Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт по курсовой работе по дисциплине «Вычислительные комплексы»

Выполнил студент:
Карасев Александр Андреевич
группа: 3630102/70201

Проверил:
к.ф.-м.н.,доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2020г.

Содержание

1 Постановка задачи

Для демонстрации интервальной глобальной минимизации использовать функцию:

$$function[Z; WorkList] = globopt0(X) \tag{1}$$

Она возвращает значение глобального экстремумуа Z и рабочий список WorkList. Работа алгоритма построена на последовательном сужении множества, на котором строится оптимум.

2 Теория

Алгоритм для глобальной минимизации функции GlobOpt оперирует с рабочим списком ζ, в котором будут храниться брусы, получающиеся в результате дробления исходного бруса области определения на более мелкие подбрусы.
Одновременно с самими подбрусами будем хранить в рабочем списке и нижние оценки областей значений целевой функции по этим подбрусам, так что элементам списка ζ будут записи-пары вида:

$$\zeta : (Y, y), \text{ где } Y \subseteq X, \ y = f(Y) \tag{2}$$

Далее каждый шаг алгоритма состоит в извлечении из этого списка брус, который обеспечивает рекордную (т.е. наименьшую) на данный момент оценку минимума снизу, его дроблении на более мелкие подбрусы, оценивании на них целевой функции, занесении результатов обратно в рабочий список.

3 Результаты

Были рассмотрены следующие функции:

- Функция Бута

  $$f(x, y) = (x + 2y - 7)^2 + (2x + y - 5)^2$$

  Имеет минимум 0 в $X = (1, 3)$

- Функция CrossInTray

  $$f(x, y) = -0.0001[|sin(x)sin(y)exp(|100 - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\pi}|)| + 1]^{0.1}$$

  Имеет минимум 2.0626 в $X = (\pm 1.3494, \pm 1.3494)$

- Функция Химмельблау

  $$f(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$

  Имеет минимум 0 в $X = (3, 2)$

- Функция Хёльдера

  $$f(x, y) = -1 \cdot |sin(x)cos(y)exp(|1 - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\pi}|)|$$

  Имеет минимум -19.2085 в $X = (\pm 8.05502, \pm 9.66459)$

- Функция Растригина

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - cos(18x) - cos(18y)$$

Имеет минимум -2 в $X = (0, 0)$

- Функция Розенброка

$$f(x, y) = 100(x^2 - y)^2 - (x - 1)^2$$

Имеет минимум 0 в $X = (1, 1)$

- Параболоид

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

Имеет минимум 0 в $X = (0, 0)$

Следуя описанному алгоритму были получены следующие результаты.

Рассмотрим положения брусов из рабочего списка алгоритма и положения их центров для различных входных функций.

