# 4 Introducció a la regressió

Mètodes empírics 2

29/04/2024

# Avui

- Aprofitant distribucions (R)
- Intuïcions
- Línies
- Regressió lineal

# Aprofitant distribucions (R)

**Anomena una de les tres distribucions que vam veure la setmana passada. Quants/Quins paràmetres la defineixen? I què controlen aquests paràmetres?**

# Intuïcions

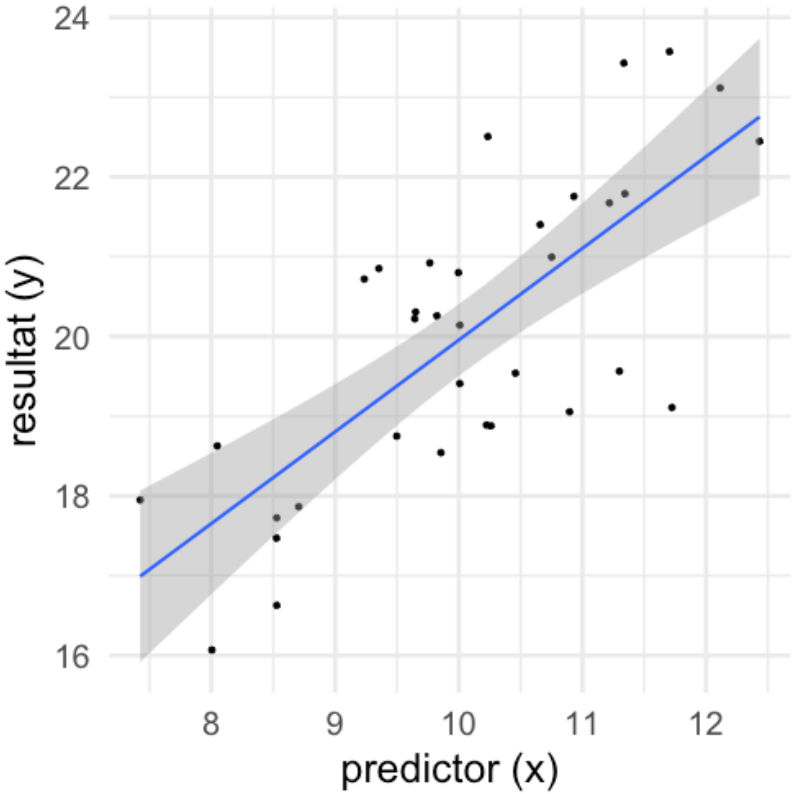
# Regressió

Tècnica fonamental per predir un **resultat** a base d'un o més **predictors**

- Predicció
- Exploració d'associacions
- Extrapolació
- Inferència causal

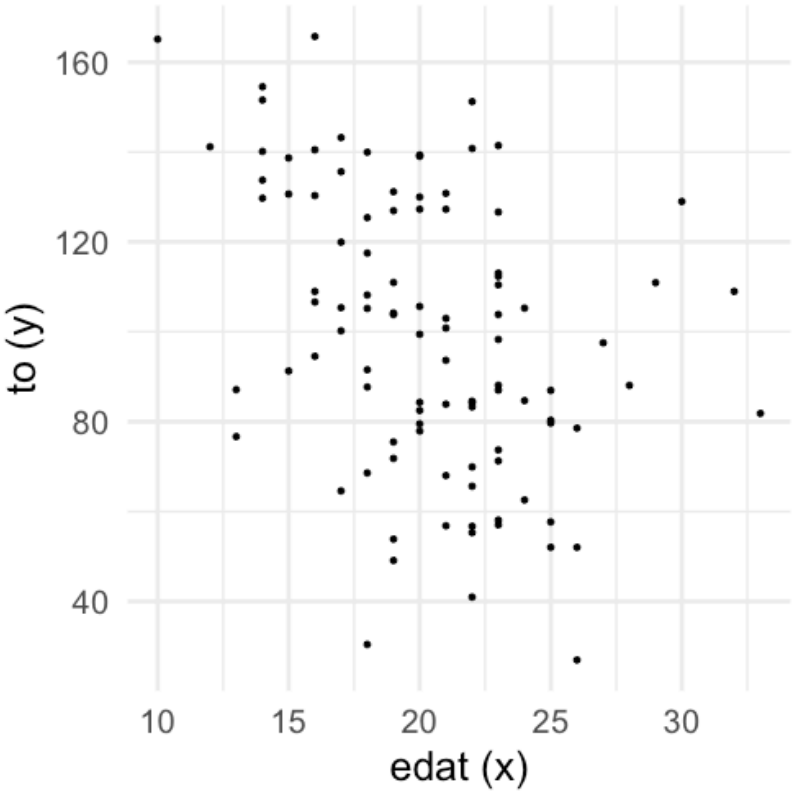
# Regressió lineal

Estimació de relació **lineal** entre resultat ( $y$ ) i un o més predictors ( $x$ ). Una altra formulació: Estimació de predicció de $y$ a base de $x$.



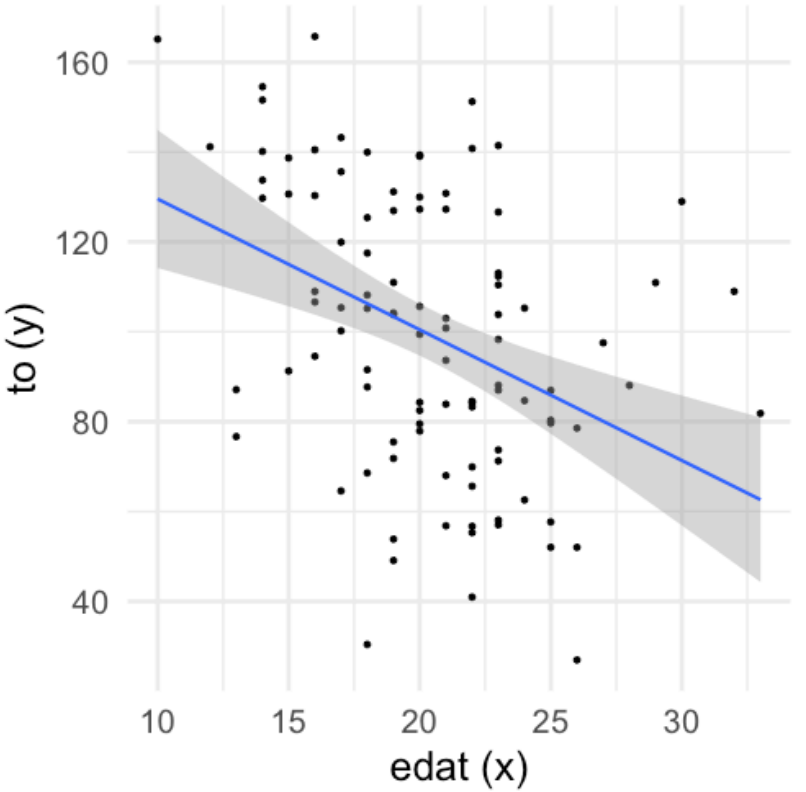
# Regressió lineal (exemple)

Estimació de relació **lineal** entre resultat ( *to* ) i un o més predictors ( *sexe*; *context*; *edat* ). Una altra formulació: Estimació de predicció de *to* a base de *sexe* i/o *context* i/o *edat*.



