

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса»  
(ГОУ ВПО «ЮРГУЭС»)

*B.B. Воронин, B.I. Марчук*

**МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ  
ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ  
АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

**Монография**



ШАХТЫ  
ГОУ ВПО «ЮРГУЭС»  
2010

УДК 519.25  
ББК 22.172  
B752

**Рецензенты:**

д.т.н., профессор, начальник кафедры «Антенные устройства и теоретические основы радиоэлектронных систем»  
Ростовского военного института ракетных войск

**Д.Д. Габриэльян**

д.т.н., профессор кафедры «Теоретические основы радиотехники»  
Таганрогского технологического института  
Южного Федерального университета

**В.П. Федосов**

**Воронин, В.В.**

B752      Методы и алгоритмы восстановления изображений в условиях неполной априорной информации : монография / В.В. Воронин, В.И. Марчук. – Шахты : ГОУ ВПО «ЮРГУЭС», 2010. – 89 с.  
ISBN 978-5-93834-643-7

В работе предложен ряд новых двумерных методов обработки изображений для решения задачи выделения полезного двумерного сигнала на фоне аддитивного шума на основе способа размножения оценок. Проведён подробный анализ эффективности предложенных цифровых методов обработки, и разработаны структурные схемы устройств, их реализующих. Практическая ценность полученных авторами результатов состоит в эффективности обработки двумерных сигналов при восстановлении изображений в условиях непараметрической априорной неопределенности.

Книга рассчитана на инженеров и научных работников, специализирующихся на цифровой обработке двумерных сигналов в различных областях науки и техники. Она может быть полезна также для специалистов, занимающихся обработкой изображений и медико-биологической, авиационно-космической, геодезической информации и др.

Книгу можно рекомендовать аспирантам и студентам вузов технических специальностей.

УДК 519.25  
ББК 22.172

**Режим доступа к электронному аналогу печатного издания:**  
<http://www.libdb.sssu.ru>

**ISBN 978-5-93834-643-7**

© Воронин В.В., Марчук В.И., 2010  
© ГОУ ВПО «Южно-российский государственный  
университет экономики и сервиса», 2010

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	4
Введение .....	5
ГЛАВА 1. Анализ методов восстановления изображений при решении задачи выделения полезного двумерного сигнала на фоне аддитивного шума .....	7
1.1. Математическая модель и типы изображений .....	7
1.2. Пространственные методы восстановления изображений .....	9
1.2.1. Линейные сглаживающие фильтры .....	11
1.2.2. Нелинейные фильтры .....	12
1.2.3. Адаптивные фильтры .....	15
1.2.4. Оптимальная фильтрация .....	19
1.2.5. Восстановление изображений на основе одномерных методов обработки .....	22
1.3. Частотные методы восстановления изображений .....	24
1.3.1. Двумерное дискретное преобразование Фурье .....	24
1.3.2. Метод 3D фильтрации с блоками подобия .....	26
1.3.3. Вейвлет-анализ .....	26
Выводы .....	28
ГЛАВА 2. Восстановление изображений на основе двумерного метода размножения оценок .....	29
2.1. Двумерный метод размножения оценок .....	29
2.2. Адаптивный двумерный метод размножения оценок .....	34
2.3. Структурная схема устройства, реализующего двумерный метод размножения оценок .....	44
2.4. Структурная схема устройства, реализующего адаптивный двумерный метод размножения оценок .....	46
Выводы .....	48
ГЛАВА 3. Исследование эффективности двумерного метода размножения оценок на тестовых изображениях .....	49
3.1. Критерии оценки качества обработки изображений .....	49
3.2. Исследование эффективности двумерного метода размножения оценок .....	53
Выводы .....	79
Заключение .....	81
Список использованной литературы .....	82

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Развитие цифровых систем приёма, передачи и обработки информации находит всё более широкое применение как в России, так и за рубежом. Цифровые системы широко внедряются в обиход обычных пользователей, а системы, ещё недавно реализуемые для промышленных платформ и научных целей, внедряются в бытовые приборы и машины, реализуют приём и передачу цифрового телевизионного сигнала, глобального позиционирования, удалённого контроля.

Предлагаемая Вашему вниманию монография содержит описание новых двумерных методов обработки изображений для решения задачи выделения полезного двумерного сигнала на фоне аддитивного шума на основе способа размножения оценок.

Авторы надеются, что изложенные в монографии результаты теоретических и практических исследований вызовут большой интерес среди специалистов, занимающихся вопросами обработки сигналов.

Авторы сердечно благодарят рецензентов, чьи критические замечания и советы также способствовали выпуску данной работы.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Развитие цифровых телевизионных и фотосистем, глобальных систем позиционирования и наблюдения, систем удалённого контроля для широкого круга потребителей ставит перед их разработчиками принципиально новые классы задач. В процессе передачи и преобразования посредством радиотехнических систем изображения подвергаются воздействию различных помех, что в ряде случаев приводит к ухудшению визуального качества и потере участков изображений. С широким внедрением цифровых систем связи увеличивается актуальность решения задач восстановления изображений, полученных с помощью фото- и видеокамер, с целью ослабления аддитивных шумов. Широкое использование результатов восстановления изображений находит своё применение при реализации систем автоматической обработки двумерных сигналов от светочувствительных матриц систем машинного зрения в цифровых фото- и видеокамерах. На практике часто встречаются изображения, искажённые шумом, который появляется на этапах формирования и передачи его по каналу связи. Причинами возникновения шума на изображении могут быть сбои в работе канала связи, шум видеодатчика, дефект плёнки или сканирующего устройства и т.д. При формировании цифровых изображений источником шума могут быть CCD-детектор (спектрометр) и самопроизвольные тепловые процессы в ячейках фотосенсоров. Одной из основных моделей шумов является аддитивный шум с гауссовой плотностью распределения, нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией, причиной его, в частности, может быть шум в электронных цепях и тепловой шум сенсоров из-за недостатка освещения или высокой температуры.

При использовании оптимальных методов оценки необходима априорная информация о взаимной корреляционной функции между исходным обрабатываемым изображением и выделяемым полезным двумерным сигналом, что крайне редко выполняется на практике. К недостаткам линейных сглаживающих фильтров следует отнести неспособность обрабатывать строки или столбцы изображения, находящиеся на границах маски в случае, если центр фильтра приближается к границам изображения. Все линейные алгоритмы фильтрации приводят к сглаживанию резких перепадов яркости изображений, что значительно ухудшает визуальное качество изображения. Следует отметить, что выбор размера маски для линейных и нелинейных фильтров зависит от наличия априорной информации об исходном изображении и шумовой составляющей.

Обработка изображений методами на основе ортогональных преобразований также имеет ряд существенных ограничений, связанных с наличием необходимой априорной информации о полосе занимаемых частот полезного сигнала и шума. Уменьшение объёма априорной информации существенно усложняет процесс обработки изображений и в ряде случаев делает обязательным визуальный контроль.

Известные методы эффективно сглаживают аддитивный гауссовский шум, но при этом наблюдается размытость мелких деталей и контуров, что является фундаментальной проблемой в области восстановления изображений для последующего анализа и описания деталей.

Для многих методов восстановления изображений необходима априорная информация о свойствах двумерных сигналов и статистических характеристиках шума, которая часто ограничена или труднодоступна. В связи с этим актуальной является задача восстановления изображений и выделения полезного двумерного сигнала на фоне шума в условиях неполной априорной информации. В этом плане перспективными оказываются методы обработки сигналов на основе размножения оценок, которые были успешно апробированы на одномерных сигналах.

# ГЛАВА 1

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ВЫДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО ДВУМЕРНОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ АДДИТИВНОГО ШУМА

### 1.1. Математическая модель и типы изображений

Восстановление изображений является важным направлением применения современной цифровой вычислительной техники с целью получения достоверной оценки для визуального и особенно автоматического анализа. Большинство методов, используемых при обработке одномерных сигналов для выделения полезного сигнала на фоне аддитивного шума, могут быть в ряде случаев обобщены и на двумерный случай. Под сглаживанием изображений понимается уменьшение дисперсии помех, связанных с несовершенством изображающей системы. Понятие сглаживания подразумевает некоторое представление об «идеально гладком» сигнале [1]. Изображение представляет собой двумерную функцию пространственных координат, которая изменяется по этим координатам медленнее, чем помеха. Для изображений «идеально гладким» можно считать сигнал, описываемый кусочно-постоянной моделью, т.е. «лоскутное» изображение с пятнами-деталями, имеющими постоянное значение сигнала в пределах каждой области [2].

В процессе передачи изображения в канале связи на него воздействуют различные помехи, которые осложняют визуальный и автоматический анализ. Для фильтрации или сглаживания зашумлённой двумерной полезной составляющей существует большое количество различных методов, применение которых зависит от выбранной адекватной математической модели изображения и шума. При этом математические модели взаимодействия полезной и шумовой составляющей можно разделить на три группы: аддитивные, мультипликативные и смешанные, или комбинированные [2, 3, 4].

Упрощённая математическая модель исходного изображения представляет собой двумерную дискретную последовательность  $Y_{i,j}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ , вида:

$$Y_{i,j} = S_{i,j} + \eta_{i,j}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.1)$$

где  $S_{i,j}$  – полезная двумерная составляющая (исходное неискажённое изображение);  $\eta_{i,j}$  – аддитивная шумовая составляющая;  $N$  – количество строк;  $M$  – количество столбцов двумерного массива изображения.

Изображение можно рассматривать как прямоугольную матрицу  $Y = \{Y_{i,j}\}$  со строками  $i$  и столбцами  $j$ , где  $N$  и  $M$  – соответственно высота и ширина изображения в пикселях.

Изображение характеризуется максимальным числом цветов, которые могут быть в нём использованы, т.е. различной глубиной цвета [2]. Существуют типы изображений с различной глубиной цвета – чёрно-белые, в оттенках серого, с индексированным цветом и полноцветные. Некоторые типы изображений имеют одинаковую глубину цвета, но отличаются по цветовой модели [5].

Типы изображений:

1. *Бинарные изображения*. Состоят только из чёрных и белых пикселей. При их запоминании на каждый пиксель отводится один бит.

2. *Полутоновые изображения*. Состоят из пикселей, каждый из которых занимает 8 бит, т.е. изображение имеет градации серого от 0 до 255. Численное значение пикселя характеризует яркость элемента изображения. Такие изображения распространены не очень широко, однако основные исследования в области обработки изображений проводятся именно на полутоновых изображениях, поскольку они представляют собой простые объекты с достаточно большим динамическим диапазоном [4, 5]. Существуют специальные форматы полутоновых изображений, которые требуют большего динамического диапазона.

3. *Палитровые изображения*. Такой тип изображений напоминает полутоновые изображения, поскольку для хранения одного пикселя также обычно используется 8 бит, но, в отличие от полутоновых изображений, 8 битами кодируется не яркость пикселя, а его цвет. Пиксель может принимать значения от 0 до 255, и эта величина обозначает индекс в массиве, содержащем цветовую информацию [2]. Такой массив называется палитрой. Таким образом, каждому значению пикселя ставится в соответствие тройка чисел из палитры, кодирующая цвет. Возможности обработки палитровых изображений сильно ограничены. Простую обработку, включающую изменение яркости или контраста, как правило, можно производить без особых трудностей, поскольку для этого требуется изменять лишь цветовую палитру. При этом во многих операциях обработки изображений возникают цвета, которых не было в исходном изображении.

4. *Изображения в естественных цветах*. Каждый элемент запоминается в виде RGB-тройки. Поскольку красная, зелёная и синяя составляющие цвета элемента изображения задаются численным значением от 0 до 255, для запоминания каждого элемента изображения требуется 24 бита [2]. Такое изображение теоретически может содержать до 16,8 миллиона различных цветов. Изображения в естественных цветах обеспечивают самые широкие возможности для дальнейшей обработки и художественного воплощения.

Причины появления цифрового шума на изображении могут быть различными, например шум, вносимый самопроизвольными тепловыми процессами в ячейках фотосенсоров, сканирующим устройством, при получении изображений CCD-детектором, электроникой устройств при формировании и передаче данных изображений (усилители, АЦП) и др. [2]. При этом цифровой шум проявляется в виде случайным образом расположенных элементов раstra, имеющих размеры, близкие к размеру пикселя [3].

Наиболее часто в качестве описания модели шумовой составляющей используют гауссовскую, Релея, Гамма, экспоненциальную, равномерную плотность распределения и др. [2, 3, 4, 6]. Причиной гауссовского шума может быть шум в электронных цепях и тепловой шум сенсоров из-за недостатка освещения или при наличии высокой температуры. Шум с законом распределения Релея моделируется на снимках, снятых с большого расстояния. Гамма-шум появляется на снимках, полученных с помощью лазера. Импульсный шум возникает при переходных процессах и неправильной коммутации [3]. Причиной равномерного шума, который может производить нежелательные артефакты на изображении, такие как ложные контуры вокруг объектов, или устранять низкоконтрастные детали, является ошибка квантования изображений [2].

В данной работе при построении математической модели шумовой составляющей предполагается априорная информация о том, что  $\eta_{i,j}$  имеет гауссовский закон распределения с нулевым математическим ожиданием  $\mu = 0$  и дисперсией  $\sigma_{\eta}^2 = \text{const.}$

## 1.2. Пространственные методы восстановления изображений

Методы сглаживания изображений по принципу их работы можно разделить на две группы – пространственные и частотные. К первой группе относятся усредняющие фильтры, фильтры, основанные на порядковых статистиках, адаптивные фильтры, ко второй – фильтры, использующие ортогональные и неортогональные преобразования изображения [2, 3, 6].

Пространственная обработка подразумевает выполнение операций над каждым элементом изображения (пиксели). Схему пространственной фильтрации можно представить как перемещение некоторой окрестности (окна, маски фильтра) по каждому элементу изображения (рис. 1.1) [2]. При этом в каждой точке вычисляется отклик фильтра с использованием предварительно заданных связей. В зависимости от типа окрестности различают каузальную, некаузальную и полукаузальную фильтрации изображений [3].

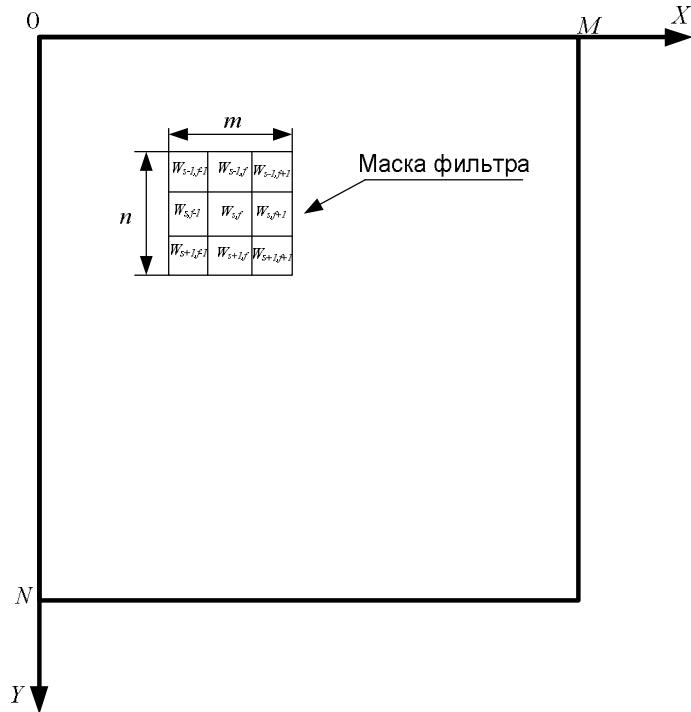


Рис. 1.1. Схема пространственной фильтрации

В случае линейных фильтров отклик задаётся суммой произведений весовых коэффициентов фильтра на соответствующие значения пикселей из области маски, а в случае нелинейных фильтров используется нелинейная комбинация весовых коэффициентов маски фильтра [6–8].

Фильтрация изображения  $Y_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$  с помощью фильтра размерами  $n \times m$  задаётся выражением вида:

$$\bar{S}_{i,j} = \sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f} \cdot Y_{i+s,j+f}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.2)$$

где  $w_{s,f}$  – коэффициенты маски фильтра,  $a = \frac{m-1}{2}$ ,  $b = \frac{n-1}{2}$ .

Общим недостатком пространственных методов, использующих маску, является неспособность обрабатывать строки или столбцы изображения, находящиеся на границах маски в случае, если центр фильтра приближается к границам изображения [2]. Этот недостаток решается некоторыми методами. Первый метод состоит в ограничении перемещения маски фильтра по изображению – не ближе  $\frac{n-1}{2}$  элементов от края, но в

этом случае обработанное изображение будет меньшего размера. Во втором случае при приближении маски к границам изображения для фильтрации используется только часть маски, которая находится внутри изображения, что приводит к нежелательным эффектам, связанным с тем, что появляется нелинейная комбинация весовых коэффициентов маски [2].

Использование третьего подхода с добавлением нулевых элементов за границы изображения приводит к появлению полос на границах изображения [8].

### 1.2.1. Линейные сглаживающие фильтры

При использовании линейного сглаживающего фильтра (усредняющего) вычисляется среднее значение элементов по окрестности, покрытой маской фильтра.

Метод скользящего среднего основан на вычислении среднего арифметического. Процедура фильтрации заключается в определении размера маски фильтра  $m \times n$  («скользящего окна»), для которого производится вычисление среднего арифметического,  $\bar{S}_{i,j} = \frac{1}{m \cdot n} \cdot \sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b Y_{i+s, j+f}$ , где

$a = \frac{m - 1}{2}$ ,  $b = \frac{n - 1}{2}$ , в замене центрального из значений  $Y_{i,j}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$  найденным средним  $\bar{S}_{i,j}$ , в сдвиге «скользящего окна» на одно значение, в вычислении среднего арифметического выбранных значений реализации, и так до тех пор, пока маска фильтра не переместится по всему изображению [3, 4].

Для присвоения всем элементам, охватываемым маской фильтра различных весов, используется метод взвешенного скользящего среднего [2]. Коэффициент в центре маски имеет самое большое значение, а значения остальных коэффициентов уменьшаются по мере удаления от центра маски.

Формула фильтрации изображения методом взвешенного скользящего среднего имеет вид:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f} \cdot Y_{i+s, j+f}}{\sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f}}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.3)$$

где  $w_{s,f}$  – весовые коэффициенты маски фильтра.

Среднегеометрический фильтр задаётся выражением [2]:

$$\bar{S}_{i,j} = \left[ \prod_{s=-a}^a \prod_{f=-b}^b Y_{i+s, j+f} \right]^{\frac{1}{m \cdot n}}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (1.4)$$

К недостаткам линейных сглаживающих фильтров следует отнести неспособность обрабатывать строки или столбцы изображения, находящиеся на границах маски, в случае, если центр фильтра приближается к границам изображения. Все линейные алгоритмы фильтрации приводят к сглаживанию резких перепадов яркости изображений, а метод простого и взвешенного скользящего среднего вызывает автокорреляцию остатков,

даже если она отсутствовала в исходном незашумлённом изображении (эффект Слуцкого-Юла). Следует отметить, что выбор размера маски зависит от наличия априорной информации об исходном изображении и статистических характеристик шумовой составляющей.

Фильтрация при помощи прямоугольного фильтра имеет существенный недостаток: пиксели на расстоянии по диагонали от центрального оказываются на результат тот же эффект, что и соседние по вертикали и горизонтали.

Более эффективное сглаживание можно осуществить, если влияние пикселей друг на друга будет уменьшаться с расстоянием от центрального значения маски. Этим свойством обладает гауссовский фильтр [2, 6] с ядром:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{i^2+j^2}{2 \cdot \sigma_{\text{ш}}^2}}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (1.5)$$

Гауссовский фильтр имеет ненулевое ядро бесконечного размера. Однако ядро фильтра очень быстро убывает к нулю при удалении от точки  $(0, 0)$ , и потому на практике можно ограничиться свёрткой с окном небольшого размера вокруг  $(0, 0)$ , например взяв радиус окна равным  $3\sigma_{\text{ш}}$  [2].

При обработке гауссовским фильтром наблюдается расфокусировка изображения из-за сглаживания резких перепадов яркости. Коэффициент пропорциональности, который характеризует степень сглаживания, определяется параметром  $\sigma_{\text{ш}}$ , выбор которого зависит от априорной информации.

### 1.2.2. Нелинейные фильтры

К нелинейным пространственным фильтрам относятся фильтры, основанные на порядковых статистиках. Отклик фильтра определяется предварительным ранжированием значений пикселей, покрываемых маской фильтра, и последующим выбором значения, находящегося на определённой позиции упорядоченной последовательности [6–9].

При медианной фильтрации используется маска фильтра, имеющая центральную симметрию, при этом центр располагается в текущей точке фильтрации. Действие медианного фильтра состоит в замене значения в центральной точке маски изображения на медиану значений яркости в окрестности маски фильтра:

$$\bar{S}_{i,j} = \underset{s,f \in Y_{i,j}}{\text{med}} \left\{ Y_{i+s,j+f} \right\}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (1.6)$$

Для присвоения элементам, охватываемым маской фильтра, различных весов используется взвешенный медианный фильтр [7]. Значения коэффициентов уменьшаются по мере удаления от центра маски.

Выражение фильтрации изображения взвешенным медианным фильтром имеет вид [8]:

$$\bar{S}_{i,j} = \operatorname{med}_{s,f \in Y_{i,j}} \{w_{s,f} \otimes Y_{i+s,j+f}\}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (1.7)$$

где  $w_{s,f}$  – коэффициенты маски фильтра;  $\otimes$  – обозначение количества повторений значений пикселя.

К достоинствам медианной фильтрации можно отнести то, что она в меньшей степени сглаживает границы изображения, чем линейная фильтрация. К недостаткам – меньшее подавление шума, имеющего гауссовский закон распределения [7].

К нелинейным фильтрам также относят фильтр серединной точки, который объединяет в себе методы порядковых статистик и усреднения [2]. Работа данного фильтра заключается в вычислении среднего между максимальным и минимальным значениями в маске фильтра по формуле:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{1}{2} \left[ \max_{s,f \in Y_{i,j}} \{Y_{i+s,j+f}\} + \min_{s,f \in Y_{i,j}} \{Y_{i+s,j+f}\} \right], i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (1.8)$$

К недостаткам нелинейных методов обработки следует отнести неспособность обрабатывать граничные строки или столбцы изображения. Медианное сглаживание можно рассматривать только как эффективный метод предварительной обработки изображений в случае импульсных помех [2, 3].

Широко используются также фильтры на основе ранговых критериев  $L$ - $, M$ - и  $R$ -оценки [7, 10, 11].

**$L$ -оценка.** Данный класс нелинейных фильтров использует порядковую статистику и взвешенную сумму. Оценка, полученная с помощью  $L$ -фильтра, описывается следующим выражением [10]:

$$\bar{S}_{i,j} = \sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f} Y_{(i+s,j+f)}, i = 1 \dots N, j = 1 \dots M, a = \frac{m-1}{2}, b = \frac{n-1}{2}, \quad (1.9)$$

где  $Y_{(i+s,j+f)}$  – порядковая статистика для пикселей исходного изображения, принадлежащих скользящему окну с размером  $m \times n$ ,  $w_{s,f}$  – весовой коэффициент.

Подбирая значения весовых коэффициентов  $w_{s,f}$ , можно изменять в широких пределах свойства  $L$ -оценок. За счёт варьирования коэффициентов  $w_{s,f}$  можно достичь компромисса между устойчивостью к импульсным помехам сохранением резких перепадов изображения и сглаживания гауссовского шума [11, 12].

При известной плотности вероятности изображения можно получить оптимальные значения весовых коэффициентов, при которых минимизируется нормированное среднеквадратическое отклонение [7]. Однако практическое получение оптимальной  $L$ -оценки затруднено, так как априорная информация о плотности распределения изображения и шума в большинстве практических случаев отсутствует.

**R-оценка** описывается следующим выражением [7, 8]:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{1}{n \cdot m} \sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f}(R_{s,f}), i=1\dots N, j=1\dots M, a=\frac{m-1}{2}, b=\frac{n-1}{2}, \quad (1.10)$$

где  $R_{s,f}$  – ранг наблюдения в изображении;  $w_{s,f}$  – весовые коэффициенты.

Представителем класса R-оценок является оценка, построенная на основе рангового критерия Вилкоксона, определяемая как медиана расширенной выборки, формируемой в результате дополнения исходного изображения значениями полусумм промежуточной упорядоченной выборки [11, 12].

Существенным недостатком оценки Вилкоксона является большая алгоритмическая сложность её получения, и даже при сравнительно небольших размерах выборки  $N$  возникают проблемы обеспечения необходимого быстродействия вычислений. Использование R-оценки Вилкоксона мало эффективно при сглаживании шума с гауссовской плотностью распределения.

**M-оценка.** Фильтры на основе M-оценок представляют собой решение задачи максимального правдоподобия в скользящем окне [7, 14]. В качестве решения задачи максимума правдоподобия осуществляется поиск мириады выборки. На основе мириадной оценки в работах [13, 15] С.К. Абрамовым предложен мириадный фильтр в скользящем окне, который определяется выражением:

$$\bar{S}_{i,j} = myriad\{k; Y_{i,j}\} = \arg \min_{\theta} \left\{ \sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b \ln(k^2 + (Y_{s,f} - \theta)^2) \right\}, i=1\dots N, j=1\dots M, \quad (1.11)$$

где  $k > 0$  – настроенный параметр, называемый параметром линейности мириады, который играет фундаментальную роль в теории мириадного оценивания. При  $k \leq 2\sigma_{ш}$  мириадный фильтр обладает способностью подавлять смешанные помехи и сохранять резкие перепады изображения, и по своим свойствам оценка схожа с оценкой медианного фильтра. При  $k \gg \sigma_{ш}$  свойства мириадного фильтра близки к свойствам оценок метода простого скользящего среднего [16].

Таким образом, для достижения необходимого компромисса между ослаблением шума и получением гладкой оценки полезной составляющей необходимо априорно оценить или знать статистические характеристики. Мириадная оценка является оптимальной и эффективной оценкой для распределения Коши [13]. Основным недостатком обычного мириадного фильтра является операция поиска минимума целевой функции (1.11), которая достаточно трудоёмка, что ограничивает его применение.

$\alpha$ -урезанный фильтр использует усреднение  $\alpha$ -значений в скользящем окне, ближайших к медиане [7, 17, 18].

Выражение фильтрации имеет вид:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f} \cdot Y_{i+s,j+f}}{\sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f}}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.12)$$

где  $w_{s,f} = \begin{cases} 1, & |Y_{i+s,j+f} - Y_{\text{med}}| \leq P \\ 0, & |Y_{i+s,j+f} - Y_{\text{med}}| > P \end{cases}$ ,  $P$  – пороговое значение.

Сигма-фильтр использует сумму пикселей в скользящем окне, для которых разность с центральным элементом маски не превосходит среднеквадратическое значение шумовой составляющей [7, 8, 19].

Выражение фильтрации изображения сигма-фильтром имеет вид:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f} \cdot Y_{i+s,j+f}}{\sum_{s=-a}^a \sum_{f=-b}^b w_{s,f}}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.13)$$

где  $w_{s,f} = \begin{cases} 1, & |Y_{i+s,j+f} - Y^*|^2 \leq \sigma_{\text{ш}}^2 \\ 0, & |Y_{i+s,j+f} - Y^*|^2 > \sigma_{\text{ш}}^2 \end{cases}$ .

Сигма фильтр и  $\alpha$ -урезанный фильтр относятся к нелинейным локально-адаптивным фильтрам [19]. В этих фильтрах адаптация осуществляется за счёт учёта при расчёте выходного значения фильтра некоторой локальной статистики, в результате адаптация осуществляется не дискретным изменением свойств фильтра, а плавно [20, 21]. Главным недостатком данных фильтров является априорное знание локальных статистик, например дисперсии шумовой составляющей.

