

## Восстановление изображений с помощью микросканирующей изображающей системы

Х.Л.Лопес-Мартинес\*, В.И.Кобер\*\*, В.Н.Карнаухов\*\*

\* Школа математики ЮАДИ, Мерида, 97110, Мексика

\*\* Институт проблем передачи информации, Российской академии наук, Москва, 127994, Россия

Поступила в редакцию 01.02.2014

**Аннотация**—Традиционные методы восстановления изображений в процессе обработки обычно используют только одно наблюдаемое изображение. В данной работе мы предлагаем методы восстановления изображений, использующие несколько искаженных изображений, полученных с помощью микросканирующей изображающей системы. Мы предполагаем, что наблюдаемые изображения содержат исходное изображение, искаженное либо аддитивной, либо мультипликативной помехой. Кроме того, изображения искажены аддитивным шумом сенсора приемника. Используя набор наблюдаемых изображений, восстановление изображения находится как решение системы уравнений, полученной из оптимизации целевой функции. Поскольку предложенные методы восстановления характеризуются высокой вычислительной сложностью, то в работе разработан быстрый алгоритм решения задачи. Результаты компьютерного моделирования, полученные с помощью предложенных методов, проанализированы с точки зрения точности восстановления, устойчивости к аддитивному входному шуму и позиционным погрешностям сенсоров.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** восстановление изображений, обработка изображений, микросканирование.

### ВВЕДЕНИЕ

Восстановление изображений является важным предметом исследований в области обработки изображений потому, что его методы и технологии применимы для восстановления изображений, которые были искажены в силу несовершенства процесса получения изображения [1]. Существует широкий спектр искажений [2, 3] таких как смаз, геометрические искажения, неравномерное освещение сцены, влияние окружающей среды (туман, облачность и т.п.) [4, 6], шум (импульсный шум, белый шум и др.) и погрешности сенсоров систем регистрации изображений. Например, матричные приемники инфракрасных сенсоров подвержены аддитивным искажениям [7]. Эти искажения являются пространственно-неоднородными и возникают из-за отличий характеристик индивидуальных сенсоров матрицы приемников [8]. Примером мультипликативных помех является искажения, возникающие из-за неравномерного освещения сцены [9]. В этой статье мы рассматриваем два типа помех: аддитивные и мультипликативные. Большинство существующих методов восстановления изображений обычно используют для обработки только одно наблюдаемое изображение [10]–[12]. Недавно был предложен алгоритм восстановления аддитивных искажений с использованием трех наблюдаемых изображений, полученных с помощью микросканирования [13]–[16]. Микросканирование — техника последовательного по времени ввода одной и той же сцены с малым смещением камеры относительно наблюдаемой сцены [17]. Эта техника может быть использована для задач восстановления изображений только тогда, когда сигнал исходного изображения и помехи могут быть пространственно смещены относительно друг друга в серии наблюдаемых

изображений, полученных микросканированием. Микросканирование может быть выполнено с помощью контролируемых смещений камеры или с помощью контролируемых смещений источника света (для задачи устранения неравномерности освещения). В данной работе мы используем пять наблюдаемых изображений, полученных изотропным микросканированием. Для этого случая получена система линейных уравнений. Так как вычислительная сложность метода высокая, то был предложен быстрый алгоритм, который позволяет восстанавливать изображения с высокой скоростью. Произведены оценки точности восстановления изображений при неравномерном освещении и сильной аддитивной помехи.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 представлены методы восстановления изображений от аддитивных и мультипликативных помех. В разделе 2 описан быстрый алгоритм восстановления изображений. Результаты компьютерного моделирования приведены в разделе 3. Наши выводы завершают эту статью.

## 1. МЕТОДЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Введем некоторые полезные обозначения и определения. Пусть  $\{s_t(k, l), t = 1, 2, \dots, T\}$  представляет наблюдаемое изображение, где  $t$  — индекс изображения временной последовательности, записанной в процессе микросканирования,  $T$  — количество наблюдаемых изображений (3 или 5) и  $(k, l)$  — координаты в пикселях. Без потери общности, предположим, что каждое изображение имеет размер  $M \times M$  пикселей, где  $M = 2^m$  и  $m$  — целое положительное число. Пусть  $\{f(k, l)\}, \{b(k, l)\}$  и  $\{a(k, l)\}$  обозначают исходное изображение, аддитивную помеху и мультипликативную помеху соответственно. Предположим, что эти изображения являются пространственно-инвариантными в течение времени процесса получения изображения. Пусть  $\{n_t(k, l)\}$  является изменяющимся во времени Гауссовым белым шумом с нулевым средним значением. Поскольку модель искажения с пятью наблюдаемыми изображениями включает модель с тремя изображениями, то мы предполагаем, что  $T = 5$ .

### 1.1. Аддитивная модель искажения

В том случае, когда искажение изображения вызывается неоднородной аддитивной помехой, наблюдаемая сцена может быть описана как

$$s_1(k, l) = b(k, l) + f(k, l) + n_1(k, l), \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M.$$

С помощью микросканирования четыре последовательных кадра с вертикальным и горизонтальным смещением в один пиксель получаются из исходного кадра как

$$\begin{aligned} s_2(k, l) &= b(k - 1, l) + f(k, l) + n_2(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M, \\ s_3(k, l) &= b(k, l - 1) + f(k, l) + n_3(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M, \\ s_4(k, l) &= b(k + 1, l) + f(k, l) + n_4(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M, \\ s_5(k, l) &= b(k, l + 1) + f(k, l) + n_5(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M. \end{aligned}$$

Используя эти выражения, вычислим матрицы  $R_1, R_2$  вертикального и матрицы  $C_1, C_2$  горизонтального градиентов соответственно. Прежде всего, установим значения граничных элементов матриц равным нулю следующим образом:

$$R_1(M, l) = 0, R_2(k, 1) = 0, C_1(M, l) = 0, C_1(k, 1) = 0, \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M.$$

Остальные элементы матриц вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 R_1(k, l) &= s_1(k, l) - s_2(k + 1, l) = f(k, l) - f(k + 1, l) + n_1(k, l) - n_2(k + 1, l), \\
 &\quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq; \\
 R_2(k, l) &= s_1(k, l) - s_4(k - 1, l) = f(k, l) - f(k - 1, l) + n_1(k, l) - n_4(k - 1, l), \\
 &\quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M; \\
 C_1(k, l) &= s_1(k, l) - s_3(k, l + 1) = f(k, l) - f(k, l + 1) + n_1(k, l) - n_3(k, l + 1), \\
 &\quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M; \\
 C_2(k, l) &= s_1(k, l) - s_5(k, l - 1) = f(k, l) - f(k, l - 1) + n_1(k, l) - n_5(k, l - 1), \\
 &\quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M.
 \end{aligned}$$

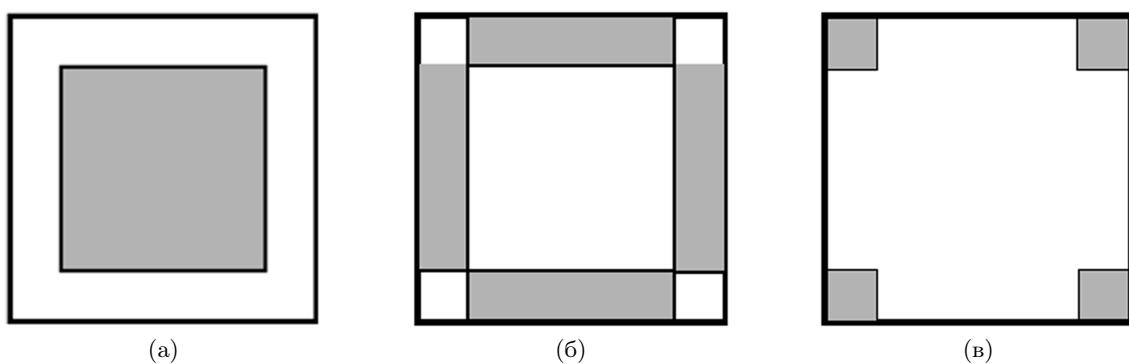
Далее, мы хотим минимизировать дисперсию аддитивного шума, который содержится в этих матрицах. Целевая функция, которая должна быть минимизирована может быть записана в следующем виде

$$F^A = F_a^A + F_b^A + F_c^A, \quad (1)$$

где  $F_a^A$ ,  $F_b^A$  и  $F_c^A$  определяют области задания функции. Эти области показаны на Рис. 1. В выражении (1)  $F_a^A$  содержит информацию о шуме в центральной части изображений без учета границ, т.е.

$$\begin{aligned}
 F_a^A &= \sum_{k=2}^{M-1} \sum_{l=2}^{M-1} \left( [R_1(k, l) - f(k, l) + f(k + 1, l)]^2 + [C_1(k, l) - f(k, l) + f(k, l + 1)]^2 + \right. \\
 &\quad \left. + [R_2(k, l) - f(k, l) + f(k - 1, l)]^2 + [C_2(k, l) - f(k, l) + f(k, l - 1)]^2 \right). \quad (2)
 \end{aligned}$$

$F_b^A$  содержит информацию о шуме вдоль границ изображения без учета угловых элементов.



