e tre questi processi avvengono in accordo con dei principi di conservazione universali: energia, quantità di moto, momento angolare e carica. Questi principi di conservazione vengono sempre rispettati, indipendentemente dal tipo di processo in esame.

Per le leggi di conservazione, quando un nucleo decade è richiesto che i prodotti siano almeno due particelle e/o nuclei.

I processi di collisione si dividono in due tipi:

- *Urti elastici:* Una collisione nella quale le particelle nello stato finale sono le stesse di quello iniziale.

$$a + b \rightarrow a + b$$

- *Urti anelastici:* Una collisione nella quale le particelle nello stato finale sono diverse in numero e/o tipo da quelle iniziali.

$$a + b \rightarrow c + d + f$$

Essendo che i processi di collisione tra particelle cadono nella maggioranza dei casi nel framework della fisica relativistica, le leggi di conservazione vanno intese rispetto alle grandezze fisiche relativistiche in gioco. Fissato un sistema di riferimento inerziale  $O$  e data una particella con massa a riposo  $m_0$ , misurata nel sistema di riferimento solidale alla particella stessa, l'energia e l'impulso relativistici sono definiti dalle seguenti relazioni

$$E = m_0 c^2 + T = \gamma m_0 c^2 \quad (1)$$

$$\mathbf{p} = \gamma m_0 \mathbf{v} \quad (2)$$

con  $T = (\gamma - 1)m_0c^2$  l'energia cinetica relativistica della particella, con  $\mathbf{v}$  la velocità della particella misurata rispetto al sistema di riferimento inerziale  $O$  e con  $\gamma$  il *fattore di Lorentz*, definito come

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{con} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

A partire dalla (1) e dalla (2) possiamo ricavare la famosa relazione di Einstein. Partiamo da quella sull'energia

$$\begin{aligned} E &= \gamma m_0 c^2 \\ E &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ E^2 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - \beta^2} \quad \rightarrow \quad E^2 - E^2 \beta^2 = m_0^2 c^4 \end{aligned}$$

Per la (2) consideriamo invece solo il modulo

$$\begin{aligned} p &= \gamma m_0 v \\ pc &= \gamma m_0 v c \\ pc &= \gamma m_0 \frac{v}{c} c^2 \\ pc &= \beta \gamma m_0 c^2 \\ pc &= \beta E \quad \rightarrow \quad p^2 c^2 = \beta^2 E^2 \end{aligned}$$

Sostituendo la relazione appena trovata all'interno di quella per l'energia troviamo

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

Come vedremo, la relatività ristretta estende i concetti fondanti della meccanica newtoniana. Pertanto ci possiamo aspettare che la tali relazioni si riducano a quelle della meccanica newtoniana per basse velocità. Per farlo possiamo approssimare  $\gamma(\beta)$  per  $\beta \ll 1$

$$\gamma(\beta) \approx 1 + \frac{\beta^2}{2}$$

avendo usando la seguente espansione in serie

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$$

con  $\alpha = -\frac{1}{2}$  e  $x = -\beta^2$ . Applicando questa approssimazione all'energia cinetica relativistica  $T$  infatti vediamo subito come questa si riduca a quella classica

$$\begin{aligned} T &= (\gamma - 1)m_0 c^2 \quad \rightarrow \quad T = \left(1 + \frac{\beta^2}{2} - 1\right)m_0 c^2 \\ &= \frac{\beta^2}{2} m_0 c^2 \\ &= \frac{1}{2} m_0 \frac{v^2}{c^2} c^2 \quad \rightarrow \quad T = \frac{1}{2} m_0 v^2 \end{aligned}$$

### 3.1 Decadimenti

Se ho un campione di  $N_0$  particelle instabili al tempo  $t = 0$  e se non vengono introdotti nuovi nuclei all'interno del campione, si vede sperimentalmente che il tasso di decrescita  $\lambda$ , definito come il rapporto tra la variazione del numero di particelle nel tempo e il numero di particelle, non dipende dal tempo.

$$-\frac{\frac{dN(t)}{dt}}{N(t)} = \lambda \quad (3)$$

La costante  $\lambda$  è anche nota *costante di decadimento* e ha le dimensioni dell'inverso di un tempo. Per integrazione della (3) otteniamo la *legge del decadimento esponenziale*

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Analogia per il caso in cui  $\tau_2 \ll \tau_1$  e  $\tau_1 \ll \tau_2$

1.  $\tau_2 \ll \tau_1$ : Consideriamo una situazione in cui abbiamo questo processo. Ho due tessere del domino indicate con A e B. Quando A cade allora potrà cadere anche B e quando anche B sarà caduta potrò andare a dormire, ma il tempo necessario a far cadere A e B è diverso. In questa situazione abbiamo che la tessera A cade dopo 1 secondo mentre la tessera B dopo un'ora. Durante tutto il processo quando cade A importa poco, perché essendo caduta subito dovrò per forza aspettare B prima di andare a dormire. Questo si traduce nel decadimento con il fatto che  $N_2$  decade con la sua costante di tempo fregandosene di quella del genitore  $N_1$ .
2.  $\tau_1 \ll \tau_2$ : Consideriamo una situazione in cui abbiamo questo processo. Ho due tessere del domino indicate con A e B. Quando A cade allora potrà cadere anche B e quando anche B sarà caduta potrò andare a dormire, ma il tempo necessario a far cadere A e B è diverso. In questa situazione abbiamo che la tessera A cade dopo 1 ora secondo mentre la tessera B dopo un secondo. Quando vedrò cadere A cadrà subito anche B, anche se dopo un secondo. Ma dato che ho dovuto aspettare un'ora per vedere cadere A per B cade praticamente insieme ad A. Questo si traduce nel decadimento con il fatto che  $N_2$  decade con la costante di tempo del genitore perché tanto appena decade il padre, nei tempi di osservazioni tali da poter vedere il decadimento del genitore il figlio decade praticamente immediatamente dopo.