В фильтре Hachimura-Kuwahara, описанном в работе [7], вычисляются среднее и дисперсия для различных окон и выбирается окно, имеющее наименьшую дисперсию. Таким образом, среднее вычисляется для однородной области с постоянным средним значением яркости.

### 1.2.3. Адаптивные фильтры

Анализ литературных источников показывает, что использование нелинейных фильтров при воздействии гауссовских помех оказывается неэффективным. В задачах обработки изображений, кроме сглаживания шума, также предъявляются серьёзные требования к визуальному качеству обработки, т.е. к сохранению деталей и границ, в связи с этим целесообразным оказывается использование локально-адаптивных фильтров. Параметры фильтров варьируются в зависимости от свойств текущего обрабатываемого фрагмента изображения [2, 22].

Эффективность обработки адаптивными фильтрами изменяется в зависимости от статистических свойств изображения внутри маски фильтра. Простейшими характеристиками случайной величины являются её среднее значение и дисперсия. Эти параметры берутся за основу при создании адаптивного фильтра, поскольку их величины связаны с внешним видом изображения. Среднее значение – мера средней яркости области изображения, а дисперсия – мера среднего отклонения в этой области [2].

Локальный адаптивный фильтр задаётся следующим выражением [2]:

$$\bar{S}_{i,j} = Y_{i+s,j+f} - \frac{\sigma_{\text{ш}}^2}{\sigma_L^2} \cdot \frac{1}{2} [Y_{i+s,j+f} - m_L], i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.14)$$

где  $\sigma_{\text{ш}}$  – дисперсия шума;  $\sigma_L$  – локальная дисперсия, вычисленная в окрестности маски фильтра;  $m_L$  – локальное среднее, вычисленное в окрестности маски фильтра.

К недостаткам данного адаптивного фильтра относится необходимость наличия априорной информации о дисперсии шума.

**Метод адаптивного квантования мод.** Адаптивное квантование мод заключается в анализе гистограммы распределения значений изображения и в определении границы между локальными максимумами. Эти границы рассматриваются как границы интервалов квантования, и все значения сигнала на изображении, попавшие в тот или иной интервал, заменяются значением, равным положению максимума (моды) гистограммы в этом интервале [23, 24]. Качество адаптивного квантования мод зависит от того, насколько хорошо разделяются моды гистограммы. Степень «размытия» мод определяется степенью однородности объектов на изображении.

Для улучшения разделимости мод и повышения достоверности адаптивного квантования его целесообразно производить по отдельным фрагментам, размер которых выбирается так, чтобы они содержали небольшое число деталей изображения. Кроме того, хорошие результаты даёт использование условной гистограммы распределения, которая строится по значениям видеосигнала только в тех элементах изображения, где эти значения незначительно отличаются от значений в соседних элементах [25]. Степень допустимого отличия может задаваться априорно или определяться автоматически, в зависимости от локальной дисперсии видеосигнала на изображении.

В качестве недостатка следует отметить, что при адаптивном квантовании мод может оказаться, что их площадь относительно невелика. При адаптивном квантовании мод определяются границы всех кластеров гистограммы изображения или его фрагментов. При скользящей обработке, когда нужно принять решение о принадлежности к тому или иному кластеру только одного, центрального, элемента анализируемого фрагмента, определять границы всех кластеров гистограммы является слишком трудоёмкой задачей [25, 26].

В работах Я. Астолы, В. Катковника, К. Егиазаряна для уменьшения дисперсии шумовой составляющей предлагается использовать метод локальной полиномиальной аппроксимации [27]. Метод заключается в аппроксимации данных полиномом невысокой степени в секторе изображения, размер которого выбирается адаптивно (рис. 1.2).

Оценка каждого сектора определяется в виде свёртки исходного изображения с ядром:

$$\tilde{S}_{i,j}(\theta_k) = Y_{i,j} \otimes g_{i,j}(\theta_k), i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.15)$$

где  $g_{i,j}(\theta_k)$  – ядро свёртки;  $\theta_k$  – размер окна сектора;

$k = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}$  – направление сектора.

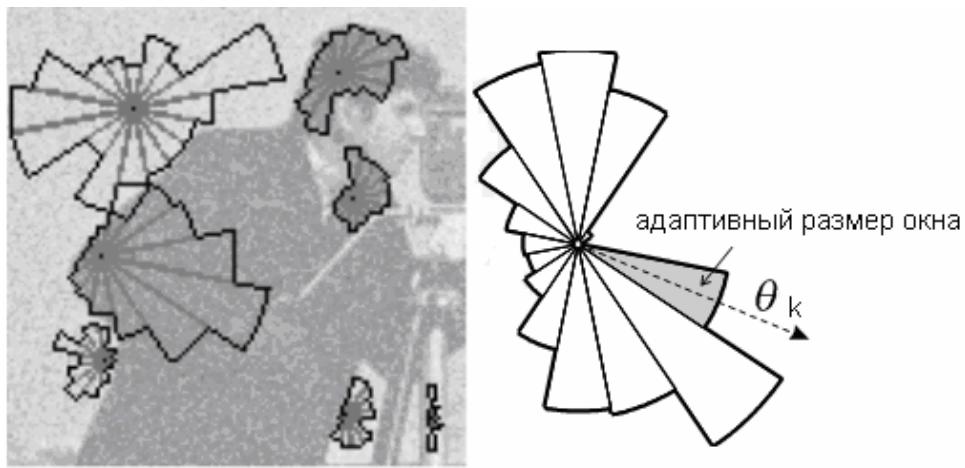


Рис. 1.2. Адаптивные оценки секторов

Размер окна выбирается с помощью правила пересечения интервалов доверия. Идея заключается в том, что вычисляется множество оценок при различных размерах окон и для каждой оценки определяется интервал доверия с помощью выражения (рис. 1.3) [28]:

$$D(\theta_k) = [\tilde{S}_{i,j}(\theta_k) - \Gamma \cdot \sigma_{\tilde{S}_{i,j}(\theta_k)}, \tilde{S}_{i,j}(\theta_k) + \Gamma \cdot \sigma_{\tilde{S}_{i,j}(\theta_k)}], k = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \quad (1.16)$$

где  $\Gamma$  – пороговый параметр.

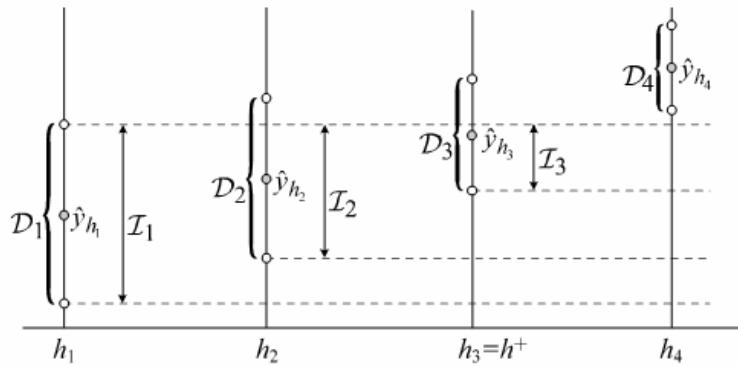


Рис. 1.3. Принцип пересечения интервалов доверия

Из полученных оценок определяется наибольшее значение окна, в котором оценка сигнала отличается незначительно от оценки с меньшим размером окна [29].

Для каждого пикселя определяются оценки в каждом из восьми направлений  $k$ , смежных пикселям. Результирующая оценка определяется как взвешенная сумма оценок, полученных для каждого сектора:

$$\bar{S}_{i,j} = \sum_k \omega_{i,j}(\theta_k) \cdot \tilde{S}_{i,j}(\theta_k), \quad (1.17)$$

$$\omega_{i,j}(\theta_k) = \frac{\sigma_{\tilde{S}_{i,j}(\theta_k)}^{-2}}{\sum_k \sigma_{\tilde{S}_{i,j}(\theta_k)}^{-2}}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, k = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}.$$

К недостаткам данного метода следует отнести выбор порогового параметра  $\Gamma$ . Увеличение значения данного параметра приводит к сильному сглаживанию изображения, а уменьшение – к незначительному подавлению шума. Авторами в работах [28, 29] приводятся некоторые исследования по выбору этого параметра, но данный параметр сильно зависит от дисперсии шума и структуры изображения.

В статьях [29, 30, 31] автором A. Buades предлагается адаптивный метод нелокального среднего.

Использование большинства методов сглаживания приводит, наряду с уменьшением дисперсии шумовой составляющей, и к сглаживанию структуры и резких перепадов изображений. В методе нелокального среднего используется свойство похожести небольших областей изображений, что особенно проявляется на текстурных изображениях.

В методе нелокального среднего используется замена зашумлённой области изображения на взвешенную сумму похожих блоков (рис. 1.4). Это среднее число сохраняет целостность изображения, но уменьшает его маленькие колебания, которые происходят из-за шума [31].



Рис. 1.4. Поиск похожих блоков на изображении

Значения весов вычисляются в соответствии с выражением [32]:

$$w_{q_k} = \frac{1}{Z_{q_k}} \cdot e^{-\frac{\|R_p - R_{q_k}\|_2}{h^2}}, k = \overline{1, P}, \quad (1.18)$$

$$Z_{q_k} = \sum_{k=1}^P e^{-\frac{\|R_p - R_{q_k}\|_2}{h^2}},$$

где  $R$  – квадратный блок изображения размером  $n \times n$  пикселей;  $\|\cdot\|_2$  – евклидова норма;  $p$  – номер текущего блока;  $q$  – номер похожего блока;  $P$  – количество похожих блоков для усреднения;  $h$  – параметр сглаживания.

Для выбора параметра сглаживания рассмотренного метода требуется априорная информация о статистических характеристиках шумовой составляющей. Метод нелокального среднего показывает хорошие результаты на изображениях с текстурой или областями с постоянной яркостью [32]. В случае же если на изображении малое количество похожих участков, данный метод неэффективен. Стоит отметить, что выбор размера блока и его количества для усреднения также зависит от наличия априорной информации.

#### 1.2.4. Оптимальная фильтрация

**Байесовская фильтрация.** В основе многих процедур оптимальной фильтрации лежит байесовский критерий – минимум байесовского риска. Применение обобщающего байесовского принципа позволяет создавать как линейные, так и нелинейные методы фильтрации [2, 34].

Предположим, что на входе фильтра действует сигнал, представленный моделью (1.1). При байесовском методе считается, что сигнал и шум – случайные процессы с известными законами распределения вероятностей.

Пусть  $S$  – вектор, элементы которого – все  $NM$  отсчётов, образующих изображение, а  $w_s(S)$  – их совместное распределение. Для упрощения принимается, что сигнал и шум независимы, а распределение вектора шума  $\eta$  равно  $w_\eta(\eta)$ . Если воспользоваться формулой Байеса, то выражение для апостериорного распределения вероятностей  $w_{s|y}(S|Y)$  будет иметь вид [3]:

$$w_{s|y}(S|Y) = \frac{w_s(S)w_{y|s}(Y|S)}{w_y(Y)}, \quad (1.19)$$

где  $w_y(Y)$  – распределение зашумлённого изображения;  $w_{y|s}(Y|S)$  – функция правдоподобия.

Выражение (1.19) даёт возможность вычислить распределение вероятностей полезного сигнала, располагая входным изображением  $Y$  и опираясь на вероятностную модель  $w_s(S)$  и  $w_{y|s}(Y|S)$  [35]. Для получения точечного, а не вероятностного значения  $\bar{S}_{i,j}$  вычисляют математическое ожидание или моду апостериорного распределения вероятностей.

Использование байесовских методов требует большого объёма необходимой априорной информации о математических моделях сигналов и шума. Прямое использование байесовского подхода связано с большими вычислительными затратами, что связано со спецификой изображений как двумерных сигналов [3].

**Винеровская фильтрация.** При использовании некаузального принципа достигаются наилучшие результаты фильтрации изображения. Принцип основан на использовании всех значений пикселей при обработке каждой точки изображения. Фильтр Винера является одним из вариантов линейной некаузальной фильтрации изображений [6, 36]. В случае винеровской фильтрации предполагается, что известны дискретные корреляционные функции полезной  $R_S(i, j)$  и шумовой  $R_\eta(i, j)$  составляющих, а также их взаимные дискретные корреляционные функции  $R_{S\eta}(i, j) = R_{\eta S}(i, j)$  [36].

Целью винеровской фильтрации сигнала является получение оценки полезной составляющей  $\bar{S}_{i,j}$  в качестве отклика стационарной линейной системы [36]:

$$\bar{S}_{i,j} = \sum_{\tilde{i}=1}^N \sum_{\tilde{j}=1}^M Y_{i-\tilde{i}, j-\tilde{j}} \cdot H_{\tilde{i}, \tilde{j}}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (1.20)$$

где  $H_{\tilde{i}, \tilde{j}}$  – двумерная импульсная характеристика.

Критерием оптимальности является минимум среднего квадрата ошибок:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (Y_{i,j} - \bar{S}_{i,j})^2 \rightarrow \min, \quad (1.21)$$

$$\sum_{\tilde{i}=1}^N \sum_{\tilde{j}=1}^M (Y_{i,j} - \sum_{\tilde{i}=1}^N \sum_{\tilde{j}=1}^M Y_{i-\tilde{i}, j-\tilde{j}} \cdot H_{\tilde{i}, \tilde{j}})^2 \rightarrow \min. \quad (1.22)$$

При выводе уравнения фильтра предполагается, что ошибка фильтрации не зависит от входного воздействия, тогда уравнение Винера-Хопфа дискретного фильтра Винера имеет вид [36]:

$$R_{YS}(i, j) = \sum_{\tilde{i}=1}^N \sum_{\tilde{j}=1}^M R_y(i, j) \cdot H_{\tilde{i}, \tilde{j}}. \quad (1.23)$$

Решение полученного уравнения относительно всех неизвестных коэффициентов даёт импульсную характеристику фильтра, минимизирующую средний квадрат ошибки.

В векторной форме решение (1.23) имеет вид:

$$H_{\text{опт}} = R_Y^{-1} R_{YS}. \quad (1.24)$$

Анализ выражения (1.24) показывает, что минимальная ошибка фильтрации зависит от формы полезной составляющей, матрицы взаимной корреляционной функции полезной составляющей и входной последовательности.

Отсутствие на практике априорной информации о полезной и шумовой составляющих затрудняет использование винеровского подхода обработки изображений. Расчёт оптимальной импульсной характеристики фильтра Винера предполагает наличие полной априорной информации о полезной и шумовой составляющих [2]. Также накладываются дополнительные условия на взаимные корреляционные матрицы полезной и шумовой составляющих и вектор взаимной корреляции  $R_{ys}$ , которые на практике выполняются со значительными допущениями [36].

**Калмановская фильтрация.** Калмановское оценивание реализует рекурсивную процедуру адаптации, основанную на авторегрессионной модели процесса генерирования сигнала [35]. Предполагается, что случайный процесс  $S_{i,j}$  является марковским и его можно представить в виде выходного сигнала линейной дискретной системы первого порядка [36].

Двумерную импульсную характеристику для каузальной фильтрации изображений от некоррелированного шума можно представить в виде двумерной экспоненты:

$$H_{i,j} = A^2 \cdot (B \cdot F)^{i+j}, B = 1 - A, \quad (1.25)$$

где  $F$  – коэффициент одношаговой корреляции изображения по строке и по столбцу, которые для упрощения считаются одинаковыми;  $A$  – параметр, называемый коэффициентом усиления фильтра Калмана.

Для нахождения параметра  $B$  используется выражение:

$$1 - \left[ 1 - \frac{B \cdot (1 - F^2)}{1 - B^2 \cdot F^2} \right]^2 - \frac{(1 - B)^2}{q} \cdot \frac{(1 - B \cdot F^2)^2}{(1 - B^2 \cdot F^2)^2} = 0, \quad (1.26)$$

где  $q$  – отношение мощности сигнала к мощности шума.

Выражение отклика фильтра имеет вид [3]:

$$\bar{S}_{i,j} = B \cdot F \cdot (\bar{S}_{i-1,j} + \bar{S}_{i,j-1}) - (B \cdot F)^2 \cdot \bar{S}_{i-1,j-1} + A \cdot Y_{i,j}, \quad i = \overline{2, N}, j = \overline{2, M}. \quad (1.27)$$

Рекуррентный характер алгоритма (1.28) является важным положительным качеством рассматриваемого фильтра. Работа фильтра требует выполнения на каждом шаге обработки всего трёх операций умножения и трёх – суммирования. При фильтрации реальных изображений ограниченного размера возникает граничная проблема получения оценок в точках первой строки и первого столбца [3]. Естественным решением является использование в данном случае одномерной калмановской фильтрации.

К недостаткам калмановской фильтрации стоит отнести динамические искажения, которые вносит фильтр в полезный сигнал из-за неравномерной передачи на выход фильтра различных спектральных компонент сигнала. Рассмотренный двумерный фильтр не является оптимальным, и получаемое при его помощи ослабление шума не является предельным [3]. Если изображение  $Y_{i,j}$  представляет собой нестационарный случайный процесс, то отсутствие априорной информации о его статистических характеристиках приведёт также к значительной ошибке оценки полезного сигнала [35].

### 1.2.5. Восстановление изображений на основе одномерных методов обработки

Наряду с двумерной пространственной обработкой с помощью масок, используют обработку изображений на основе одномерных методов сглаживания. При этом двумерный сигнал представляется в виде набора одномерных реализаций путём его разложения по строкам и столбцам. В дальнейшем для каждой одномерной реализации (строка, столбец) применяется метод обработки [37, 38]. Упрощённая математическая модель строки (столбца) изображения представляется в виде:

$$Y_i = S_i + \eta_i, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1.28)$$

где  $S_i$  – полезная составляющая (строка или столбец исходного неискажённого изображения);  $\eta_i$  – аддитивная шумовая составляющая.

В работе [39] предлагается сглаживание результатов измерений на основе метода размножения оценок его единственной исходной реализации (РАЗОЦ). Метод выделения полезной составляющей основан на размножении не самой исходной реализации, а оценок полезного сигнала, получаемых определённым образом. Априорная информация об исследуемом процессе заключается в том, что на некоторых интервалах полезный сигнал достаточно точно описывается полиномом второй степени (гладкость по Андерсону [1]).

Для получения оценки полезного сигнала в методе РАЗОЦ производится разбиение исходного временного отрезка  $[1, N]$  на  $m$  случайных интервалов числами, равномерно распределёнными на данном отрезке, с последующей проверкой того, чтобы длина каждого из интервалов была больше некоторого значения  $\ell$ .

На каждом из  $m$  интервалов для каждого разбиения производится аппроксимация значений исходной дискретной реализации квадратичной функцией методом наименьших квадратов. Таким образом определяются  $K$  оценок исходной дискретной реализации на каждом из  $m$  интервалов для каждого разбиения. Процедура разбиения исходной дискретной реализации на  $m$  интервалов случайной длины повторяется  $K$  раз. Результатирующая оценка полезной составляющей определяется как среднее арифметическое по объёму размноженных оценок в каждый момент времени [39, 40].

Недостаток метода заключается в том, что в результате проведения аппроксимации на каждом интервале разбиения максимальная погрешность оценки полезной составляющей результатов измерений приходится на их границы, где возникают разрывы оценки полезной составляющей.

Известен метод кусочного размножения оценок тренда (КРОТ). Суть метода заключается в запоминании реализации результатов измерений  $Y_i$ , выбора ширины «скользящего окна»  $m < N/2$ , на котором производится аппроксимация полиномом первой или второй степени по методу наименьших квадратов [41, 42].

На первом шаге запоминается первый отрезок исходного ряда  $Y_i$  длиной  $m$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Из условия минимума суммы квадратов отклонения:

$$\sum_{i=j}^m (Y_i - \bar{S}_i)^2 \rightarrow \min \quad (1.29)$$

определяется оценка аппроксимирующей функции  $\bar{S}_i$  на отрезке ряда  $Y_i$ . Далее «скользящее окно» сдвигается на один отсчёт, и получается новый отрезок исходного ряда  $Y_i$ ,  $i = \overline{2, m+1}$ , на котором производится аппроксимация полиномом первой или второй степени по методу наименьших квадратов и определяется оценка  $\bar{S}_i$ . Таким образом получается  $r = N - m + 1$  отрезков исходного ряда и  $r$  их оценок. Исходный ряд можно представить в виде матрицы размерностью  $m \times r$ :

$$\{Y_{ki}\}_{k=1, i=1}^{r, m} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 & \cdots & Y_m \\ Y_2 & Y_3 & Y_4 & \cdots & Y_{m+1} \\ Y_3 & Y_4 & Y_5 & \cdots & Y_{m+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_r & Y_{r+1} & Y_{r+2} & \cdots & Y_N \end{bmatrix}. \quad (1.30)$$

Тогда ряд оценок запишется следующим образом:

$$\{\bar{S}_{ki}\}_{k=1, i=1}^{r, m} = \begin{bmatrix} \bar{S}_1 & \bar{S}_2 & \bar{S}_3 & \cdots & \bar{S}_m \\ \bar{S}_2 & \bar{S}_3 & \bar{S}_4 & \cdots & \bar{S}_{m+1} \\ \bar{S}_3 & \bar{S}_4 & \bar{S}_5 & \cdots & \bar{S}_{m+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{S}_r & \bar{S}_{r+1} & \bar{S}_{r+2} & \cdots & \bar{S}_N \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Аппроксимирующая функция  $\bar{S}_i$  находится усреднением по побочным диагоналям:

$$\bar{S}_i = \begin{cases} \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i \bar{S}_{i-k+1, k} & 1 \leq i \leq m, \\ \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{S}_{i-k+1, k} & m \leq i \leq r, \\ \frac{1}{N-i+1} \sum_{k=1}^{N-i+1} \bar{S}_{r-k+1, k+i-r} & r \leq i \leq n \end{cases}. \quad (1.32)$$

У метода КРОТ погрешность выделения максимальна на концах и минимальна в середине выбранного окна, в связи с чем результат оценки, полученной на краях, имеет большие доверительные интервалы в сравнении со значениями оценки, полученными в середине выборки.

К недостаткам методов сглаживания изображений на основе одномерных методов обработки можно отнести появление ухудшающих визуальное качество артефактов на изображении (ложные линии в виде сетки). Каждый пиксель изображения связан корреляционными связями со всеми ближайшими соседями, что учитывается при обработке масочными фильтрами. В случае обработки одномерными методами каждая строка и столбец обрабатываются отдельно, что приводит к нарушению корреляционных связей между пикселями изображения.

### **1.3. Частотные методы восстановления изображений**

Частотные методы основываются на спектральном анализе, под которым понимают разложение сложного полезного сигнала на некоторое множество простых сигналов (колебаний) с целью определения интенсивности каждого колебания в сложном сигнале. Между характером корреляционной функции и внутренней структурой соответствующего ей случайного сигнала существует связь [43]. В зависимости от того, какие частоты и в каких соотношениях преобладают в составе случайного процесса, его корреляционная функция имеет тот или иной вид.

#### **1.3.1. Двумерное дискретное преобразование Фурье**

Любой двумерный периодический сигнал может быть представлен в виде ряда Фурье, но, в отличие от одномерных сигналов, описываются двумерным рядом Фурье, имеющим вид:

$$\tilde{Y}_{x,y} = \frac{1}{N \cdot M} \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{M-1} Y_{k_1,k_2} \cdot \exp(j \cdot \frac{-2 \cdot \pi}{N} \cdot x \cdot k_1 + j \cdot \frac{-2 \cdot \pi}{M} y \cdot k_2), \quad j = \sqrt{-1}, x = \overline{0, N-1}, y = \overline{0, M-1}. \quad (1.33)$$

Базисные функции этого двумерного представления – двумерные комплексные экспоненты. Коэффициенты Фурье  $\tilde{Y}_{x,y}$  ряда (1.33) образуют двумерный частотный спектр сигнала  $Y_{k_1,k_2}$  и называются формулой прямого преобразования Фурье [2, 3, 4].

Выражение, восстанавливающее сигнал  $Y_{k_1,k_2}$  по его спектру  $\tilde{Y}_{x,y}$ , является обратным преобразованием Фурье и имеет вид:

$$Y_{k_1,k_2} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} \tilde{Y}_{x,y} \cdot \exp(j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N} \cdot x \cdot k_1 + j \cdot \frac{2 \cdot \pi}{M} y \cdot k_2), \quad j = \sqrt{-1}, \quad k_1 = \overline{0, N-1}, k_2 = \overline{0, M-1}. \quad (1.34)$$

Достоинством обычного преобразования Фурье является то, что с его помощью очень просто выполняется стационарная фильтрация сигналов [2]. Для этого требуется получить частотный спектр сигнала и частот-

ный коэффициент передачи фильтра. Затем, перемножив их, определить частотный спектр выходного сигнала, и, выполнив обратное преобразование Фурье, найти выходной сигнал.

Решение задачи цифровой двумерной фильтрации в спектральной области осуществляется с помощью циклической свёртки [2, 9]. Двумерный стационарный (инвариантный к сдвигу) фильтр характеризуют двумерной импульсной характеристикой  $H_{x,y}$ , позволяющей определить выходной сигнал при помощи двумерной свертки:

$$\bar{S}_{x,y} = \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{M-1} Y_{k_1,k_2} \cdot H_{x-k_1,y-k_2}, \quad x = \overline{0, N-1}, y = \overline{0, M-1}. \quad (1.35)$$

Для описания сигнала в частотной области используется периодически продолженный сигнал  $\tilde{Y}_{k_1,k_2}$ , которому соответствует дискретный спектр  $\tilde{Y}_{x,y}$  [2].

Перемножая  $\tilde{Y}_{x,y}$  и  $\tilde{H}_{x,y}$ , можно найти спектр сигнала, определяемого циклической свёрткой [2]:

$$\tilde{\bar{S}}_{x,y} = \tilde{Y}_{x,y} \cdot \tilde{H}_{x,y}, \quad x = \overline{0, N-1}, y = \overline{0, M-1}, \quad (1.36)$$

где  $\tilde{H}_{x,y}$  – частотный коэффициент передачи цифрового фильтра, который подавляет некоторые частоты преобразования, оставляя другие при этом без изменения.

Одним из простых примеров фильтров низких частот является двумерный идеальный низкочастотный фильтр, который подавляет все высокочастотные составляющие Фурье-образа, находящиеся на большом расстоянии от начала координат (центрированного) преобразования [6]. Такой фильтр имеет передаточную функцию:

$$\tilde{H}_{x,y} = \begin{cases} 1 & \text{при } D_{x,y} \leq D_0 \\ 0 & \text{при } D_{x,y} > D_0 \end{cases}, \quad (1.37)$$

где  $D_0$  – заданная неотрицательная величина;  $D_{x,y}$  – расстояние от точки  $(x,y)$  до начала координат.

При обработке изображений идеальным низкочастотным фильтром возникает «звон», выражющийся в появлении ложных контуров вокруг контуров реальных, структура которого становится тоньше по мере уменьшения энергии отсекаемой высокочастотной составляющей [2]. «Звон» хорошо заметен даже на изображении, из которого удалено лишь 2 % полной энергии.

Процесс обработки на основе аппарата преобразования Фурье является довольно трудоёмким, и обработка в реальном времени достигается с использованием сравнительно мощных вычислительных средств, даже при использовании быстрого преобразования Фурье [43]. Следует также отметить, что спектральным методам обработки присущи систематические погрешности, связанные с процедурой перехода в частотную область [43].

