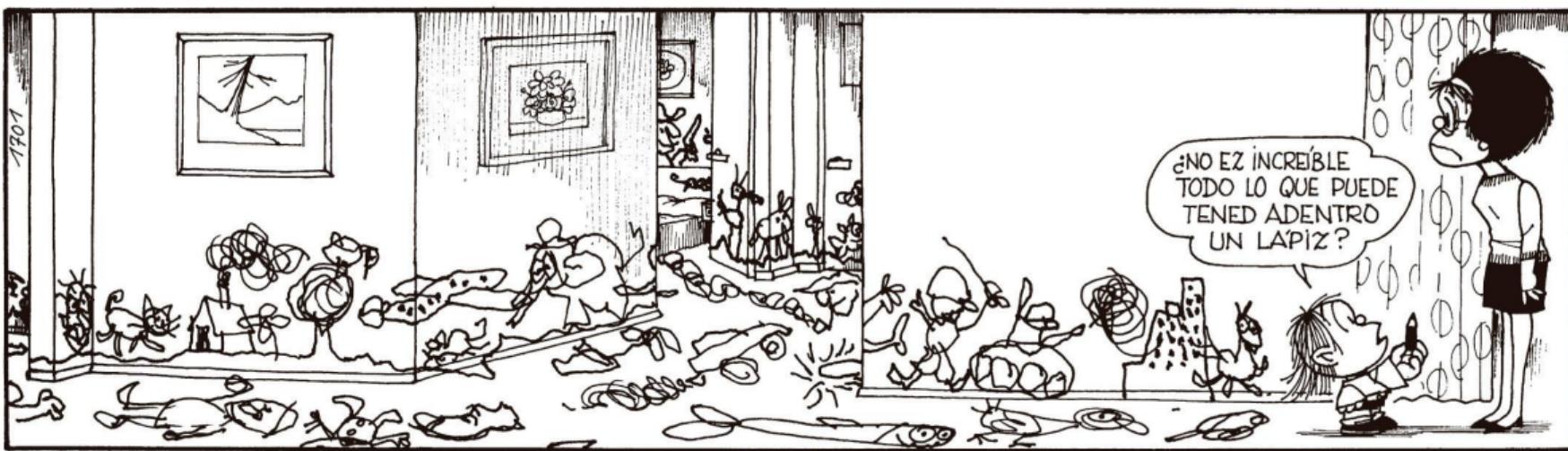


Especificación y evaluación de modelos

Parte 1.

Aprendizaje basado en modelos. Distribuciones de creencias honestas. Las reglas de razonamiento en contextos de incertidumbre. Métodos gráficos de especificación matemática de argumentos causales. Evaluación de modelos causales alternativos.



Verdad

La ciencia tiene pretensión de verdad, de alcanzar
acuerdos intersubjetivos que valgan para todas las personas

Verdad

La ciencia tiene pretensión de verdad, de alcanzar
acuerdos intersubjetivos que valgan para todas las personas

Ciencias formales
Sistemas axiomáticos **cerrados** sin incertidumbre

Verdad

La ciencia tiene pretensión de verdad, de alcanzar
acuerdos intersubjetivos que valgan para todas las personas

Ciencias formales
Sistemas axiomáticos **cerrados** sin incertidumbre

Ciencias con datos
Sistemas naturales **abiertos** con incertidumbre

Verdad

La ciencia tiene pretensión de verdad, de alcanzar
acuerdos intersubjetivos que valgan para todas las personas

Ciencias formales
Sistemas axiomáticos **cerrados** sin incertidumbre

Ciencias con datos
Sistemas naturales **abiertos** con incertidumbre

¿Qué es una verdad en
contextos de incertidumbre?

¿Todo vale lo mismo?

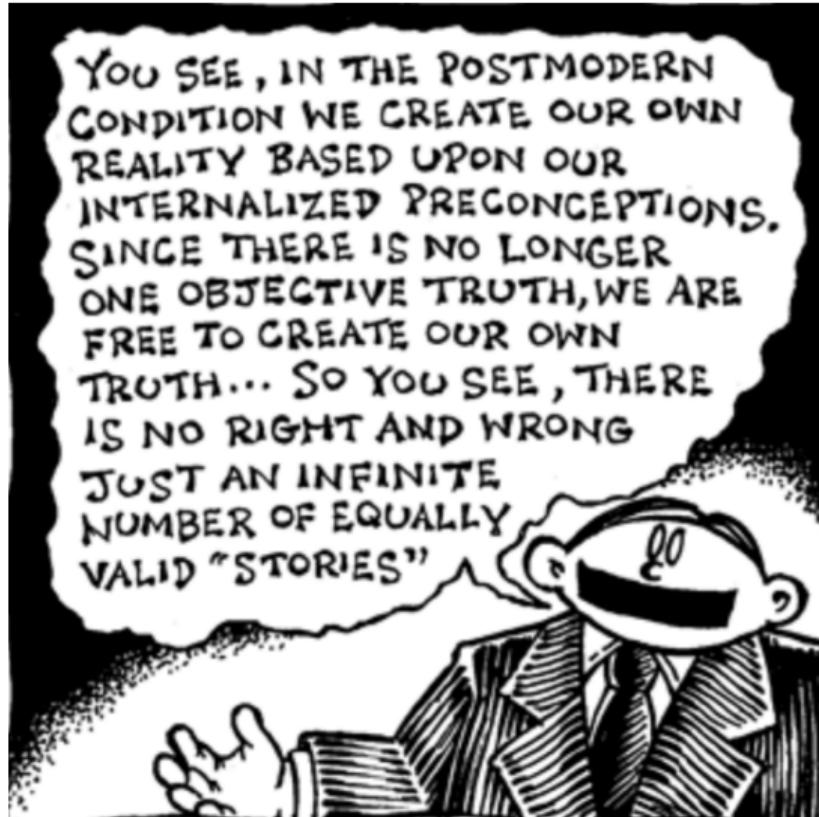
Ouch!.. Me estás pisando el cuello!