**Рис. 1.** Пространственные области задания функций, используемые для построения целевых функций: (а) центральная часть, (б) граничные элементы, исключая угловые, (в) угловые элементы.

$$\begin{aligned}
F_b^A = & \sum_{l=2}^{M-1} \left( [R_1(1, l) - f(1, l) + f(2, l)]^2 + [C_1(1, l) - f(1, l) + f(1, l+1)]^2 + \right. \\
& + [C_2(1, l) - f(1, l) + f(1, l-1)]^2 \Big) + \\
& + \sum_{k=2}^{M-1} \left( [R_1(k, M) - f(k, M) + f(k+1, M)]^2 + [R_2(k, M) - f(k, M) + f(k-1, M)]^2 + \right. \\
& + [C_2(k, M) - f(k, M) + f(k, M-1)]^2 \Big) + \\
& + \sum_{l=2}^{M-1} \left( [C_1(M, l) - f(M, l) + f(M, l+1)]^2 + [R_2(M, l) - f(M, l) + f(M-1, l)]^2 + \right. \\
& + [C_2(M, l) - f(M, l) + f(M, l-1)]^2 \Big) + \\
& + \sum_{k=2}^{M-1} \left( [R_1(k, 1) - f(k, 1) + f(k+1, 1)]^2 + [C_1(k, 1) - f(k, 1) + f(k, 2)]^2 + \right. \\
& + [R_2(k, 1) - f(k, 1) + f(k-1, 1)]^2 \Big). \tag{3}
\end{aligned}$$

$F_c^A$  основана на информации о шуме в четырех угловых элементах изображения:

$$\begin{aligned}
F_c^A = & [R_1(1, 1) - f(1, 1) + f(2, 1)]^2 + [C_1(1, 1) - f(1, 1) + f(1, 2)]^2 + \\
& + [R_1(1, M) - f(1, M) + f(2, M)]^2 + [C_2(1, M) - f(1, M) + f(1, M-1)]^2 + \\
& + [R_2(M, M) - f(M, M) + f(M-1, M)]^2 + [C_2(M, M) - f(M, M) + f(M, M-1)]^2 + \\
& + [C_1(M, 1) - f(M, 1) + f(M, 2)]^2 + [R_2(M, 1) - f(M, 1) + f(M-1, 1)]^2. \tag{4}
\end{aligned}$$

Минимизация целевой функции (1) относительно  $f(k, l)$  приводит к линейной системе уравнений, которая в матричной форме может быть записана в следующем виде:

$$\mathbf{Af} = \mathbf{u},$$

где  $\mathbf{A}$  — матрица размером  $M^2 \times M^2$ ,  $\mathbf{f}$  — векторная версия исходного изображения размером  $M^2 \times 1$ , вектор  $\mathbf{u}$  определяется как

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_R + \mathbf{u}_C,$$

и его размер равен  $M^2 \times 1$ . Векторы  $\mathbf{u}_R$  и  $\mathbf{u}_C$  вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{u}_R(l) = R_1(1, l) - R_2(2, l), \quad \text{при } 1 \leq l \leq M,$$

$$\mathbf{u}_R(kM + l) = R_1(k+1, l) - R_1(k, l) + R_2(k+1, l) - R_2(k+2, l), \quad \text{при } 1 \leq l \leq M, 1 \leq k \leq M-2,$$

$$\mathbf{u}_R(M^2 - l) = -R_1(M-1, M-l) + R_2(M, M-l), \quad \text{при } 0 \leq l \leq M-1,$$

$$\mathbf{u}_C(kM + 1) = -C_1(k+1, 1) + C_2(k+1, 2), \quad \text{при } 0 \leq k \leq M-1,$$

$$\mathbf{u}_C(kM + l) = -C_1(k+1, l) - C_1(k+1, l-1) + C_2(k+1, l) - C_2(k+1, l+1),$$

при  $2 \leq l \leq M - 1$ ,  $0 \leq k \leq M - 1$

$$\mathbf{u}_C(k) = -C_1(k, M - 1) + C_2(k, M), \quad \text{при } 0 \leq k \leq M - 1,$$

Матрица  $\mathbf{A}$  является разреженной и ее ненулевые элементы могут быть представлены как

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_2 & \mathbf{A}_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_1 \end{bmatrix}$$

где матрицы  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$  и  $\mathbf{A}_3$  явно выписываются как:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_3 = \text{diag}[-1, -1, \dots, -1].$$

Ранг матрицы  $\mathbf{A}$  равен  $M^2 - 1$ , поэтому исходное изображение может быть восстановлено если одному из пикселей изображения будет предварительно присвоено значение некой константы, например, последнему пикселию присвоить значение, равное нулю. После восстановления, полученное изображение обрабатывается поточечно так, чтобы среднее значение стало равным среднему значению исходного изображения. Для решения системы уравнений мы используем эффективный итерационный метод сопряженных градиентов [18]. Вычислительная сложность метода определяется порядком вычисления сопряженного градиента и размером восстанавливаемого изображения. Сложность оценивается как  $O(np)$  операций, где  $p$  количество ненулевых элементов матрицы и  $n$  количество итераций, требуемое для решения системы уравнений. В нашем случае  $p = O(5M^2)$  и  $n = qM$ , где  $q$  зависит от точности решения, а  $Q \in [3, 10]$  в выполненных экспериментах. Следовательно, вычислительная сложность метода может быть оценена как  $O(5qM^3)$  операций.

### 1.2. Мультипликативная модель искажения

В том случае, когда искажение вызывается некоторой мультипликативной помехой, модель изображения может быть выражена как

$$s_1(k, l) = a(k, l)f(k, l) + n_1(k, l), \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M,$$

где исходное изображение  $\{f(k, l)\}$  искажено мультипликативной помехой  $\{a(k, l)\}$  и дополнительно искажено изменяющимся во времени аддитивным шумом  $\{n_1(k, l)\}$ . Предполагая, что микросканирование обладает способностью разделить исходное изображение и помеху, мы можем получить несколько сдвинутых относительно оригинала кадров наблюдаемой сцены в следующем виде:

$$\begin{aligned} s_2(k, l) &= a(k-1, l)f(k, l) + n_2(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M, \\ s_3(k, l) &= a(k, l-1)f(k, l) + n_3(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M, \\ s_4(k, l) &= a(k+1, l)f(k, l) + n_4(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M, \\ s_5(k, l) &= a(k, l+1)f(k, l) + n_5(k, l), & 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M. \end{aligned}$$

Теперь мы можем определить четыре частных матрицы, используя соотношения между строками и столбцами наблюдаемых изображений. Прежде всего, установим значения граничных элементов матриц равным 1 следующим образом:

$$V_1(M, l) = 1, V_2(1, l) = 1, H_1(k, M) = 1, H_2(k, 1) = 1, \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M.$$

Остальные элементы матриц вычисляются следующим образом:

$$V_1(k, l) = \frac{s_1(k, l)}{s_2(k+1, l)}, \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M; \quad (5)$$

$$V_2(k, l) = \frac{s_1(k, l)}{s_4(k-1, l)}, \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M; \quad (6)$$

$$H_1(k, l) = \frac{s_1(k, l)}{s_3(k, l+1)}, \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M; \quad (7)$$

$$H_2(k, l) = \frac{s_1(k, l)}{s_5(k, l-1)}, \quad 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq M. \quad (8)$$

