## Axiomas de Kolmogorov.

Dado un conjunto de sucesos elementales, $\Omega$ y una función $P$

Axioma 1)

La probabilidad de un evento S no puede ser negativa

$$P(S) \geq 0$$

Axioma 2)

La probabilidad del evento seguro, $\Omega$, es igual a 1, denotado simbólicamente como:

$$P(\Omega) = 1$$

Axioma 3)

Si $E_1, E_2, \ldots$ son eventos mutuamente excluyentes, $E_j \cap E_i = \emptyset$

Entonces

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \ldots) = \sum P(E_i)$$

a) 1) Por el axioma 3.

$$P(S \cup \emptyset) = P(S) + P(\emptyset)$$

Tal que S y $\emptyset$ son conjuntos disjuntos, $S \cap \emptyset = \emptyset$ y al mismo tiempo $S \cup \emptyset = S$

$$P(S \cup \emptyset) = P(S) + P(\emptyset) = P(S) = 1$$

Por lo tanto $P(\emptyset) = 0$

b) $P(A^c) = 1 - P(A)$

Si

$$A \cup A^c = S \text{ y } A \cap A^c = \emptyset$$

De nuevo por medio del Axioma 3. ya que $A^c$ y A son conjuntos disjuntos

$$P(A \cup A^c) = P(S)$$

$$P(A \cup A^c) = 1 = P(A) + P(A^c)$$

$$P(A) + P(A^c) = 1 \rightarrow P(A)^c = 1 - P(A)$$

f)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\rightarrow A \cup (B \cup A^c) = A \cup B = (A \cup B) \cap (A \cup A^c)$$

Donde $(A \cup A^c) = S$

$$(B \cup A^c) = (B) - (A \cap B)$$

$(A \cup B)$ Puede expresarse como la union de dos conjuntos disjuntos

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B \cap A^c)$$

$$B = B \cap (A \cup A^c) = (B \cap A) \cup (B \cap A^c)$$

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c)$$

$$\Rightarrow P(B \cap A^c) = P(B) - P(B \cap A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{4} + \frac{P_2}{4} - \frac{P_1 P_2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{P_1 + P_2}{4} - \frac{P_1 P_2}{2}$$

# Probabilidad de las monedas Truncadas

moneda 1 → $0{,}1 < p_1 < 0{,}9$ → "C" = $p_1$ , "S" = $1 - p_1$

moneda 2 → $0{,}1 < p_2 < 0{,}5$ → "C" = $p_2$ , "S" = $1 - p_2$

moneda 3 = 0,5 "C", 0,5 "S"

moneda 4 = 0,5 "C", 0,5 "S"

donde $P = P(1) * P(2) * P(3) * P(4)$

Existen 4 formas en las cuales se puede obtener el ~~se~~ resultado esperado de dos caras y dos sellos Tal que:

| M1 | M2 | M3 | M4 |
|---|---|---|---|
| C | C | S | S |
| $(P_1)$ | $(P_2)$ | $P_3$ | $P_4$ |
| C | S | C | S |
| $(P_1)$ | $(1-P_2)$ | $P_3$ | $P_4$ |
| S | C | S | C |
| $(1-P_1)$ | $(P_2)$ | $P_3$ | $P_4$ |
| S | S | C | C |
| $(1-P_1)$ | $(1-P_2)$ | $P_3$ | $P_4$ |
| C | S | S | C |
| $(P_1)$ | $(1-P_2)$ | $P_3$ | $P_4$ |
| S | C | C | S |
| $(1-P_1)$ | $(P_2)$ | $P_3$ | $P_4$ |

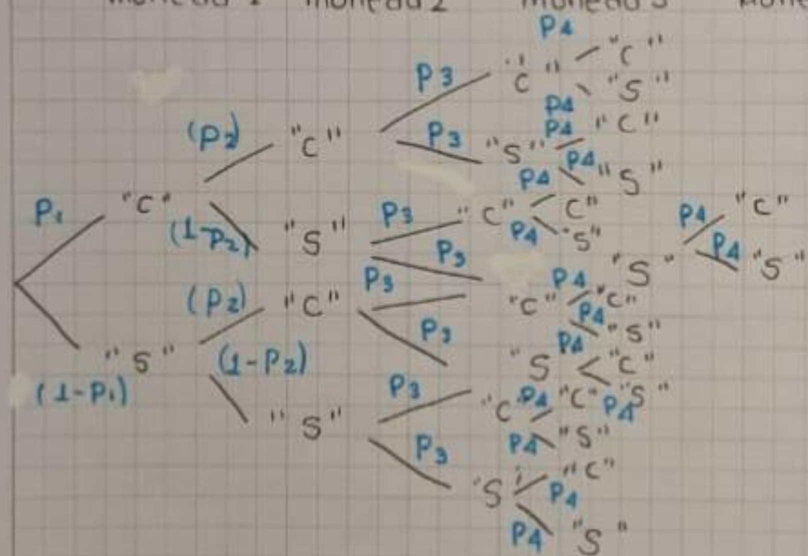
→ Como las monedas 3 y 4 No se encuentran truncadas su probabilidad siempre será la misma

$$P_3 \cdot P_4 = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$P \Rightarrow \frac{1}{4}$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

moneda 1 moneda 2 moneda 3 Moneda 4




Eventos independientes. $P(A \cup B) + P(B)$