КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет інформаційних технологій
Кафедра прикладних інформаційних систем

напрям 6.040302 «Інформатика»
(шифр і назва напряму підготовки або спеціальності)

Звіт

з лабораторної роботи №2
На тему: **«Моделювання методом Монте-Карло»**

Виконав: студент 4 курсу навчання
групи інформатика (І-42)
Довбня Дмитро Володимирович

Київ – 2017

Мета: Ознайомлення з методикою вирішення задач моделювання методом Монте-Карло.

1. Визначення площі фігури.

А) Використовуючи будь-який програмний математичний пакет за допомогою методу Монте-Карло обчислити площу фігури згідно варіанта:
a=2 b=5 α=60° - Паралелограм
Необхідно провести N=10 прогонів при кількості випробувань n=100, 200, 500, 1000, 2000, 5000, 10000. Після проведення моделювання необхідно заповнити відповідну таблицю.

Б) Результати експерименту необхідно виразити у вигляді довірчих інтервалів, що вказують величину відхилення від точного значення за формулою:

$$\bar{M} - \frac{\sqrt{D} * t_{\alpha/2,N-1}}{\sqrt{N}} \le S \le \bar{M} + \frac{\sqrt{D} * t_{\alpha/2,N-1}}{\sqrt{N}}$$

де $\bar{M}$ - середнє значення, D - дисперсія, $t_{\alpha/2,N-1}$ - (100α/2)%-на крапка *t*-розподілу з *N-1* ступенями вільності.

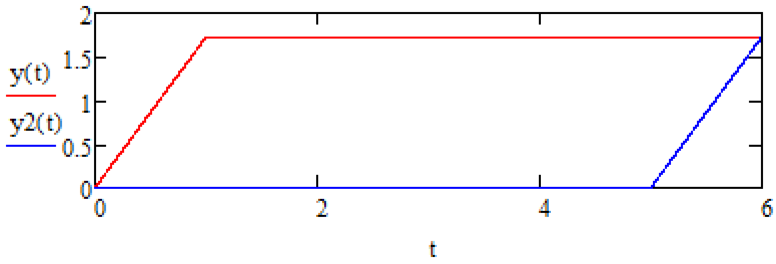
Хід виконання:

1. Знаходимо функцію паралелограма.
   Визначимо наш паралелограм як різницю функції верхньої та нижньої функції що обмежують паралелограм

$$y(x) := \text{if}[x < 1, x\cdot\tan(60\cdot deg), \text{if}[x < 6, \tan(60\cdot deg), \tan(60\cdot deg)\cdot(x-5)]]$$

$$y2(x) := \text{if}[x < 5, 0, \text{if}[x < 5, \tan(60\cdot deg), \tan(60\cdot deg)\cdot(x-5)]]$$

$$t := 0, 0 + 0.001 .. 6$$



1. Знаходимо теоретичне значення площі паралелограма

$$Sr := \int_0^6 y(x) - y2(x)\,dx = 8.66$$

2. Шукаємо значення площі для кожного експерименту, та знаходимо медіан з дисперсією

$$N := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 500 \\ 1000 \\ 2000 \\ 5000 \\ 10000 \\ 20000 \end{pmatrix}$$

$$yMax := \tan(60\cdot deg) \qquad xMax := 6$$

$j := 0..7$ номер N

$k := 1..10$ номер експерименту

$$i := 0..N_7 - 1$$

$$X_{i,k,j} := \text{rnd}(xMax) \qquad Y_{i,k,j} := \text{rnd}(yMax)$$

$$T_{i,k,j} := \text{if}\left(y\left(X_{i,k,j}\right) - y2\left(X_{i,k,j}\right) > Y_{i,k,j}, 1, 0\right)$$

$$n_{j,k} := \sum_{i=0}^{N_j - 1} T_{i,k,j} \qquad S_{j,k} := \frac{n_{j,k}\cdot xMax\cdot yMax}{N_j}$$

$$M_j := \frac{\sum_{i=1}^{10} S_{j,i}}{10} \qquad D_j := \frac{\sum_{i=1}^{10} \left(S_{j,i} - M_j\right)^2}{10 - 1}$$