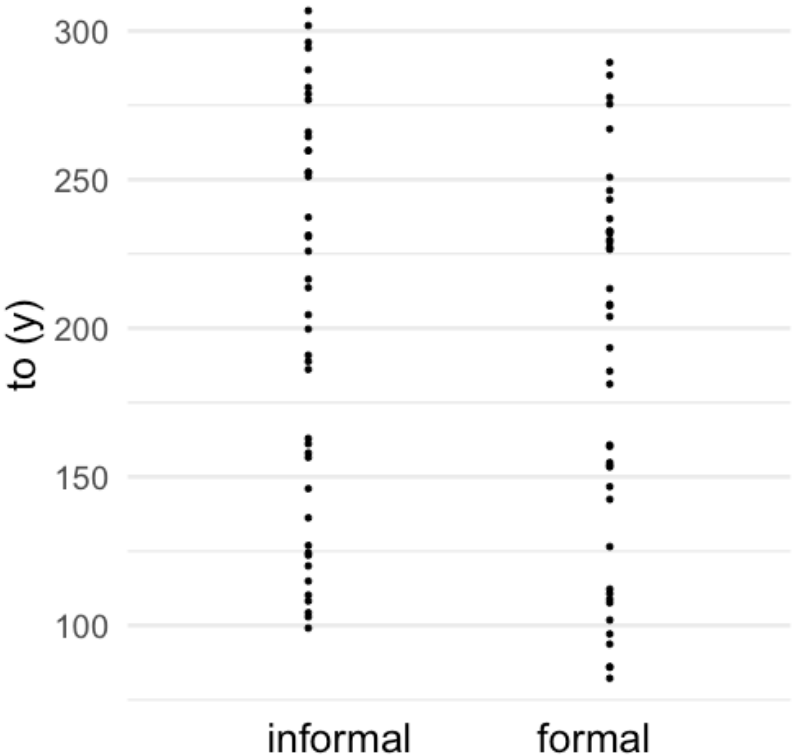
# Regressió lineal (exemple)

Estimació de relació **lineal** entre resultat ( *to* ) i un o més predictors ( *sexe*; *context*; *edat* ). Una altra formulació: Estimació de predicció de *to* a base de *sexe* i/o *context* i/o *edat*.



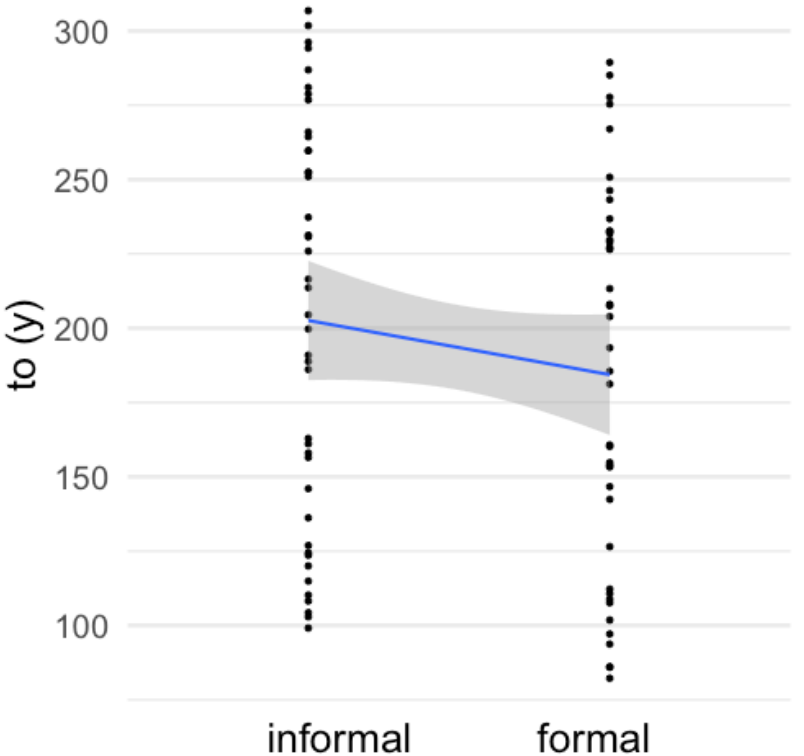
# Regressió lineal (exemple)

Estimació de relació **lineal** entre resultat ( *to* ) i un o més predictors ( *sexe*; *context*; *edat* ). Una altra formulació: Estimació de predicció de *to* a base de *sexe* i/o *context* i/o *edat*.

