КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет інформаційних технологій

Кафедра прикладних інформаційних систем

напрям 6.040302 «Інформатика»

(шифр і назва напряму підготовки або спеціальності)

Звіт

з лабораторної роботи №1

На тему: **«Неперервне моделювання»**

Виконав: студент 4 курсу навчання

групи інформатика (І-42)

Довбня Дмитро Володимирович

Київ – 2017

Назва роботи: **Неперервне моделювання**

Мета заняття: Ознайомлення з методикою вирішення задач неперервного моделювання.

Завдання №1: *Вивчення моделі Лотка-Волтерра «хижак-здобич»*

А) Здійснити неперервне моделювання та побудуйте графіки шуканих змінних шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь Лотка-Вольтерра, яка описує модель «хижак-здобич»:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = (\alpha - \beta y)x \\ \dfrac{dy}{dt} = (-\gamma + \beta\delta x)y \end{cases}$$

Використати коефіцієнти:

α - коефіцієнт народження здобичі = **0.043**

β - ефективність охоти = **0.00043**

γ - коефіцієнт смерті хижака = **0.0180**

δ - коефіцієнт народження хижака = **0.43**

Використати початкові умови:

x_0 - Кількість здобичі **= 630**

y_0 - Кількість хижаків **= 48**

Б) Визначте максимальну кількість хижаків та здобичі.

В) Побудувати часові діаграми та фазові портрети отриманих рішень.

Виконання завдання:

1. Зводимо систему диференційних рівнянь Лотка-Вольтерра, яка описує модель «хижак-здобич» до функції двох змінних в векторній формі

   x заміняємо на y_0

   y заміняємо на y_1

$$f(t,y) := \begin{bmatrix} (\alpha - \beta \cdot y_1) \cdot y_0 \\ (-\gamma + \beta \cdot \delta \cdot y_0) \cdot y_1 \end{bmatrix}$$

2. Знаходимо розв’язок системи диференційних рівнянь за допомогою використання методу Рунге-Кутта зі сталим кроком. Функція rkfixed середовища Mathcad

Отримуємо вираз в змінну D

$$D := \mathrm{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} x0 \\ y0 \end{pmatrix}, t0, t1, M, f\right]$$

Де x_0 та y_0 – початкові значення кількість здобичі та хижаків відповідно.

t0 – початкова координата часу, встановимо **0**

t1 – кінцева координата часу, встановимо **1200**

M – кількість кроків на заданому відрізку часу, встановимо **5000**

f – функція системи рівнянь в векторній формі

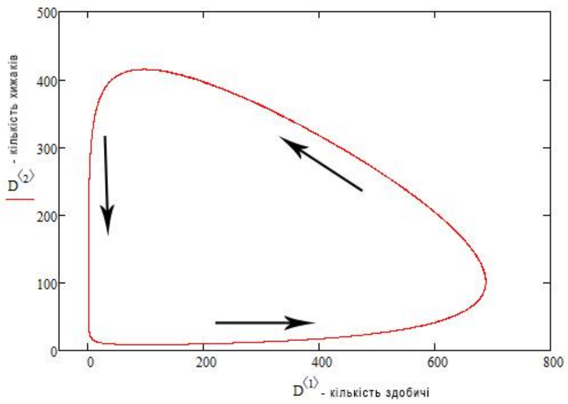
Отримана матриця D складається з трьох стовпчиків, де

В першому ($D^{<0>}$) – значення часу

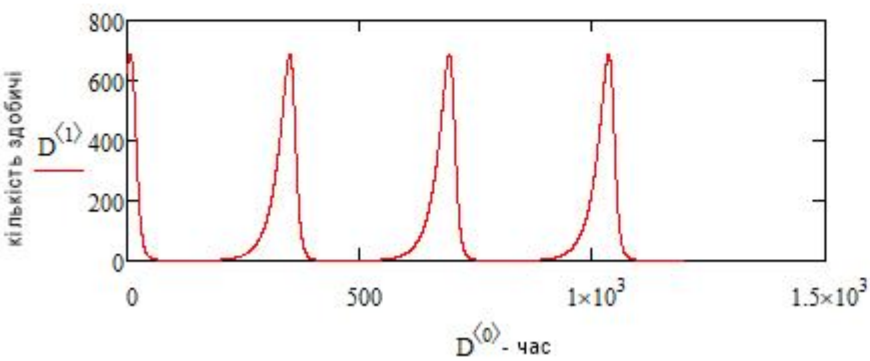
В другому ($D^{<1>}$) – значення x – кількість здобичі