### 1.3.2. Метод 3D фильтрации с блоками подобия

Метод 3D фильтрации с блоками подобия, предложенный К. Дабовым в работе [44], использует идею нелокального среднего, где осуществляется поиск подобных блоков, при этом подобие определяется с помощью евклидовой нормы. После нахождения подобных блоков осуществляется их запись в трёхмерную матрицу, к которой применяется 3D преобразование в частотную область. Далее осуществляется пороговое ограничение частотных коэффициентов, при этом обнуляются коэффициенты, имеющие значение меньше, чем пороговое. После обратного 3D преобразования отфильтрованные блоки возвращаются на их местоположение в исходном изображении. В качестве весовой функции используется окно Кайзера [45]. На рисунке 1.5 представлен алгоритм работы метода 3D фильтрации.

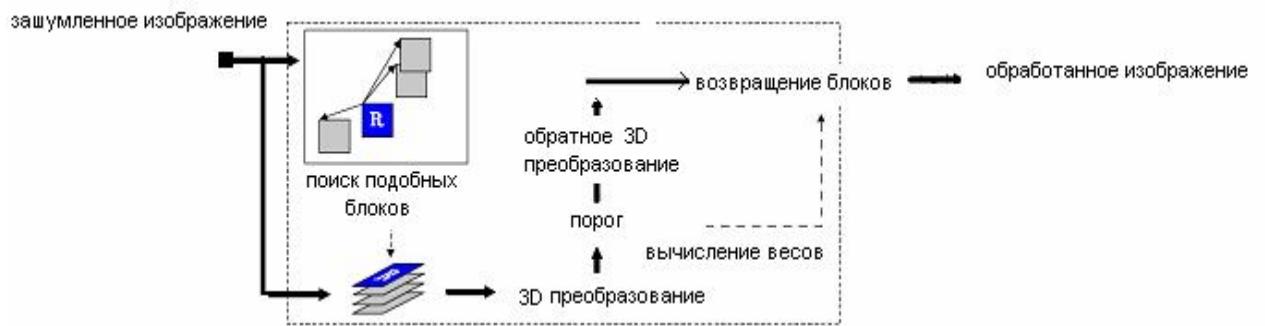


Рис. 1.5. Алгоритм работы метода 3D фильтрации

К недостаткам данного метода стоит отнести большое количество априорной информации для корректного выбора параметров метода. К таким параметрам относятся: размер блоков, количество блоков в 3D преобразовании, пороговое значение при обнулении коэффициентов в 3D преобразовании.

### 1.3.3. Вейвлет-анализ

Разновидностью спектрального анализа является вейвлет-анализ, в котором роль простых колебаний играют функции особого рода, называемые вейвлетами. Это функции изменяющейся частоты и ограниченные по времени. Вейвлет-преобразования стали мощной альтернативой преобразованию Фурье в различных практических приложениях благодаря хорошей адаптации к анализу нестационарных сигналов. Главные его применения – сжатие данных и подавление шумовой составляющей [2].

С помощью вейвлет-преобразования нестационарный сигнал анализируется путём разложения по базисным функциям, полученным из некоторого прототипа путём сжатий (растяжений) и сдвигов. Функцию-прототип называют материнским вейвлетом и выбирают для исследования данного конкретного полезного сигнала [46].

Для использования двумерного вейвлет-преобразования необходимо иметь двумерную масштабирующую функцию  $\varphi_{k_1, k_2} = \varphi_{k_1} \cdot \varphi_{k_2}$  и три двумерных вейвлет-функции, которые измеряют вариации значений функции – изменения яркости для изображения по разным направлениям:  $\psi^H_{k_1, k_2} = \psi_{k_1} \cdot \varphi_{k_2}$  – вариации вдоль столбцов,  $\psi^V_{k_1, k_2} = \psi_{k_2} \cdot \varphi_{k_1}$  – вариации вдоль строк и  $\psi^D_{k_1, k_2} = \psi_{k_1} \cdot \psi_{k_2}$  – вариации вдоль диагонали. Каждая функция представляет собой произведение одномерной масштабирующей функции и соответствующей вейвлет-функции [2]:

$$\varphi_{j, k_1, k_2} = 2^{j/2} \cdot \varphi_{2^j \cdot k_1 - m, 2^j \cdot k_2 - n}, \quad (1.38)$$

$$\psi^H_{j, k_1, k_2} = 2^{j/2} \cdot \psi^H_{2^j \cdot k_1 - m, 2^j \cdot k_2 - n}, \quad (1.39)$$

$$\psi^V_{j, k_1, k_2} = 2^{j/2} \cdot \psi^V_{2^j \cdot k_1 - m, 2^j \cdot k_2 - n}, \quad (1.40)$$

$$\psi^D_{j, k_1, k_2} = 2^{j/2} \cdot \psi^D_{2^j \cdot k_1 - m, 2^j \cdot k_2 - n}. \quad (1.41)$$

Причём выбирается  $2^J = N = M$ , так что  $j = \overline{0, J-1}$ ,  $n = \overline{0, 2 \cdot J - 1}$  и  $m = \overline{0, 2 \cdot J - 1}$ .

Дискретное вейвлет-преобразование функции  $Y_{k_1, k_2}$  размерами  $M \times N$  имеет вид [2]:

$$W_{\varphi_{j_0, k_1, k_2}} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_{k_1=0}^N \sum_{k_2=0}^M Y_{k_1, k_2} \cdot \varphi_{j_0, k_1, k_2}, \quad (1.42)$$

$$W_{\psi^H_{j, k_1, k_2}} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_{k_1=0}^N \sum_{k_2=0}^M Y_{k_1, k_2} \cdot \psi^H_{j, k_1, k_2}, \quad (1.43)$$

$$W_{\psi^D_{j, k_1, k_2}} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_{k_1=0}^N \sum_{k_2=0}^M Y_{k_1, k_2} \cdot \psi^D_{j, k_1, k_2}, \quad (1.44)$$

$$W_{\psi^V_{j, k_1, k_2}} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_{k_1=0}^N \sum_{k_2=0}^M Y_{k_1, k_2} \cdot \psi^V_{j, k_1, k_2}, \quad (1.45)$$

где  $j_0$  – произвольный начальный масштаб и коэффициенты  $W_{\varphi_{j_0, k_1, k_2}}$  определяют приближение функции  $Y_{k_1, k_2}$  в масштабе  $j_0$ . Коэффициенты  $W_{\psi^H_{j, k_1, k_2}}$ ,  $W_{\psi^D_{j, k_1, k_2}}$  и  $W_{\psi^V_{j, k_1, k_2}}$  определяют горизонтальные, вертикальные и диагональные детали для масштабов  $j > j_0$ . Исходная функция  $Y_{k_1, k_2}$  может быть восстановлена с помощью обратного дискретного вейвлет-преобразования [2]:

$$Y_{k_1, k_2} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_n \sum_m W_{\varphi_{j_0, k_1, k_2}} \cdot \varphi_{j_0, k_1, k_2} + \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_n \sum_m W_{\psi^H_{j, k_1, k_2}} \cdot \psi^H_{j, k_1, k_2} + \\ + \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_n \sum_m W_{\psi^D_{j, k_1, k_2}} \cdot \psi^D_{j, k_1, k_2} + \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sum_n \sum_m W_{\psi^V_{j, k_1, k_2}} \cdot \psi^V_{j, k_1, k_2} \quad (1.46)$$

Процедура сглаживания шума состоит в том, что коэффициенты деталей подвергаются пороговому ограничению с целью отделения высокочастотной шумовой составляющей от исходного неискажённого изображения [47–49].

К недостаткам дискретного вейвлет-преобразования можно отнести: достаточно сложный математический аппарат; изменение типа материнского вейвлета даёт иной результат обработки сигнала, т.е. требуется априорная информация о функции полезного двумерного сигнала. Следовательно, для каждого изображения необходимо подбирать свой наиболее приспособленный (именно для него) материнский вейвлет.

## Выводы

Проведённый анализ показывает, что использование известных методов выделения полезного двумерного сигнала на фоне аддитивного шума требует априорных знаний об исходном изображении и статистических свойствах аддитивной шумовой составляющей. Уменьшение объёма априорной информации существенно усложняет процесс обработки изображений и в ряде случаев делает обязательным визуальный контроль.

Анализ литературных источников показывает, что в настоящее время отсутствует описание единого подхода к построению систем восстановления изображений при одновременном эффективном выделении полезного двумерного сигнала на фоне аддитивного шума и сохранения перепадов яркости, переходов, границ и контуров объектов в условиях ограниченного объёма априорной информации. При обработке известными методами, наряду с подавлением шума, наблюдается расфокусировка изображения, что в ряде случаев значительно ухудшает визуальное качество.

## ГЛАВА 2

### ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНОГО МЕТОДА РАЗМНОЖЕНИЯ ОЦЕНОК

#### 2.1. Двумерный метод размножения оценок

В процессе приёма и передачи посредством радиотехнических систем изображения подвергаются воздействию различных помех, что в ряде случаев приводит к ухудшению визуального качества и потере участков изображений (групп пикселей).

В работе [39] для уменьшения дисперсии шумовой составляющей при обработке одномерных реализаций предлагается использовать метод размножения оценок, который является эффективным методом обработки в условиях априорной неопределённости. Суть данного метода состоит в размножении оценок полезной составляющей путём многократного разбиения исходной реализации на интервалы случайной длины и оценивании на них полезной составляющей с помощью аппроксимации линейной или квадратичной функций методом наименьших квадратов с последующим усреднением в каждый момент времени [50].

В работе [37] предлагается использовать метод размножения оценок для двумерных сигналов и обрабатывать каждую строку и столбец изображения отдельно с последующим усреднением полученных оценок. К недостаткам данного подхода следует отнести появление артефактов на изображении, ухудшающих визуальное качество (ложные линии в виде сетки), так как раздельная обработка строк и столбцов приводит к нарушению корреляционных связей между пикселями изображения [51].

В данной работе на основе метода размножения оценок предлагается двумерный метод для обработки изображений с сохранением корреляционных связей между пикселями [52, 53]. При этом рассматриваются разбиения исходного изображения по строкам  $N$  и столбцам  $M$  на интервалы случайной длины. Разбиения формируются путём деления строк  $(1, N)$  случайными числами  $\alpha_{t,1}^N, \alpha_{t,2}^N, \dots, \alpha_{t,k^{(N)}-1}^N$  и столбцов  $(1, M)$  случайными

числами  $\alpha_{t,1}^M, \alpha_{t,2}^M, \dots, \alpha_{t,k^{(M)}-1}^M$  на  $k^{(N)}$  и  $k^{(M)}$  интервалов соответственно

(рис. 2.1) [54, 55]:

$$\Delta_{t,1}^{(N)} = \left[ 1; \alpha_{t,1}^{(N)} \right], \Delta_{t,2}^{(N)} = \left[ \alpha_{t,1}^{(N)}; \alpha_{t,2}^{(N)} \right], \dots, \Delta_{t,n}^{(N)} = \left[ \alpha_{t,k^{(N)}-1}^{(N)}; N \right], \quad (2.1)$$

$$\Delta_{t,n}^{(N)} = \alpha_{t,n}^{(N)} - \alpha_{t,n-1}^{(N)}, n = \overline{1, k^{(N)}}. \quad (2.2)$$

где верхний индекс ( $N$ ) обозначает разбиение по строкам;  $\Delta$  – случайная длина интервала разбиения;  $t = \overline{1, K}$  – текущее размножение;  $K$  – число размножений.

Разбиение по столбцам формируется путём разбиения промежутка  $(1, M)$  числами  $\alpha_{t,1}^{(M)}, \alpha_{t,2}^{(M)}, \dots, \alpha_{t,k^{(M)}-1}^{(M)}$  на  $k^{(M)}$  интервалов:

$$\Delta_{t,1}^{(M)} = [\alpha_{t,1}^{(M)}; \alpha_{t,2}^{(M)}], \Delta_{t,2}^{(M)} = [\alpha_{t,2}^{(M)}; \alpha_{t,3}^{(M)}], \dots, \Delta_{t,k}^{(M)} = [\alpha_{t,k^{(M)}-1}^{(M)}; M], \quad (2.3)$$

$$\Delta_{t,m}^{(M)} = \alpha_{t,m}^{(M)} - \alpha_{t,m-1}^{(M)}, m = \overline{1, k^{(M)}}, \quad (2.4)$$

где верхний индекс ( $M$ ) обозначает разбиение по столбцам.

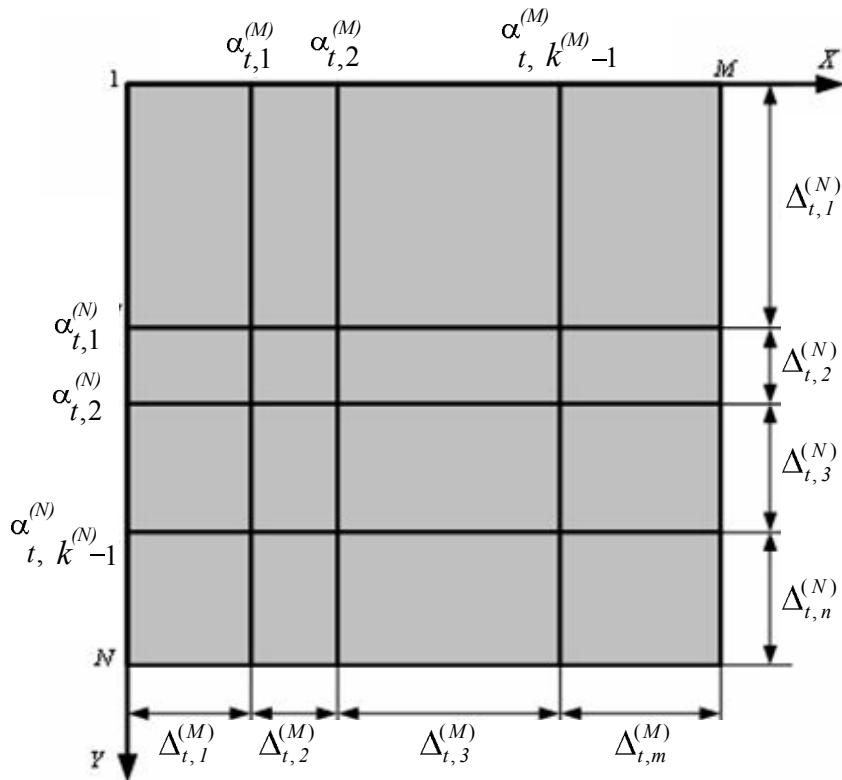


Рис. 2.1. Пример разбиения изображения на прямоугольные области

Случайное разбиение по строкам и столбцам делит двумерный сигнал на массивы с различным количеством элементов. Для каждого полученного массива с помощью аппроксимации значений исходного изображения поверхностью первого порядка вида  $\tilde{S}_{i,j} = A \cdot i + B \cdot j + C$ ,  $i = \overline{1, \Delta_{t,m}^{(N)}}, j = \overline{1, \Delta_{t,m}^{(M)}}$  получается набор оценок  $\{\tilde{S}_{i,j}^t\}, t = \overline{1, K}$ ,  $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$  [56].

Значения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  определяются с помощью двумерного метода наименьших квадратов, для нахождения которых минимизируется целевая функция вида [57]:

$$\sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} - \tilde{S}_{i,j})^2 \rightarrow \min, \quad n = \overline{1, k^{(N)}}, \quad m = \overline{1, k^{(M)}}, \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C)^2 \rightarrow \min, \quad n = \overline{1, k^{(N)}}, \quad m = \overline{1, k^{(M)}}. \quad (2.6)$$

Дифференцируя выражение (2.6) по  $A$ ,  $B$  и  $C$  и приравнивая к нулю, получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} \partial \left( \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \right)^2 / \partial A = 0, \\ \partial \left( \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \right)^2 / \partial B = 0, \\ \partial \left( \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \right)^2 / \partial C = 0; \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} \frac{A(2\Delta_n^{(N)} + 1)}{3} + \frac{1}{2} B(\Delta_m^{(M)} + 1)(\Delta_n^{(N)} + C + 1) = \frac{2}{\Delta_n^{(N)} \Delta_m^{(M)}} \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} \cdot i), \\ \frac{B(2\Delta_m^{(M)} + 1)}{3} + \frac{1}{2} A(\Delta_m^{(M)} + 1)(\Delta_n^{(N)} + C + 1) = \frac{2}{\Delta_n^{(N)} \Delta_m^{(M)}} \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} \cdot j), \\ A(\Delta_n^{(N)} + 1) + B(\Delta_m^{(M)} + 1) + 2C = \frac{2}{\Delta_n^{(N)} \Delta_m^{(M)}} \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} Y_{i,j}. \end{cases} \quad (2.8)$$

Решением системы (2.8) является:

$$A = \frac{6 \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} \cdot (2 \cdot i - \Delta_n^{(N)} - 1))}{\Delta_n^{(N)} \cdot \Delta_m^{(M)} \cdot ((\Delta_n^{(N)})^2 - 1)}, \quad (2.9)$$

$$B = \frac{6 \sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} j \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} \cdot (2 \cdot j - \Delta_m^{(M)} - 1))}{\Delta_n^{(N)} \cdot \Delta_m^{(M)} \cdot ((\Delta_m^{(M)})^2 - 1)}, \quad (2.10)$$

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{j=1}^{\Delta_m^{(M)}} (Y_{i,j} \cdot (\Delta_m^{(M)} \cdot (7 \cdot \Delta_n^{(N)} - 1) - 6 \cdot (i \cdot \Delta_m^{(M)} - i + j \cdot \Delta_n^{(N)} - j) - \Delta_n^{(N)} - 5))}{\Delta_n^{(N)} \cdot \Delta_m^{(M)} \cdot (\Delta_n^{(N)} - 1) \cdot (\Delta_m^{(M)} - 1)}. \quad (2.11)$$

Используя выражения для коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$ , можно представить оценку для каждого значения пикселя в виде:

$$\tilde{S}_{i,j}^t = \sum_{\bar{i}=1}^{\Delta_n^{(N)}} \sum_{\bar{j}=1}^{\Delta_m^{(M)}} Y_{\bar{i},\bar{j}} H_{\bar{i},\bar{j}}(i, j, \Delta_n^{(N)}, \Delta_m^{(M)}), i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, n = \overline{1, k^{(N)}}, m = \overline{1, k^{(M)}}, \quad (2.12)$$

где  $H_{\bar{i},\bar{j}}(i, j, \Delta_n^{(N)}, \Delta_m^{(M)})$  – коэффициент, зависящий от размера прямоугольной области  $\Delta_n^{(N)}, \Delta_m^{(M)}$  и позиции пикселя  $i, j$  равен:

$$H_{\bar{i},\bar{j}}(i, j, \Delta_n^{(N)}, \Delta_m^{(M)}) = \frac{6 \cdot (2 \cdot \bar{i} - \Delta_n^{(N)} - 1)}{\Delta_n^{(N)} \cdot \Delta_m^{(M)} \cdot ((\Delta_n^{(N)})^2 - 1)} \cdot i + \frac{6 \cdot (2 \cdot \bar{j} - \Delta_m^{(M)} - 1)}{\Delta_n^{(N)} \cdot \Delta_m^{(M)} \cdot ((\Delta_m^{(M)})^2 - 1)} \cdot j + \frac{(\Delta_m^{(M)} \cdot (7 \cdot \Delta_n^{(N)} - 1) - 6 \cdot (\bar{i} \cdot \Delta_m^{(M)} - \bar{i} + \bar{j} \cdot \Delta_n^{(N)} - \bar{j}) - \Delta_n^{(N)} - 5)}{\Delta_n^{(N)} \cdot \Delta_m^{(M)} \cdot (\Delta_n^{(N)} - 1) \cdot (\Delta_m^{(M)} - 1)}, \quad (2.13)$$

где  $n = \overline{1, k^{(N)}}, m = \overline{1, k^{(M)}}$ .

В общем случае выражение (2.12) можно рассматривать как выражение для вычисления двумерной дискретной свёртки, а выражение (2.13) – для вычисления отсчётов двумерной импульсной характеристики [58]. Следует отметить, что полученная импульсная характеристика является нестационарной, так как зависит от положения пикселя.

Процедура разбиения строк  $(1, N)$  и столбцов  $(1, M)$  на  $k^{(N)}$  и  $k^{(M)}$  интервалов случайной длины повторяется  $K$  раз. При этом для каждого массива разбиения формируется двумерная оценка с помощью метода наименьших квадратов. Результирующая оценка  $\bar{S}_{i,j}$  определяется как

$$\text{среднее арифметическое размноженных оценок } \bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{t=1}^K \tilde{S}_{i,j}^t}{K}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M} \quad [59].$$

Исходное изображение  $Y_{i,j}$  можно также аппроксимировать на каждом массиве разбиения поверхностью второго порядка:

$$\bar{S}_{i,j} = A \cdot i^2 + 2 \cdot B \cdot i \cdot j + C \cdot j^2 + 2 \cdot D \cdot i + 2 \cdot E \cdot j + F, \quad i = \overline{1, \Delta_{t,m}^{(N)}}, j = \overline{1, \Delta_{t,m}^{(M)}}. \quad (2.14)$$

Для аппроксимации поверхностью второго порядка необходимо вычислить шесть коэффициентов, что приводит к большим вычислительным затратам при незначительном изменении эффективности обработки изображений, поэтому в данной работе рассматривается только аппроксимация поверхностью первого порядка.

Блок-схема алгоритма, реализующая двумерный метод размножения оценок, представлена на рисунке 2.2.

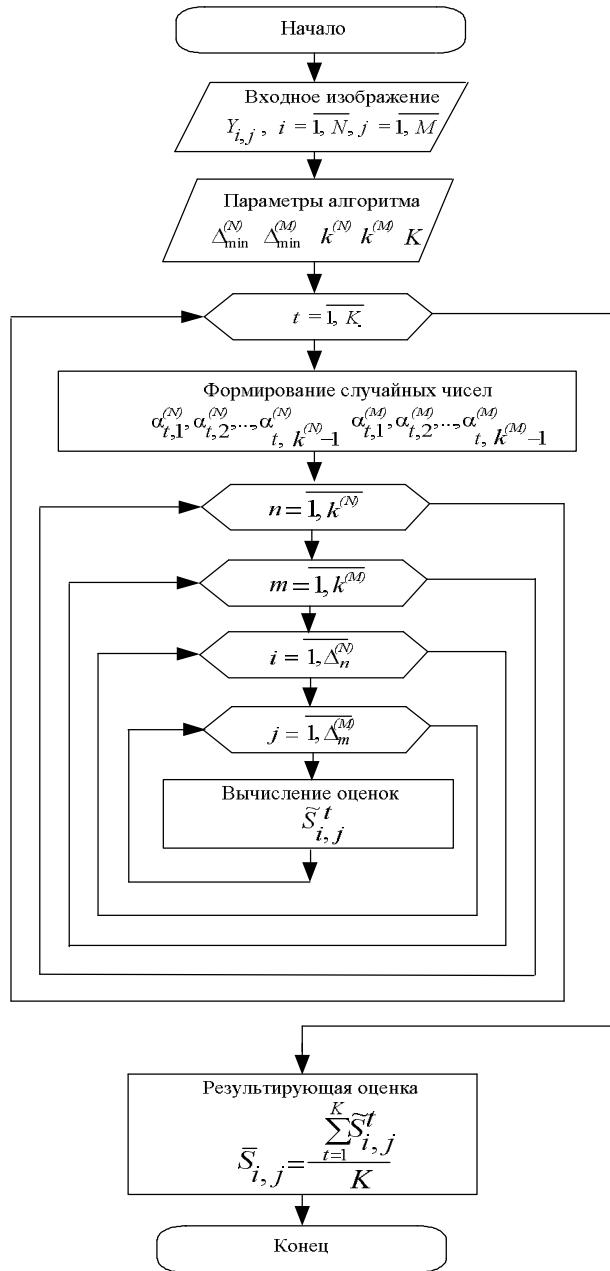


Рис. 2.2. Блок-схема алгоритма, реализующего двумерный метод размножения оценок

Принцип работы заключается в следующем:

- записываются значения входного изображения  $Y_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ ;
- задаются значения минимального интервала разбиения по строкам  $\Delta_{\min}^{(N)}$  и столбцам  $\Delta_{\min}^{(M)}$ , количество интервалов разбиений по строкам  $k^{(N)}$  и столбцам  $k^{(M)}$  и количество размножений  $K$ ;

- формируются случайные числа  $\alpha_{t,1}^N, \alpha_{t,2}^N, \dots, \alpha_{t,k(N)-1}^N$  и  $\alpha_{t,1}^M, \alpha_{t,2}^M, \dots, \alpha_{t,k(M)-1}^M$ , с помощью которых двумерный сигнал по строкам и столбцам разделяется на массивы с различным количеством элементов;
- определяется оценка  $\tilde{S}_{i,j}^t$  за счёт аппроксимации  $Y_{i,j}$  на каждом из массивов, полученных интервалами разбиения  $\Delta_n^{(N)}$  и  $\Delta_m^{(M)}$ , поверхностью первого порядка, где  $n = \overline{1, k^{(N)}}$ ,  $m = \overline{1, k^{(M)}}$  и  $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ ;
- данная процедура повторяется  $K$ -раз, в результате чего получаем набор оценок  $\tilde{S}_{i,j}^t$  исходного изображения  $Y_{i,j}$ , где  $t = \overline{1, K}$  и  $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ ;
- определяется результирующая оценка  $\bar{S}_{i,j}$  как среднее арифметическое размноженных оценок  $\bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{t=1}^K \tilde{S}_{i,j}^t}{K}$ , где  $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ .

## 2.2. Адаптивный двумерный метод размножения оценок

Наличие у изображения разнообразных границ, перепадов яркости, переходов от одной текстуры к другой приводит к тому, что при обработке линейными алгоритмами фильтрации происходит сглаживание резких перепадов яркости изображений. При обработке предложенным выше двумерным методом размножения оценок, наряду с подавлением шума, наблюдается значительная расфокусировка изображения, что в ряде случаев значительно ухудшает визуальное качество изображения. Для повышения резкости в работе [2] предлагается использовать методы дифференцирования с использованием первой и второй производной. Данные методы показывают хорошие результаты при условии, если исходное изображение не содержит шумовую составляющую, в противном случае наряду с повышением резкости изображения наблюдается значительное увеличение амплитуды шума [2].

В данной работе предлагается модификация двумерного метода размножения оценок с целью сохранения резких перепадов яркости на изображении и одновременно эффективном сглаживании шумовой составляющей [62]. Интервалы разбиений предлагается формировать не случайным образом, а адаптивно к яркостным изменениям значений пикселей. При этом с помощью метода инверсий [63] определяются области квазистационарности, т.е. изображение разделяется на области с монотонным изменением значений яркости.

Для формирования области квазистационарности для каждого значения пикселя задаются восемь направлений  $h = \overline{1,8}$  (рис. 2.3), в которых определяются интервалы квазистационарности. Условие квазистационарности проверяется с помощью вычисления случайной величины  $\tau$ , которая равна сумме числа инверсий значений пикселей в каждом из восьми направлений двумерного сигнала  $Y_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ .