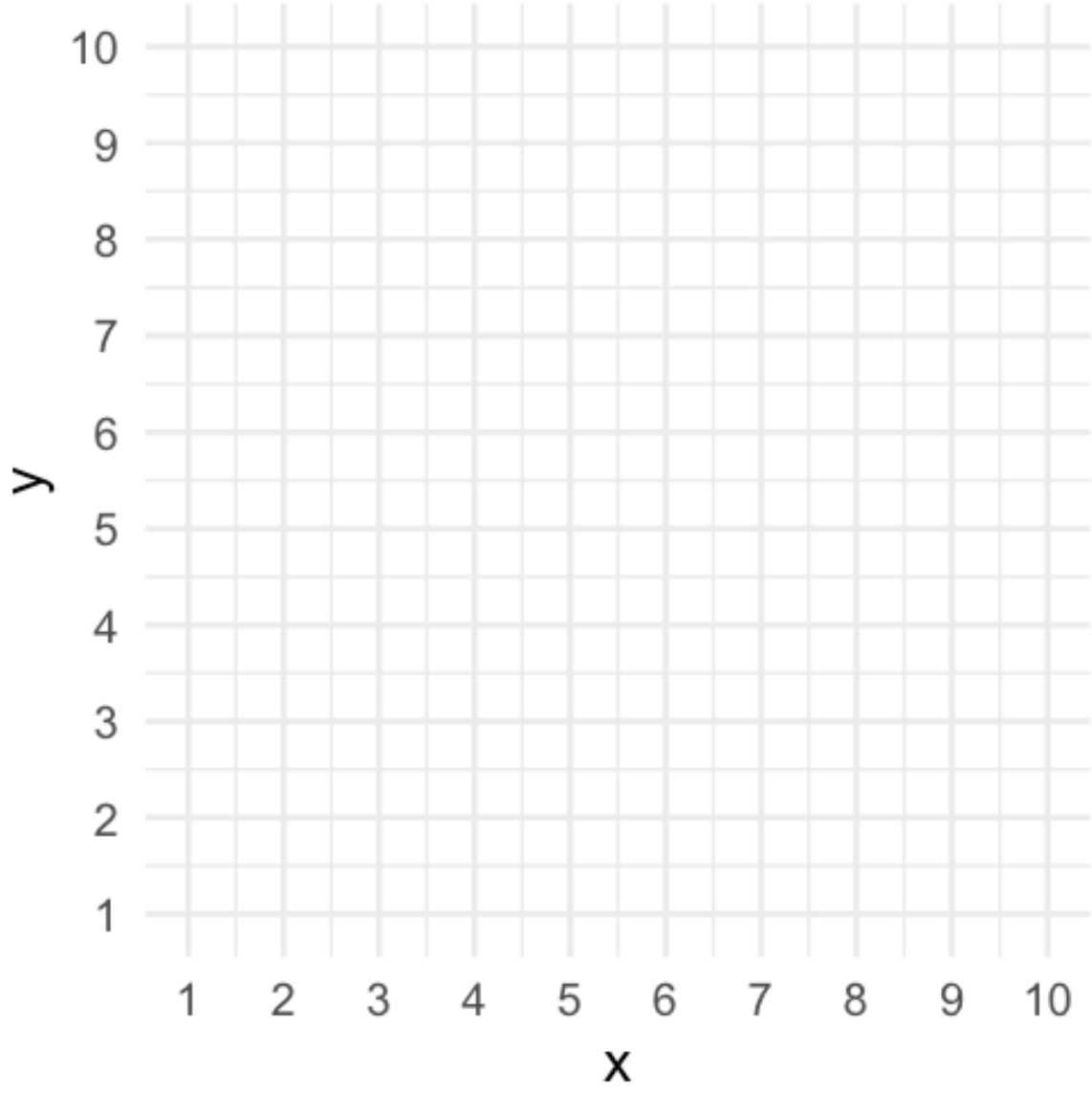


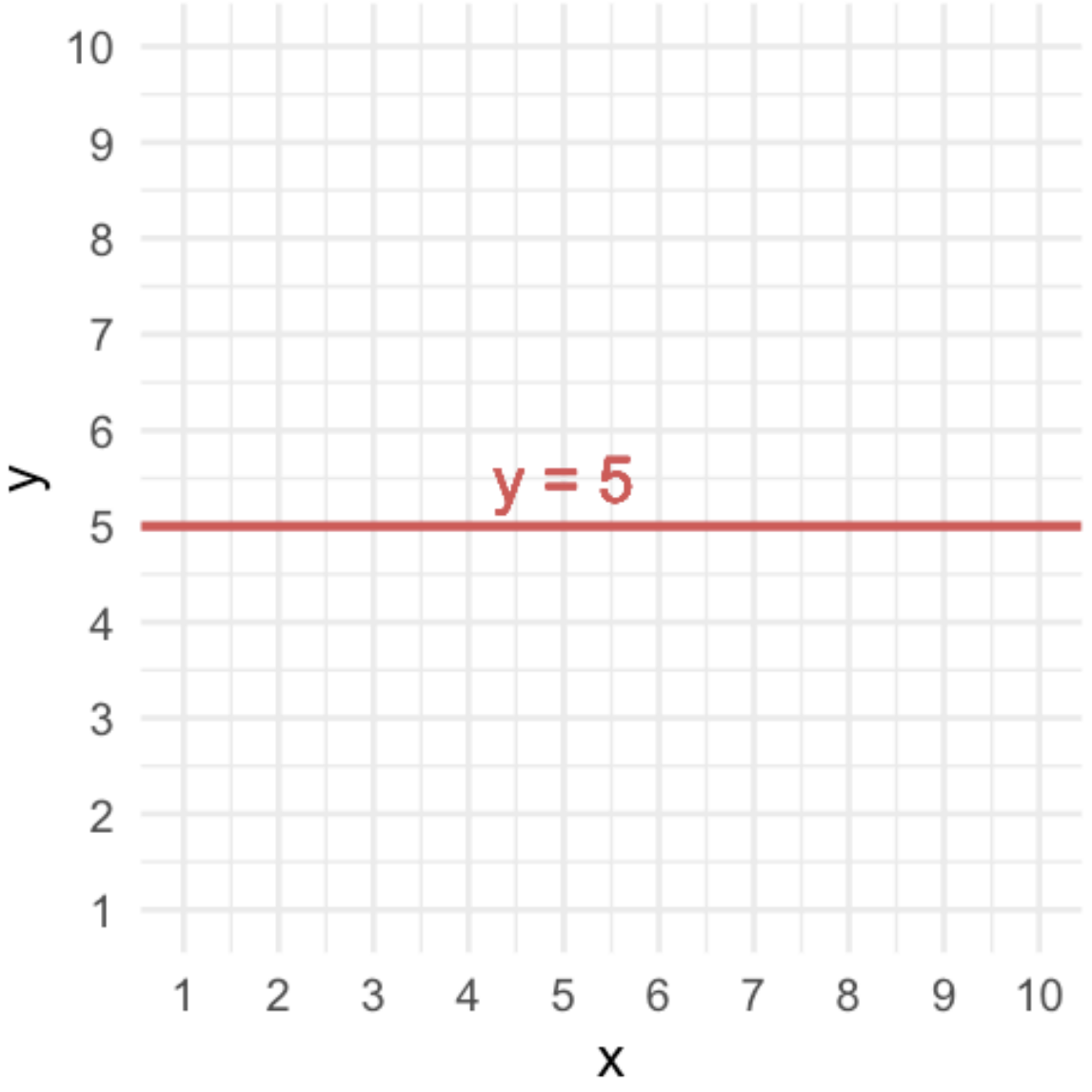
# Regressió lineal (exemple)