В третьому ($D^{<2>}$) – значення y – кількість хижаків

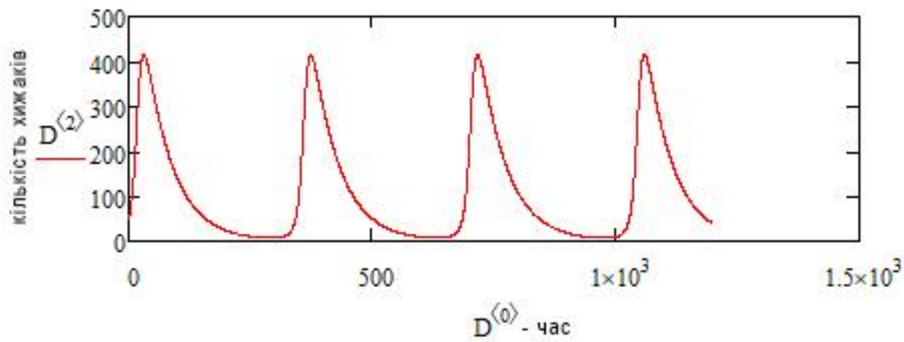
3. Максимальні значення
   - Максимальна кількість хижаків = **414 од.**
   - Максимальна кількість жертв = **688 од.**
4. Фазовий портрет системи



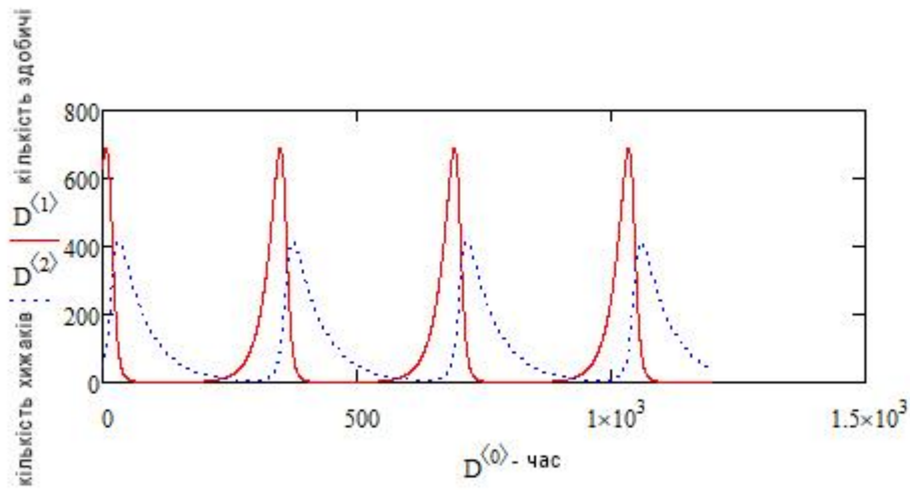
5. Часова діаграма популяції здобичі



6. Часова діаграма популяції хижаків



7. Часова діаграма популяції здобичі та хижаків



Висновок: З отриманих результатів, можна зробити висновок що система «***хижак-здобич***» є замкнутою і популяція учасників системи буде зберігатися на кожній фазі існування системи.

Завдання №2: ***Вивчення моделі розповсюдження епідемії***

А) Здійснити неперервне моделювання та побудуйте графіки шуканих змінних шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь, яка описує розповсюдження епідемії:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x(ky-1) \\ \dfrac{dy}{dt} = -kxy \end{cases}$$

x – хворі, y – здорові люди, які не переболіли та не мають імунітету.