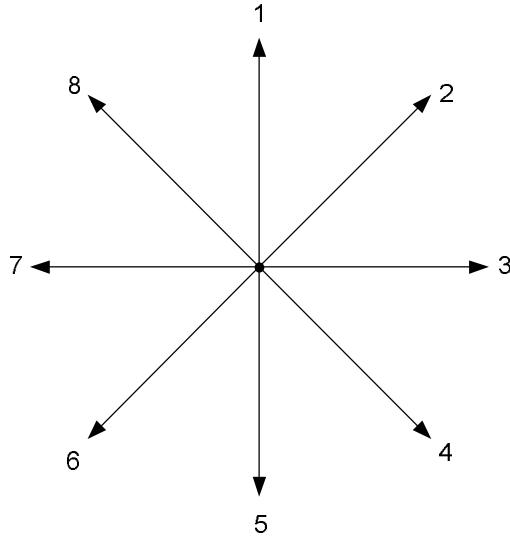


Рис. 2.3. Направления для определения интервалов квазистационарности на изображении

Сумма числа инверсий для направления 1 равна [63]:

$$\tau_d = \sum_{l=0}^{d-1} \sum_{k=l+1}^d u(Y_{i+l,j}, Y_{i+k,j}), \quad d = \overline{1, R}, \quad (2.15)$$

$$u(Y_{i+l,j}, Y_{i+k,j}) = \begin{cases} 1, & Y_{i+l,j} > Y_{i+k,j}, \\ 0, & Y_{i+l,j} \leq Y_{i+k,j}. \end{cases} \quad (2.16)$$

где  $i = \text{const}$ ;  $j = \text{const}$ ;  $Y_{i,j}$  – текущее значение пикселя изображения с координатами  $(i,j)$ ;  $Y_{i+l,j}$ ,  $l = i+1\dots d$  – последующие значения пикселей изображения по  $j$ -му столбцу (движение в направлении 5),  $d \leq R$ ;  $R$  – максимальная длина интервала квазистационарности.

Количество сочетаний, для которых вычисляется сумма инверсий, составляет  $X = \frac{d \cdot (d-1)}{2}$ . Случайная переменная  $\tau_d$  имеет биноминальное распределение, которое не зависит от распределения  $Y_{i,j}$  и описывается вероятностями [63]:

$$P(\tau_d) = \frac{X!}{\tau_d!(X-\tau_d)!} \cdot p^{\tau_d} \cdot q^{X-\tau_d}, \quad (2.17)$$

где  $p$ ,  $q$  – параметры биноминального распределения.

Для биноминального распределения среднее равно  $M(\tau_d) = X \cdot p$ , а дисперсия  $D(\tau_d) = X \cdot p \cdot q$ . Гипотезе о стационарности процесса соответствует значение параметра распределения  $p = 0,5$ , а двум альтернатам  $p_1 > 0,5$  и  $p_2 < 0,5$  – наличие нестационарности по среднему (возрастающий и убывающий сигнал) [63].

Если использовать разложение Муавра-Лапласа, выражение для вычисления вероятности ошибки первого рода  $\alpha$  запишется в виде [63]:

$$\alpha = 1 - F\left(\frac{c - X \cdot p + 0,5}{\sqrt{X \cdot p(1-p)}}\right). \quad (2.18)$$

Подставляя значение  $p = 0,5$ ,  $q = p - 0,5 = 0,5$ , выражение (2.18) запишем в виде:

$$\alpha = 1 - F\left(\frac{c - X/2 + 0,5}{\sqrt{X}/2}\right), \quad (2.19)$$

где  $F(\ )$  – функция гауссовского распределения с параметрами  $(0,1)$ .

Из выражения (2.19) получается уравнение для определения значения порога  $c$ , разделяющего допустимую и критическую области принятия основной гипотезы:

$$\tau_\alpha = \frac{c - X/2 + 0,5}{\sqrt{X}/2}, \quad (2.20)$$

$$c = \frac{\tau_\alpha}{2} \cdot \sqrt{X} + X/2 - 0,5. \quad (2.21)$$

Первая альтернатива (убывающий сигнал) принимается, если:

$$\tau_d > c_1 = \frac{\tau_\alpha}{2} \cdot \sqrt{X} + X/2 - 0,5. \quad (2.22)$$

Правило для принятия второй альтернативы (возрастающий сигнал) имеет вид:

$$\tau_d < c_2 = \frac{\tau_{1-\alpha}}{2} \cdot \sqrt{X} + X/2 - 0,5. \quad (2.23)$$

Гипотеза о стационарности сигнала принимается, если

$$c_2 \leq \tau_d \leq c_1. \quad (2.24)$$

Вероятности ошибок второго рода убывают с ростом объёма выборки и определяются как [63]:

$$\beta_1 \sim F\left(\frac{\frac{\tau_\alpha}{2} - \sqrt{X} \cdot (p - 0,5)}{\sqrt{p \cdot q}}\right), \quad (2.25)$$

$$\beta_2 \sim F\left(\frac{\frac{\tau_{1-\alpha}}{2} - \sqrt{X} \cdot (p - 0,5)}{\sqrt{p \cdot q}}\right). \quad (2.26)$$

Таким образом, для каждого из восьми направлений  $h = \overline{1,8}$  (рис. 2.3) на изображении для одномерных реализаций определяются интервалы квазистационарности (рис. 2.4), которые позволяют формировать адаптивные границы интервалов для яркостных изменений сигнала.

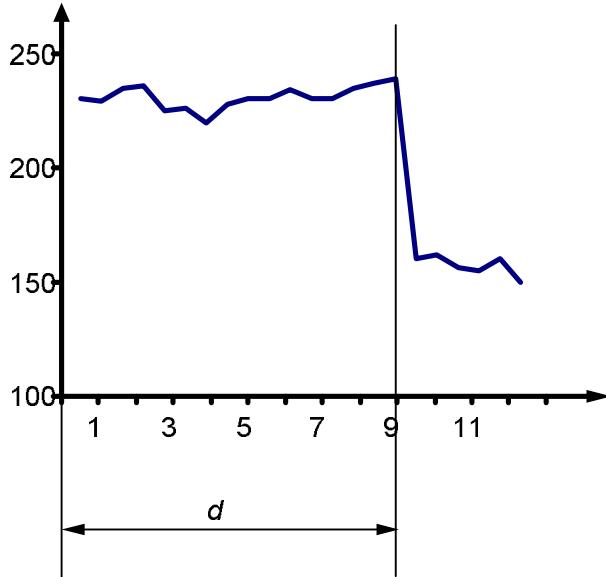


Рис. 2.4. Определение интервалов квазистационарности

По полученным границам интервалов для каждого из восьми секторов, образованных направлениями 1-2, 2-3, 3-4, 5-6, 7-8, 8-1 (рис. 2.3), происходит формирование областей квазистационарности. Для этого используется линейная интерполяция границ смежных интервалов уравнением прямой, проходящей через две точки:

$$\frac{j - j_1}{j_2 - j_1} = \frac{i - i_1}{i_2 - i_1}, \quad (2.26)$$

$$i = \frac{i_2 - i_1}{j_2 - j_1} \cdot j + \frac{i_1 \cdot j_2 - i_2 \cdot j_1}{j_2 - j_1}, \quad (2.27)$$

где  $(i_1, j_1)$  – координаты границы направления  $h$ ;  $(i_2, j_2)$  – координаты границы направления  $h+1$ .

Значения пикселей, попавшие между всеми направлениями и интерполирующими прямыми, проходящими через границы интервалов квазистационарности, объединяются в одну область  $\Omega$ . С её помощью формируется бинарная маска  $\omega_{i,j}$ ,  $i = \overline{1,2 \cdot R - 1}$ ,  $j = \overline{1,2 \cdot R - 1}$ , состоящая из единиц для полученной области.

Принцип работы адаптивного двумерного метода размножения оценок при формировании квазистационарных областей наглядно отображается на рисунках 2.5–2.9.

На рисунке 2.5 представлен фрагмент изображения с резкими перепадами яркости, на котором для центрального пикселя определяются восемь направлений. На рисунке 2.6 – фрагмент изображения с секторами, образованными 1-2 и 2-3 направлениями. Для направлений  $h = \overline{1,8}$  (рис. 2.7) на изображении для одномерных реализаций, полученных из значений пикселей по вертикальным и диагональным направлениям от центрального пикселя исходного изображения, определяются интервалы квазистационарности с помощью метода инверсий. Данные границы позволяют получить интервалы с монотонным изменением яркости сигнала. На рисунке 2.8 представлены области квазистационарности для секторов, образованных 1-2 и 2-3 направлениями, которые формируются из значений пикселей, попавших между направлениями и интерполирующими прямыми, проходящими через границы интервалов квазистационарности. Далее все восемь полученных секторов объединяются в одну область  $\Omega$  (рис. 2.9), таким образом, для каждого пикселя формируется окрестность пикселей, близких по значению яркости.

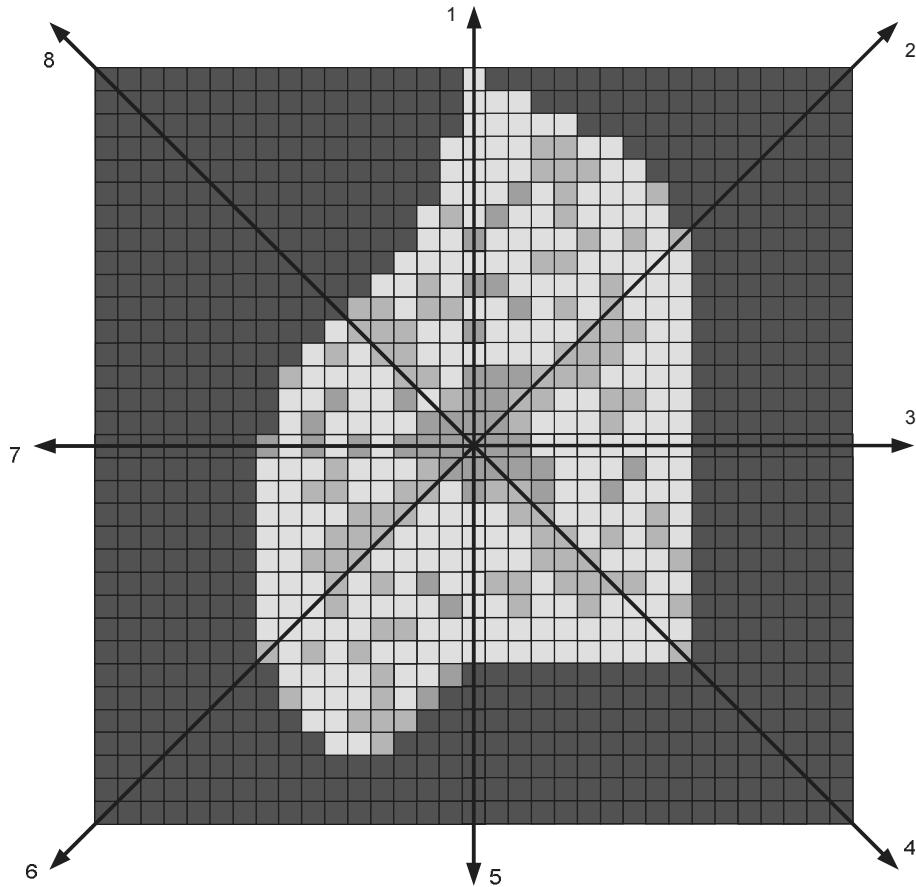


Рис. 2.5. Фрагмент изображения с резкими перепадами яркости

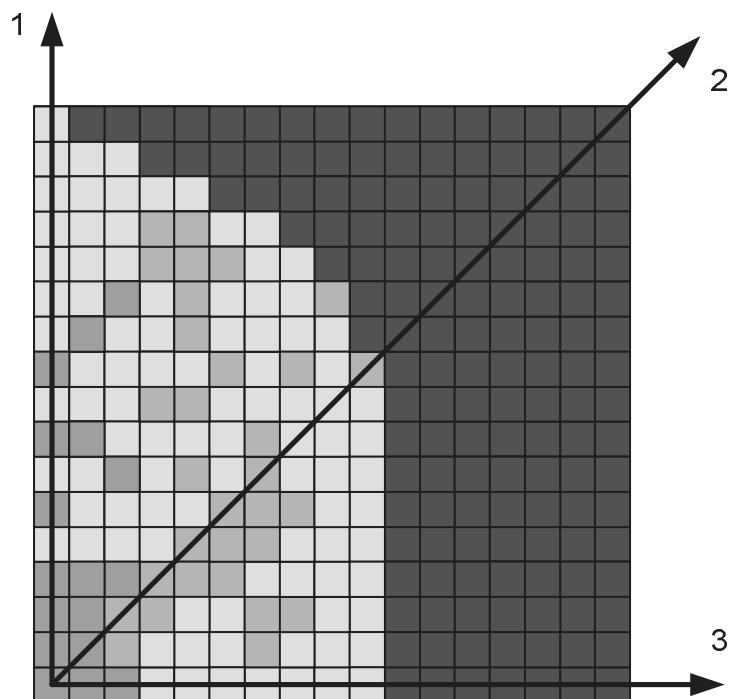


Рис. 2.6. Фрагмент изображения с секторами, образованными 1-2 и 2-3 направлениями

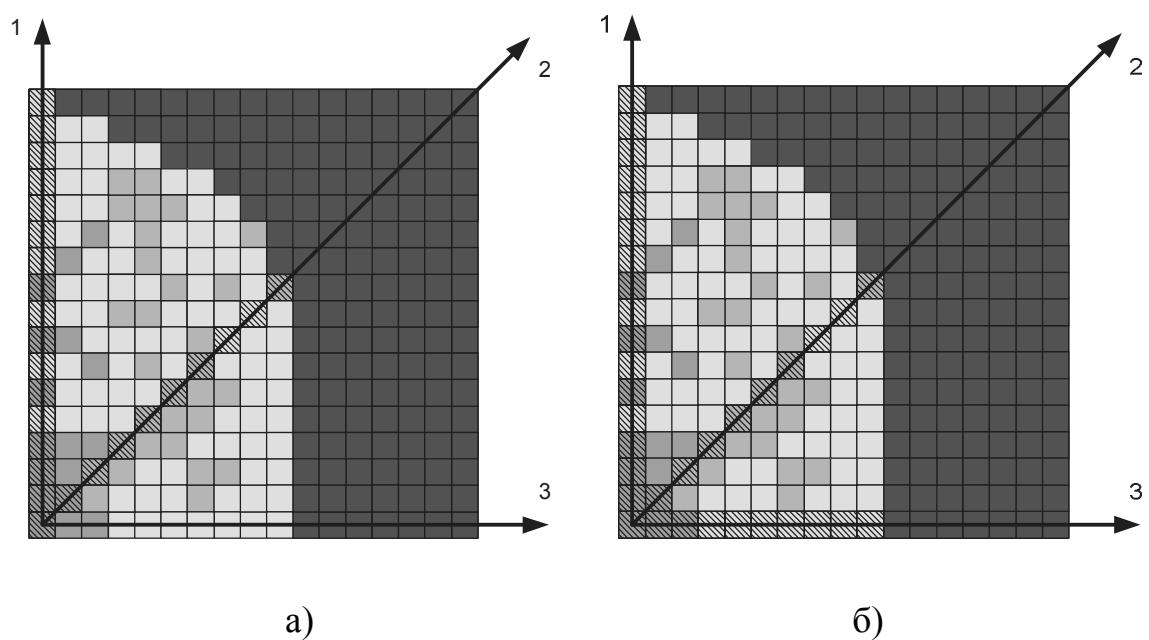


Рис. 2.7. Определение интервалов квазистационарности:  
а) для направлений 1-2; б) для направлений 2-3

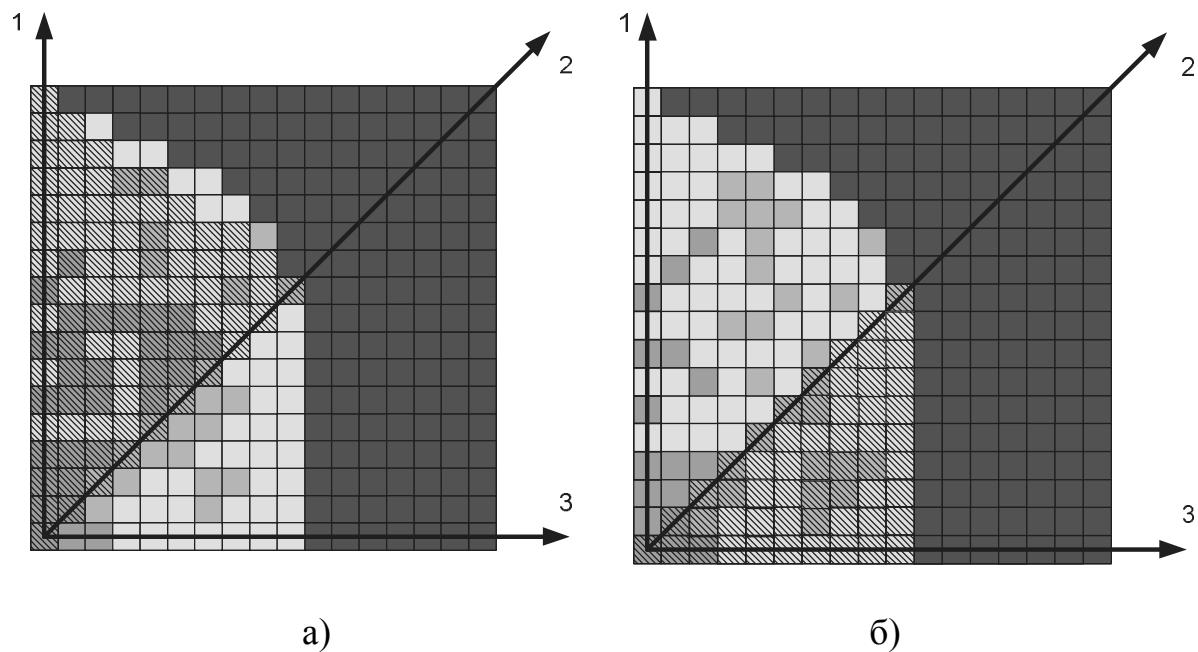


Рис. 2.8. Определение областей квазистационарности:  
а) для сектора, образованного 1-2 направлениями;  
б) для сектора, образованного 2-3 направлениями

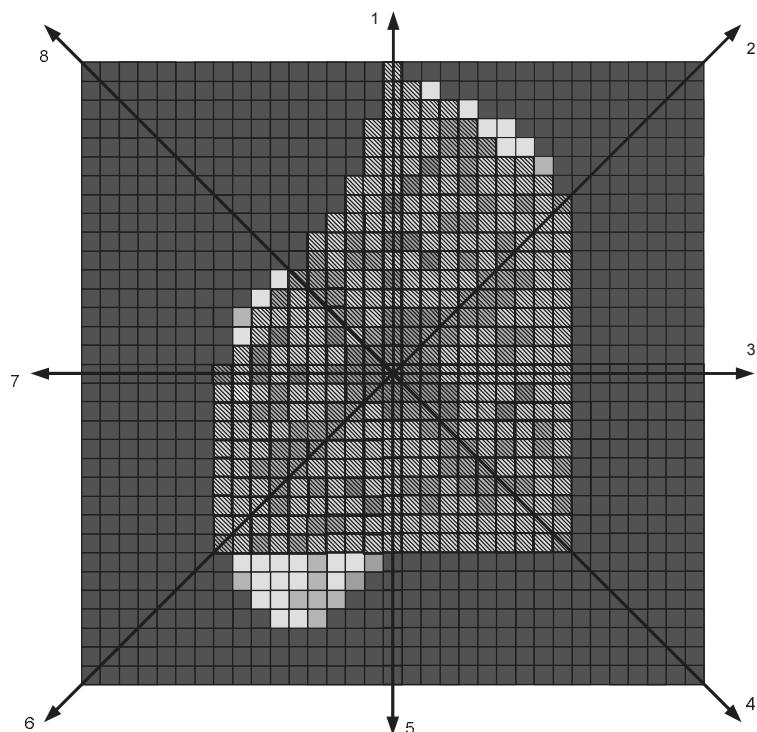


Рис. 2.9. Объединение секторов в одну область

Значения пикселей в полученной области  $\Omega$  аппроксимируются поверхностью первого порядка вида  $\tilde{S}_{i,j} = (A \cdot i + B \cdot j + C) \cdot \omega_{i,j}$ , где  $\omega_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, 2 \cdot R - 1}$ ,  $j = \overline{1, 2 \cdot R - 1}$  – значения бинарной маски, которая принимает значения равные [64]:

$$\omega_{i,j} = \begin{cases} 1, & i, j \in \Omega \\ 0, & i, j \notin \Omega \end{cases}, \quad i = \overline{1, 2 \cdot R - 1}, j = \overline{1, 2 \cdot R - 1}. \quad (2.28)$$

Значения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  определяются с помощью двумерного метода наименьших квадратов, для нахождения которых минимизируется целевая функция вида:

$$\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} ((Y_{i,j} - \tilde{S}_{i,j}) \cdot \omega_{i,j})^2 \rightarrow \min, \quad (2.29)$$

$$\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} ((Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \cdot \omega_{i,j})^2 \rightarrow \min. \quad (2.30)$$

Дифференцируя выражение (2.30) по  $A$ ,  $B$  и  $C$  и приравнивая к нулю, получаем систему линейных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial \left( \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \cdot \omega_{i,j} \right)^2 / \partial A = 0, \\ \partial \left( \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \cdot \omega_{i,j} \right)^2 / \partial B = 0, \\ \partial \left( \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} (Y_{i,j} - A \cdot i - B \cdot j - C) \cdot \omega_{i,j} \right)^2 / \partial C = 0. \end{array} \right. \quad (2.31)$$

Решением системы (2.31) является:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot i \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j^2 - \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j)}{D} +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot j \cdot (-\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j + \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i)}{D} +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot (-\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot j + \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i)}{D}, \quad (2.32)$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot i \cdot (-\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j + \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i)}{D} +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot j \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i - \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i)}{D} +$$

$$+ \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j - \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i)}{D}, \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot i \cdot (-\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot j + \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j)}{D} + \\
&+ \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot j \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j - \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i)}{D} + \\
&+ \frac{\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i - \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j)}{D}, \quad (2.34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D &= \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot j \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i + \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i) - \\
&- \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j \cdot (\sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot j - 2 \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j) - \\
&- \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot j \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{j=1}^{2 \cdot R - 1} \omega_{i,j} \cdot i \cdot i. \quad (2.35)
\end{aligned}$$

Полученную оценку можно представить в виде:

$$\tilde{S}_{i,j} = \sum_{\bar{i}=1}^{2 \cdot R - 1} \sum_{\bar{j}=1}^{2 \cdot R - 1} Y_{\bar{i},\bar{j}} \cdot \omega_{\bar{i},\bar{j}} \cdot H(i, j, A, B, C)_{\bar{i},\bar{j}}, \quad i = \overline{1, 2 \cdot R - 1}, j = \overline{1, 2 \cdot R - 1}, \quad (2.36)$$

где  $H(i, j, A, B, C)_{\bar{i},\bar{j}}$  – коэффициент, зависящий от позиции пикселя  $i, j$ .

Процедура получения области  $\Omega$  и вычисление оценки  $\tilde{S}_{i,j}^t, t = \overline{1, K}$

повторяется для каждого значения пикселя  $Y_{i,j}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ . При этом формируется весовая функция  $W_{i,j}, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$ , значения которой равны количеству размноженных оценок для каждого пикселя.

Результирующая оценка изображения  $\bar{S}_{i,j}$  определяется как среднее арифметическое размноженных аддитивных оценок:

$$\bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{t=1}^K \tilde{S}_{i,j}^t}{W_{i,j}}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (2.37)$$

Блок-схема программы [65], реализующей алгоритм аддитивного двумерного метода размножения оценок, представлена на рисунке 2.10.

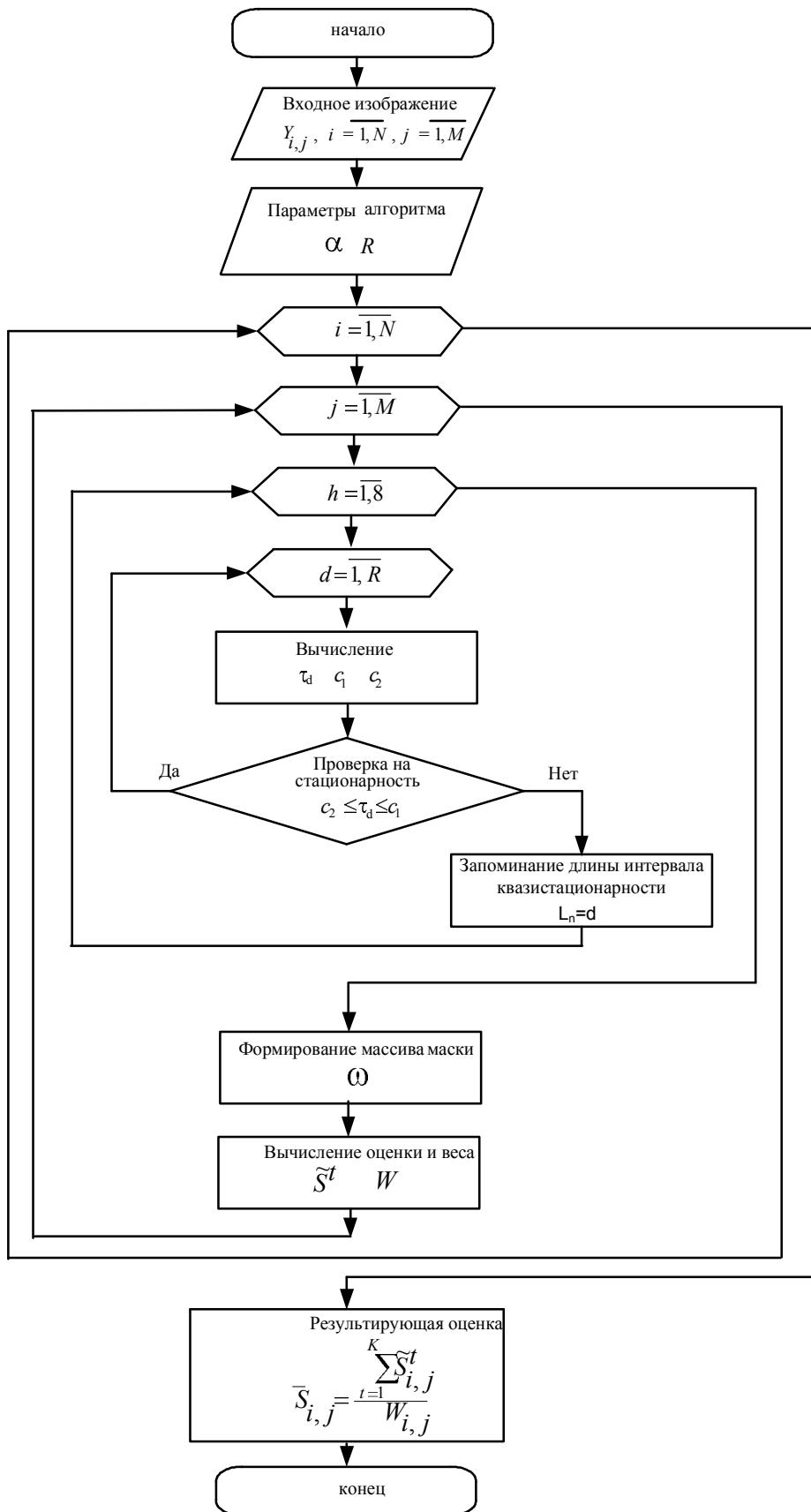


Рис. 2.10. Блок-схема программы, реализующая алгоритм адаптивного двумерного метода размножения оценок

Принцип работы заключается в следующем:

- записываются значения входного изображения  $Y_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ ;
- задаются параметры метода: значения вероятности ошибки первого рода  $\alpha$  и максимальной длины интервала квазистационарности  $R$ ;
- вычисляются случайная величина  $\tau_d = \sum_{i=1}^{d-1} \sum_{k=i+1}^d u(Y_{i,j}, Y_{k,j})$ ,  $d = \overline{1, R}$  и два пороговых значения  $c_1 = \frac{\tau_\alpha}{2} \cdot \sqrt{X} + X/2 - 0,5$  и  $c_2 = \frac{\tau_{1-\alpha}}{2} \cdot \sqrt{X} + X/2 - 0,5$ ;
- проверяется гипотеза о стационарности сигнала  $c_2 \leq \tau_d \leq c_1$ , при выполнении которого происходит формирование бинарной маски  $\omega_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, 2 \cdot R - 1}$ ,  $j = \overline{1, 2 \cdot R - 1}$ ;
- вычисляется оценка  $\tilde{S}_{i,j}^t$  за счёт аппроксимации значений  $Y_{i,j}$  поверхностью первого порядка вида  $\tilde{S}_{i,j} = (A \cdot i + B \cdot j + C) \cdot \omega_{i,j}$ , где  $i = \overline{1, 2 \cdot R - 1}$ ,  $j = \overline{1, 2 \cdot R - 1}$  и вычисление весовой функции  $W_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ ;
- данная процедура повторяется для всех значений пикселей исходного изображения  $Y_{i,j}$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ , в результате чего получается набор оценок  $\tilde{S}_{i,j}^t$ ;
- определяется результирующая оценка  $\bar{S}_{i,j}$  как взвешенная сумма размноженных аддитивных оценок  $\bar{S}_{i,j} = \frac{\sum_{t=1}^K \tilde{S}_{i,j}^t}{W_{i,j}}$ , где  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ .