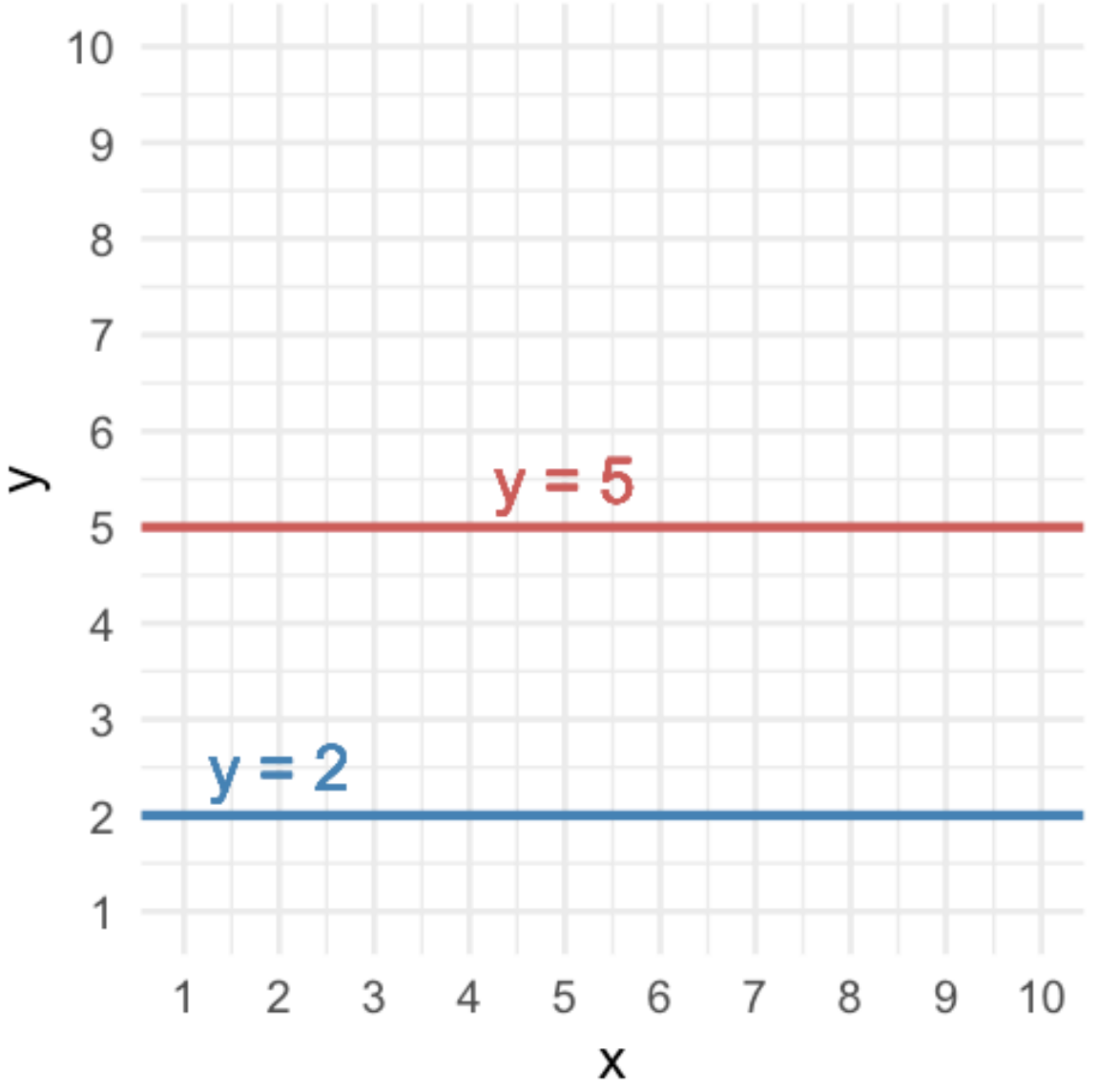
Estimació de relació **lineal** entre resultat ( *to* ) i un o més predictors ( *sexe*; *context*; *edat* ). Una altra formulació: Estimació de predicció de *to* a base de *sexe* i/o *context* i/o *edat*.