Можно видеть, что мультипликативная помеха в матрицах устраняется в том случае, когда наблюдаемое изображение не содержит аддитивного шума. Следовательно, для небольших флюктуаций аддитивного шума матрицы в уравнениях (5)-(8) близки соответствующим частным матрицам, построенным на основе исходного изображения и его сдвинутых версий. Принимая во внимание свойства логарифмической функции (монотонность и  $\ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y)$ ), введем следующую целевую функцию:

$$F^M = F_a^M + F_b^M + F_c^M,$$

где области задания функций  $F_a^M$ ,  $F_b^M$  и  $F_c^M$  те же самые что и для аддитивной модели (1)-(4). Эти функции определены следующим образом:

$$\begin{aligned} F_a^M &= \sum_{k=2}^{M-1} \sum_{l=2}^{M-1} \left( \left[ \ln(V_1(k, l)) - \ln(f(k, l)) + \ln(f(k+1, l)) \right]^2 + \right. \\ &\quad + \left[ \ln(H_1(k, l)) - \ln(f(k, l)) + \ln(f(k, l+1)) \right]^2 + \\ &\quad + \left[ \ln(V_2(k, l)) - \ln(f(k, l)) + \ln(f(k-1, l)) \right]^2 + \\ &\quad \left. + \left[ \ln(H_2(k, l)) - \ln(f(k, l)) + \ln(f(k, l-1)) \right]^2 \right). \end{aligned}$$

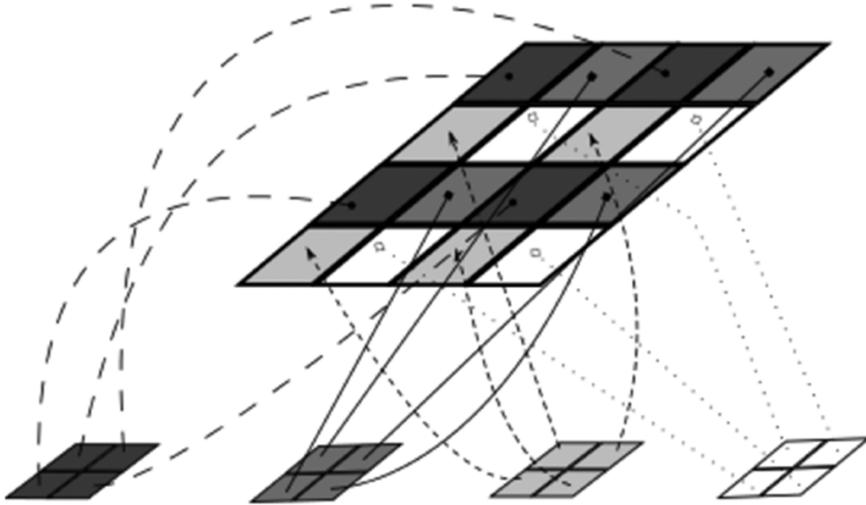
$$\begin{aligned}
F_b^M = & \sum_{l=2}^{M-1} \left( \left[ \ln(V_1(1, l)) - \ln(f(1, l)) + \ln(f(2, l)) \right]^2 + \right. \\
& + \left[ \ln(H_1(1, l)) - \ln(f(1, l)) + \ln(f(1, l+1)) \right]^2 + \\
& + \left. \left[ \ln(H_2(1, l)) - \ln(f(1, l)) + \ln(f(1, l-1)) \right]^2 \right) + \\
& + \sum_{k=2}^{M-1} \left( \left[ \ln(V_1(k, 1)) - \ln(f(k, 1)) + \ln(f(k+1, 1)) \right]^2 + \right. \\
& + \left[ \ln(H_1(k, 1)) - \ln(f(k, 1)) + \ln(f(k, 2)) \right]^2 + \\
& + \left. \left[ \ln(V_2(k, 1)) - \ln(f(k, 1)) + \ln(f(k-1, 1)) \right]^2 \right) + \\
& + \sum_{k=2}^{M-1} \left( \left[ \ln(V_1(k, M)) - \ln(f(k, M)) + \ln(f(k+1, M)) \right]^2 + \right. \\
& + \left[ \ln(V_2(k, M)) - \ln(f(k, M)) + \ln(f(k-1, M)) \right]^2 + \\
& + \left. \left[ \ln(H_2(k, M)) - \ln(f(k, M)) + \ln(f(k, M-1)) \right]^2 \right) + \\
& + \sum_{l=2}^{M-1} \left( \left[ \ln(H_1(M, l)) - \ln(f(M, l)) + \ln(f(M, l+1)) \right]^2 + \right. \\
& + \left[ \ln(V_2(M, l)) - \ln(f(M, l)) + \ln(f(M-1, l)) \right]^2 + \\
& + \left. \left[ \ln(H_2(M, l)) - \ln(f(M, l)) + \ln(f(M, l-1)) \right]^2 \right).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_c^M = & \left[ \ln(V_1(1, 1)) - \ln(f(1, 1)) + \ln(f(2, 1)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(H_1(1, 1)) - \ln(f(1, 1)) + \ln(f(1, 2)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(V_1(1, M)) - \ln(f(1, M)) + \ln(f(2, M)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(H_2(1, M)) - \ln(f(1, M)) + \ln(f(1, M-1)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(V_2(M, M)) - \ln(f(M, M)) + \ln(f(M-1, M)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(H_2(M, M)) - \ln(f(M, M)) + \ln(f(M, M-1)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(H_1(M, 1)) - \ln(f(M, 1)) + \ln(f(M, 2)) \right]^2 + \\
& + \left[ \ln(V_2(M, 1)) - \ln(f(M, 1)) + \ln(f(M-1, 1)) \right]^2.
\end{aligned}$$

## 2. БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Поскольку вычислительная сложность предложенного метода восстановления является высокой, то для решения задачи был разработан быстрый алгоритм восстановления. Идея этого алгоритма состоит в следующем: выполнить пирамидальное разложение наблюдаемых изображений на изображения меньшего размера, применить предложенный метод восстановления ко всем полученным изображениям меньшего размера, а затем реконструировать восстановленное изображение из восстановленных изображений меньшего размера. Для  $T = 5$  пирамидальное разложение наблюдаемого изображения  $s_1(k, l)$  размером  $M \times M$  ведет к четырем

изображениям меньшего размера  $M/2 \times M/2$ , которые получаются из исходного наблюдаемого изображения прореживанием по четным и по нечетным индексам по каждой координате. На Рис. 2 приведен пример разложения изображения при  $M = 4$  на четыре меньших изображения размером  $2 \times 2$  пикселей.



**Рис. 2.** Иллюстрация пирамидального разложения наблюдаемого изображения при  $M = 4$ .

Более того, для каждого изображения меньшего размера можно сформировать четыре сдвинутые версии из его породившего изображения большего размера (как бы смоделировать процесс микросканирования на этом уровне пирамидального разложения). Повторяя этот процесс разложения, можно получить полное пирамидальное множество изображений. Отметим, что это множество позволяет реконструировать изображение большего размера из изображений меньшего размера на любом уровне разложения.

Пусть  $d = 1, \dots, \log(M) - 1$  является уровнем пирамидального разложения и  $\{s_t^0(k, l) \equiv s_t(k, l), t = 1, 2, \dots, T\}$  — некоторый набор наблюдаемых изображений. Количество наборов наблюдаемых изображений на уровне пирамиды  $d$  равно  $4^d$ . Разложение некоторого набора наблюдаемых изображений на четыре набора небольших наблюдаемых изображений на пирамидальном уровне  $d$  осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned} s_1^d(k, l; 1) &= s_1^{d-1}(2k - 1, 2l - 1), \\ s_1^d(k, l; 2) &= s_1^{d-1}(2k, 2l - 1), \\ s_1^d(k, l; 3) &= s_1^{d-1}(2k - 1, 2l), \\ s_1^d(k, l; 4) &= s_1^{d-1}(2k, 2l) \end{aligned} \quad (9)$$

при  $1 \leq k \leq \frac{M}{2^d}, 1 \leq l \leq \frac{M}{2^d}$ ,

$$\begin{aligned} s_2^d(k, l; 1) &= s_2^{d-1}(2k - 1, 2l - 1) + s_2^{d-1}(2k - 2, 2l - 1) - s_1^{d-1}(2k - 2, 2l - 1), \\ s_2^d(k, l; 2) &= s_2^{d-1}(2k, 2l - 1) + s_2^{d-1}(2k - 1, 2l - 1) - s_1^{d-1}(2k - 1, 2l - 1), \\ s_2^d(k, l; 3) &= s_2^{d-1}(2k - 1, 2l) + s_2^{d-1}(2k - 2, 2l) - s_1^{d-1}(2k - 2, 2l), \\ s_2^d(k, l; 4) &= s_2^{d-1}(2k, 2l) + s_2^{d-1}(2k - 1, 2l) - s_1^{d-1}(2k - 1, 2l) \end{aligned} \quad (10)$$