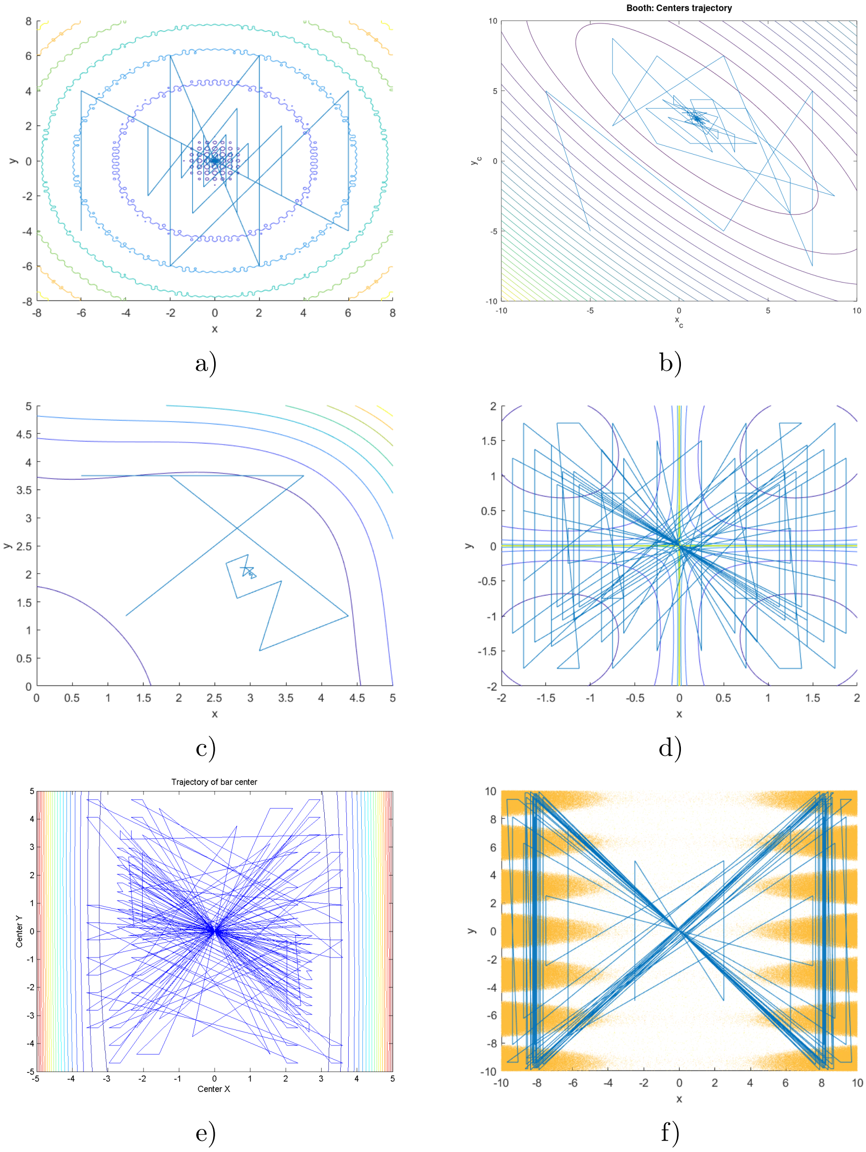
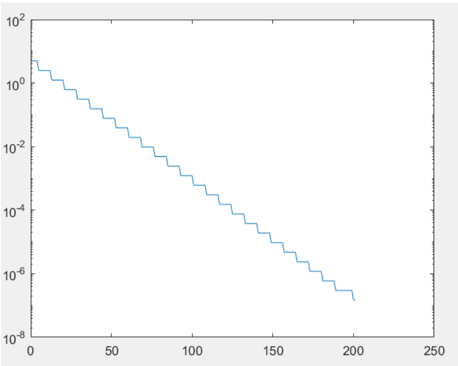
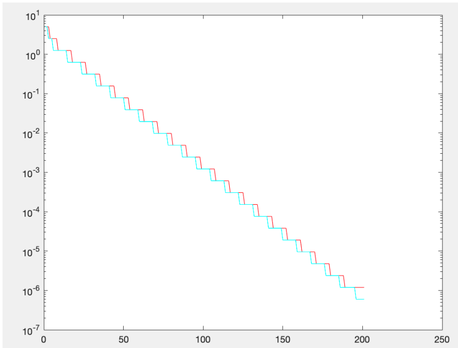


Рис. 1: Положения центров брусов в процессе алгоритма: а) функция Растригина, b)функция Бута, c) функция Химмельблау, d) функция 'cross in tray' , e) функция 'three hump camel' , f) функция Хёльдера.

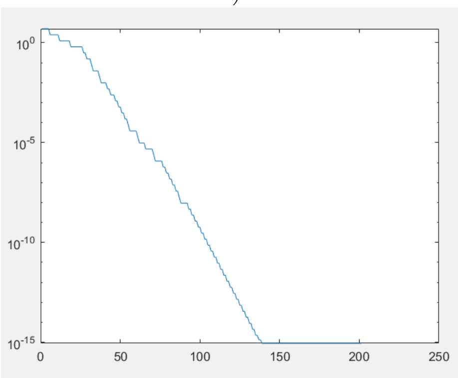
А теперь рассмотрим графики радиусов рабочих брусов в логарифмическом масштабе.