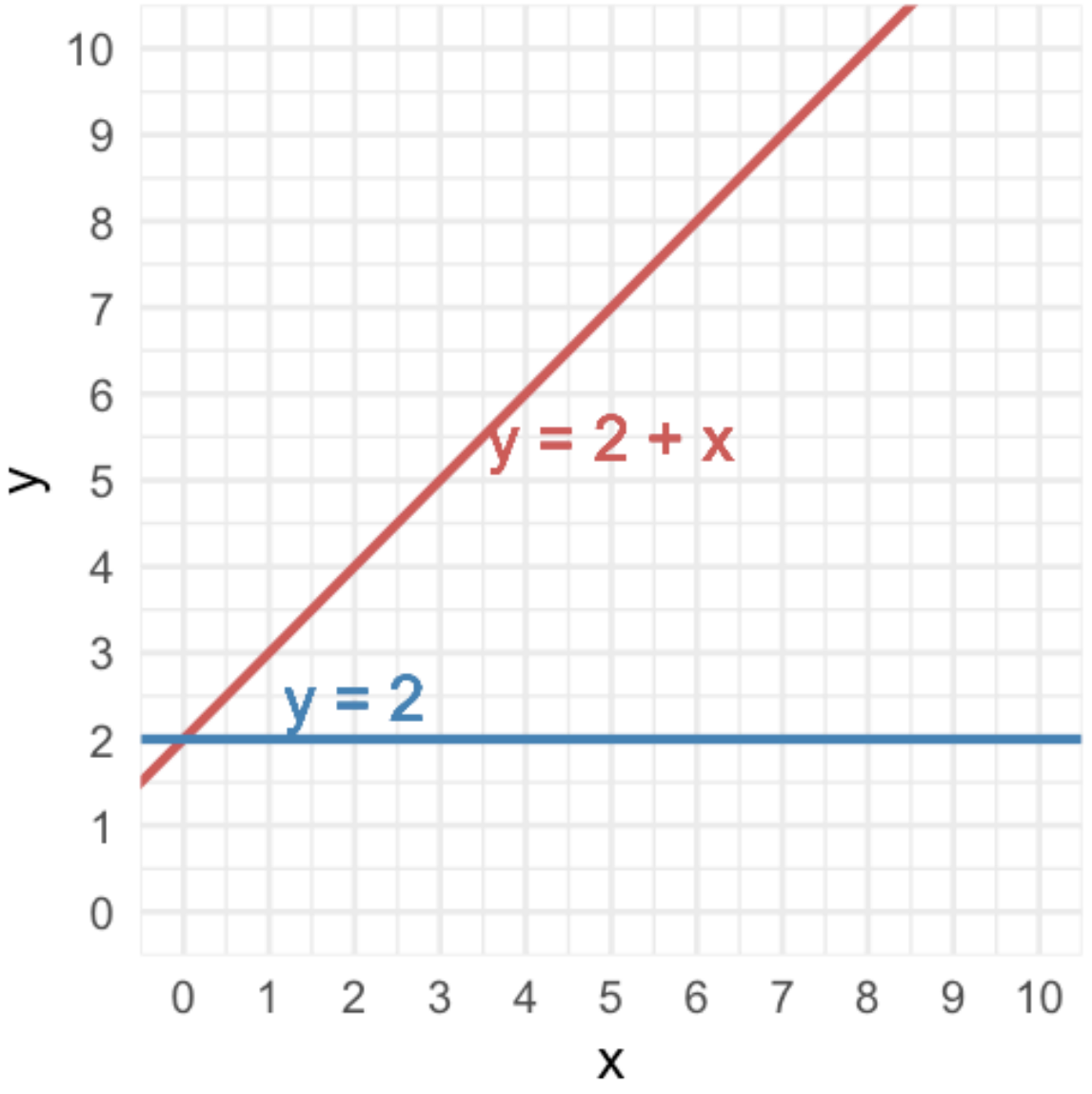


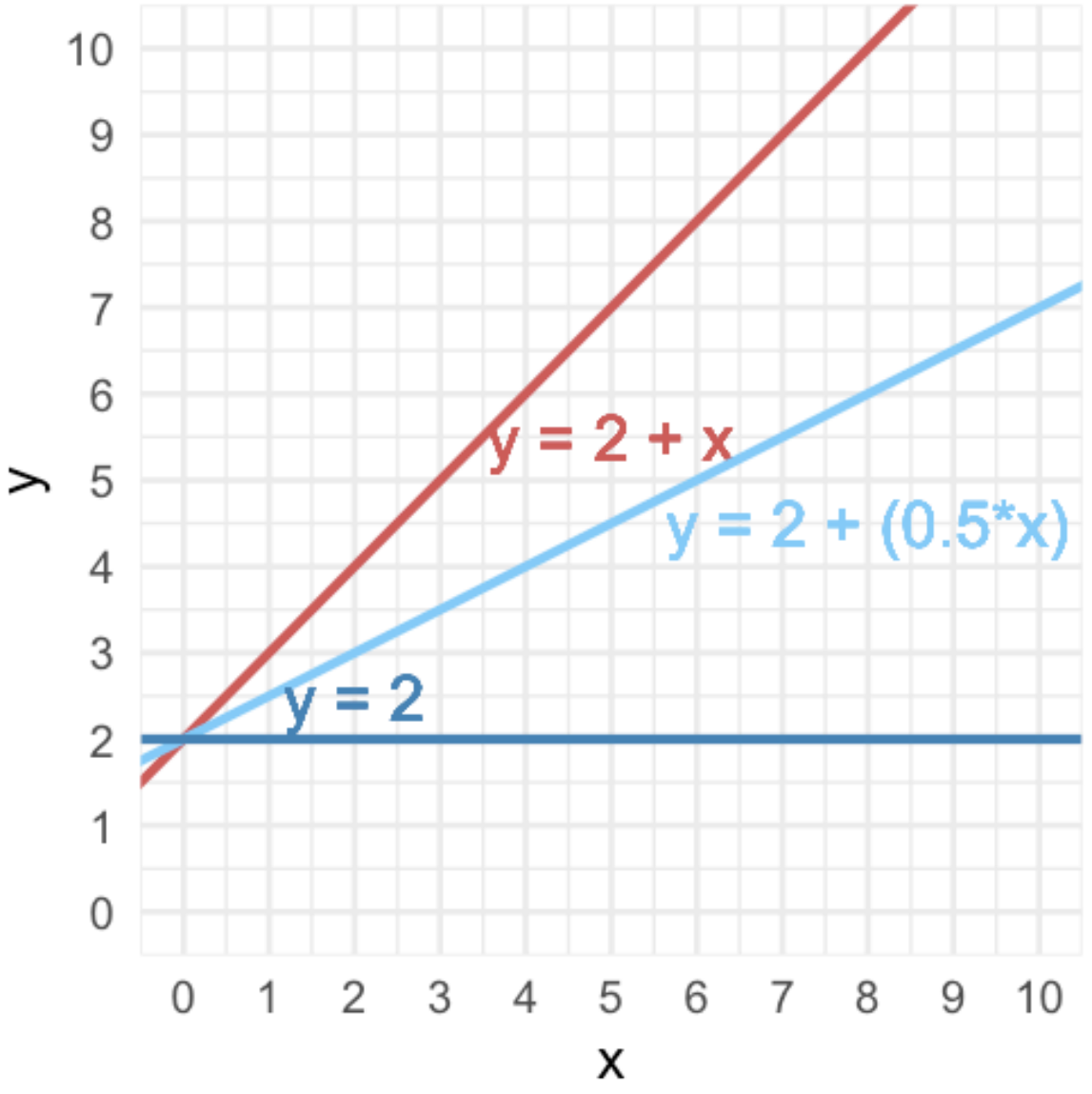
# Repassant línies


10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
y
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
x

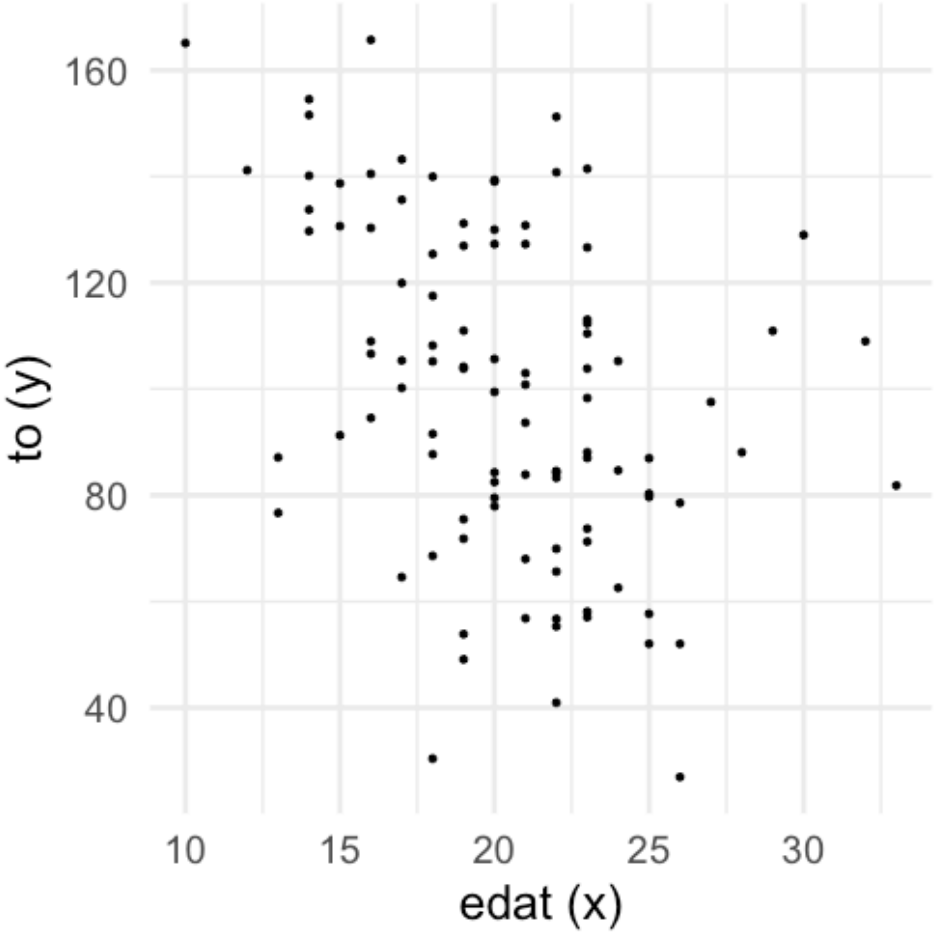

y = 5
y
x
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


10
9
8
7
6
y
y = 5
5
4
3
y = 2
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
x