при  $1 \leq k \leq \frac{M}{2^d}, 1 \leq l \leq \frac{M}{2^d}$ ,

$$\begin{aligned}
 s_3^d(k, l; 1) &= s_3^{d-1}(2k - 1, 2l - 1) + s_3^{d-1}(2k - 1, 2l - 2) - s_1^{d-1}(2k - 1, 2l - 2), \\
 s_3^d(k, l; 2) &= s_3^{d-1}(2k, 2l - 1) + s_3^{d-1}(2k, 2l - 2) - s_1^{d-1}(2k, 2l - 2), \\
 s_3^d(k, l; 3) &= s_3^{d-1}(2k - 1, 2l) + s_3^{d-1}(2k - 1, 2l - 1) - s_1^{d-1}(2k - 1, 2l - 1), \\
 s_3^d(k, l; 4) &= s_3^{d-1}(2k, 2l) + s_3^{d-1}(2k, 2l - 1) - s_1^{d-1}(2k, 2l - 1)
 \end{aligned} \tag{11}$$

при  $1 \leq k \leq \frac{M}{2^d}$ ,  $1 \leq l \leq \frac{M}{2^d}$ ,

$$\begin{aligned}
 s_4^d(k, l; 1) &= s_4^{d-1}(2k - 1, 2l - 1) + s_4^{d-1}(2k, 2l - 1) - s_1^{d-1}(2k, 2l - 1), \\
 s_4^d(k, l; 2) &= s_4^{d-1}(2k, 2l - 1) + s_4^{d-1}(2k + 1, 2l - 1) - s_1^{d-1}(2k + 1, 2l - 1), \\
 s_4^d(k, l; 3) &= s_4^{d-1}(2k - 1, 2l) + s_4^{d-1}(2k, 2l) - s_1^{d-1}(2k, 2l), \\
 s_4^d(k, l; 4) &= s_4^{d-1}(2k, 2l) + s_4^{d-1}(2k + 1, 2l) - s_1^{d-1}(2k + 1, 2l)
 \end{aligned} \tag{12}$$

при  $1 \leq k \leq \frac{M}{2^d}$ ,  $1 \leq l \leq \frac{M}{2^d}$ ,

$$\begin{aligned}
 s_5^d(k, l; 1) &= s_5^{d-1}(2k - 1, 2l - 1) + s_5^{d-1}(2k - 1, 2l) - s_1^{d-1}(2k - 1, 2l), \\
 s_5^d(k, l; 2) &= s_5^{d-1}(2k, 2l - 1) + s_5^{d-1}(2k, 2l) - s_1^{d-1}(2k, 2l), \\
 s_5^d(k, l; 3) &= s_5^{d-1}(2k - 1, 2l) + s_5^{d-1}(2k - 1, 2l + 1) - s_1^{d-1}(2k - 1, 2l + 1), \\
 s_5^d(k, l; 4) &= s_5^{d-1}(2k, 2l) + s_5^{d-1}(2k, 2l + 1) - s_1^{d-1}(2k, 2l + 1)
 \end{aligned} \tag{13}$$

при  $1 \leq k \leq \frac{M}{2^d}$ ,  $1 \leq l \leq \frac{M}{2^d}$ .

Блок схема быстрого алгоритма восстановления показана на Рис. 3. Алгоритм состоит из

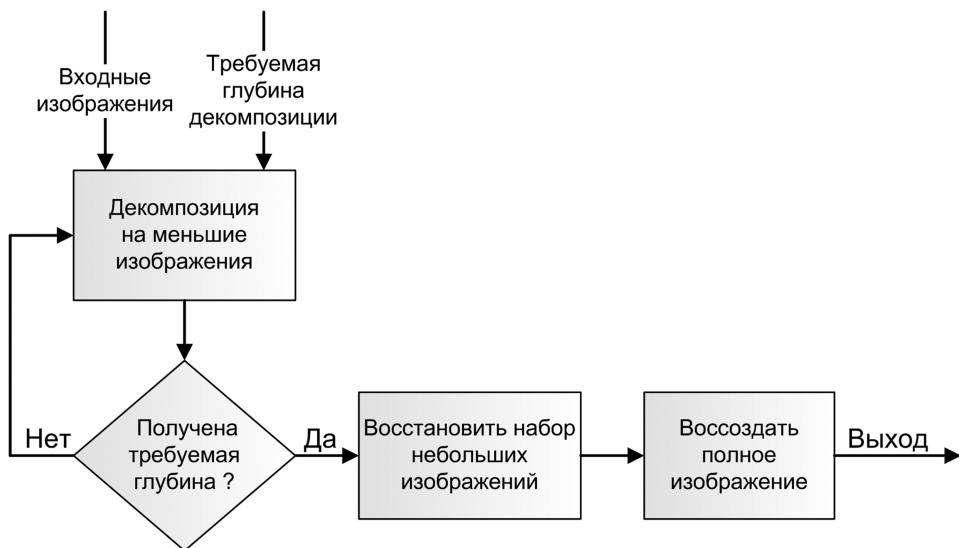


Рис. 3. Блок-схема быстрого алгоритма восстановления.

следующих шагов:

1. Задать желаемый уровень пирамидального разложения.
2. Разложить входные изображения на изображения меньшего размера в соответствии с выражениями (9)-(13).
3. Если желаемый уровень разложения достигнут, то идти на шаг 4, иначе на шаг 2.
4. Восстановить изображения меньшего размера с помощью метода сопряженного градиента.
5. Реконструировать восстановленное изображение из множества изображений меньшего размера, полученных на шаге 4.

Вычислительная сложность алгоритма определяется, в основном, сложностью метода сопряженного градиента на заданном уровне разложения, которую можно оценить как  $O\left(5Q\frac{M^3}{2^d}\right)$ . Дополнительные затраты накладываются процессом пирамидального разложения и процессом реконструкции выходного изображения из малых изображений.

### 3. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В этом разделе мы анализируем качество восстановления предложенных методов с точки зрения среднеквадратичной ошибки (СКО), визуального критерия качества и устойчивости к позиционным ошибкам элементов матричного приемника. СКО определяется как

$$\text{СКО} = \sqrt{\frac{\sum_{k,l}^M (f(k,l) - \tilde{f}(k,l))^2}{M^2}},$$

где  $\{f(k,l)\}$  и  $\{\tilde{f}(k,l)\}$  — исходное и восстановленное изображения соответственно. Размер изображений, используемых в наших экспериментах, равен  $256 \times 256$  пикселей, диапазон сигнала —  $[0,255]$ . Все эксперименты были проведены на компьютере (процессор - Intel Core 2 Duo, частота 2.26 ГГц, 2 Гб оперативной памяти). Чтобы гарантировать статистически корректные результаты, каждый эксперимент повторялся 30 раз для различных реализаций входного шума. Итеративный метод сопряженного градиента использовался для решения систем линейных уравнений с следующим условием остановки: максимальное отличие сигнала на текущем шаге итерации от сигнала на предыдущем шаге не больше  $10^{-10}$ . В качестве визуального критерия использовалась усиленная разница между исходным и восстановленным изображениями [19]:

$$EDIF(k,l) = c_1(f(k,l) - \tilde{f}(k,l)) + c_2$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — константы нормализации, принимающие в наших экспериментах следующие значения:  $c_1 = 4, c_2 = 128$  для аддитивной модели и  $c_1 = 1, c_2 = 128$  для мультипликативной модели соответственно. Если в какой то точке нет ошибки восстановления, то соответствующая усиленная разница отображается серым цветом, определяемом константой  $c_2$ . Максимальные ошибки проявляются на изображении усиленной разницы либо черным, либо белым цветом (значения 0 или 255 соответственно).