### **2.3. Структурная схема устройства, реализующего двумерный метод размножения оценок**

На рисунке 2.11 представлена структурная схема устройства, реализующего двумерный метод размножения оценок [66]. Устройство работает следующим образом. В блок хранения входной реализации 1 записывается

исходная двумерная дискретная реализация. Блоки разбиения на интервалы  $A.1$  и  $A.2$  формируют ранжированные последовательности случайных чисел, распределённых по равномерному закону с устранимыми «связками», поступающими последовательно на входы блока управления  $7$ , в котором на вход регистра сдвига выборки случайных чисел столбцов  $7.1$  и вход регистра сдвига выборки случайных чисел строк  $7.3$  поступают последовательно случайные числа границ интервалов разбиения изображения с выходов регистров хранения выборки случайных чисел  $12.1$  и  $12.2$  соответственно, на выход блока управления поступают случайные числа со вторых выходов блоков  $7.1$  и  $7.3$ , выхода блока задержки выборки случайных чисел строк  $7.2$  и выхода блока задержки выборки случайных чисел столбцов  $7.4$ . Таким образом, задаются четыре координаты текущей области аппроксимации, которые передаются на вторые управляющие входы коммутаторов  $2.K$  и вторые управляющие входы блоков хранения оценки  $4.K$  через блок задержки  $8$ , счётчик  $7.6$  производит счёт количества случайных чисел, используемых для разбиения строк, блоком проверки условия  $7.5$  проверяется условие достижения границы строки изображения, при выполнении которого подаётся управляющий сигнал для сброса счётчика  $7.6$  и для сдвига на одно значение регистра сдвига выборки случайных чисел строк  $7.3$ . Для полученных массивов в блоках аппроксимации  $3.K$  производится аппроксимация исходной двумерной дискретной реализации плоскостью, описывающейся уравнением первой степени двумерным методом наименьших квадратов. Результаты аппроксимации записываются в блоки хранения оценки  $4.K$ . В каждом из  $K$  каналов значения оценок с выходов блоков  $4.K$  поступают на входы арифметически суммирующего устройства  $5$ , где результирующая двумерная оценка полезной составляющей определяется как среднее арифметическое среди оценок, полученных в каждом из  $K$  каналов устройства в фиксированные моменты времени. Таким образом, полученная двумерная оценка полезной составляющей определяется как среднее арифметическое среди оценок, полученных в каждом из  $K$  каналов устройства в фиксированные моменты времени. Таким образом, полученная двумерная оценка полезной составляющей поступает на вход блока хранения оценки полезной составляющей  $6$ , с выхода которого данные поступают на выход устройства. Синхронность работы устройства обеспечивается генератором тактовых импульсов  $13$ . Реализация предложенного двумерного метода размножения оценок возможна как в аппаратном исполнении, так и в программном [67, 68, 69].

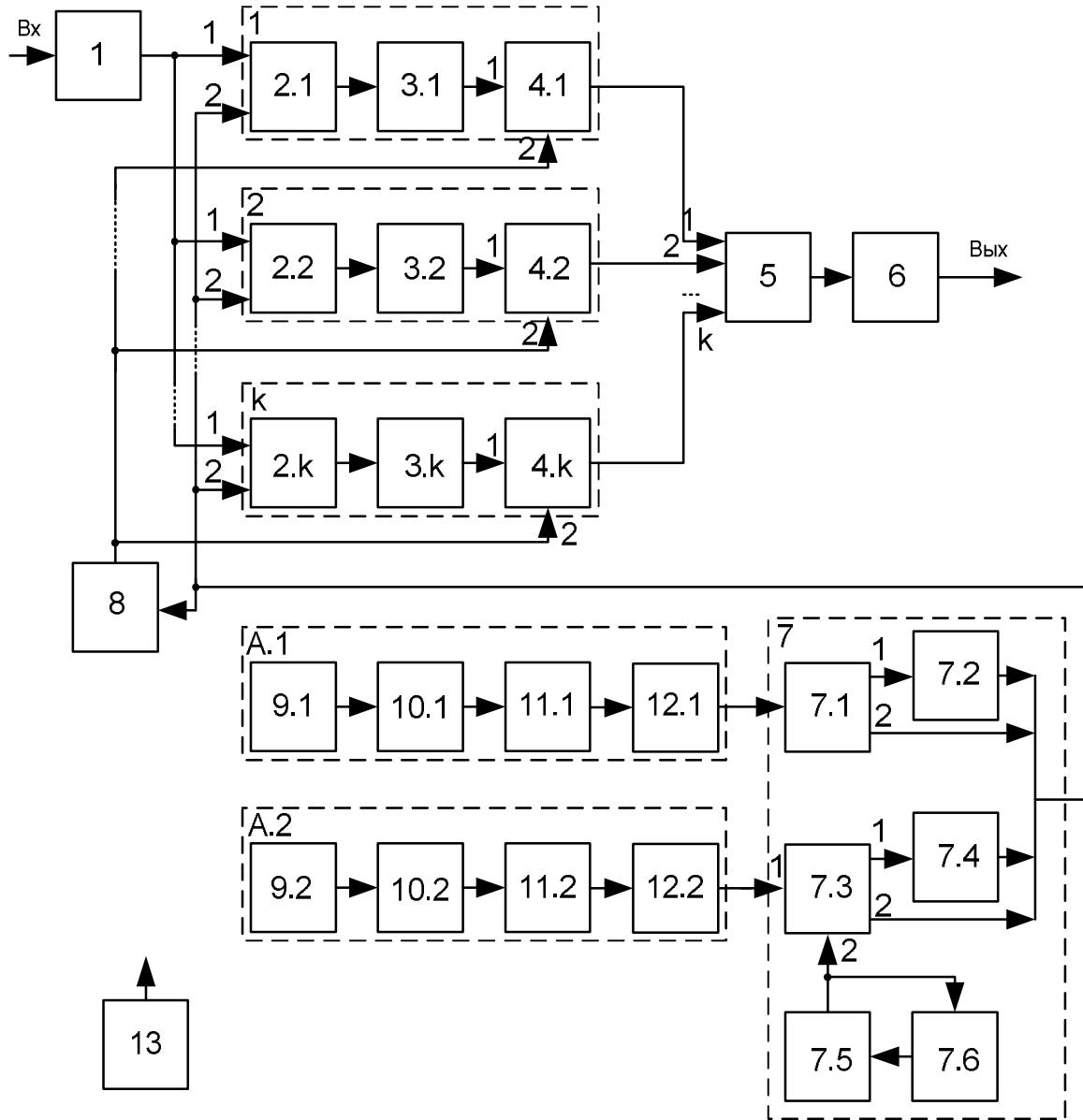


Рис. 2.11. Структурная схема устройства, реализующего двумерный метод размножения оценок

#### 2.4. Структурная схема устройства, реализующего адаптивный двумерный метод размножения оценок

На рисунке 2.12 представлена структурная схема устройства, реализующего адаптивный двумерный метод размножения оценок. Устройство работает следующим образом. В блок хранения входной реализации 1 записывается исходный двумерный сигнал. Блоки счётчика текущей строки 9.1 и счётчика текущего столбца 9.4 формируют координаты пикселя, обрабатываемого в данный момент времени. Координаты поступают на вход блока определения участков квазистационарности 2. Происходит вы-

борка значений пикселей, близких к выбранному из блока хранения входной реализации 1 и определение координат пикселей, принадлежащих области близкой яркости. Полученные координаты передаются на блок формирования маски 3, где формируется маска фиксированного размера, содержащая «0» в местах с координатами пикселей, не принадлежащих полученной области, и «1» для принадлежащих. Центр маски соответствует текущему выбранному пикслю, координаты которого являются координатами маски. Полученная маска подаётся на поэлементный умножитель 4, где путём поэлементного умножения пикселей исходного изображения на маску с учётом её координат выделяется область, поступающая дальше на блок аппроксимации 5. Оценка, полученная путём аппроксимации поверхностью первого порядка способом наименьших квадратов, запоминается в блоке хранения оценок 6, в котором, кроме самой оценки, запоминаются и её координаты, поступившие со счётчиков номера строки 9.1 и столбца 9.4 через блок задержки. Последовательно выполняется перебор всех пикселей изображения, полученные оценки запоминаются в блоке хранения оценок 6. По окончании перебора блок генерации сигнала усреднения 9.7 подаёт на блок усреднения оценок 7 сигнал, после чего сохранённые в блоке 6 оценки усредняются и в блоке хранения оценки полезной составляющей 8 запоминается полученная оценка полезной составляющей. Синхронность работы устройства обеспечивается генератором тактовых импульсов 10.

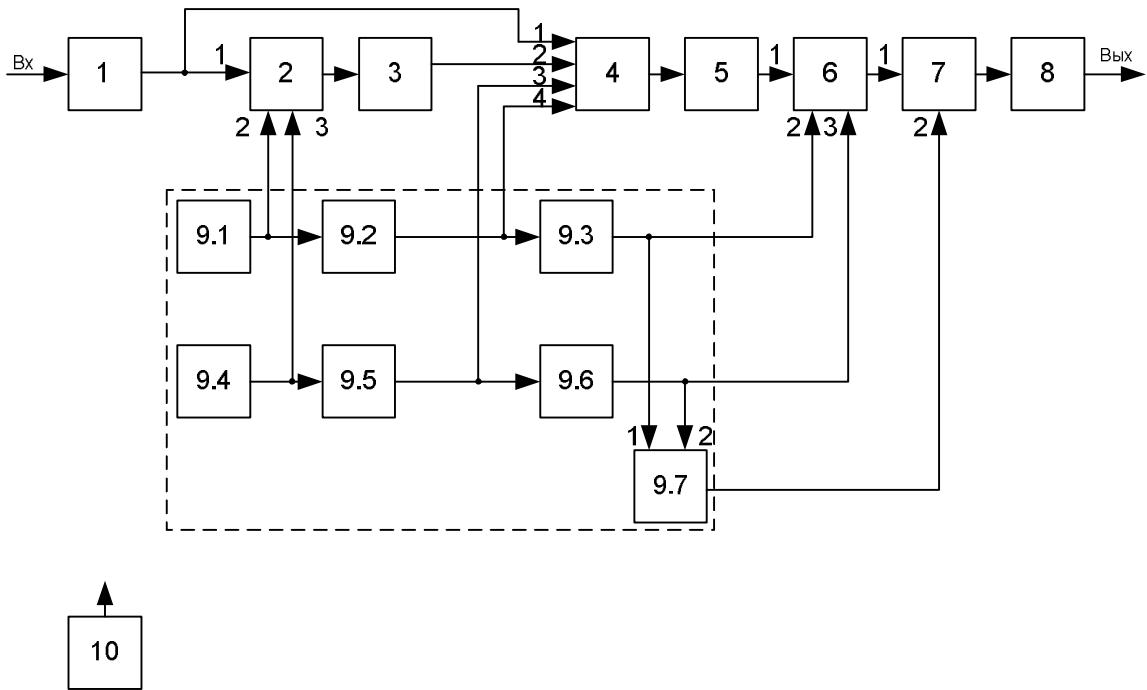


Рис. 2.12. Структурная схема устройства, реализующего адаптивный двумерный метод размножения оценок

## **Выводы**

Разработан двумерный метод размножения оценок, который основан на случайном разбиении исходного изображения на прямоугольные области, при этом оценка в каждой области определяется с помощью аппроксимации поверхностью первого порядка двумерным методом наименьших квадратов.

Разработан адаптивный двумерный метод размножения оценок, который основан на адаптации к яркостным изменениям изображения, т.е. определения областей квазистационарности и вычисления оценки в каждой области с помощью аппроксимации поверхностью первого порядка двумерным методом наименьших квадратов.

Аналитически получены выражения для импульсной характеристики устройства, реализующего принцип обработки изображений двумерным методом размножения оценок.

# ГЛАВА 3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДВУМЕРНОГО МЕТОДА РАЗМНОЖЕНИЯ ОЦЕНОК НА ТЕСТОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

### 3.1. Критерии оценки качества обработки изображений

Оценка эффективности обработки изображений представляет актуальную задачу, которая в настоящее время ещё не решена [1–3]. Проблема состоит в том, что те критерии качества, которые используются для анализа одномерных сигналов (среднеквадратическая ошибка, отношение сигнал/шум и т.д.), не всегда дают хороший результат в изображениях, так как необходимо учитывать ряд особенностей зрительного восприятия человека [6, 7]. Существует много примеров изображений, для которых количественно качество оценивается как высокое, а субъективно – как низкое, и наоборот [2]. Визуальная оценка при уменьшении дисперсии шумовой составляющей на изображении играет важную роль, особенно в том случае, если задача обработки изображения решается для наблюдателя, а не для ЭВМ. Качество изображения определяется большим количеством технических характеристик системы: соотношением сигнал/шум и статистическими характеристиками шумовой составляющей, градационными характеристиками, спектральными (цветовыми) характеристиками, интервалами дискретизации и т.д. [1–9].

К наиболее употребляемым количественным оценкам качества изображения относятся [1, 2, 6]: средняя разность, нормированная корреляция, качество корреляции, максимальная разность, верность изображения, среднеквадратичная лапласианова погрешность, среднеквадратичная погрешность, максимальная среднеквадратичная погрешность, нормированная абсолютная погрешность, нормированная среднеквадратичная погрешность, отношение сигнал/шум, максимум отношения сигнал/шум.

В работе оценка эффективности качества обработки изображений проводится на основе статистических критериев и субъективного визуального критерия сравнения.

Критерием эффективности оценки полезной составляющей, в зависимости от постановки решаемой задачи, может выступать значение среднеквадратического отклонения разности между оценкой полезного сигнала и её истинной моделью [1]:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (S_{i,j} - \bar{S}_{i,j})^2}{N \cdot M}}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}. \quad (3.1)$$

Значение  $\sigma_{\text{ош}}$  можно вычислить только в том случае, когда известно неискажённое изображение  $S_{i,j}$ . Оценка (3.1), как правило, используется для исследования эффективности обработки на основе известного набора тестовых изображений. При этом наиболее приемлемо отнести оценку (3.1) к значению среднеквадратического отклонения шума  $\sigma_{\text{ш}}$ . В некоторых источниках [7] оценка (3.1) представляется в виде интегральной оценки отношения сигнал/шум, выраженная в децибелах:

$$ISNR = 20 \cdot \lg \left( \frac{\sigma_{\text{ш}}}{\sigma_{\text{ош}}} \right). \quad (3.2)$$

К наиболее употребляемым объективным оценкам качества изображения также относятся оценки отношения сигнал/шум и пикового отношения сигнала/шума, выраженные в децибелах [1, 7]:

$$SNR = 10 \cdot \lg \left( \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M S_{i,j}^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (S_{i,j} - \bar{S}_{i,j})^2} \right). \quad (3.3)$$

$$PSNR = 20 \cdot \lg \left( \frac{\max(S)}{\sigma_{\text{ош}}} \right). \quad (3.4)$$

Критерий максимальной ошибки (равномерного приближения) используется в тех случаях, когда выдвигается требование высокой точности представления неизображения в целом, а каждого значения пикселя [1, 2, 7]:

$$\varepsilon_{\text{ош}} = \max |S - \bar{S}|. \quad (3.5)$$

Предполагается, что модель шумовой составляющей представляет собой двумерную реализацию случайного процесса, при этом плотность распределения имеет гауссовский закон. В условиях, когда априорная информация об обрабатываемом изображении ограничена, требование о гауссовском распределении шумовой составляющей является нестрогим. Несмотря на это, использование гауссовского закона как модели шумовой составляющей при исследовании эффективности сглаживания или выделения полезного сигнала на фоне шума является предпочтительным. В первую очередь это связано с тем, что большинство проведённых исследований (как теоретических, так и практических) связано с этим законом. По оценкам различных авторов, использование гауссовой модели шумовой составляющей является более сложным случаем выделения полезного сигнала в сравнении с другими симметричными законами распределения [1, 3].

Основная причина заключается в том, что случайные значения неравномерно распределены по вероятности появления в интервале определения и значительная их часть сосредоточена на «хвостах» распределения.

Для исследования эффективности обработки предложенных двумерных методов в качестве тестовых выбраны следующие изображения: **Cameramen** (рис. 3.1а) и **Peppers** (рис. 3.1б) – изображения с однородными областями и резкими перепадами яркости между ними; **Boat** (рис. 3.1в) и **Lena** (рис. 3.1г) – изображения с высоким уровнем детализации; **Hill** (рис. 3.1д) и **Barbara** (рис. 3.1е) – изображения с большим количеством текстурных участков и мелких деталей изображения.

Двумерный метод размножения оценок имеет следующие параметры:  $L$  – минимальная длина разбиения по строкам и столбцам;  $k = m + 1$  – число случайных интервалов разбиений изображения по строкам и столбцам;  $K$  – число размножений двумерных оценок.

Определение минимального числа элементов  $L$  каждого подинтервала и их количество зависит от точности априорной информации о размещении массива, на котором двумерную функцию изображения можно описать поверхностью первого порядка. Автором работы [74] В.И. Марчуком экспериментально получены и математически доказаны рекомендуемые значения параметров одномерного метода размножения оценок, при этом  $L \cdot k \approx 0,6 \cdot N$ , а минимальная длина может составлять пять значений [39]. Экспериментально доказано, что полученные рекомендуемые значения параметров метода размножения оценок практически инвариантны в широком классе моделей шумовой составляющей и моделей полезной составляющей [74].

Для оценки эффективности двумерного метода размножения оценок выбираются следующие значения параметров:  $N = 512$ ,  $M = 512$ ,  $R = 60$ ,  $L = 3$ ,  $K = 20$  [75].

Для адаптивного двумерного метода выбираются два параметра: максимальная длина интервала квазистационарности  $R$  и вероятность ошибки первого рода  $\alpha$ . В работе [64] представлены исследования по выбору значений этих параметров, которые инвариантны в широком классе изображений и рекомендованы  $R = 9$  и  $\alpha = 0,01$ .



а)



б)



в)



г)



д)



е)

Рис. 3.1. Тестовые изображения

### **3.2. Исследование эффективности двумерного метода размножения оценок**

Для сравнения эффективности обработки изображений предлагаются методами используется фильтрация с помощью медианного фильтра, фильтра скользящего среднего, среднегеометрического фильтра, локального адаптивного фильтра, фильтра серединной точки,  $\alpha$ -урезанного фильтра, локального адаптивного фильтра, вейвлет-фильтрации, фильтра Вилкоксона и фильтра Винера [2]. Значения погрешностей для разработанных методов вычисляются для всего изображения, а для известных методов, которые обрабатывают в скользящем окне, – по уменьшенному размеру изображения, т.е. не учитывается отсутствие оценки двумерного полезного сигнала в строках и столбцах, находящихся на границах изображения (краевые эффекты) [2]. Результаты обработки и значения погрешностей известных методов представлены при параметрах, для которых достигается минимальное значение среднеквадратической ошибки.

На рисунке 3.2 представлены результаты обработки тестового изображения Cameraman при  $\sigma_{ш} = 0,1$ , а в таблице 3.1 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ полученных различными методами оценок показывает, что эффективность обработки изображения адаптивным двумерным методом размножения оценок выше. При этом следует отметить, что перепады яркости изображения сохранены лучше, чем при обработке остальными методами. Оценка изображения, полученная с помощью двумерного метода размножения, является размытой, а на некоторых участках частично потеряны мелкие детали. Полученный результат связан с тем, что двумерная полезная составляющая описывается сложной функциональной зависимостью, которую не удается полностью выделить из аддитивной смеси при аппроксимации поверхностью первого порядка.

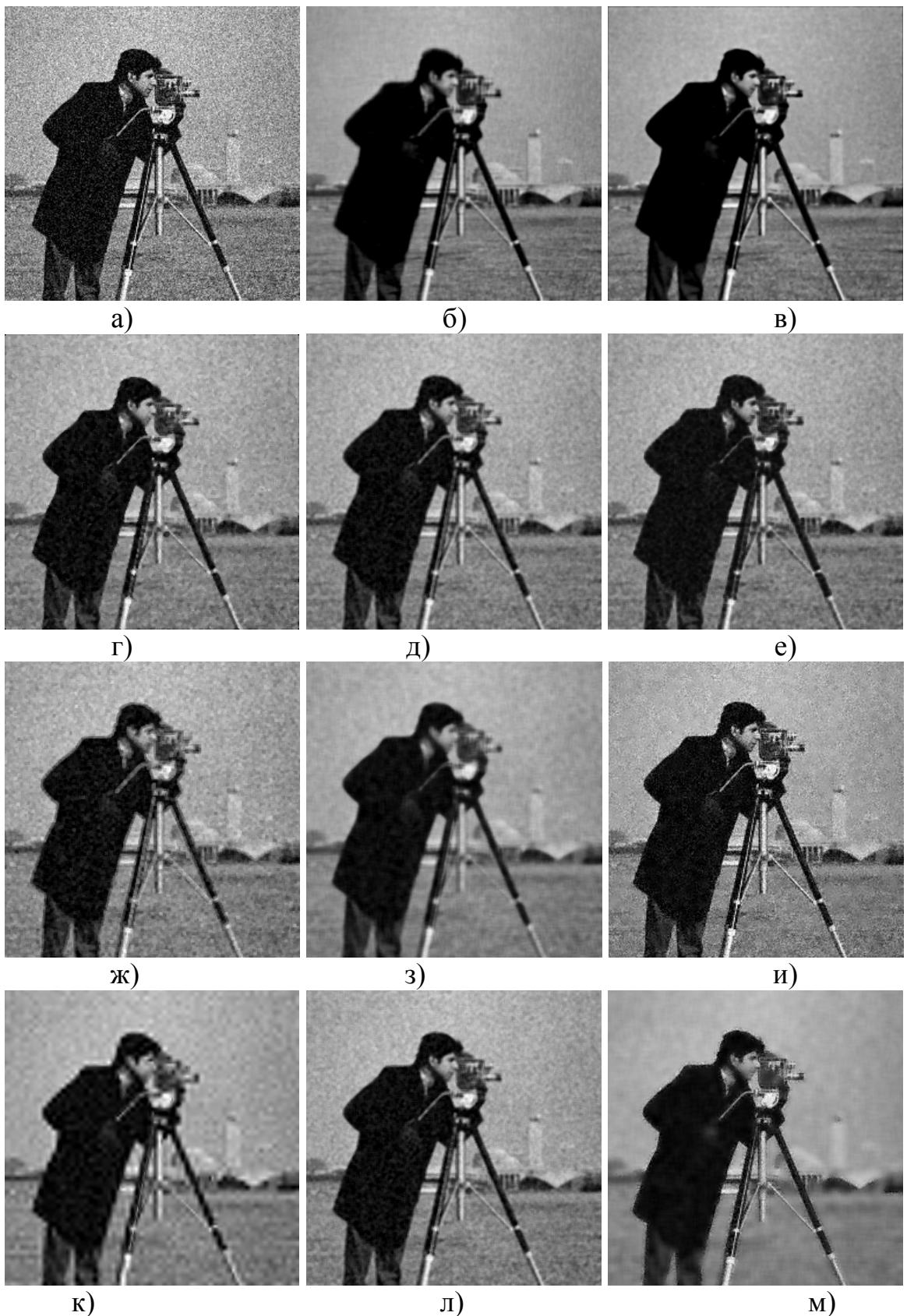


Рис. 3.2. Результат обработки тестового изображения Cameramen различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,1$

Фильтр Винера эффективно сглаживает шумовую составляющую и сохраняет перепады яркости, но при этом наблюдается уменьшение контрастности изображения. Обработка  $\alpha$ -урезанным фильтром приводит к сильным искажениям, связанными с расфокусировкой изображения. Остальные методы в меньшей степени сглаживают границы изображения, но при этом появляется «зернистость» структуры, что связано с незначительным подавлением шумовой составляющей. На изображении, обработанном медианным фильтром, наблюдается сохранение перепадов яркости, но наличие ошибки в оценке полезной составляющей приводит к потере мелких деталей изображения.

Таблица 3.1

**Погрешность выделения изображения Cameramen при  $\sigma_{ш} = 0,1$**

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ш}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ш}$
Двумерный РАЗОЦ	0.048	6.375	20.799	26.386	0.501
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.043</b>	<b>7.331</b>	<b>21.690</b>	<b>27.277</b>	0.484
Медианный фильтр	0.063	4.013	18.495	24.079	0.797
Фильтр скользящего среднего	0.060	4.437	18.803	24.396	0.610
Фильтр среднего геометрического	0.068	3.350	17.817	23.410	0.747
Локальный адаптивный фильтр	0.066	3.609	17.976	23.590	<b>0.374</b>
Фильтр серединной точки	0.077	2.271	16.691	22.284	0.551
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.070	3.098	17.530	23.133	0.719
Вейвлет-фильтрация	0.068	3.350	17.638	23.222	0.616
Фильтр Вилкоксона	0.069	3.223	18.840	24.433	0.592
Фильтр Винера	0.051	5.849	20.261	25.875	0.421

Количественные значения, представленные в таблице 3.1, подтверждают визуальную оценку. Изображение Cameramen, обработанное адаптивным двумерным методом размножения оценок, имеет наименьшее значение среднеквадратической ошибки и составляет 0.043 при нормированной амплитуде двумерного сигнала. При этом разница с двумерным методом размножения составляет 11 %, а с остальными методами – в среднем 35 %. Наибольшее значение среднеквадратической ошибки имеет фильтр серединной точки и составляет 0.77, что связано с неэффективным сглаживанием шумовой составляющей.