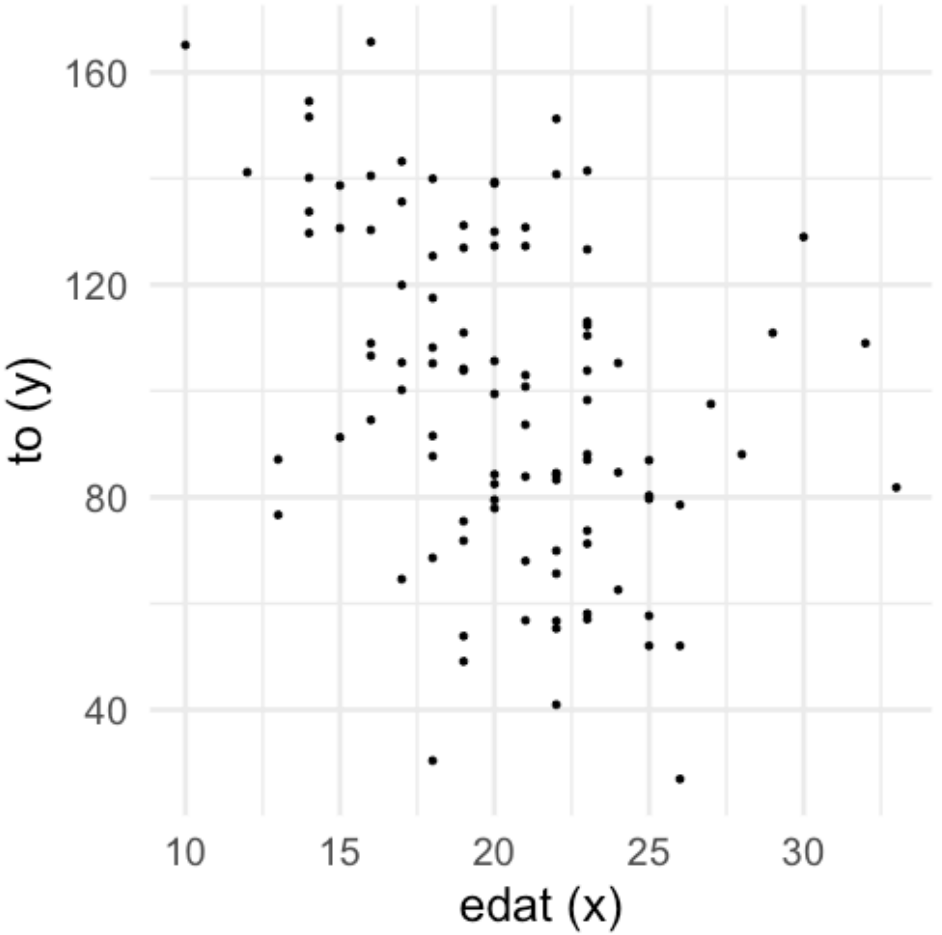

y = 2 + x
y = 2
y
x
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


y = 2 + x
y = 2 + (0.5*x)
y = 2
y
x
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