Один из самых популярных методов восстановления — линейная оптимальная фильтрация по квадратичному критерию. Однако этот метод применим только при условии пространственной однородности (стационарности) сигналов. При этих условиях таким методом является Винеровская фильтрация [3]. Частотная характеристика эмпирического Винеровского фильтра при наличии только аддитивной помехи записывается как

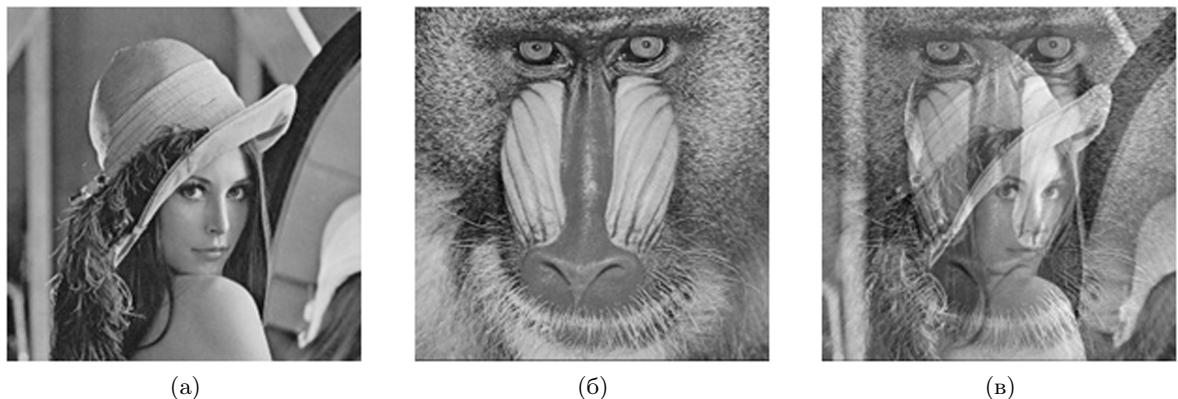
$$H_w(\omega) = \frac{P_S(\omega) - P_N(\omega)}{P_S(\omega)},$$

где  $P_S(\omega)$  — спектральная плотность наблюдаемой искаженной сцены и  $P_N(\omega)$  — спектральная плотность аддитивной помехи. Мы использовали известные параметры искажений для синтеза этого фильтра, что, строго говоря, завышает реальные возможности восстановления этим

методом. Отметим, что предложенные методы не используют информации об искажениях. В случае мультиплексивной модели, вначале мы производили поэлементное логарифмирование наблюдаемого изображения, игнорируя аддитивный шум. Тем самым мультиплексивная модель превращалась в аддитивную модель. К преобразованному сигналу применялась Винеровская фильтрация, а результат фильтрации затем подвергался поэлементному потенцированию.

### 3.1. Аддитивные неоднородные помехи

Рисунки 4(а), 4(б) и 4(в) иллюстрируют соответственно исходное тестовое изображение, изображение неоднородной помехи и искаженное изображение, дополнительно зашумленное белым Гауссовым шумом с нулевым средним значением и среднеквадратическим отклонением равным 2. Среднее значение и среднеквадратическое отклонение изображения помехи равны



**Рис. 4.** (а) Исходное изображение, (б) неоднородная аддитивная помеха, (в) наблюдаемое изображение, искаженное неоднородной аддитивной помехой и белым шумом со стандартным отклонением 2.

130 и 40 соответственно. На Рис. 5(а) и 5(в) показаны восстановленные изображения с использованием трех и пяти наблюдаемых изображений соответственно. Рис. 5(б) и 5(г) показывают усиленную разность между исходным и восстановленным изображениями соответственно для трех и пяти наблюдаемых изображений. Как и ожидалось, изотропное микросканирование с пятью изображениями обеспечивает лучшее качество восстановления. На Рис. 6 показаны результаты восстановления с точки зрения СКО для трех наблюдаемых изображений (Am3), для пяти наблюдаемых изображений (Am5) и Винеровской фильтрации как функции среднеквадратического отклонения аддитивного входного шума. Отметим, что предложенные алгоритмы восстанавливают изображение значительно лучше Винеровского фильтра с известными параметрами. Это объясняется и тем, что аддитивные помехи не являются пространственно-однородными, а, следовательно, применение Винеровской фильтрации для этой модели не корректно. В Таблице 1 представлены результаты восстановления с помощью предложенного быстрого алгоритма с точки зрения времени выполнения в зависимости от уровня пирамиды. Соответствующие графики с ошибками восстановления приведены на Рис. 7. В этих экспериментах среднеквадратическое отклонение шума равно 2. Алгоритм становится быстрее с увеличением уровня пирамиды, но при этом качество восстановления быстро падает. На Рис. 8 показаны изображения, восстановленные быстрым алгоритмом с пятью наблюдаемыми изображениями для следующих уровней пирамиды  $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Отметим, что хорошие результаты восстановления получаются только на первых уровнях пирамиды потому, что не видны явные артефакты (вертикальные и горизонтальные линии) и время обработки значительно быстрее предложенного метода (без пирамidalного разложения), описанного в разделе 1.1.



**Рис. 5.** Результаты восстановления с помощью предложенного метода для аддитивной помехи: (а) восстановленное изображение с использованием трех изображений, (б) усиленная разница между исходным и восстановленным изображениями с использованием трех изображений, (в) восстановленное изображение при использовании пяти изображений, (г) усиленная разница между исходным и восстановленным изображениями с использованием пяти изображений.

**Таблица 1.** Время восстановления всего изображения при использовании предложенного быстрого алгоритма в зависимости от уровня пирамиды для мультипликативной помехи.

Уровень пирамиды	Размер небольших изображений	Количество небольших изображений	Количество итераций на каждое небольшое изображение		Время выполнения восстановления всего изображения (сек.)	
			3 изображ.	5 изображ.	3 изображ.	5 изображ.
0	256x256	1	1084	1060	42.44	42.44
1	128x128	4	540	549	10.32	10.30
2	64x64	16	280	278	2.95	2.94
3	32x32	64	140	140	0.83	0.83
4	16x16	256	70	69	0.33	0.33
5	8x8	1024	34	32	0.18	0.18
6	4x4	4096	10	10	0.15	0.15
7	2x2	16384	3	3	0.15	0.15

### 3.2. Мультипликативные неоднородные помехи

Примером мультипликативных неоднородных помех является неравномерное освещение сцены. В этом случае наблюдаемое изображение сцены формируется в зависимости от ис-

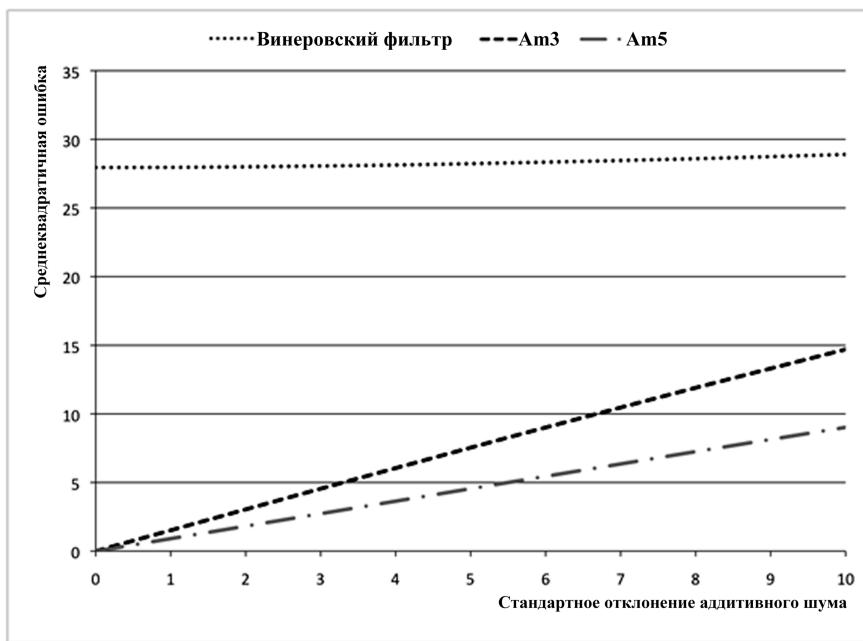


Рис. 6. Результаты восстановления для аддитивной помехи: СКО как функция стандартного отклонения аддитивного шума.

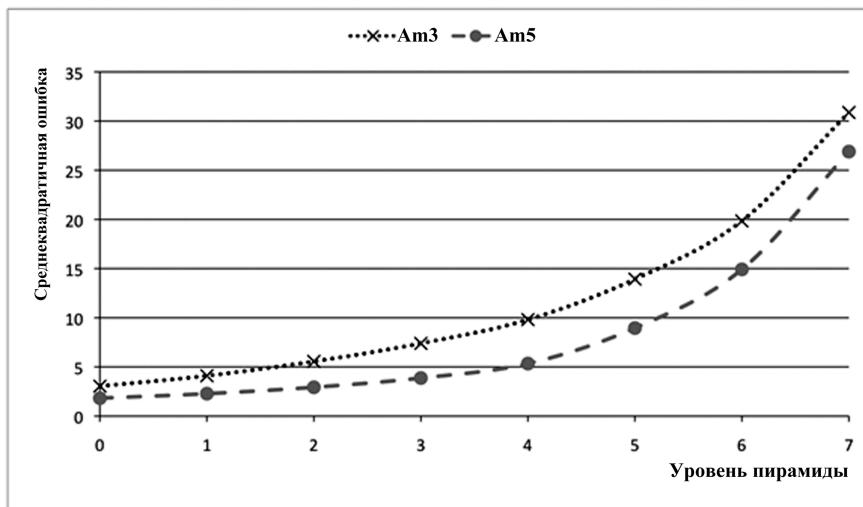


Рис. 7. Результаты восстановления для аддитивной помехи: СКО как функция уровня пирамиды.