3. Виконуємо для всіх N. Задаємо таблицю знайдених значень

№ прогону	Оцінка площі фігури при кількості випробувань							
	100	200	500	1000	2000	5000	10000	20000
1	8.833	8.678	8.771	8.636	8.62	8.64	8.632	8.665
2	7.898	8.314	8.272	8.522	8.615	8.605	8.629	8.618
3	8.937	8.73	8.459	8.542	8.563	8.597	8.652	8.676
4	8.73	8.21	8.418	8.491	8.527	8.592	8.645	8.677
5	8.314	8.47	8.667	8.667	8.667	8.686	8.674	8.684
6	9.249	8.574	8.75	8.511	8.73	8.678	8.707	8.665
7	9.041	8.989	8.646	8.761	8.724	8.713	8.711	8.669
8	8.833	8.833	8.709	8.605	8.652	8.727	8.7	8.704
9	8.73	8.47	8.813	8.75	8.672	8.73	8.644	8.625
10	8.626	8.522	8.75	8.688	8.605	8.717	8.681	8.689
$\bar{M}$	8.719	8.579	8.626	8.617	8.638	8.668	8.667	8.667
D	0.145	0.055	0.032	9.811e-3	4.212e-3	3.084e-3	9.749e-4	7.203e-4
Точне значення площі S = **8.66**								

4. Знаходимо довірчі інтервали для кожного значення площі

Ліва межа	8.63	8.638	8.563	8.539	8.614	8.655	8.637	8.628
Права межа	8.974	8.873	8.742	8.727	8.713	8.704	8.679	8.665

2. Обчислення одномірних інтегралів.

А) Використовуючи будь-який програмний математичний пакет за допомогою методу Монте-Карло обчислити одномірний інтеграл згідно варіанта:

$$\int_0^3 \frac{\sqrt[6]{12x^3 - 8x + 16}}{\sqrt[5]{-3x^5 + 3x - 8}}$$

Б) Обчислити точне значення інтегралу за допомогою засобів символьної математики будь-якого програмного математичного пакету та порівняйте значення.

1. Знаходимо значення за допомогою методу Манте-Карло, для N = 10000

$$a := 0 \qquad b := 3$$

$$S2 := \left| \begin{array}{l} y \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow \text{rnd}(b) \\ y \leftarrow y + f2(x) \end{array} \right. \\ y \cdot \dfrac{b-a}{N} \end{array} \right.$$

$$S2 = -2.814$$

2. Задаємо інтеграл за допомоги символьної математики:

$$a := 0 \qquad b := 3 \qquad f2(x) := \frac{\sqrt[6]{\left(12x^3 - 8x + 16\right)}}{\sqrt[5]{-3 \cdot x^5 + 3 \cdot x - 8}}$$

$$\int_a^b f2(x)\,dx = -2.811$$

3. Обчислення багатомірних інтегралів.

А) Використовуючи будь-який програмний математичний пакет за допомогою методу Монте-Карло обчислити багатомірний інтеграл згідно варіанта:

$$\int_0^3 \frac{\sqrt[6]{12x^3 - 8x + 16}}{\sqrt[5]{-3x^5 + 3x - 8}}$$

Б) Обчислити точне значення інтегралу за допомогою засобів символьної математики будь-якого програмного математичного пакету та порівняйте значення.

1. Знаходимо значення за допомогою методу Монте-Карло, для кількості літерацій N = 100000

$$f3(x1,x2) := 6x1^3 \cdot x2^4 + 0$$

$$a1 := 0 \qquad b1 := 2$$
$$a2 := 0 \qquad b2 := 5$$

$$S3 := \left| \begin{array}{l} z \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \left| \begin{array}{l} v \leftarrow \text{runif}(2,0,1) \\ x1 \leftarrow (b1 - a1)v_0 + a1 \\ x2 \leftarrow (b2 - a2)v_1 + a2 \\ z \leftarrow z + (f3(x1,x2)) \end{array} \right. \\ \dfrac{(b2 - a2)\cdot(b1 - a1)}{N}\cdot z \end{array} \right.$$

$$S3 = 1.493 \times 10^4$$

2. Задаємо інтеграл за допомоги символьної математики:

$$f3(x1,x2) := 6x1^3 \cdot x2^4$$

$$a1 := 0 \qquad b1 := 2 \qquad \int_{a2}^{b2}\int_{a1}^{b1} f3(x1,x2)\,dx1\,dx2 = 1.5 \times 10^4$$
$$a2 := 0 \qquad b2 := 5$$

Висновок: Під час виконання лабораторної роботи, ми ознайомилися з методикою вирішення задач пошуку площі методом Монте-Карло.

Таким чином знайшли площу паралелограма за допомогою геометричного методу інтегрування Монте-Карло. З отриманих результатів виконання першого завдання ми отримали, що зі збільшенням кількості точок в визначенні площі, дисперсія величини площі зменшувалась що свідчить про підвищення точності отриманого значення

В другому та третьому завданні ми знаходили значення інтегралів за допомогою методу Монте-Карло, як середнє значення суми значень функції у всіх випадкових точках проміжку. При збільшені кількості випадкових точок, значення інтегралу наближається до значення отриманого методами символьної математики.