Використати коефіцієнти:

k -коефіцієнт розповсюдження інфекції = **0.00038**

Використати початкові умови:

x_0 - Кількість хворих **= 83**

y_0 - Кількість здорових **= 53000**

Б) Визначте максимальну кількість хворих та день з початку епідемії, коли він досягається.

В) Побудувати часові діаграми та фазові портрети отриманих рішень.

Виконання завдання:

1. Зводимо систему диференційних рівнянь Лотка-Вольтерра, яка описує розповсюдження епідемії до функції двох змінних в векторній формі

   x заміняємо на y_0

   y заміняємо на y_1

$$f(t, y) := \begin{bmatrix} y_0 \cdot (k \cdot y_1 - 1) \\ -k \cdot y_0 \cdot y_1 \end{bmatrix}$$

2. Знаходимо розв'язок системи диференційних рівнянь за допомогою використання методу Рунге-Кутта зі сталим кроком. Функція rkfixed середовища Mathcad

   Отримуємо вираз в змінну D

$$D := \mathrm{rkfixed}\left[\begin{pmatrix} x0 \\ y0 \end{pmatrix}, t0, t1, M, f\right]$$

   Де x_0 та y_0 – початкові значення кількість здобичі та хижаків відповідно.

   t0 – початкова координата часу, встановимо **0**

   t1 – кінцева координата часу, встановимо **2000**

   M – кількість кроків на заданому відрізку часу, встановимо **20000**

   f – функція системи рівнянь в векторній формі

   Отримана матриця D складається з трьох стовпчиків, де

   В першому ($D^{\langle 0 \rangle}$) – значення часу

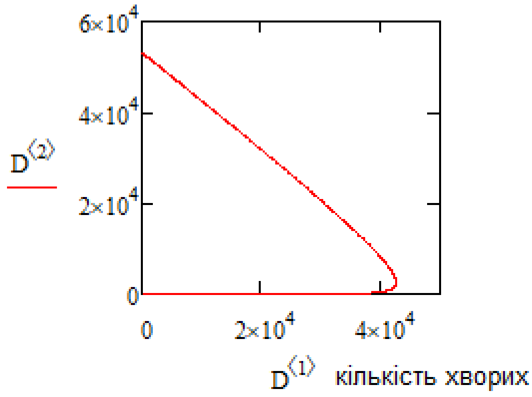
   В другому ($D^{\langle 1 \rangle}$) – значення x – кількість хворих

   В третьому ($D^{\langle 2 \rangle}$) – значення y – кількість здорових

3. Максимальні значення

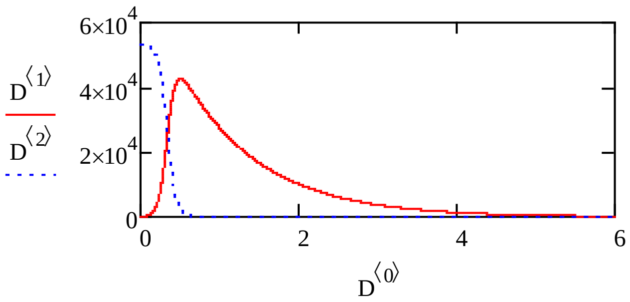
   - Максимальна кількість хворих = **4184 од.,** досягається через **0.5** дня з початку епідемії

4. Фазовий портрет системи



$D^{<1>}$ – кількість хворих, $D^{<2>}$ – кількість здорових

5. Часова діаграма кількості хворих та здорових



$D^{<0>}$ – дні, $D^{<1>}$ – кількість хворих, $D^{<2>}$ – кількість здорових які можуть захворіти (не мають імунітету)

Висновок: дана система нам показує швидке зростання кількості хворих і подальше їх видужування що призводить до зменшення кількості тих хто може захворіти (не має імунітету від даної хвороби). Це пов’язано з тим, що коефіцієнт видужування хворих в даній інтерпретації моделі Бейлі рівний одиниці.