точника света и типа поверхности. В наших экспериментах мы использовали ламбертову поверхность (подчиняющаяся закону отражения света ЛамBERTA), то есть свет отражается от поверхности одинаково во всех направлениях. Функция отражательной способности [20, 21] может быть записана как

$$I(p_0, q_0) = \cos \left\{ \frac{\pi}{2} - \arctan \left[ \frac{r}{\cos(\tau)[(r \tan(\tau) \cos(\alpha) - p_0)^2 + (r \tan(\tau) \sin(\alpha) - q_0)^2]^{1/2}} \right] \right\}$$

где  $\tau$  - угол поворота,  $\alpha$  - угол наклона и  $r$  - расстояние от точечного источника света до поверхности. Эти параметры полностью описывают положение точечного источника света относительно начала координат, как это показано на Рис. 9. В наших экспериментах  $\tau = 5^\circ$ ,  $\alpha =$



**Рис. 8.** Результаты восстановления для аддитивной модели с использованием изображений при различных уровнях пирамидального разложения: (а)  $d = 1$ ; (б)  $d = 2$ ; (в)  $d = 3$ ; (г)  $d = 4$ ; (д)  $d = 5$ ; (е)  $d = 6$ .

$245^\circ$ ,  $r = 0.3$ . Функция освещенности в диапазоне  $[0.1, 1]$  показана на Рис. 10(а). На Рис. 10(б) и 10(в) показаны исходное и искаженное изображения соответственно. Дополнительно, наблюдаемое изображение содержит аддитивный белый шум с нулевым средним значением и среднеквадратическим отклонением равным 1. На Рис. 11(а) и 11(в) показаны восстановленные изображения с тремя и пятью наблюдаемыми изображениями соответственно. На Рис. 11(б) и 11(г) показаны усиленные разности между исходным и восстановленным изображениями соответственно для трех и пяти наблюдаемых изображений. Как и ожидалось, алгоритм с пятью изображениями обеспечивает слегка лучшее качество восстановления. На Рис. 12 по-

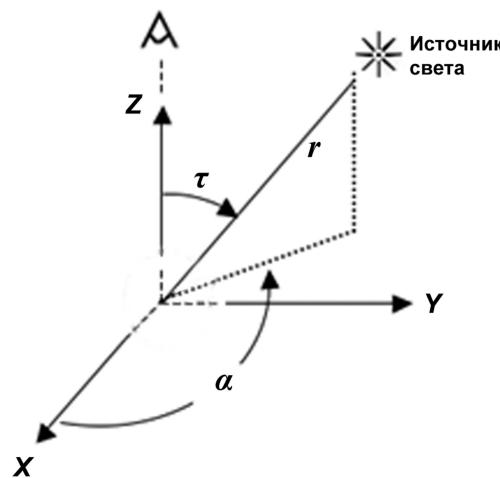
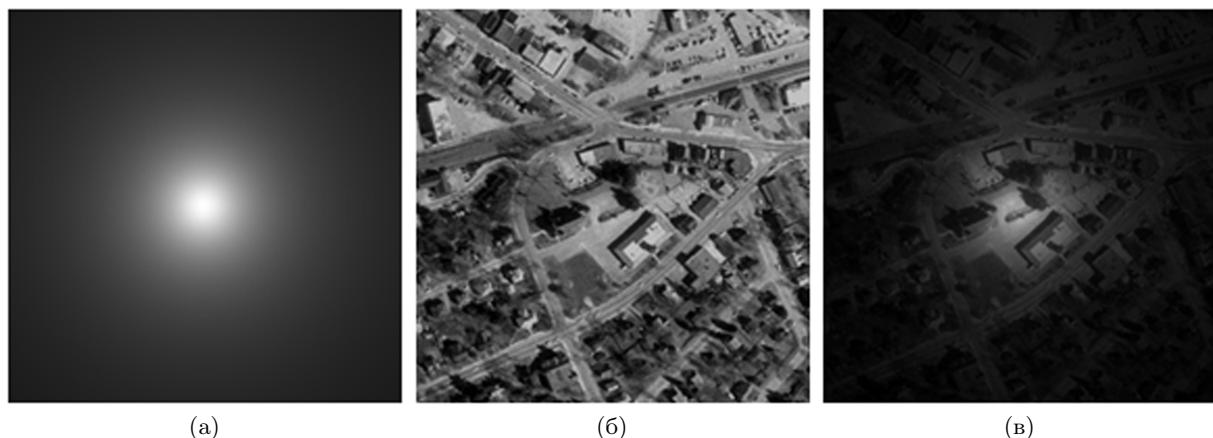


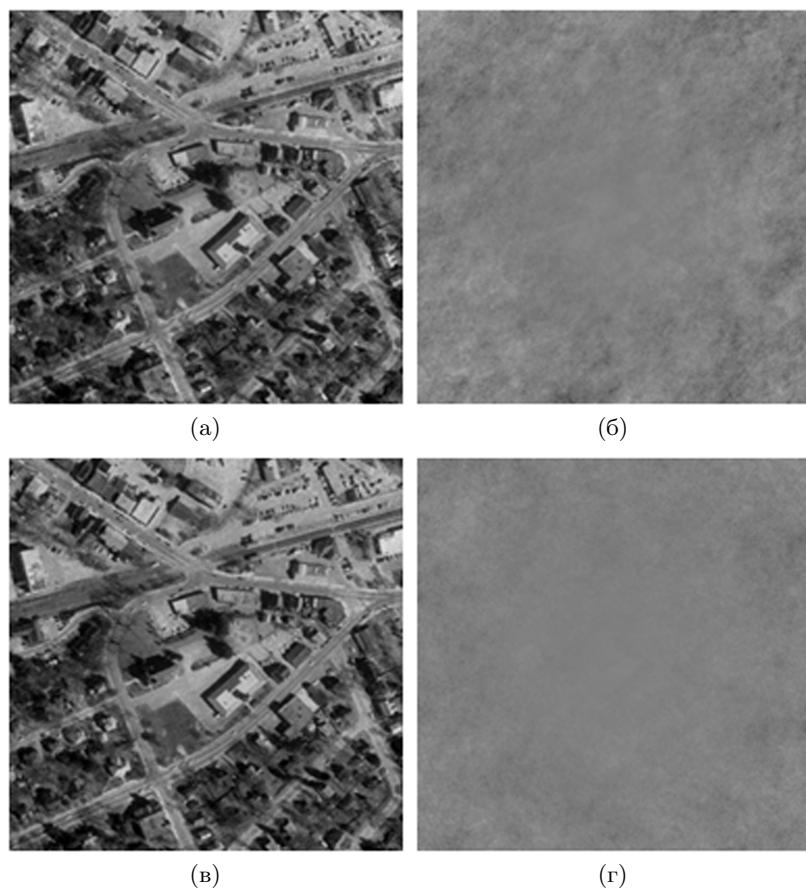
Рис. 9. Геометрия модели освещения.

Рис. 10. (а) Функция неравномерного освещения с  $\tau = 5^\circ$ ,  $\alpha = 245^\circ$  и  $r = 0.3$ ; (б) исходное изображение; (в) наблюдаемое изображение, искаженное этой функцией неравномерного освещения и белым шумом со стандартным отклонением 1.

казаны результаты восстановления с точки зрения СКО для трех наблюдаемых изображений (Mm3), для пяти наблюдаемых изображений (Mm5) и Винеровской фильтрации как функции среднеквадратического отклонения аддитивного входного шума. Отметим, что алгоритм с пятью изображениями восстанавливает изображение значительно лучше Винеровского фильтра с известными параметрами. Алгоритм с тремя изображениями применим только при малых значениях среднеквадратического отклонения аддитивного входного шума.

Далее, приведем результаты работы быстрого алгоритма для этой мультиплексной модели. В Таблице 2 представлены результаты восстановления с помощью предложенного быстрого алгоритма с точки зрения времени выполнения в зависимости от уровня пирамиды.

Соответствующие графики с ошибками восстановления приведены на Рис. 13. В этих экспериментах среднеквадратическое отклонение шума равно 1. Поведение алгоритма является похожим для случая аддитивной модели: алгоритм становится быстрее с увеличением уровня пирамиды, но при этом качество восстановления быстро падает. На Рис. 14 показаны изображения, восстановленные быстрым алгоритмом с тремя и пятью наблюдаемыми изображениями для следующих уровней пирамиды  $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Отметим, что хорошие результаты восстановления получаются только на первых уровнях пирамиды потому, что не видны артефакты



**Рис. 11.** Результаты восстановления для мультипликативной помехи: (а) восстановленное изображение с использованием трех изображений, (б) усиленная разница между исходным и восстановленным изображениями с использованием трех изображений, (в) восстановленное изображение при использовании пяти изображений, (г) усиленная разница между исходным и восстановленным изображениями с использованием пяти изображений.

