3) $$\int_a^b f(x)\,dx \cong \int_a^b p_2(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(f(a) + 4f(x_m) + f(b)\right)$$

$$x_m = \frac{a+b}{2}$$

$$p_2(x) = \overset{①}{\frac{(x-b)(x-x_m)}{(a-b)(a-x_m)}} f(a) + \overset{②}{\frac{(x-a)(x-b)}{(x_m-a)(x_m-b)}} f(x_m) + \overset{③}{\frac{(x-a)(x-x_m)}{(b-a)(b-x_m)}} f(b)$$

Interpolación de Lagrange

Si se toma $h = \frac{b-a}{2}$ después de realizar la integral de:

① $$\frac{f(a)}{(a-b)(a-x_m)} \int_a^b x^2 - x x_m - xb + x_m b \, dx$$

② $$\frac{f(x_m)}{(x_m-a)(x_m-b)} \int_a^b x^2 - xb - ax + ab \, dx$$

③ $$\frac{f(b)}{(b-a)(b-x_m)} \int_a^b x^2 - x x_m - ax + a x_m \, dx$$

Se realiza la simplificación de los valores de cada integral y se reemplaza los términos en función de h obteniendo

$$\int_a^b p_2(x) = \frac{h}{3}\left(f(a) + 4f(x_m) + f(b)\right)$$