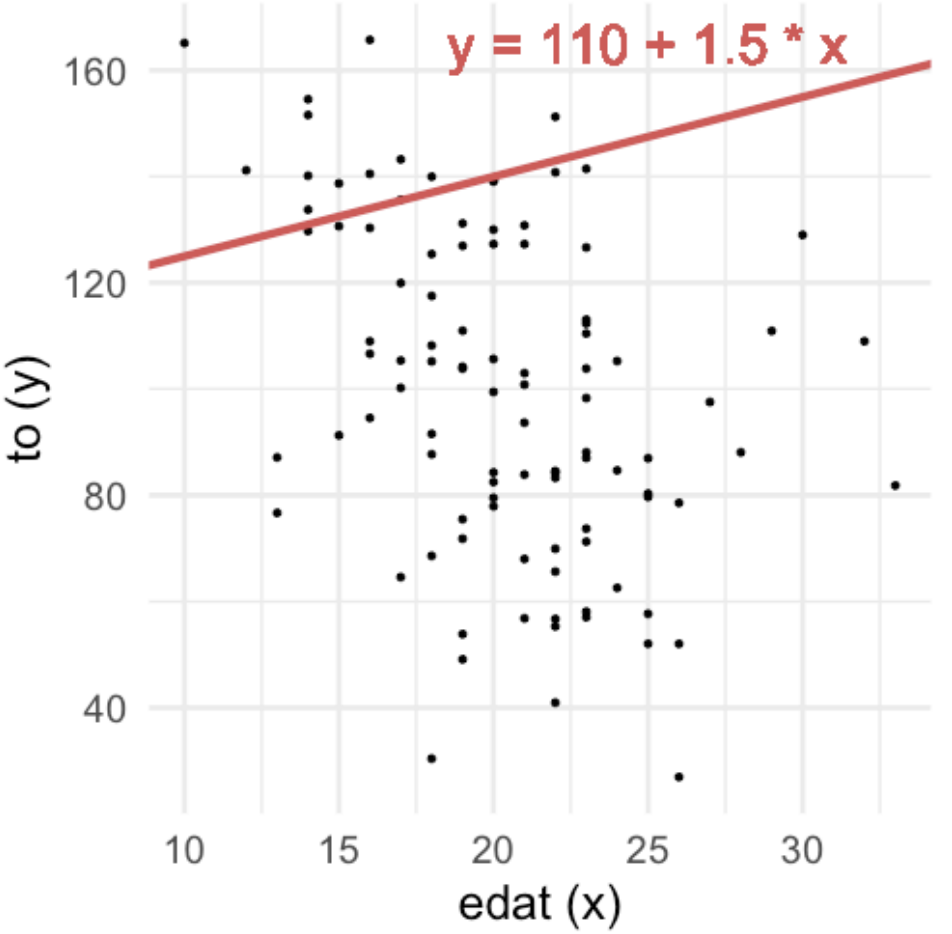
# to en funció a edat



$$\text{to} = \beta_0 + (\beta_1 \times \text{edat})$$



# $to = 110 + (1.5 \times edat)$ ?

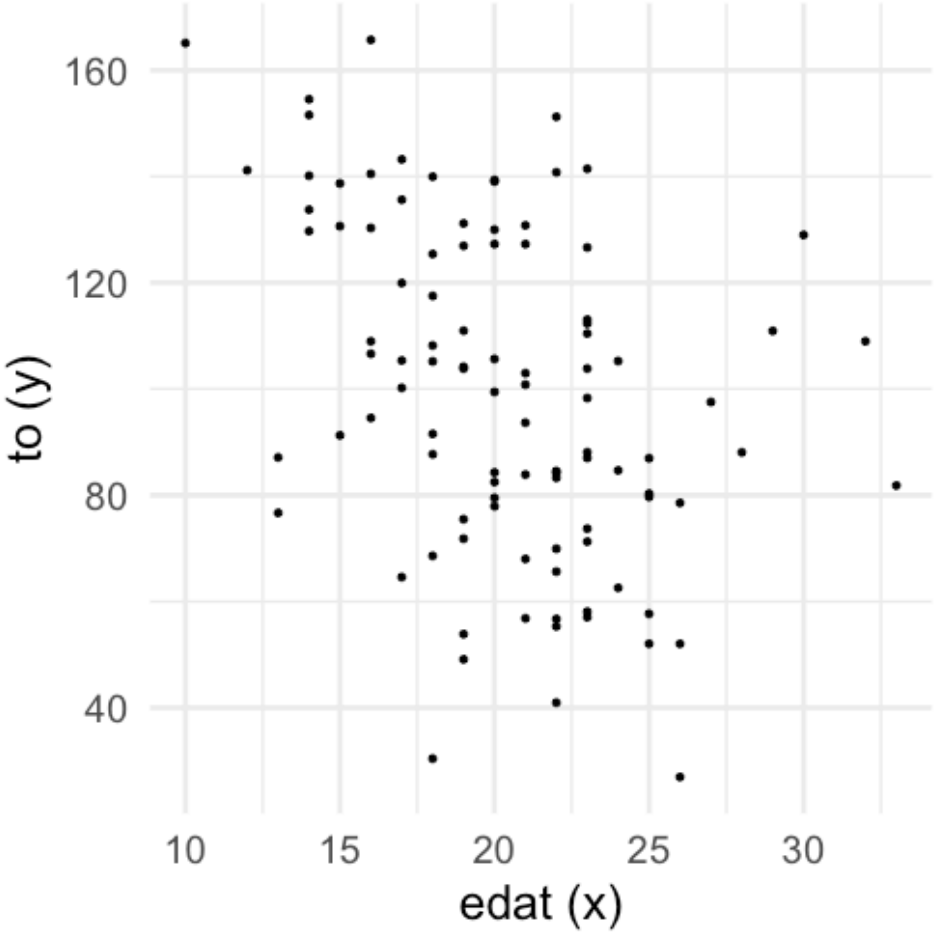


# Intuïció de l'algorisme de regressió

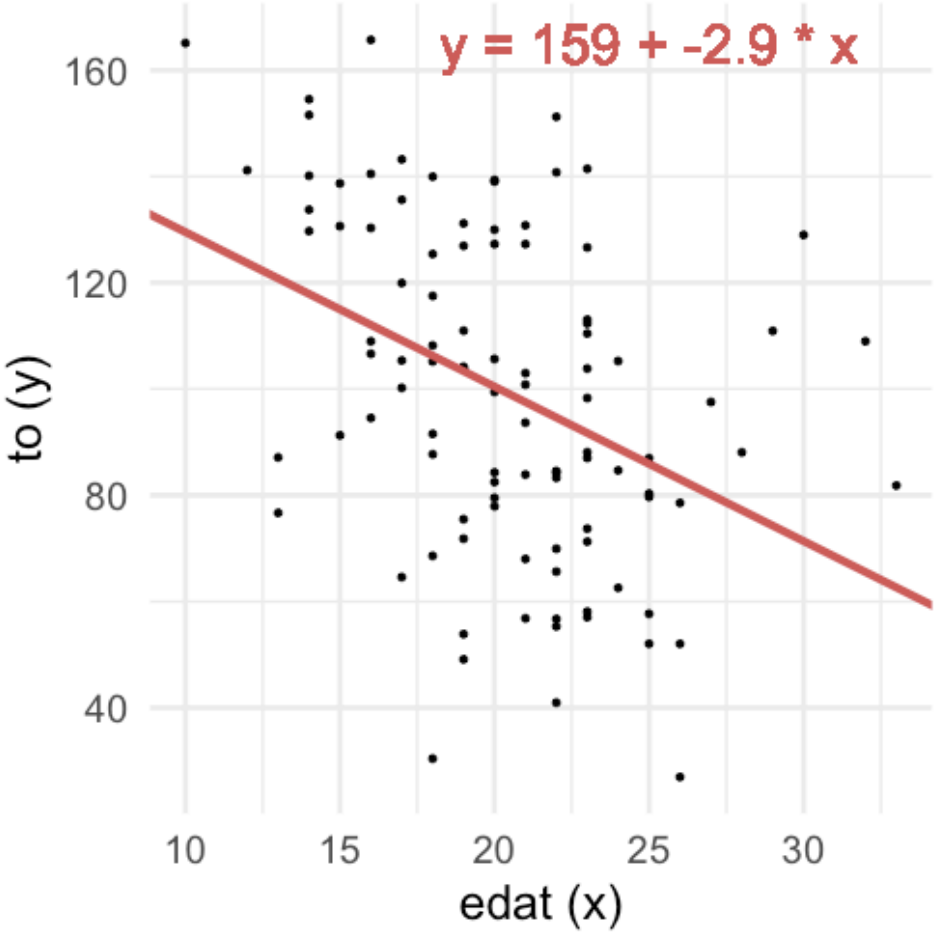
Cerca la línia que minimitza l'error (quadrat)

En altres paraules: Cerca la línia que és més a prop dels punts (i.e., de les dades)

# On posaríeu la línia?



$$to = 159 + (-2.9 \times edat)$$



# Regressió lineal

# Regressió lineal

Estimat de relació **lineal** entre resultat ( $y$ ) i un o més predictors.

Amb un sol predictor $x$:

$$y_i \sim \text{Normal}(\mu_i, \sigma),$$
$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

# Regressió lineal

Estimat de relació **lineal** entre *to* ( $y$ ) i un o més predictors.

