

Combinaciones con repetición

Una combinación con repetición de orden r de los n elementos de A corresponde a los elementos que pueden repetirse pertenecientes a una selección no ordenada. Por lo tanto, aquellos elementos de A con repetición son presentados por una solución:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = r$$

Donde x_i corresponde únicamente a las soluciones positivas

A su vez, cada solución x_i corresponde a una cadena de r 's y $n-1$ barras distribuidas de la siguiente forma

$$\overbrace{1 \dots 1}^{x_1} | \overbrace{1 \dots 1}^{x_2} | \dots | \overbrace{1 \dots 1}^{x_n}$$

De tal forma, se busca el número de alternativas de colocar $n-1$ barras en $n+r-1$ posiciones. Obteniendo:

$$\binom{n+r-1}{n-1} = \binom{n+r-1}{r}$$

Siendo así, la combinación se ve representada de la siguiente forma.

$$C_r^n = \frac{\text{permutación } (n+r-1)}{\text{permutación } (r) \cdot \text{permutación } (n-1)} = \frac{(n+r-1)!}{r! (n-1)!}$$

Finalmente, encontramos la expresión para distribuir n elementos en r posiciones, espaciados por $n-1$ barras.