На рисунке 3.3 представлены результаты обработки тестового изображения Peppers при  $\sigma_{ш} = 0,1$ , а в таблице 3.2 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

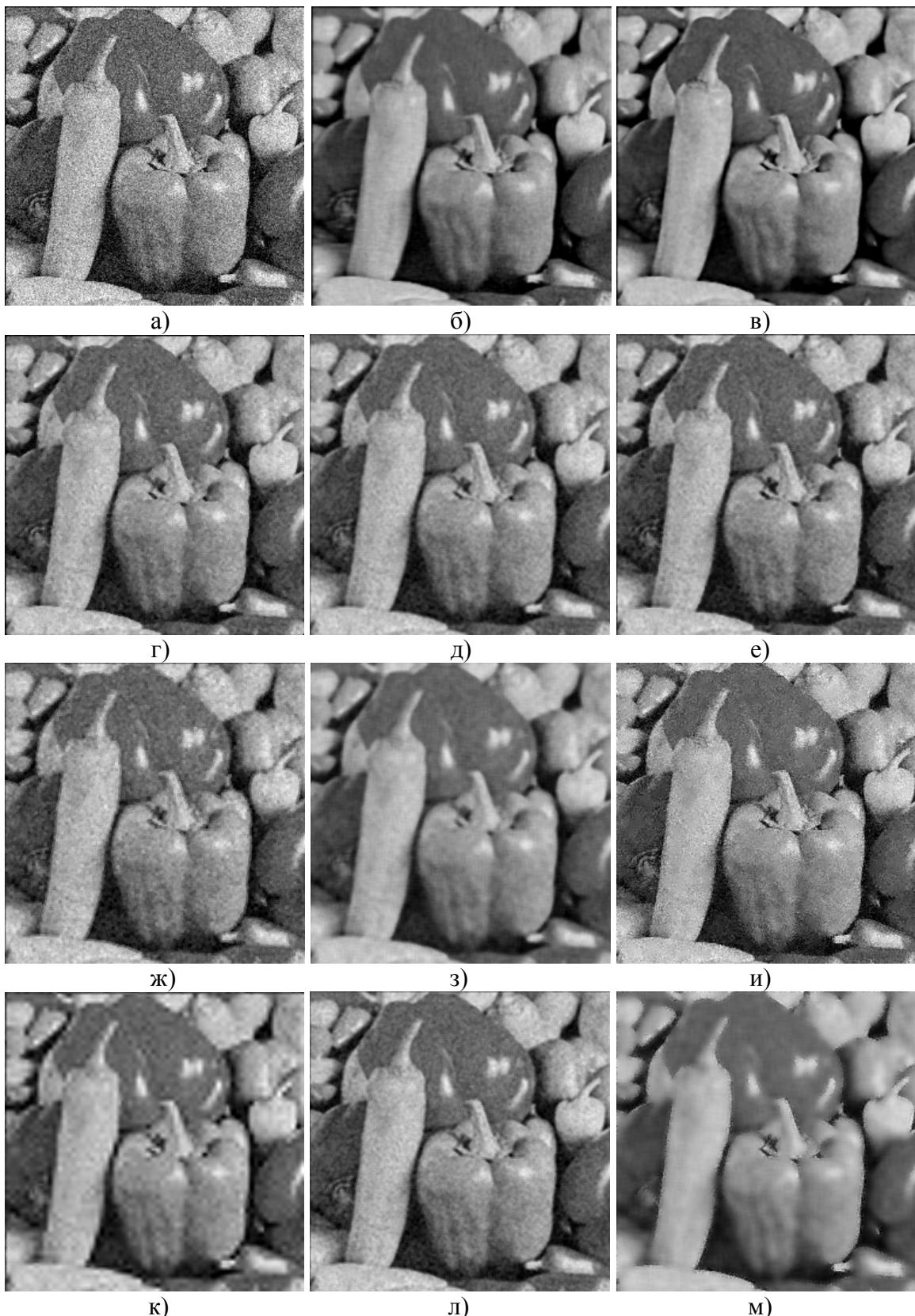


Рис. 3.3. Результат обработки тестового изображения Peppers различными методами при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$

Тестовое изображение Peppers состоит из однородных областей, разделённых перепадами яркости, при этом, с точки зрения визуального критерия качества, эффективность обработки зависит от решения двух задач – эффективного сглаживания шума и сохранения границ между областями. Стоит отметить, что при обработке адаптивным методом размножения оценок и адаптивным локальным фильтром удаётся сохранить перепады яркости, что связано с адаптивными свойствами данных фильтров по отношению к яркостным изменениям сигнала. На рисунке 3.3и наблюдается структура шума на однородных областях, а изображение на рисунке 3.3ж, лишённое данных недостатков, выглядит более размытым. Изображение на рисунке 3.3в является более чётким, при этом качество сглаживания шума остаётся на таком же уровне, что показывает эффективность обработки адаптивным двумерным методом размножения оценок.

Анализ результатов, представленных в таблице 3.2, показывает, что наименьшее значение среднеквадратической ошибки, равное 0.034, имеет изображение, обработанное адаптивным методом размножения оценок. Изображение, сглаженное двумерным методом размножения оценок, уступает ему как визуальным качеством, так и количественным и составляет 0.038.

Таблица 3.2  
Погрешность выделения изображения Peppers при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{\text{ош}}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{\text{ош}}$
Двумерный РАЗОЦ	0.038	8.404	22.823	28.408	0.398
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.034</b>	<b>9.370</b>	<b>23.848</b>	<b>29.433</b>	0.409
Медианный фильтр	0.051	5.849	20.239	25.823	0.910
Фильтр скользящего среднего	0.049	6.196	20.674	26.239	0.423
Фильтр среднего геометрического	0.059	4.583	19.045	24.610	0.621
Локальный адаптивный фильтр	0.066	3.609	17.967	23.559	<b>0.364</b>
Фильтр серединной точки	0.064	3.876	18.274	23.839	0.493
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.046	6.745	21.011	26.591	0.514
Вейвлет-фильтрация	0.070	3.098	19.046	24.630	0.463
Фильтр Вилкоксона	0.050	6.021	20.517	26.082	0.420
Фильтр Винера	0.045	6.936	21.321	26.913	0.462

Эффективность обработки предложенных методов в смысле среднеквадратической ошибки в среднем на 25–52 % меньше, чем при обработке известными методами.

На рисунке 3.4 представлены результаты обработки тестового изображения Boat при  $\sigma_{ш} = 0,1$ , а в таблице 3.3 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ полученных различными методами оценок показывает, что эффективность обработки изображений зависит от решения двух противоречивых задач: первая – это уменьшение дисперсии шума, вторая – сохранение резкости и мелких деталей изображения.

Можно выделить методы, которые эффективно сглаживают изображение, уменьшая аддитивную шумовую составляющую (двумерный РАЗОЦ, адаптивный двумерный РАЗОЦ, фильтр Винера), и методы, которые в меньшей степени подавляют шум, но сохраняют резкие перепады яркости (медианный фильтр, адаптивный локальный фильтр, фильтр среднего геометрического). Стоит отметить, что при обработке адаптивным двумерным методом РАЗОЦ сохраняются перепады яркостей между однородными областями, а тонкие контуры сглаживаются, что связано с тем, что минимальный размер области, на которой изображение аппроксимируется поверхностью первого порядка, равен 3 на 3 пикселя. Минимальное значение среднеквадратической ошибки, равное  $\sigma_{ош} = 0.047$ , имеет изображение, обработанное адаптивным методом РАЗОЦ.

Таблица 3.3  
Погрешность выделения изображения Boat при  $\sigma_{ш} = 0,1$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.051	5.849	20.438	25.775	0.686
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.047</b>	<b>6.558</b>	<b>21.228</b>	<b>26.567</b>	0.394
Медианный фильтр	0.052	5.680	20.326	25.668	0.651
Фильтр скользящего среднего	0.047	6.558	21.186	26.521	0.473
Фильтр среднего геометрического	0.051	5.849	20.489	25.828	0.601
Локальный адаптивный фильтр	0.066	3.609	18.314	23.650	<b>0.382</b>
Фильтр серединной точки	0.059	4.583	19.193	24.532	0.579
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.054	5.352	19.982	25.325	0.598
Вейвлет-фильтрация	0.052	5.681	19.946	25.289	0.577
Фильтр Вилкоксона	0.051	5.849	20.442	25.785	0.675
Фильтр Винера	0.048	6.375	21.124	26.463	0.494

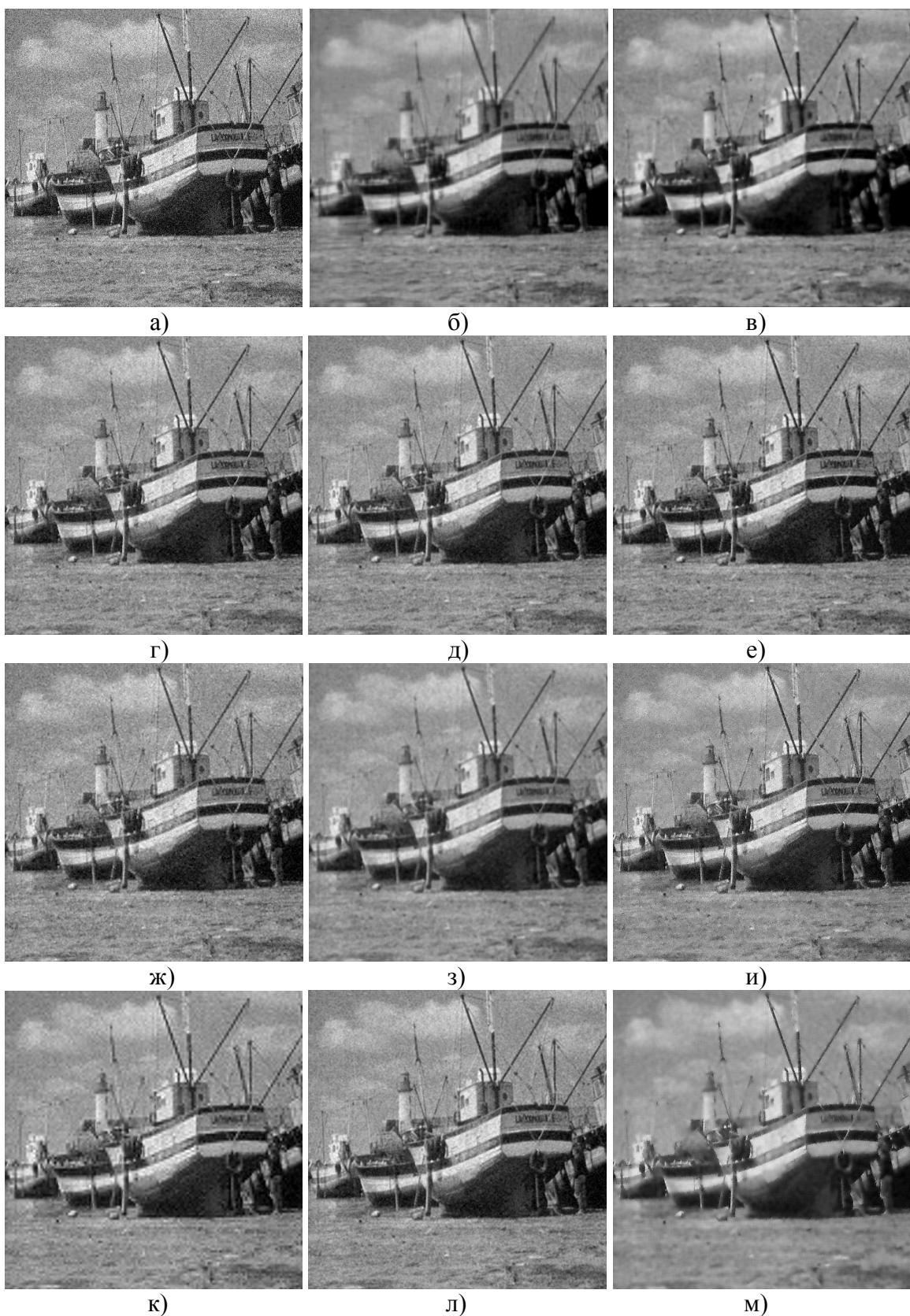


Рис. 3.4. Результат обработки тестового изображения Boat различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,1$

На рисунке 3.5 представлены результаты обработки тестового изображения Lena при  $\sigma_{ш} = 0,1$ , а в таблице 3.4 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ показывает эффективность обработки адаптивным двумерным методом размножения оценок, при этом наблюдается потеря резкости мелких деталей перьев шляпы на изображении Lena. При обработке фильтром среднего геометрического мелкие детали сохранены лучше, но наблюдается зернистость, обусловленная неэффективным сглаживанием шумовой составляющей. Локальный адаптивный фильтр имеет наименьшую из всех рассмотренных фильтров эффективность, ему соответствует  $\sigma_{ош} = 0,62$ . Наибольшей эффективностью обладает адаптивный двумерный метод размножения оценок, имеющий  $\sigma_{ош} = 0,36$ , который позволяет уменьшить на 15 % погрешность оценки полезного двумерного сигнала за счёт определения областей квазистационарности и адаптации двумерного метода размножения оценок к яркостным изменениям сигнала. В сравнении с известными методами погрешность оценки меньше в среднем на 20 %.

Таблица 3.4  
Погрешность выделения изображения Lena при  $\sigma_{ш} = 0,1$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.042	7.535	21.884	27.565	0.428
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.036</b>	<b>8.874</b>	<b>23.096</b>	<b>28.770</b>	0.297
Медианный фильтр	0.046	6.745	21.019	26.700	0.635
Фильтр скользящего среднего	0.039	8.179	22.448	28.127	0.259
Фильтр среднего геометрического	0.045	6.936	21.343	27.022	0.395
Локальный адаптивный фильтр	0.062	4.152	18.497	24.171	0.392
Фильтр серединной точки	0.051	5.849	20.154	25.832	0.363
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.038	8.404	22.832	28.508	0.403
Вейвлет-фильтрация	0.042	7.535	21.838	27.519	0.361
Фильтр Вилкоксона	0.040	7.959	22.267	27.946	<b>0.253</b>
Фильтр Винера	0.039	8.179	22.464	28.145	0.438

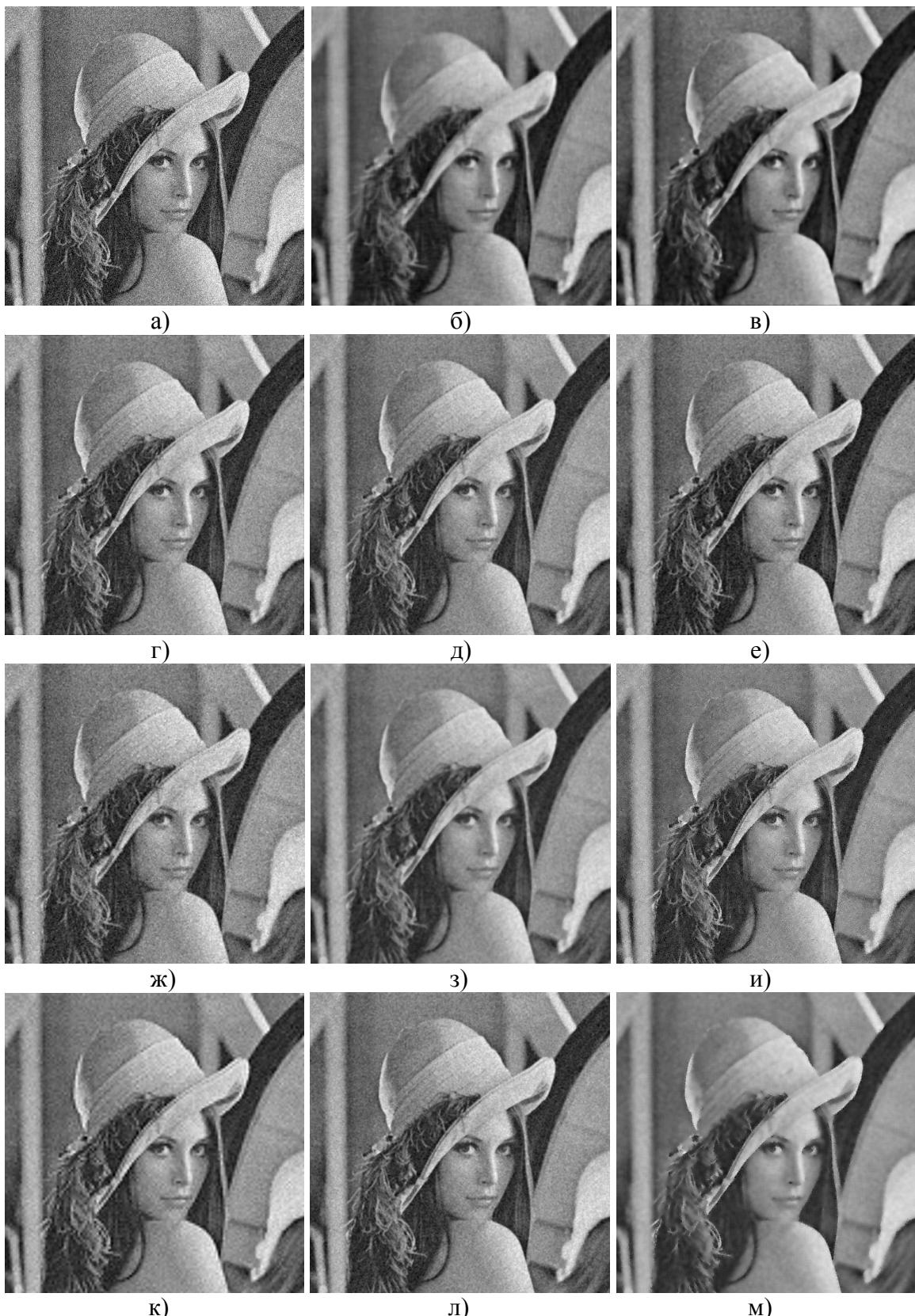


Рис. 3.5. Результат обработки тестового изображения Lena различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,1$

На рисунке 3.6 представлены результаты обработки тестового изображения Hill при  $\sigma_{ш} = 0,1$ , а в таблице 3.5 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Анализ изображений, представленных на рисунке 3.6, показывает, что медианный фильтр, фильтр скользящего среднего и фильтр среднего геометрического в меньшей степени сглаживают изображение, но сохраняют мелкие детали и не приводят к дефокусировке изображения. Изображение, обработанное фильтром Винера, выглядит более размытым, но при этом структура шума практически не заметна. При обработке двумерным методом размножения оценок и его модификацией заметно уменьшение дисперсии шума с сохранением контрастности изображения.

Результаты вычисления погрешностей изображения Hill показывают эффективность адаптивного метода размножения оценок, для которого значение  $\sigma_{ош}$  является минимальным и составляет 0,043. При этом разница с двумерным методом размножения составляет 6 %, а с остальными методами в пределах 5–35 %.

Таблица 3.5  
Погрешность выделения изображения Hill при  $\sigma_{ш} = 0,1$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.045	6.936	20.609	26.975	0.447
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.043</b>	<b>7.331</b>	<b>20.980</b>	<b>27.382</b>	0.360
Медианный фильтр	0.050	6.021	19.608	25.974	0.902
Фильтр скользящего среднего	0.044	7.131	20.824	27.202	0.302
Фильтр среднего геометрического	0.049	6.196	19.798	26.176	0.372
Локальный адаптивный фильтр	0.064	3.876	17.467	23.869	0.337
Фильтр серединной точки	0.054	5.352	18.906	25.284	0.378
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.044	7.131	20.702	27.092	0.447
Вейвлет-фильтрация	0.047	6.558	20.278	26.644	0.356
Фильтр Вилкоксона	0.044	7.131	20.660	27.037	<b>0.306</b>
Фильтр Винера	0.044	7.131	20.749	27.115	0.393

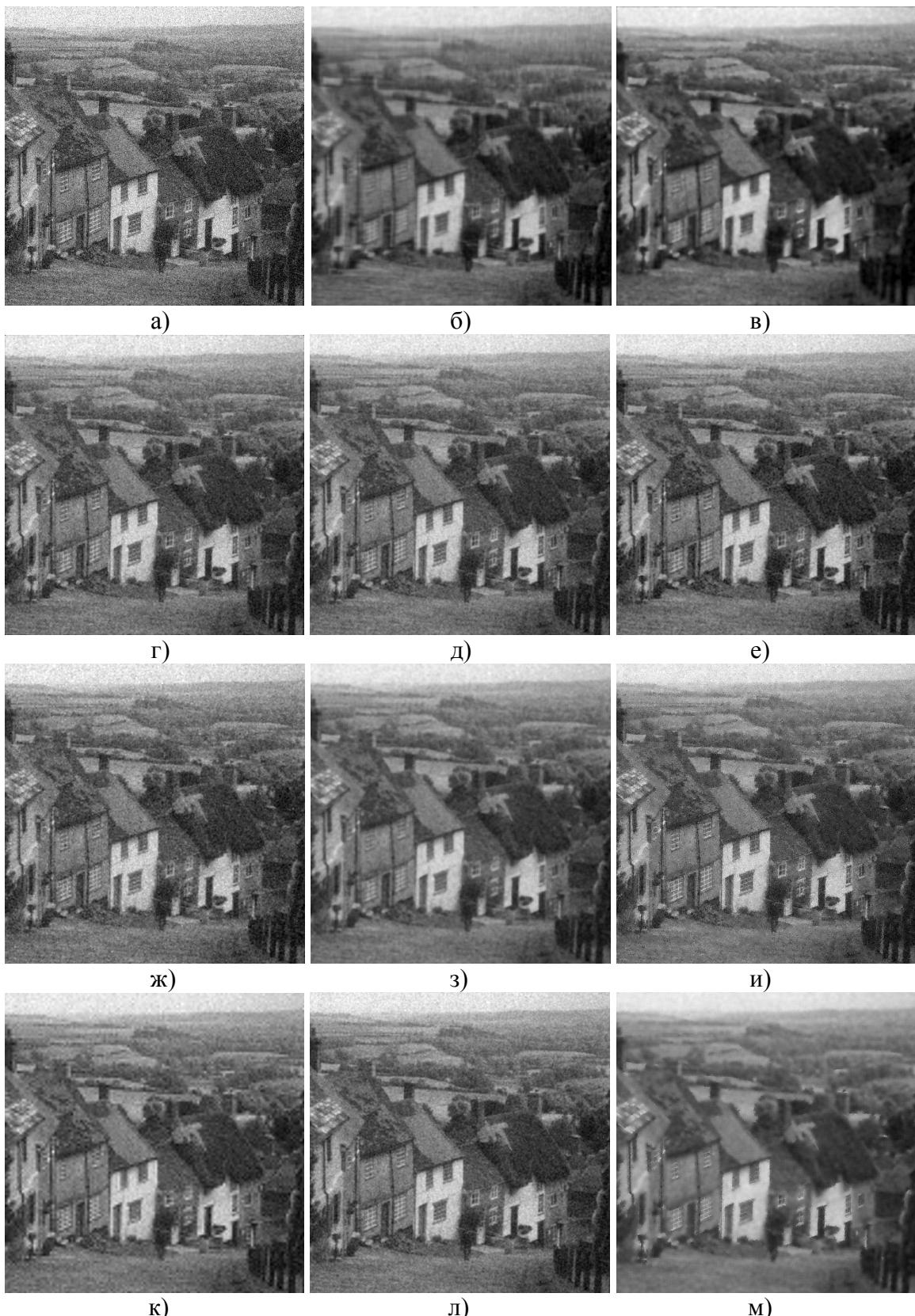


Рис. 3.6. Результат обработки тестового изображения Hill различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,1$

На рисунке 3.7 представлены результаты обработки тестового изображения Barbara при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$ , а в таблице 3.6 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ результатов обработки изображения Barbara показывает, что при сглаживании предложенными методами структура шума менее заметна, чем при обработке остальными методами. Стоит отметить, что адаптивный двумерный метод менее сглаживает резкие перепады яркости и сохраняет контрастность изображения. Адаптивный метод разбиения исходного изображения позволяет уменьшить погрешность оценки полезного двумерного сигнала на 6 % (в сравнении с остальными методами в среднем на 7 %). Незначительная эффективность предложенных методов объясняется тем, что на изображении Barbara присутствует большое количество мелких деталей и текстура, размеры которых в некоторых случаях не превосходят 1-2 пикселя. В результате обработки происходит сглаживание таких деталей изображения, что приводит к увеличению погрешности.

Таблица 3.6  
Погрешность выделения изображения Barbara при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,1$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{\text{ош}}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{\text{ош}}$
Двумерный РАЗОЦ	0.064	3.876	17.959	23.844	0.467
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.062</b>	<b>4.152</b>	<b>18.497</b>	<b>24.171</b>	<b>0.322</b>
Медианный фильтр	0.069	3.223	17.274	23.161	0.710
Фильтр скользящего среднего	0.064	3.876	18.028	23.913	0.448
Фильтр среднего геометрического	0.068	3.350	17.378	23.263	0.594
Локальный адаптивный фильтр	0.069	3.223	17.398	23.278	0.370
Фильтр серединной точки	0.073	2.734	16.844	22.729	0.474
Вейвлет-фильтрация	0.069	3.223	17.380	23.267	0.407
Фильтр Вилкоксона	0.070	3.098	17.261	23.148	0.416
Фильтр Винера	0.066	3.609	17.623	23.511	0.428



Рис. 3.7. Результат обработки тестового изображения Barbara различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,1$

На рисунке 3.8 представлены результаты обработки тестового изображения Cameramen при  $\sigma_{ш} = 0,2$ , а в таблице 3.7 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Анализ результатов обработки показывает эффективность обработки предложенными методами. При обработке двумерным методом размножения оценок и его модификацией заметно уменьшение дисперсии шума с сохранением перепадов яркости. Стоит также отметить, что на изображении, обработанном фильтром Винера, наряду со сглаживанием шума, наблюдается потеря мелких деталей на структуре изображения. Использование предложенных методов позволяет получить оценку полезного двумерного сигнала как на границах изображения, так и в середине, при этом погрешность оценки в среднем на 25–60 % меньше, чем при обработке известными методами.