Amb un sol predictor *edat*:

$$y_i \sim \text{Normal}(\mu_i, \sigma),$$
$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 \text{edat}_i$$

# Regresió lineal (R)

```
head(df)
```

```
##   ages     pitch
## 1   18 139.99208
## 2   20  77.92071
## 3   20  82.48851
## 4   19 126.96205
## 5   16 108.97956
## 6   23  98.30374
```

```
nrow(df)
```

```
## [1] 100
```

# Regresió lineal (R)

```
pitch_model <- lm(formula = pitch ~ 1 + ages,
                  data    = df)
pitch_model
```

```
##
## Call:
## lm(formula = pitch ~ 1 + ages, data = df)
##
## Coefficients:
## (Intercept)         ages
##     158.682       -2.911
```

---

$$to_i = 159 + (-2.9 \times \text{edat}_i)$$

Quina és la predicció del to esperat d'una persona de 12 anys? I d'una de 25?

# Més enllà de prediccions

```
summary(pitch_model)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = pitch ~ 1 + ages, data = df)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -75.888 -21.364  -0.273  21.562  57.647
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 158.6819    14.3871  11.029  < 2e-16 ***
## ages         -2.9107     0.6925  -4.203 5.81e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 28.99 on 98 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1527,    Adjusted R-squared:  0.1441
## F-statistic: 17.67 on 1 and 98 DF,  p-value: 5.814e-05
```

# Residuals

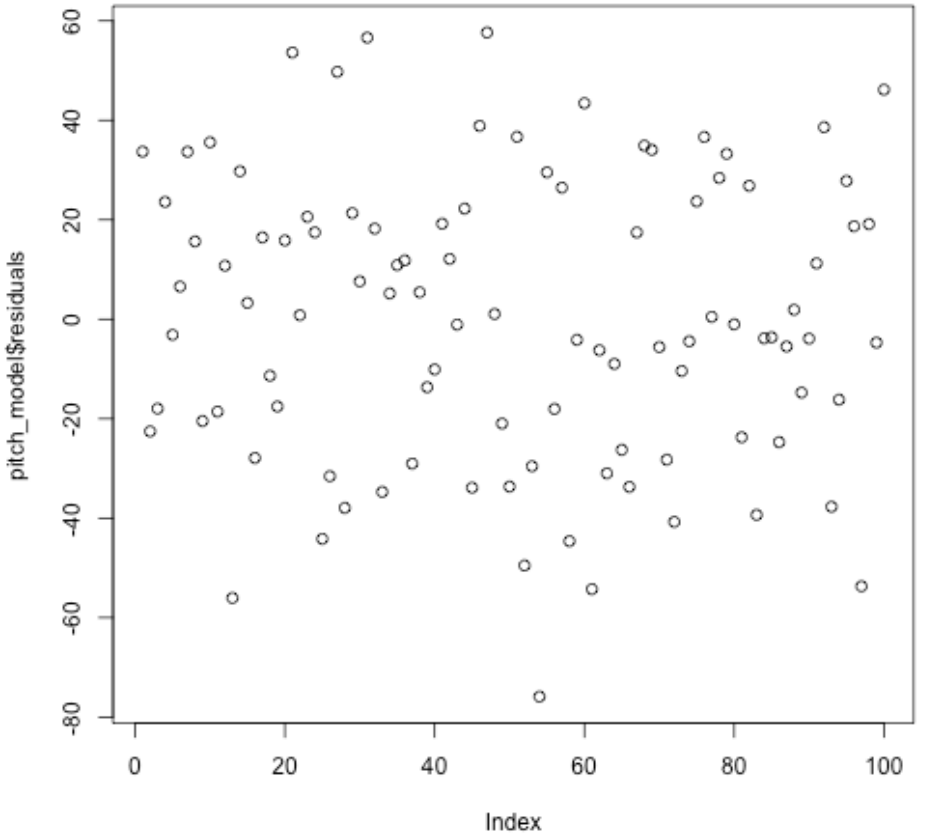
Differència entre predicció i resultat real.

```
summary <- summary(pitch_model)
summary$residuals[1:5]
```

```
##          1          2          3          4          5
##  33.702507 -22.547484 -17.979687  23.583169  -3.131381
```

# Residuals

```
plot(pitch_model$residuals)
```



# Més enllà de prediccions

```
summary(pitch_model)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = pitch ~ 1 + ages, data = df)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -75.888 -21.364  -0.273  21.562  57.647
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 158.6819    14.3871  11.029  < 2e-16 ***
## ages         -2.9107     0.6925  -4.203 5.81e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 28.99 on 98 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1527,    Adjusted R-squared:  0.1441
## F-statistic: 17.67 on 1 and 98 DF,  p-value: 5.814e-05
```

# Error estàndard (standard error)

Incertesa del model respecte d'un paràmetre (en funció de les dades)

```
summary$coefficients
```

```
##                Estimate Std. Error   t value     Pr(>|t|)
## (Intercept) 158.681938 14.3871099 11.029452 7.169041e-19
## ages         -2.910687  0.6924807 -4.203275 5.814231e-05
```

# Més enllà de prediccions

```
summary
```

```
##
## Call:
## lm(formula = pitch ~ 1 + ages, data = df)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -75.888 -21.364  -0.273  21.562  57.647
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 158.6819    14.3871  11.029  < 2e-16 ***
## ages         -2.9107     0.6925  -4.203 5.81e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 28.99 on 98 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1527,    Adjusted R-squared:  0.1441
## F-statistic: 17.67 on 1 and 98 DF,  p-value: 5.814e-05
```

# Residual estàndard error

El valor (estimat) de l'error del model. Correspon a $\sigma$

$$y \sim \text{Normal}(\mu, \sigma)$$

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots \beta_n x_n$$

# Goodness of fit

$R^2$ és la proporció de la variància del resultat que expliquen els predictors.

```
summary$r.squared
```

```
## [1] 0.152744
```

# Més enllà de prediccions

```
summary
```

```
##
## Call:
## lm(formula = pitch ~ 1 + ages, data = df)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -75.888 -21.364  -0.273  21.562  57.647
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 158.6819    14.3871  11.029  < 2e-16 ***
## ages         -2.9107     0.6925  -4.203 5.81e-05 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 28.99 on 98 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.1527,    Adjusted R-squared:  0.1441
## F-statistic: 17.67 on 1 and 98 DF,  p-value: 5.814e-05
```

# Propera sessió

- Lliurament de "Assignment 3" (08:00 AM 06/05)
- Lliurament de part I de "Revisió per parells" (08:00 AM 06/05)

---

- **Regressió amb més d'un predictor**

# Transformacions: Centrar

Centrar dades implica restar una constant a tots els valors d'una variable

```
mean(df$ages)                                  #promedio de edades
```

```
## [1] 20.35
```

```
df$ages.cent <- df$ages - mean(df$ages) #var. centrado
lm(df$pitch ~ df$ages.cent)             #coefficiente centrado
```

```
##
## Call:
## lm(formula = df$pitch ~ df$ages.cent)
##
## Coefficients:
##  (Intercept)  df$ages.cent
##       99.449        -2.911
```