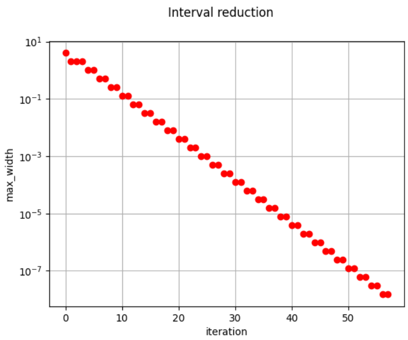
a)



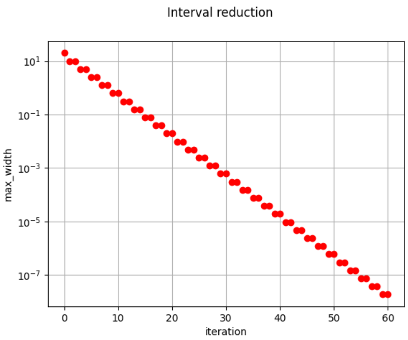
b)



c)



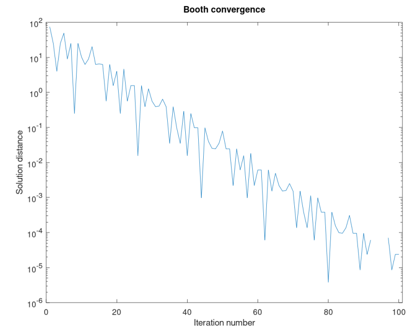
d)



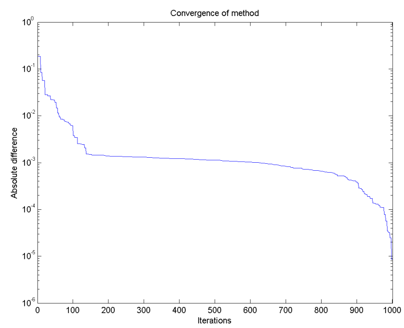
e)

Рис. 2: Радиусы рабочих брусов в логарифмическом масштабе для: а) функции Растригина, b) функции Бута, c) функции Химмельблау, d) функции Розенброка , e) функции параболоида.

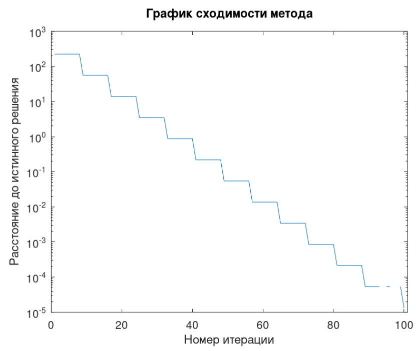
Также рассмотрим сходимость алгоритма для разных функций (измерения расстояния до точки минимума в логарифмических координатах):



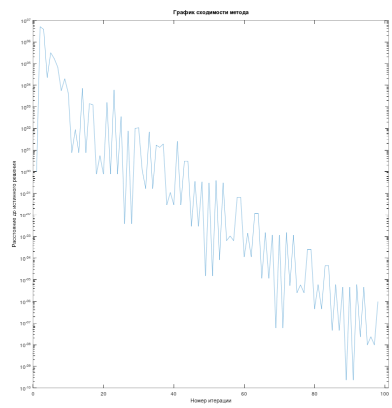
a)



b)



c)



d)

Рис. 3: Расстояние от центра бруса до точки минимума в логарифмическом масштабе: a) функция Бута, b) функция 'cross in tray' , c) функция параболоида, d) функция Розенброка.

4 Вывод

По полученным выводам можно сделать вывод:
Радиусы брусов для заданного алгоритма globopt0 уменьшаются линейно в логарифмическом масштабе для всех рассмотренных функций, следовательно логарифмически в линейном масштабе. Это и не удивительно - алгоритм на каждой итерации делит максимальную составляющую пополам. Однако про скорость сходимости данного алгоритму к глобального минимума ничего сказать нельзя - для разных функций он показывал разный результат. Преобладающим результатом является логарифмическая, что является неплохим результатом для такого очевидного и простого в реализации алгоритма.

5 Ссылка на github

Ссылка на гитхаб с документом и входящим в него рисунками:
https://github.com/MethaHardworker/Calculation_Complex/tree/main/course