Таблица 3.7  
Погрешность выделения изображения Cameramen при  $\sigma_{ш} = 0,2$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.055	11.213	19.674	25.261	0.507
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.052</b>	<b>11.701</b>	<b>19.974</b>	<b>25.561</b>	<b>0.497</b>
Медианный фильтр	0.097	6.285	14.663	20.247	0.853
Фильтр скользящего среднего	0.084	7.535	15.941	21.534	0.663
Фильтр среднего геометрического	0.101	5.934	14.273	19.866	0.759
Локальный адаптивный фильтр	0.121	4.365	12.745	18.359	0.705
Фильтр серединной точки	0.107	5.433	13.822	19.415	0.654
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.081	7.851	16.233	21.836	0.780
Вейвлет-фильтрация	0.086	7.331	15.772	21.356	0.742
Фильтр Вилкоксона	0.085	7.432	15.802	21.395	0.678
Фильтр Винера	0.070	9.119	17.448	23.062	0.553

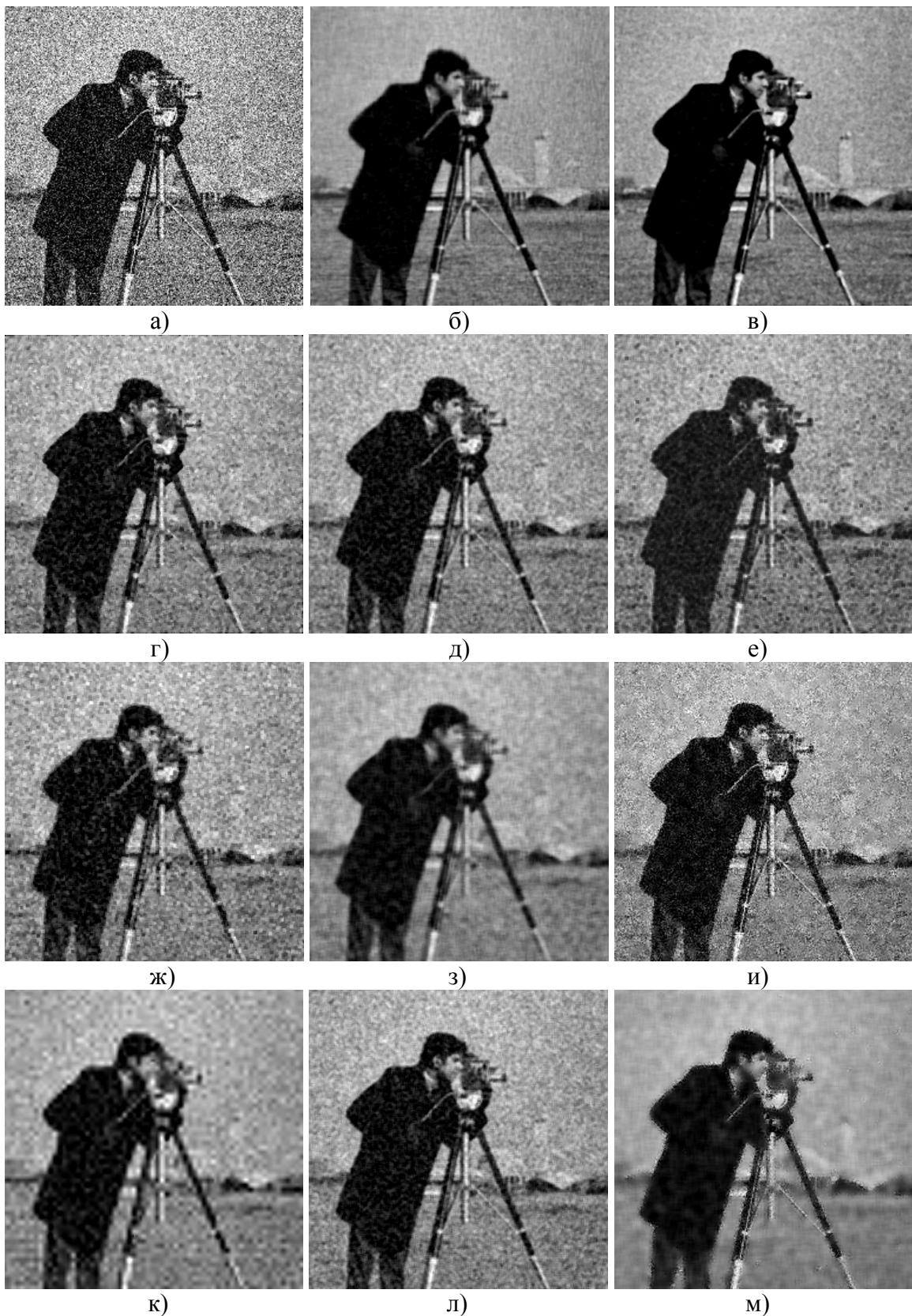


Рис. 3.8. Результат обработки тестового изображения Cameramen различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,2$

На рисунке 3.9 представлены результаты обработки тестового изображения Peppers при  $\sigma_{ш} = 0,2$ , а в таблице 3.8 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ полученных различными методами оценок показывает, что эффективность обработки изображения адаптивным двумерным методом размножения оценок выше, так как лучше сохранены перепады яркости изображения. Оценка изображения, полученная с помощью двумерного метода размножения, выглядит более размытой. Фильтр Винера эффективно сглаживает шумовую составляющую, но при этом наблюдается значительная расфокусировка изображения. Остальные методы в меньшей степени сглаживают границы изображения, но при этом появляется «зернистость» структуры, что связано с незначительным подавлением шумовой составляющей. Количественные значения, представленные в таблице 3.8, подтверждают визуальную оценку. Изображение Cameramen, обработанное адаптивным методом размножения оценок, имеет наименьшее значение среднеквадратической ошибки и составляет 0.045 при нормированной амплитуде двумерного сигнала. При этом разница с двумерным методом размножения незначительна и составляет 3 %, а с остальными методами – в среднем 50 %.

Таблица 3.8  
Погрешность выделения изображения Peppers при  $\sigma_{ш} = 0,2$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.046	12.765	21.081	26.666	<b>0.388</b>
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.045</b>	<b>12.956</b>	<b>21.258</b>	<b>26.843</b>	0.412
Медианный фильтр	0.089	7.033	15.373	20.956	0.909
Фильтр скользящего среднего	0.076	8.404	16.822	22.386	0.520
Фильтр среднего геометрического	0.096	6.375	14.832	20.397	0.573
Локальный адаптивный фильтр	0.119	4.510	12.904	18.496	0.678
Фильтр серединной точки	0.099	6.108	14.503	20.068	0.634
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.062	10.173	18.529	24.108	0.456
Вейвлет-фильтрация	0.077	8.291	16.668	22.251	0.608
Фильтр Вилкоксона	0.077	8.291	16.655	22.220	0.533
Фильтр Винера	0.060	10.458	18.786	24.378	0.458

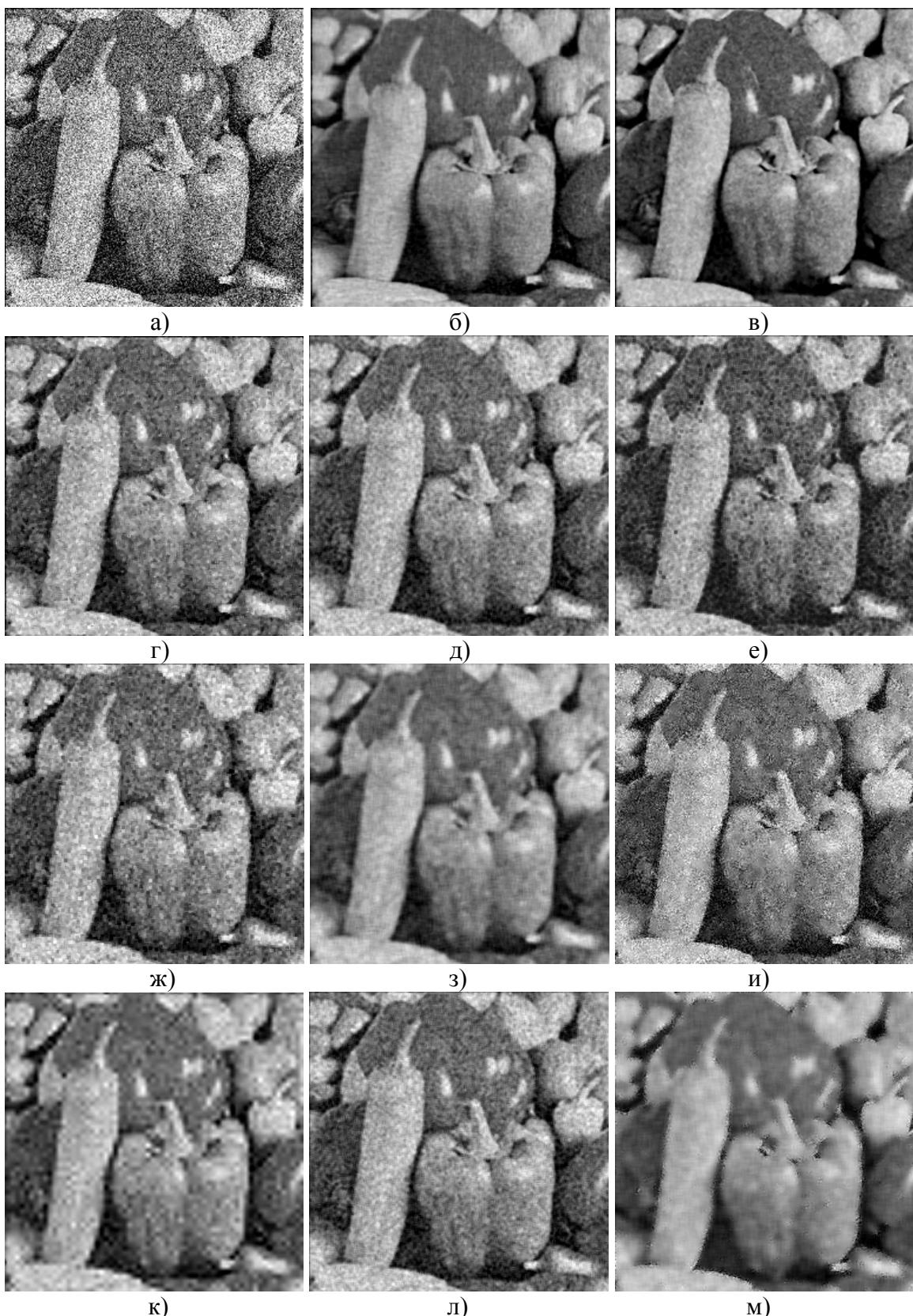


Рис. 3.9. Результат обработки тестового изображения Peppers различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,2$

На рисунке 3.10 представлены результаты обработки тестового изображения Boat при  $\sigma_{ш} = 0,2$ , а в таблице 3.9 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Анализ результатов обработки показывает, что фильтр Винера, двумерный метод размножения оценок и его модификация эффективно сглаживают шумовую составляющую, но при этом наблюдается значительная расфокусировка изображения. На изображениях, обработанных остальными методами, появляется «зернистость», обусловленная неэффективным сглаживанием шумовой составляющей. Из всех рассмотренных фильтров локальный адаптивный фильтр имеет наибольшее значение среднеквадратической ошибки, равное  $\sigma_{ош} = 0,62$ . Наибольшей эффективностью обладает адаптивный двумерный метод размножения оценок, имеющий  $\sigma_{ош} = 0,59$ , при этом в сравнении с известными методами погрешность оценки меньше на 6–50 %.

Таблица 3.9  
Погрешность выделения изображения Boat при  $\sigma_{ш} = 0,2$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.060	10.458	19.072	24.415	0.595
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.059</b>	<b>10.604</b>	<b>19.136</b>	<b>24.479</b>	0.683
Медианный фильтр	0.089	7.033	15.641	20.984	0.651
Фильтр скользящего среднего	0.075	8.519	17.214	22.552	<b>0.469</b>
Фильтр среднего геометрического	0.091	6.840	15.474	20.812	0.618
Локальный адаптивный фильтр	0.116	4.731	13.346	18.682	0.630
Фильтр серединной точки	0.096	6.375	15.030	20.368	0.629
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.065	9.762	18.435	23.772	0.628
Вейвлет-фильтрация	0.071	8.995	17.630	22.973	0.642
Фильтр Вилкоксона	0.077	8.291	16.974	22.313	0.480
Фильтр Винера	0.062	10.173	18.809	24.145	0.530

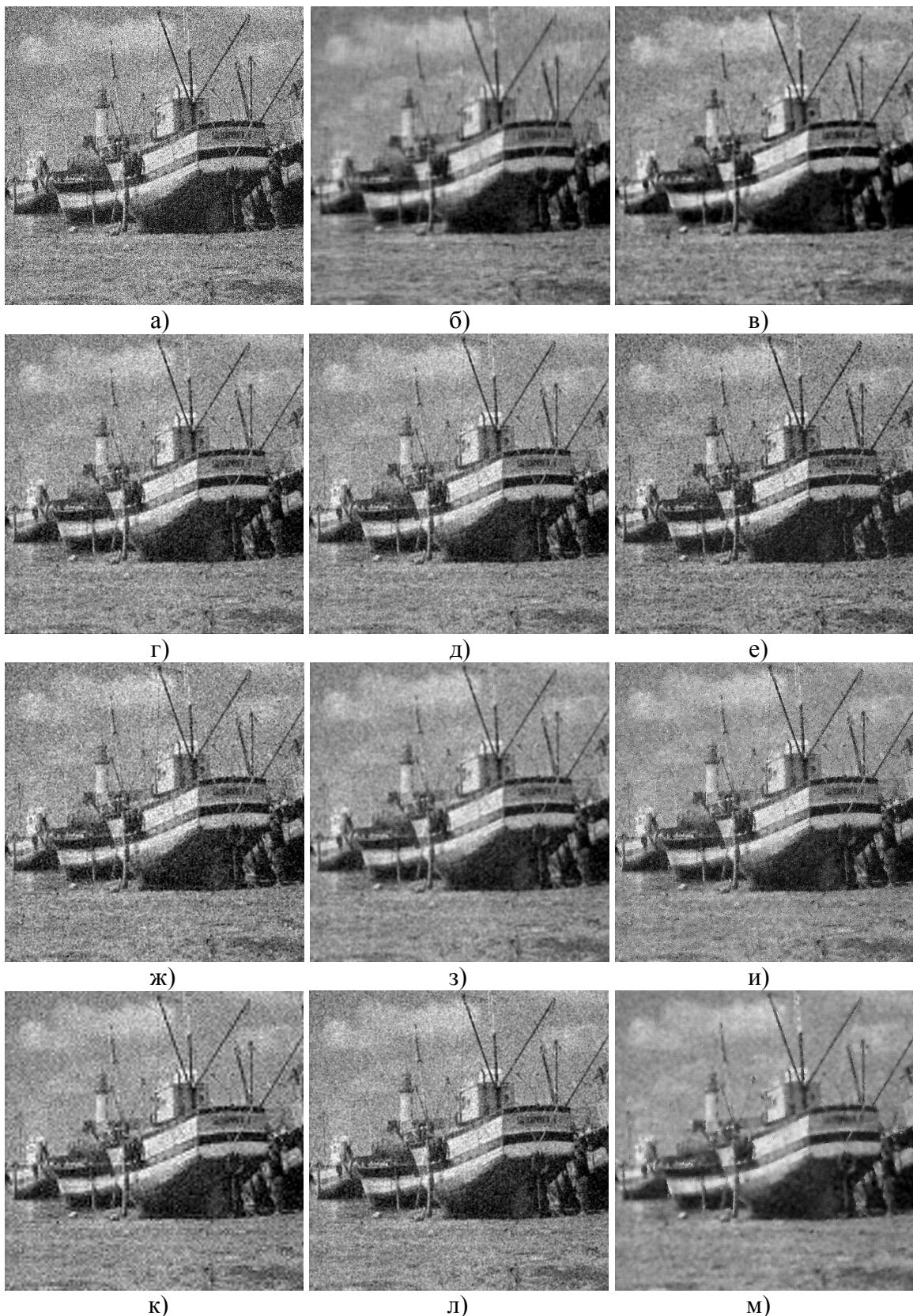


Рис. 3.10. Результат обработки тестового изображения Boat различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,2$

На рисунке 3.11 представлены результаты обработки тестового изображения Lena при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,2$ , а в таблице 3.10 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ показывает, что значительное уменьшение дисперсии шумовой составляющей достигается при обработке фильтром Винера, двумерным методом размножения оценок и его модификацией. Стоит отметить, что на изображении 3.11в лучше сохранены мелкие детали на структуре изображения. Локальный адаптивный фильтр имеет наименьшую из всех рассмотренных фильтров эффективность, ему соответствует  $\sigma_{\text{ош}} = 0,113$ . Двумерный метод размножения оценок и его модификация имеют наименьшее значение среднеквадратической ошибки, равное  $\sigma_{\text{ош}} = 0,49$ , значение которой меньше в среднем на 35 %, чем при обработке известными методами.

Таблица 3.10  
Погрешность выделения изображения Lena при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,2$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{\text{ош}}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{\text{ош}}$
Двумерный РАЗОЦ	0.049	12.217	20.409	26.091	0.433
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.049</b>	<b>12.217</b>	<b>20.439</b>	<b>26.120</b>	0.397
Медианный фильтр	0.085	7.432	15.734	21.416	0.635
Фильтр скользящего среднего	0.070	9.919	17.456	23.135	0.380
Фильтр среднего геометрического	0.087	7.230	15.516	21.195	0.533
Локальный адаптивный фильтр	0.113	4.959	13.322	18.995	0.640
Фильтр серединной точки	0.091	6.841	15.121	20.800	0.480
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.054	11.373	19.687	25.363	0.372
Вейвлет-фильтрация	0.060	10.458	18.663	24.344	0.407
Фильтр Вилкоксона	0.072	8.874	17.170	22.849	<b>0.380</b>
Фильтр Винера	0.052	11.701	20.041	25.715	0.539

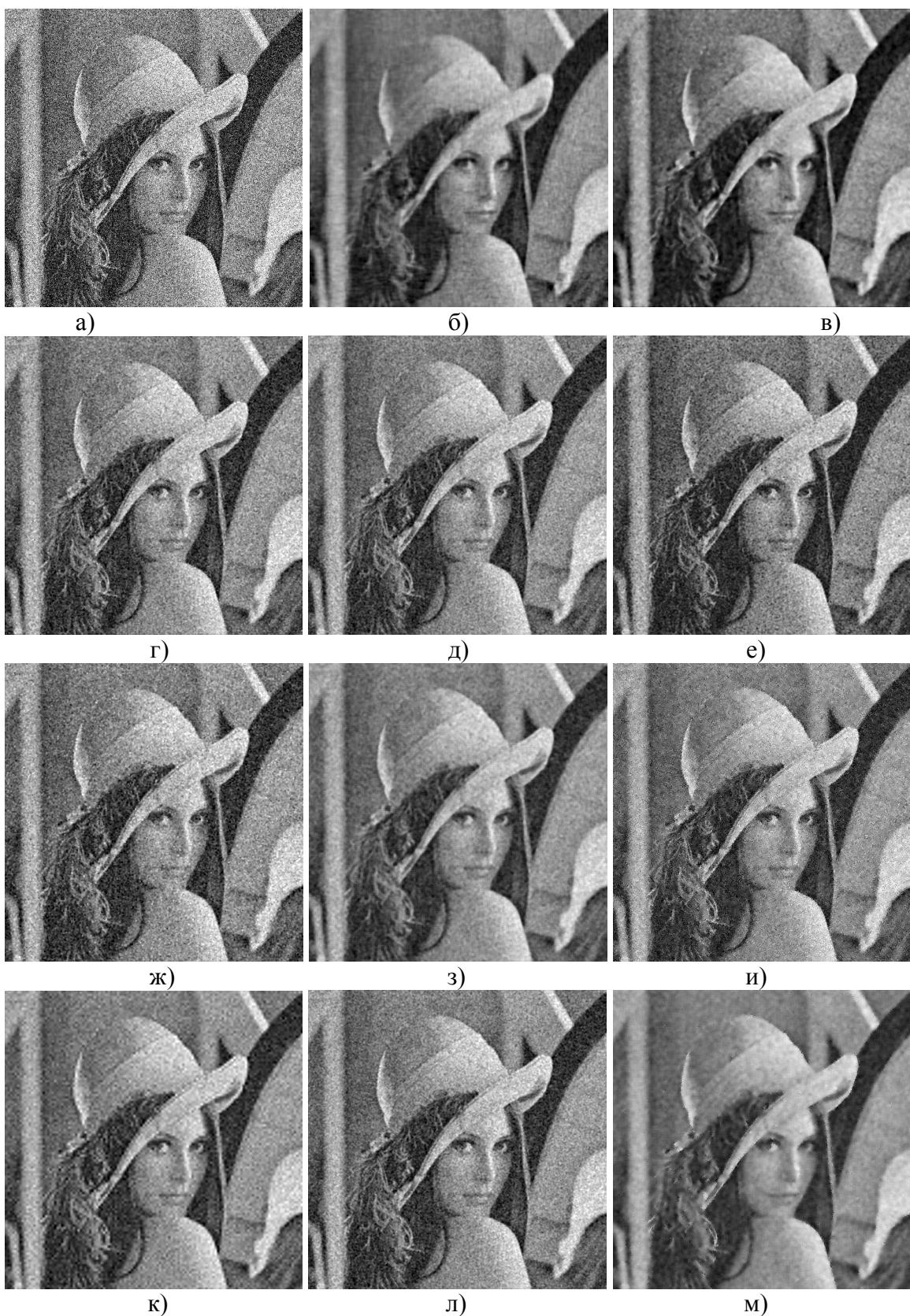


Рис. 3.11. Результат обработки тестового изображения Lena различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,2$

На рисунке 3.12 представлены результаты обработки тестового изображения Hill при  $\sigma_{ш} = 0,2$ , а в таблице 3.11 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет-фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Анализ результатов обработки показывает эффективность адаптивного двумерного метода размножения оценок, при использовании которого сохраняются перепады яркости и границы на изображении. Визуальный анализ показывает, что уменьшение дисперсии шумовой составляющей достигается при обработке фильтром Винера, но при этом изображение выглядит более размытым и менее контрастным. Минимальное значение среднеквадратической ошибки, равное  $\sigma_{ош} = 0.052$ , имеет изображение, обработанное адаптивным методом РАЗОЦ. Использование предложенных методов позволяет уменьшить среднеквадратическую ошибку оценки в среднем на 33 %, чем при обработке известными методами.

Таблица 3.11  
Погрешность выделения изображения Hill при  $\sigma_{ш} = 0,2$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{ош}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{ош}$
Двумерный РАЗОЦ	0.053	11.535	19.117	25.483	0.499
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.052</b>	<b>11.701</b>	<b>19.333</b>	<b>25.699</b>	<b>0.397</b>
Медианный фильтр	0.087	7.230	14.834	21.200	0.902
Фильтр скользящего среднего	0.072	8.874	16.462	22.839	0.407
Фильтр среднего геометрического	0.091	6.841	14.479	20.857	0.542
Локальный адаптивный фильтр	0.113	4.959	12.526	18.928	0.650
Фильтр серединной точки	0.093	6.651	14.259	20.637	0.522
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.058	10.752	18.275	24.665	0.466
Вейвлет-фильтрация	0.064	9.897	17.568	23.934	0.417
Фильтр Вилкоксона	0.074	8.636	16.186	22.564	0.392
Фильтр Винера	0.056	11.057	18.694	25.096	0.435

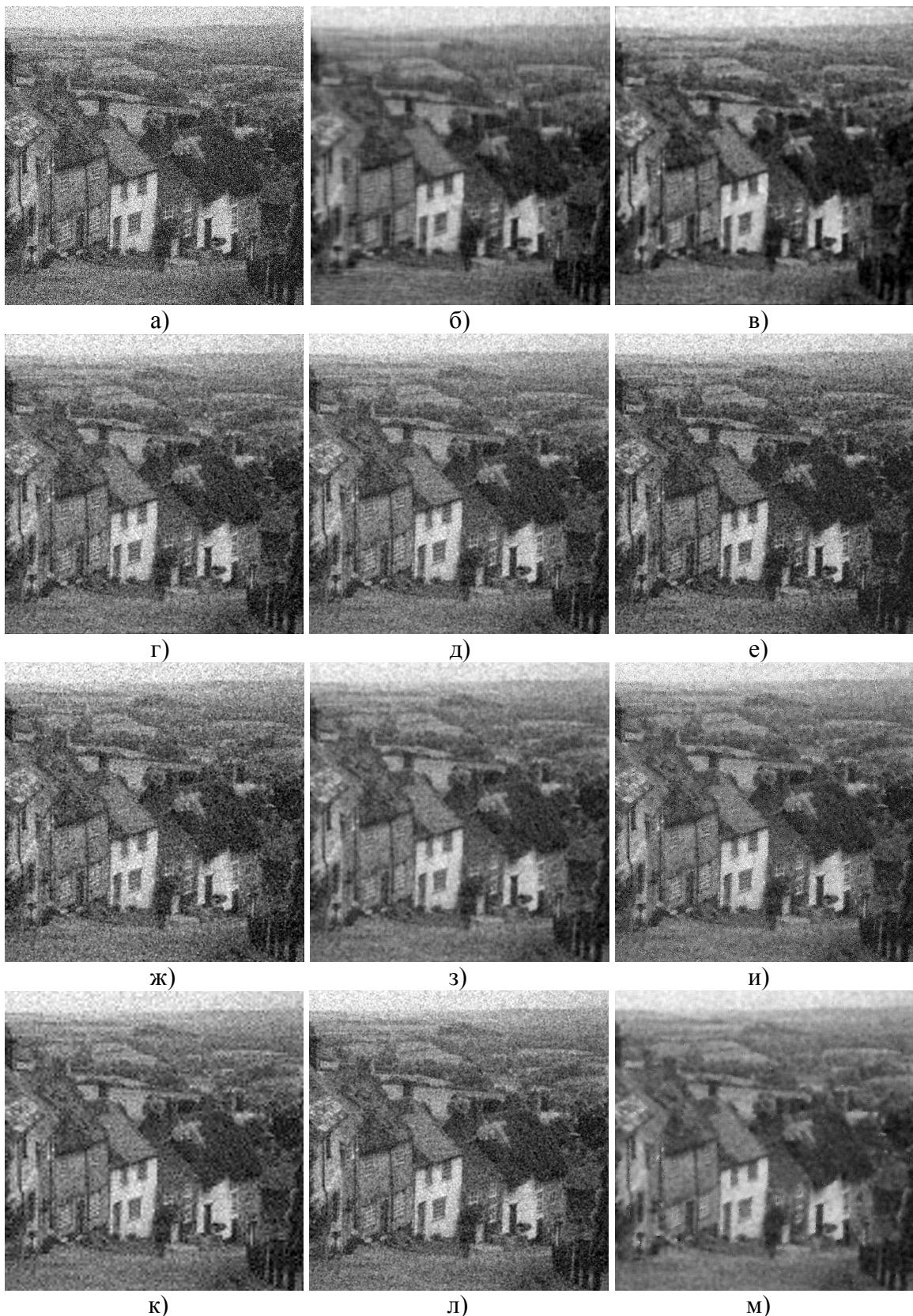


Рис. 3.12. Результат обработки тестового изображения Hill различными методами при  $\sigma_{ш} = 0,2$

На рисунке 3.13 представлены результаты обработки тестового изображения Barbara при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,2$ , а в таблице 3.12 – значения погрешности выделения изображения (а – зашумлённое изображение, б – двумерный метод размножения оценок, в – адаптивный двумерный метод размножения оценок, г – медианный фильтр, д – фильтр скользящего среднего, е – фильтр среднего геометрического, ж – фильтр серединной точки, з –  $\alpha$ -урезанный фильтр, и – локальный адаптивный фильтр, к – вейвлет фильтрация, л – фильтр Вилкоксона, м – фильтр Винера).

Визуальный анализ показывает, что значительное уменьшение дисперсии шумовой составляющей достигается при обработке фильтром Винера, двумерным методом размножения оценок и его модификацией. При обработке остальными методами наблюдается потеря мелких деталей изображений и меньшее уменьшение дисперсии шума, вследствие чего наблюдается «зернистость» изображения. Стоит отметить, что при обработке адаптивным двумерным методом размножения оценок сохраняются перепады яркостей между однородными областями, а элементы текстуры сглаживаются, что особо проявляется при увеличении дисперсии шумовой составляющей. Сравнительный анализ значений таблицы 3.12 показывает, что наименьшая погрешность оценки изображения достигается при использовании адаптивного двумерного метода РАЗОЦ, равное  $\sigma_{\text{ош}} = 0.071$ . Использование фильтра Винера и двумерного метода РАЗОЦ позволяет получить оценки изображения с несколько меньшей точностью. Локальный адаптивный метод имеет наибольшее значение среднеквадратической ошибки в сравнении с остальными методами. Из таблицы 3.12 следует, что эффективность обработки тестового изображения двумерным методом РАЗОЦ и его модификацией оказывается выше в среднем на 25 %, чем эффективность обработки всеми остальными методами.