**Таблица 2.** Время восстановления всего изображения при использовании предложенного быстрого алгоритма в зависимости от уровня пирамиды для мультипликативной помехи.

Уровень пирамиды	Размер небольших изображений	Количество небольших изображений	Количество итераций на каждое небольшое изображение		Время выполнения восстановления всего изображения (сек.)	
			3 изображ.	5 изображ.	3 изображ.	5 изображ.
0	256x256	1	1069	1060	42.98	42.93
1	128x128	4	540	538	10.31	10.30
2	64x64	16	274	271	2.95	2.94
3	32x32	64	140	137	0.83	0.83
4	16x16	256	69	68	0.34	0.34
5	8x8	1024	33	32	0.21	0.21
6	4x4	4096	10	10	0.17	0.17
7	2x2	16384	3	3	0.17	0.17

(вертикальные и горизонтальные линии) и время обработки значительно быстрее метода (без пирамидального разложения), описанного в разделе 1.2.

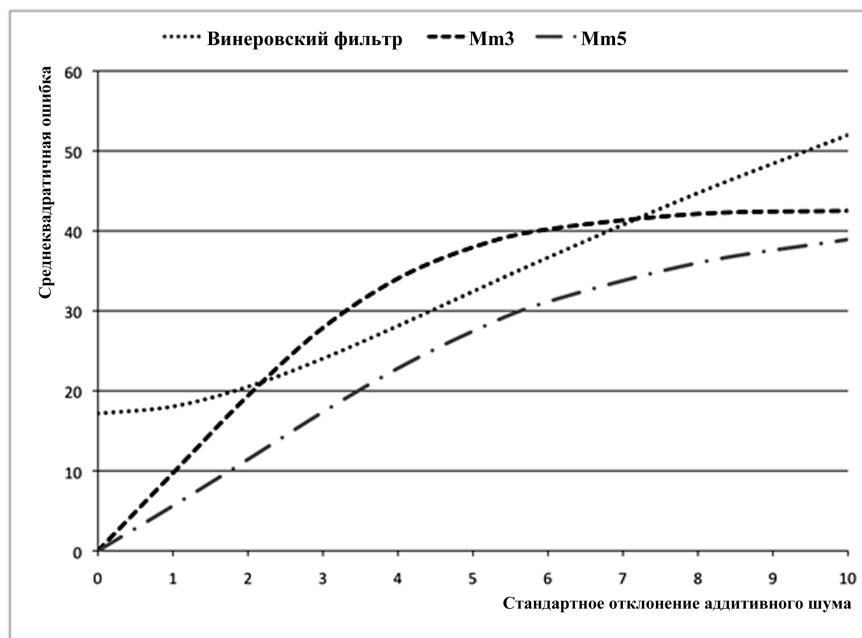


Рис. 12. Результаты восстановления для мультипликативной помехи: СКО как функция стандартного отклонения аддитивного шума.

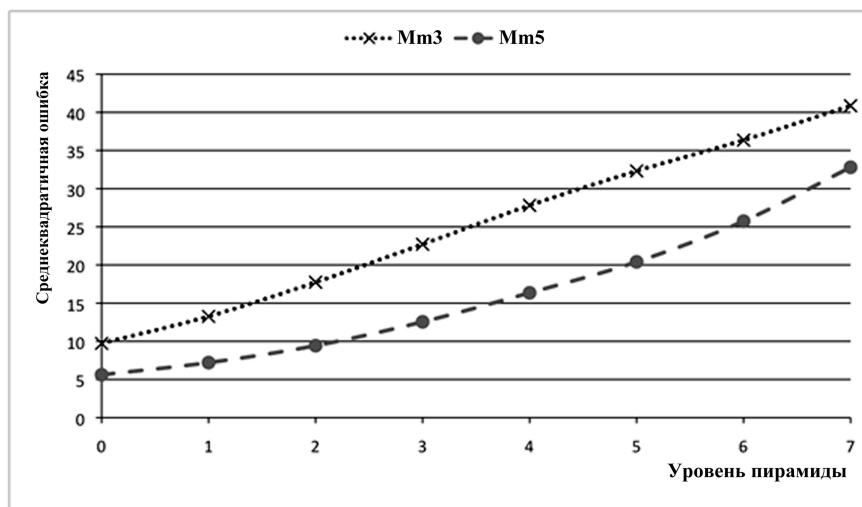
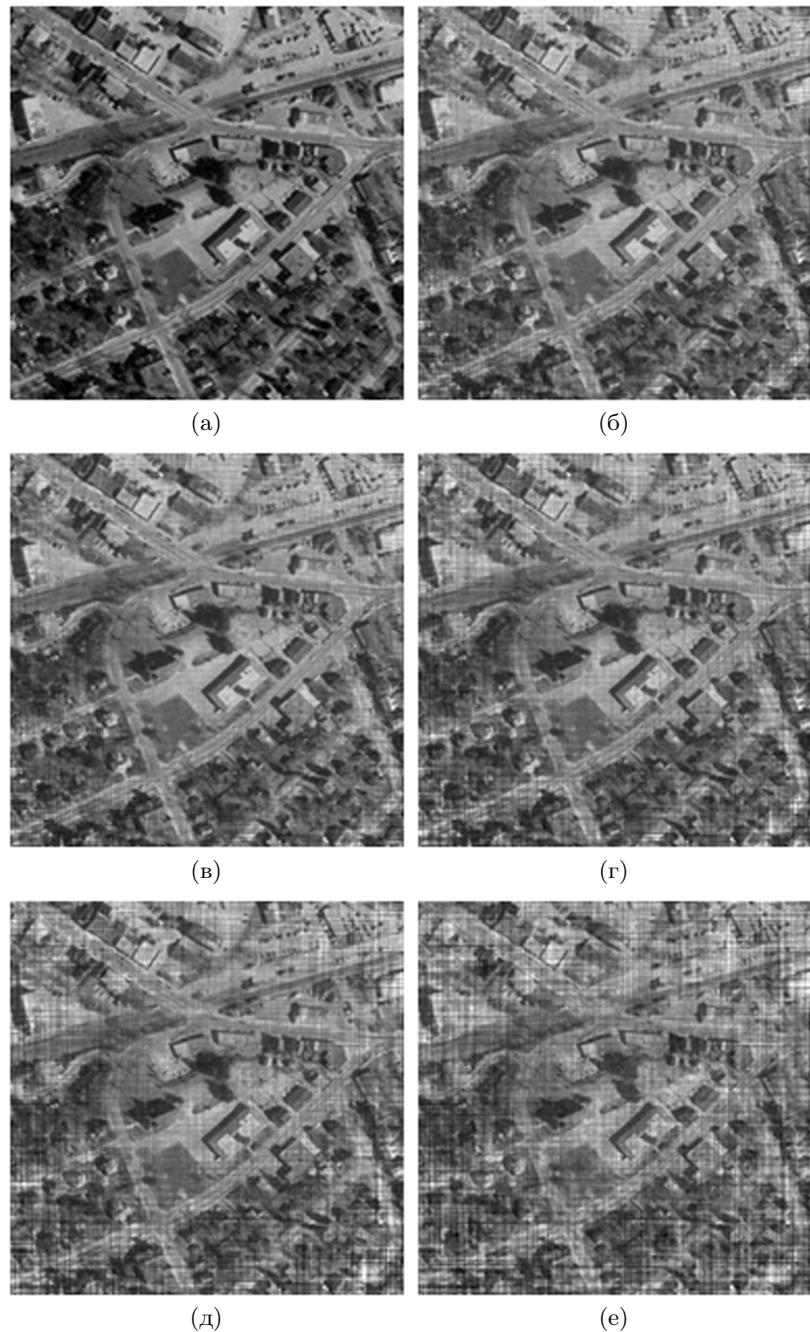


Рис. 13. Результаты восстановления для мультипликативной помехи: СКО как функция уровня пирамиды.