Таблица 3.12  
Погрешность выделения изображения Barbara при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,2$

Метод обработки изображения	Погрешность				
	$\sigma_{\text{ош}}$	ISNR (дБ)	SNR (дБ)	PSNR (дБ)	$\varepsilon_{\text{ош}}$
Двумерный РАЗОЦ	0.073	8.754	16.829	22.716	0.464
Адаптивный двумерный РАЗОЦ	<b>0.071</b>	<b>8.995</b>	<b>17.194</b>	<b>23.075</b>	<b>0.044</b>
Медианный фильтр	0.100	6.021	14.143	20.030	0.757
Фильтр скользящего среднего	0.086	7.331	15.431	21.316	0.573
Фильтр среднего геометрического	0.100	6.021	14.060	19.944	0.690
Локальный адаптивный фильтр	0.119	4.510	12.578	18.459	0.677
Фильтр серединной точки	0.106	5.514	13.621	19.507	0.643
$\alpha$ -урезанный фильтр	0.081	7.851	15.983	21.866	0.573
Вейвлет-фильтрация	0.082	7.744	15.871	21.758	0.533
Фильтр Вилкоксона	0.088	7.131	15.243	21.128	0.574
Фильтр Винера	0.074	8.636	16.702	22.589	0.445



Рис. 3.13. Результат обработки тестового изображения Barbara различными методами при  $\sigma_{\text{ш}} = 0,2$

На рисунках 3.14 и 3.15 представлены зависимости среднеквадратической ошибки при обработке тестовых изображений двумерным методом размножения оценок и адаптивным двумерным методом размножения оценок при различных значениях среднеквадратического отклонения шумовой составляющей (1 – изображение Peppers, 2 – изображение Lena, 3 – изображение Hill, 4 – изображение Cameramen, 5 – изображение Boat, 6 – изображение Barbara).

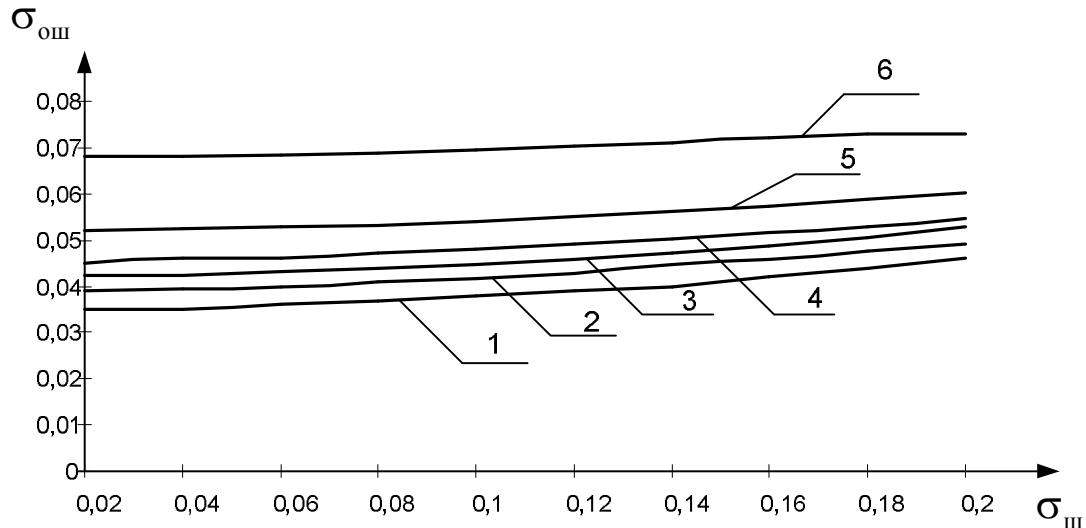


Рис. 3.14. Зависимость среднеквадратической ошибки при обработке тестовых изображений двумерным методом размножения оценок при различных значениях среднеквадратического отклонения шумовой составляющей

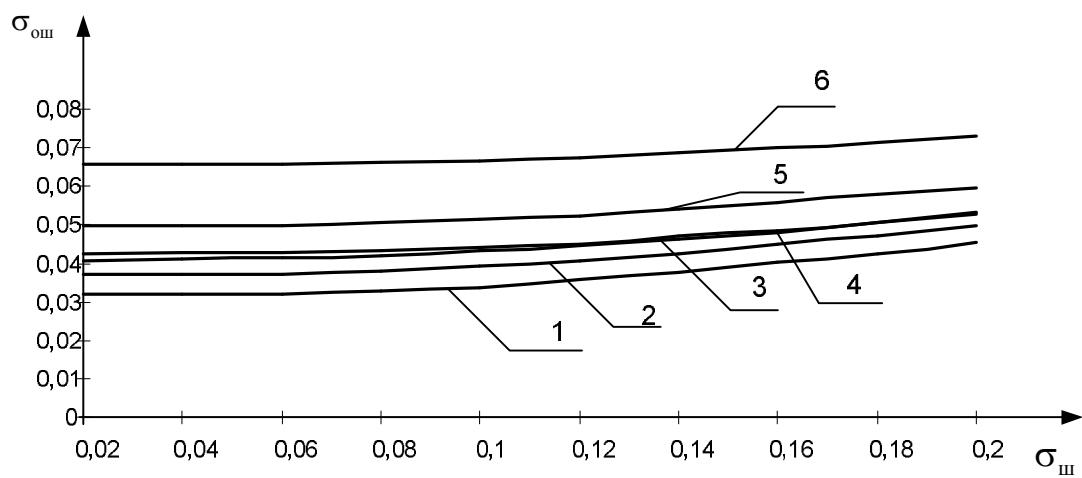


Рис. 3.15. Зависимость среднеквадратической ошибки при обработке тестовых изображений адаптивным двумерным методом размножения оценок при различных значениях среднеквадратического отклонения шумовой составляющей

Анализ графиков, представленных на рисунках 3.14 и 3.15, показывает, что при увеличении среднеквадратического значения шумовой составляющей  $\sigma_{\text{ош}}$  изменяется в пределах 3–5 %, что позволяет предположить инвариантность разработанных методов к дисперсии шумовой составляющей. Сравнительный анализ значений среднеквадратической ошибки показывает, что аддитивный двумерный метод размножения оценок позволяет уменьшить погрешность оценки полезного двумерного сигнала в среднем на 8–12 % за счёт определения областей квазистационарности и адаптации двумерного метода размножения оценок к яркостным изменениям сигнала. Стоит отметить, что при увеличении  $\sigma_{\text{ош}}$  разница в эффективности между двумерным методом размножения и его модификацией уменьшается, так как экстремальные значения шумовой составляющей принимаются за перепад яркости. Неправильное определение области квазистационарности приводит к увеличению ошибки аппроксимации.

Анализ зависимостей показывает, что при обработке изображений Boat и Barbara погрешность значительно превосходит остальные тестовые изображения. Данные изображения имеют большое количество мелких деталей, контуров, текстуру, размеры которых сравнимы с размером пикселя. Двумерная полезная составляющая описывается сложной функциональной зависимостью, которую не удается полностью выделить из аддитивной смеси при аппроксимации поверхностью первого порядка. Стоит отметить, что при обработке аддитивным двумерным методом РАЗОЦ сохраняются перепады яркостей между однородными областями, а тонкие контуры сглаживаются, что связано с тем, что минимальный размер области, на которой изображение аппроксимируется поверхностью первого порядка, равен 3 на 3 пикселя.

Таким образом, исследование двумерного метода размножения оценок и его модификации показывает его эффективность при решении задач выделения двумерной полезной составляющей в условиях ограниченной априорной информации о статистических характеристиках шумовой составляющей и исходном изображении [76].

## Выводы

Исследования эффективности двумерного метода размножения оценок и его модификации показали, что при обработке тестовых изображений значение среднеквадратической ошибки в среднем на 30–40 % меньше, чем при обработке известными методами.

Сравнительный анализ погрешностей обработки показывает, что адаптивный двумерный метод размножения оценок в сравнении с двумерным методом размножения оценок позволяет уменьшить погрешность оценки полезного двумерного сигнала в среднем на 8–12 % за счёт определения областей квазистационарности и адаптации двумерного метода размножения оценок к яркостным изменениям сигнала.

В результате проведённого имитационного моделирования установлено, что для двумерного метода размножения оценок и его модификации характер погрешностей слабо зависит от среднеквадратического значения шумовой составляющей и изменяется в пределах 3–5 %, что позволяет предположить инвариантность разработанных методов к дисперсии шумовой составляющей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии отражены следующие научно-технические результаты:

1. Проведён анализ, который показывает, что использование известных методов выделения полезного двумерного сигнала на фоне аддитивного шума требует априорных знаний об исходном изображении и статистических свойствах аддитивной шумовой составляющей. Уменьшение объёма априорной информации существенно усложняет процесс обработки изображений и в ряде случаев делает обязательным визуальный контроль.

2. Разработан двумерный метод размножения оценок (Пат. РФ № 2340938), который основан на случайному разбиении исходного изображения на прямоугольные области, при этом оценка в каждой области определяется с помощью аппроксимации поверхностью первого порядка двумерным методом наименьших квадратов. Предложена структурная схема устройства, реализующая двумерный метод размножения оценок и алгоритм, его реализующий.

3. Разработан адаптивный двумерный метод размножения оценок, который основан на адаптации к яркостным изменениям изображения, т.е. определения областей квазистационарности и вычисления оценок в каждой области с помощью аппроксимации поверхностью первого порядка двумерным методом наименьших квадратов.

4. Исследования эффективности двумерного метода размножения оценок и его модификации показали, что при обработке тестовых изображений значение среднеквадратической ошибки в среднем на 30–40 % меньше, чем при обработке известными методами.

5. Сравнительный анализ погрешностей обработки показывает, что адаптивный двумерный метод размножения оценок в сравнении с двумерным методом размножения оценок позволяет уменьшить в среднем на 8–12 % погрешность оценки полезного двумерного сигнала за счёт определения областей квазистационарности и адаптации двумерного метода размножения оценок к яркостным изменениям сигнала.

6. В результате проведённого имитационного моделирования установлено, что для двумерного метода размножения оценок и его модификации характер погрешностей практически не зависит от среднеквадратического отклонения шумовой составляющей и изменяется в пределах 3–5 %, что позволяет предположить инвариантность разработанных методов к дисперсии шумовой составляющей.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М. : Мир, 1976. – С. 756.
2. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М. : Техносфера, 2005. – С. 1072.
3. Грузман, И.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах / И.С. Грузман, В.С. Киричук, В.П. Косых, Г.И. Перетягин. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2000. – С. 168.
4. Ярославский, Л.П. Введение в цифровую обработку изображений / Л.П. Ярославский. – М. : Сов. радио, 1979. – С. 272.
5. Приоров, А.Л. Цифровая обработка изображений : пер. с англ. / А.Л. Приоров, А.Н. Ганин, В.В. Хрящев ; М-во образования Рос. Федерации, Яросл. гос. ун-т им. П.Г. – М. : Мир, 2001. – С. 312.
6. Astola, J. Fundamentals of nonlinear digital filtering / J. Astola, P. Kuosmanen // Boca Raton (USA) : CRC Press LLC. – 1997. – P. 276.
7. Pitas, I. Nonlinear Digital Filters / I. Pitas, A.N. Venetsanopoulos // Boston (USA) : Principles and Applications. Kluwer Academic Publisher. – 1990. – P. 321.
8. Хуанга, Т. Обработка изображений и цифровая фильтрация / Т. Хуанга. – М. : Мир, 1979. – С. 320.
9. Taguchi A. Adaptive L-filters Based on Fuzzy Rules / A. Taguchi, M. Meguro //San Jose (California, USA): Proc. of IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging. Science and Technology. – 1995. – V. 2424. – P. 76–83.
10. Tong, Sun. Design of order statistic based filters for image processing applications / Sun Tong // Thesis for the degree of Doctor of Technology ; Tampere (Finland), Tampere University of Technology, 1994. – P. 146.
11. Хьюбер, Дж.П. Робастность в статистике ; пер. с англ. / Дж.П. Хьюбер. – М. : Мир, 1984. – С. 304.
12. Абрамов, С.К. Применение мириадного фильтра для подавления смеси мультиплекативных и импульсных помех на однородных участках изображений / С.К. Абрамов, А.А. Зеленский, В.В. Лукин // Технология приборостроения. – Харьков : ГП НИТИП, 2001. – № 1–2. – С. 75–82.
13. Kalluri S. Adaptive weighted myriad filter algorithms for robust signal processing in  $\alpha$ -stable noise environments / S. Kalluri, G. Arce // Proc. of IEEE Trans. on signal processing. – 1998. – V. 46, № 2. – P. 322–334.
14. Абрамов, С.К. Алгоритм реализации мириадной фильтрации / С.К. Абрамов // Авиационно-космическая техника и технология. Вып. 21. – Харьков : Нац. аэрокосмический ун-т «ХАИ», 2000. – С. 143–145.

15. Abramov, S.K. Myriad filter properties and parameter selection / S.K.Abramov, V.V. Lukin, J.T. Astola // UkrOBRAZ'2000: Proc. of the Fifth All-Ukrainian international conference. – Kyiv (Ukraine). – 2000. – P. 59–62.
16. Lukin, V.V. Saarinen Adaptive alfa-trimmed filters for speckle image processing / V.V. Lukin, V.P. Melnik, V.I. Chemerovsky [et al] // Science and Technology : Proc. of IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging., San Jose (CA, USA). – 1998. – V. 3304. – P. 209–219.
17. Restrepo, A. Adaptive trimmed filters for image restoration / A. Restrepo, A.C. Bovik // IEEE Trans. on acoustic, speech, and signal proc – 1988. – V. 36, № 8. – P. 1326–1337.
18. Lee, J.-S. Digital image smoothing and the sigma filter / J.-S. Lee // Comp. vision, graphics and Image Processing. – 1983. – V. 24. – P. 255–269.
19. Lukin, V.V. Modified Sigma Filter with Improved Noise Suppression Efficiency and Spike Removal Ability / V.V. Lukin, A.A. Zelensky, N.N. Ponomarenko [et al] // Proc. of the 6-th Intern. Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, Melbourne (Australia). – 1998. – P. 849–853.
20. Kurekin, A.A. Modified Vector Sigma Filter and Its Application to Color and Multichannel Remote Sensing Radar Image Processing / A.A. Kurekin, V.V. Lukin, A.A. Zelensky [et al] // Proc. of SPIE Conference on Applications of Digital Image Processing, Denver (USA). SPIE. – 1999. – V. 3808. – P. 423–434.
21. Melnik, V. Nonlinear locally adaptive techniques for image filtering and restoration in mixed noise environments / V. Melnik // Tampere university of technology : Thesis for the degree of Doctor of Technology, Tampere (Finland). – 2000. – P. 234.
22. Зеленский, А.А. Локальноадаптивные устойчивые алгоритмы обработки радиоизображений / А.А. Зеленский, Г.П. Кулемин, В.В. Лукин, В.П. Мельник ; Ин-т радиофизики и электроники, НАН Украины. – Харьков, 1993. – С. 93–143.
23. Rosenfeld, A. Visual Texture Analysis / A. Rosenfeld, E.B. Troy // Conference Record of the Symposium on Feature Extraction and Selection in Pattern Recognition, IEEE Publ. – 1970. – P. 51–71.
24. Ярославский, Л.П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии / Л.П. Ярославский. – М. : Радио и связь, 1987. – С. 296.
25. Беликова, Т.П. Использование аддитивных амплитудных преобразований для препарирования изображений / Т.П. Беликова, Л.П. Ярославский // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехн. Вып. 14. – 1974, С. 61–73.
26. Katkovnik, V. Local Approximation techniques in signal and image processing / V. Katkovnik, K. Egiazarian, J. Astola. – Bellingham - Washington, 2006. – P. 553.

27. Foi, A. Spatially adaptive local approximations in signal and image processing: varying-scale polynomials, anisotropic adaptation, shape-adaptive transforms / A. Foi // Lecture notes of the tutorial given at the 15-th European Signal Process : Conf., EUSIPCO, Poznan. – 2007. – P. 30–36.
28. Katkovnik, V. Novel spatially adaptive anisotropic local approximation techniques in image processing / V. Katkovnik, K. Egiazarian, J. Astola / Lecture notes for Short Course : Electronic Imaging Conference, (EI-2006), San Jose, US. – 2006. – № 17. – P. 41–53.
29. Buades, A. Image and film denoising by non-local means. Ph. D. Thesis submitted by Antoni Buades / A. Buades // Universitat de les Illes Balears Dpt. de matemàtiques` i informatica. – 2005. – P. 149.
30. Awate, S.A. Image denoising with unsupervised, informationtheoretic, adaptive filtering / S.A. Awate, R.T. Whitaker // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2005. – P. 129–135.
31. Buades, A. A non-local algorithm for image denoising / A. Buades, B. Coll, J.M. Morel // In Proc. of the IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2005. – P. 110–125.
32. Buades, A.A. Review of image denoising algorithms with a new one / A.A. Buades, B. Coll, J.M. Morel // Multiscale Modeling and Simulation, 4(2). – 2005. – P. 490–530.
33. Каллианпур, Г. Стохастическая теория фильтрации ; пер. с англ. / под ред. А.В. Скорохода. – М. : Наука ; Главная редакция физ.-мат. лит., 1987. – С. 320.
34. Тихонов, В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М. : Радио и связь, 2004. – С. 608.
35. Шахтарин, Б.И. Случайные процессы в радиотехнике / Б.И. Шахтарин. – М. : Радио и связь, 2000. – С. 584.
36. Солонина, А.И. Основы цифровой обработки сигналов / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – С. 768.
37. Воронин, В.В. Использование метода размножения оценок при обработке чёрно-белых изображений / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Цифровая обработка сигналов и её применение : материалы VIII Междунар. конф. – М, 2006. – С. 409–411.
38. Марчук, В.И. Первичная обработка результатов измерений при ограниченном объёме априорной информации : монография / под ред. К.Е. Румянцева. – Таганрог : Изд-во ТРГУ, 2003. – С. 160.
39. Марчук, В.И. Новый способ повышения достоверности результатов измерений / В.И. Марчук, К.Е. Румянцев // Авиакосмическое приборостроение. – 2004. – № 2. – С. 51–55.

40. Марчук, В.И. Методы фильтрации низкочастотных процессов при ограниченном объёме результатов измерений / В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов, В.В. Крюков // Альтернативные естественноизобновляющиеся источники энергии и энергосберегающие технологии, экологическая безопасность регионов : выездная сессия секции энергетики отделения энергетики. Машиностроения и процессов управления РАН. Материалы сессии. – Ессентуки, 2005. – Ч. 2. – С. 75–80.
41. Марчук, В.И. Фильтрация низкочастотных процессов при ограниченном объёме результатов измерений / В.И. Марчук, К.Е. Румянцев, А.И. Шерстобитов // Радиотехника. – 2006. – № 9. – С. 22–27.
42. Марчук, В.И. Исследование возможности обработки результатов измерений в реальном масштабе времени при априорной неопределенности / В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Известия высших учебных заведений. Сев-Кав. регион «Техника, технология и экономика сервиса». Технические науки. Прилож. № 6. – Новочеркасск, 2004. – С. 204–205.
43. Марпл, С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл. – М. : Мир, 1990. – С. 584.
44. Dabov, K. Image restoration by sparse 3D transform-domain collaborative filtering / K. Dabov, A. Foi, K. Egiazarian // Proc. SPIE Electronic Imaging '08, San Jose, California, USA. – 2008. – № 6812-07. – P. 83–94.
45. Dabov, K. A nonlocal and shape-adaptive transform-domain collaborative filtering / K. Dabov, A. Foi, K. Egiazarian, V. Katkovnik // Proc. Int. Workshop on Local and Non-Local Approx. in Image Process, Lausanne, Switzerland. – 2008. – P. 43–54.
46. Mallat, S. A wavelet tour of signal processing / S. Mallat // Academic Press. – 1997. – P. 13–20.
47. Gagnon, L. Speckle Filtering of SAR Images – a Comparative Study between Complex Wavelet Based and Standard Filters / L. Gagnon, A. Jouan // Proc. of IS&T/SPIE International Conference on Wavelet Applications in Signal Processing and Image Processing тV. 3169, San Jose (CA, USA). – 1997. – P. 80–91.
48. Donoho, D.L. Adapting to unknown smoothness by wavelet shrinkage / D.L. Donoho, I.M. Johnstone // Journal of American Statistical Association. – 1995. – V. 90, № 11. – P. 1200–1224.
49. Oktem, R. Transform Domain Algorithms for Image Compression and Denoising / R. Oktem // Tampere University of Technology, Thesis for the degree of Doctor of Technology, Tampere (Finland). – 2000. – P. 142.
50. Воронин, В.В. Способ уменьшения погрешности при использовании метода размножения оценок / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Цифровые методы и технологии : материалы Междунар. науч. конф. – Таганрог : ТРТУ, 2005. – Ч. 2. – С. 14–17.

51. Воронин, В.В. Использование метода размножения оценок при обработке чёрно-белых изображений / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Цифровая обработка сигналов и её применение : материалы VIII Междунар. конф., г. Москва. – 2006. – С. 409–411.
52. Воронин, В.В. Обработка чёрно-белых изображений на основе двумерного метода размножения оценок полезной составляющей / В.В. Воронин, В.И. Марчук // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Безопасность телекоммуникационных систем». – Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ. – 2008. – № 3(80). – С. 131–137.
53. Практические аспекты цифровой обработки сигналов (Practical aspects of digital signal processing) : монография / под ред. В.И. Марчука. – Шахты : Изд-во ЮРГУЭС, 2007. – 207 с.
54. Воронин, В.В. Обработка чёрно-белых изображений в условиях априорной неопределённости / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Информационно-телекоммуникационные системы : сб. матер. Всерос. конкурса инновационных проектов аспирантов и студентов по приоритетному направлению развития науки и техники / под ред. А.О. Сергеева. – М. : ГНИИ ИТТ «Информика», 2006. – С. 211–212.
55. Воронин, В.В. Обработка статических изображений / В.В. Воронин // Материалы Всерос. смотра-конкурса научно-технического творчества студентов высших учебных заведений «Эврика-2006», г. Новочеркасск ; Министерство образования и науки РФ, НПИ. – Новочеркасск : ЮРГТУ, 2006. – С. 28–30.
56. Воронин, В.В. Двухмерный метод обработки изображений / В.В. Воронин, В.И. Марчук // XIII Междунар. науч.-техн. конф. : Радиолокация, навигация, связь : сб. докладов конф., г. Воронеж. – 2007. – С. 177–182.
57. Пат. № 2362207. Российская Федерация. С2, МПК G06F 17/17. 2007127727/09. Двумерный способ наименьших квадратов и устройство для его реализации / Воронин В.В., Марчук В.И., Шерстобитов А.И., Семенищев Е.А. ; заявл. 19.07.2007 ; опубл. 20.07.2009, Бюл. № 20.
58. Воронин, В.В. Непараметрические методы обработки чёрно-белых изображений / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Информационные технологии в современном мире : материалы Междунар. науч. конф., Таганрог : ТРТУ, 2006. – Ч. 2. – С. 72–74.
59. Воронин, В.В. Непараметрический двухмерный метод обработки изображений при ограниченном объёме априорной информации / В.В. Воронин, В.В. Дубовсков, О.Г. Толстунов // Перспектива-2007 : материалы Междунар. конгресса студентов, аспирантов и молодых учёных. – Нальчик : Каб.-Балк. ун-т, 2007. – С. 16–18.

60. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. Двухмерный метод наименьших квадратов / Воронин В.В., Марчук В.И., Семенищев Е.А., Дубовсков В.В., Толстунов О.Г. – № 2007612943 : РОСПАТЕНТ, 2007.
61. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. Обработка изображений с помощью двухмерного метода размножений оценок / Воронин В.В., Марчук В.И., Семенищев Е.А., Дубовсков В.В., Толстунов О.Г. – № 2007612945. : РОСПАТЕНТ, 2007.
62. Воронин, В.В. Методы обработки цифровых сигналов при ограниченном объёме априорных данных / В.В. Воронин // Материалы итоговой Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых учёных – лауреатов конкурса «Ползуновские гранты» / под общ. ред. А.А. Максименко. – Барнаул : Изд-во АлтГТУ, 2007. – С. 57–66.
63. Переверткин, С.М. Бортовая телеметрическая аппаратура космических летательных аппаратов / С.М. Переверткин. – М. : Машиностроение, 1977. – 208 с.
64. Воронин, В.В. Уменьшение ошибки при обработке изображений двумерным методом размножения оценок / В.В. Воронин, В.И. Марчук, Е.А. Семенищев // Методы и средства управления технологическими процессами : IV Междунар. конф. ; Мордовский государственный университет. – Саранск, 2007. – С. 222–225.
65. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2006612519. Обработка чёрно-белых изображений при априорной неопределённости / Марчук В.И., Шерстобитов А.И., Шелковая И.С. : РОСПАТЕНТ, 2006.
66. Пат. № 2340938 Российская Федерация. С1, МПК G06F 17/18. 2007105361/09. Устройство для обработки чёрно-белых изображений / Воронин В.В., Марчук В.И., Шерстобитов А.И., Сучкова Л.А., Крюков В.В. ; заяв. 12.02.2007 ; опубл. 10.12.2008, Бюл. № 34.
67. Воронин, В.В. Метод размножения оценок на базе микроконтроллера AT91SAM7S64 фирмы ATMEL / В.В. Воронин, В.В. Дубовсков, О.Г. Толстунов // Перспектива-2007 : материалы Междунар. конгресса студентов, аспирантов и молодых учёных. – Нальчик : Каб.-Балк. ун-т, 2007. – С. 33–35.
68. Воронин, В.В. Программный комплекс первичной обработки результатов измерений / В.В. Воронин, В.И. Марчук, Е.А. Семенищев // Компьютерное моделирование : тр. Междунар. науч.-техн. конф. 2007, С-Петербург, 2007. – С. 199–202.
69. Воронин, В.В. Программный комплекс восстановления изображений / В.В. Воронин // Инновации в обществе, технике и культуре : материалы Междунар. науч. конф. – Таганрог : ТРТУ, 2008. – Ч. 3. – С. 9–11.

70. Смирнов, А.Я. Критерии качества дискретизированных изображений / А.Я. Смирнов // Труды ГОИ им. С.И. Вавилова. – 1984. – Т. 57, вып. 191. – С. 8–14.
71. Розенфельд, А. Распознавание и обработка изображений / А. Розенфельд. – М. : Мир, 1972. – 230 с.
72. Воробель, Р.А. Метод количественной оценки качества рентгенографических изображений / Р.А. Воробель, И.М. Журавель, Н.В. Опры [и др.] // Неразрушающий контроль и техническая диагностика – 2000 : труды III Украинской науч.-техн. конф. – Днепропетровск, 2000. – С. 233–236.
73. Шлихт, Г.Ю. Цифровая обработка цветных изображений / Г.Ю. Шлихт. – М. : ЭКОМ, 1997. – 336 с.
74. Метод выделения полезной составляющей при априорной неопределённости и ограниченном объёме результатов измерений : монография / под ред. В.И. Марчука. – Шахты : Изд-во ЮРГУЭС, 2007. – 207 с.
75. Воронин, В.В. Исследование методов обработки изображений при ограниченном объёме априорных данных / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Цифровая обработка сигналов и её применение : материалы IX Междунар. конф., Москва. – 2007. – С. 493–496.
76. Воронин, В.В. Анализ результатов обработки чёрно-белых изображений в условиях априорной неопределенности / В.В. Воронин, В.И. Марчук, А.И. Шерстобитов // Физика и технические приложения волновых процессов : тезисы докладов V Междунар. науч.-техн. конф. : приложение к журналу «Физика волновых процессов и радиотехнические системы». – Самара : Самарское книжное издательство, 2006. – С. 37.

*Научное издание*

*Воронин Вячеслав Владимирович  
Марчук Владимир Иванович*

**МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

**Монография**

Ответственный за выпуск Н.В. Ковбасюк

ИД № 06457 от 19.12.01 г. Издательство ЮРГУЭС.

Подписано в печать 2010

Формат бумаги 60×90/16. Усл. п.л. 5,5. Тираж 50 экз. Заказ №

ПЛД № 65-175 от 05.11.99 г.

Типография Издательства ЮРГУЭС.

346500, г. Шахты, Ростовской обл., ул. Шевченко, 147