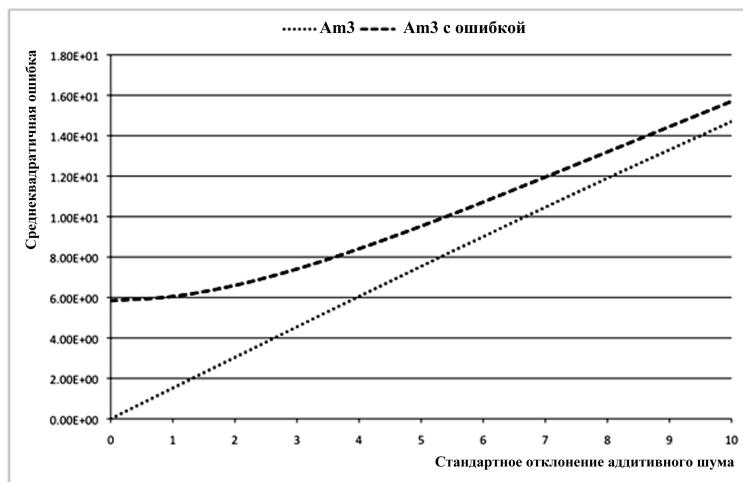
### 3.3. Устойчивость к ошибкам позиционирования сенсорных элементов

Наконец, мы протестируем устойчивость предложенных методов к малым позиционным ошибкам элементов матричного приемника при микросканировании. Предположим, что каждый элемент сенсора имеет случайную позиционную ошибку при вводе наблюдаемого изображения (вследствие брака при изготовлении сенсора или позиционной ошибки сенсора при вводе изображения). Ошибка позиционирования каждого элемента — независимая случайная величина с равномерным распределением в интервале . На Рис. 15 и Рис. 16 показана устойчивость при восстановлении изображения с помощью предложенного метода с тремя наблюдаемыми изображениями для аддитивной и мультипликативной моделей. Отметим, что метод является

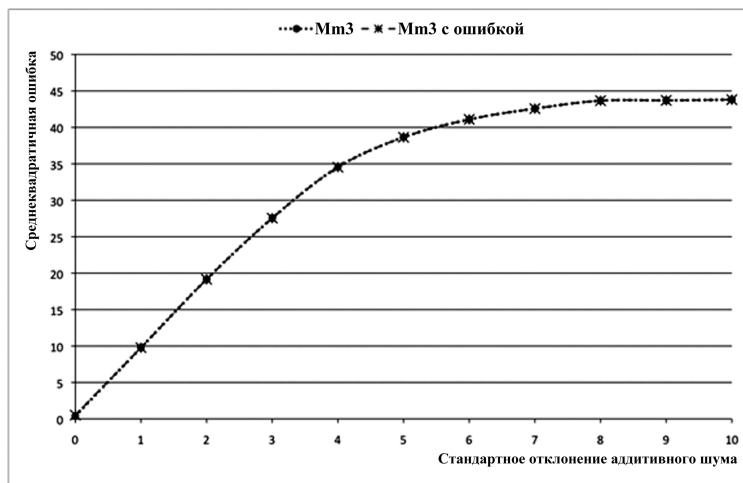


**Рис. 14.** Результаты восстановления для мультипликативной модели с использованием изображений при различных уровнях пирамидального разложения: (а)  $d = 1$ ; (б)  $d = 2$ ; (в)  $d = 3$ ; (г)  $d = 4$ ; (д)  $d = 5$ ; (е)  $d = 6$ .

устойчивым к неточному позиционированию матричного приемника в процессе микросканирования.



**Рис. 15.** Результаты восстановления для аддитивной помехи с субпиксельными ошибками позиционирования сенсорных элементов: СКО как функция стандартного отклонения аддитивного шума.



**Рис. 16.** Результаты восстановления для мультипликативной помехи с субпиксельными ошибками позиционирования сенсорных элементов: СКО как функция стандартного отклонения аддитивного шума.

## ВЫВОДЫ

В данной статье предложены методы для восстановления изображений, искаженных аддитивными и мультипликативными помехами. Используя несколько наблюдаемых изображений, полученных с помощью изображающей системы матричного типа, мы вывели явную систему линейных уравнений для аддитивной и мультипликативной моделей искажения. Восстановленное изображение — результат решения системы линейных уравнений. Так как размерность системы уравнений очень большая, то предложенный метод имеет высокую вычислительную сложность. Для решения этой проблемы был предложен быстрый алгоритм, основанный на

пирамидалном разложении изображений. С помощью компьютерного моделирования продемонстрирована работа предложенных методов и алгоритмов с точки зрения точности восстановления, времени выполнения и устойчивости к позиционным ошибкам матричных приемников.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. C. Bovik, *Handbook of image and video processing*, Academic Press Inc., Orlando, FL, 2005
2. R. C. González and R. E. Woods, *Digital image processing*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2008
3. A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988
4. S. G. Narasimhan and S. K. Nayar, Vision and the atmosphere, *International Journal of Computer Vision*, 2002, no. 3, pp. 233–254.
5. N. Hautiere and D. Aubert, Contrast restoration of foggy images through use of an onboard camera, *Proc. IEEE Conf. Intell. Transp. Syst.*, 2005, pp. 1090–1090.
6. S. G. Narasimhan and S. K. Nayar, Contrast restoration of weather degraded images, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, pp. 713–724.
7. B. M. Ratliff, M. M. Hayat, and R. C. Hardie, An algebraic algorithm for nonuniformity correction in focal-plane arrays, *Applied Optics*, 2007, no. A 19, pp. 1737–1747 .
8. A. Ferrero, J. Alda, J. Campos, J. M. Lopez-Alonso and A. Pons, Principal components analysis of the photoresponse nonuniformity of a matrix detector, *Applied Optics*, 2007, vol. 46, no. 1, pp. 9–17.
9. P. García-Martínez, M. Tejera, C. Ferreira, D. Lefebvre, and H. Arsenault, Optical implementation of the weighted sliced orthogonal nonlinear generalized correlation for nonuniform illumination conditions *Applied Optics*, 2007, vol. 41, no. 32, pp. 6867–6874 .
10. D. Kundur and D. Hatzinakos, Blind Image Deconvolution: An Algorithmic Approach to Practical Image Restoration, *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, vol. 13, no. 3, pp. 43-64.
11. S. Uma and S. Annadurai, A review-restoration approaches, *ICGST International Journal on Graphics, Vision and Image Processing* 2005, vol. 8, pp. 23–35.
12. M. Banham and A. Katsaggelos, Digital image restoration, *Signal Processing Magazine, IEEE*, 1997, vol. 14, pp. 24–41.
13. J. L. López-Martínez and V. Kober, Image restoration based on camera microscanning, *Proc. SPIE7073 Applications of Digital Image Processing XXXI*, 2008, 7073, p. 707322.
14. J. L. López-Martínez and V. Kober, Fast image restoration algorithm based on camera microscanning, *Proc. SPIE7443 Applications of Digital Image Processing XXXII*, 2009, 7443, p. 744310.
15. J. L. López-Martínez and V. Kober, Image restoration of nonuniformly illuminated images with camera microscanning, *Proc. SPIE7798 Applications of Digital Image Processing XXXIII*, 2010, 7798, p. 77982D.
16. J. L. López-Martínez and V. Kober, and I. A. Ovseyevich, Image restoration based on camera microscanning, *Pattern Recognition and Image Analysis*, 2010, vol. 20, no. 3, pp. 370–375.
17. J. Shi, S. E. Reichenbach, and J. D. Howe, Small-kernel superresolution methods for microscanning imaging systems, *Applied Optics*, 2006, vol. 45, pp. 1203–1214.
18. G. Golub and C. Van Loan, *Matrix computations*, The Johns Hopkins University Press, 1996
19. V. Kober, M. Mozero, and J. Alvarez-Borrego, Nonlinear filters with spatially connected neighborhoods, *Optical Engeeniring*, 2001, vol. 40, no. 6, pp. 971–983.
20. B. K. P. Horn and R. W. Sjoberg, Calculating the reflectance map, *Applied Optics*, 1979, vol. 18, no. 11, pp. 1770–1779.
21. V. H. Diaz-Ramirez and V. Kober, Target recognition under nonuniform illumination conditions, *Applied Optics*, 2009, vol. 48, no. 7, pp. 1408–1418.

**Image restoration with a microscanning imaging system****Lopéz-Martínez J.L., Kober V.I., Karnaughov V.N.**

Commonly image restoration methods use a single observed image for processing. In this work, we propose methods for image restoration using several degraded images obtained with a microscanning imaging system. We assume that the observed images contain an original image degraded either by additive or by multiplicative interferences. Additionally, the images are corrupted with additive sensor noise. Using the set of observed images, image restoration is carried out by solving a system of equations that is derived from optimization of an objective function. Since the proposed restoration methods possess a high computational complexity, fast algorithms are proposed. Computer simulation results obtained with the proposed methods are analyzed in terms of restoration accuracy, tolerance to additive input noise, and robustness to sensor's position errors.

**KEYWORDS:** image restoration, image processing, microscanning.