Bueno, es un punto de vista. Se podría decir que me querés hacer tropezar.



En la posmodernidad ya no hay objetividad, toda historia es igualmente válida



Pero me sigues pisando el cuello!

Nunca fuiste a la universidad?



¿Puede haber una verdad si justamente
tenemos incertidumbre sobre su valor real?

Al menos sabemos cómo no mentir

Al menos sabemos cómo no mentir

- No afirmar más de lo que se conoce

Al menos sabemos cómo no mentir

- No afirmar más de lo que se conoce
- Sin ocultar aquello que sí se conoce

Al menos sabemos cómo no mentir

- No afirmar más de lo que se conoce
- Sin ocultar aquello que sí se conoce

¿Cómo exactamente?



Detrás de una de estas caja hay un regalo.
¿Dónde está el regalo?

Certeza absoluta

0



1



0



Distribución de creencias

1/10



8/10

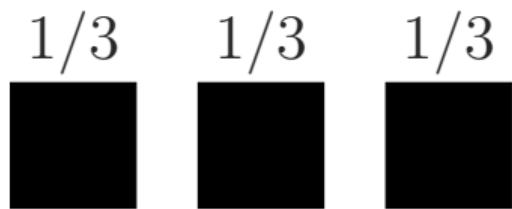


1/10



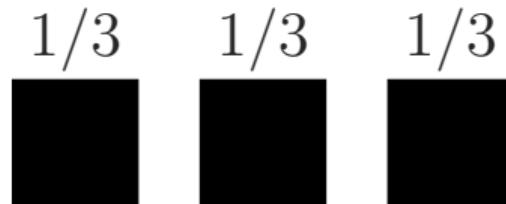
Distribución de creencias

Honesta



Distribución de creencias

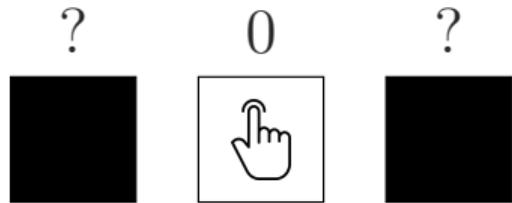
Honesta



Acuerdo intersubjetivo (no mentir)

1. **Maximizar incertidumbre** (dividiendo en partes iguales)
2. **Dada la información disponible** (no asignamos creencia por fuera de las cajas)

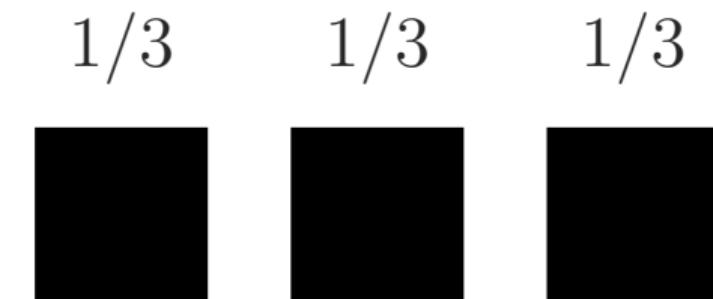
¿Cómo preservamos los acuerdos intersubjetivos?



Modelos causales

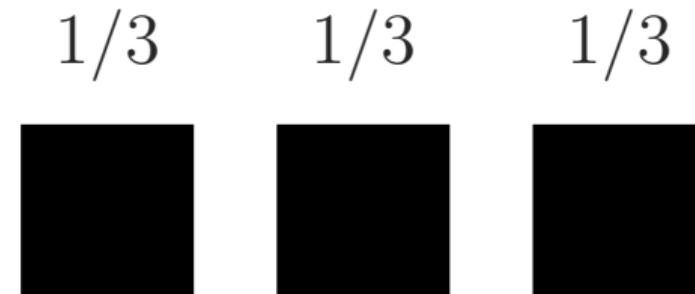
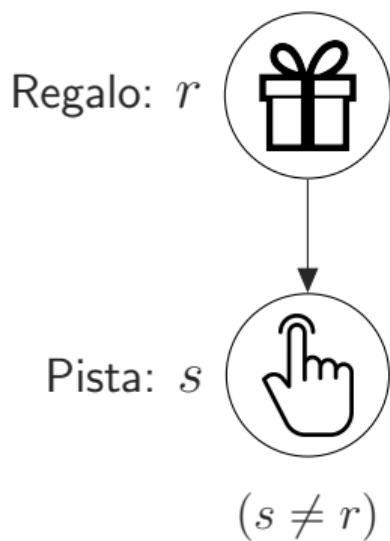
Modelo gráfico

Regalo: r



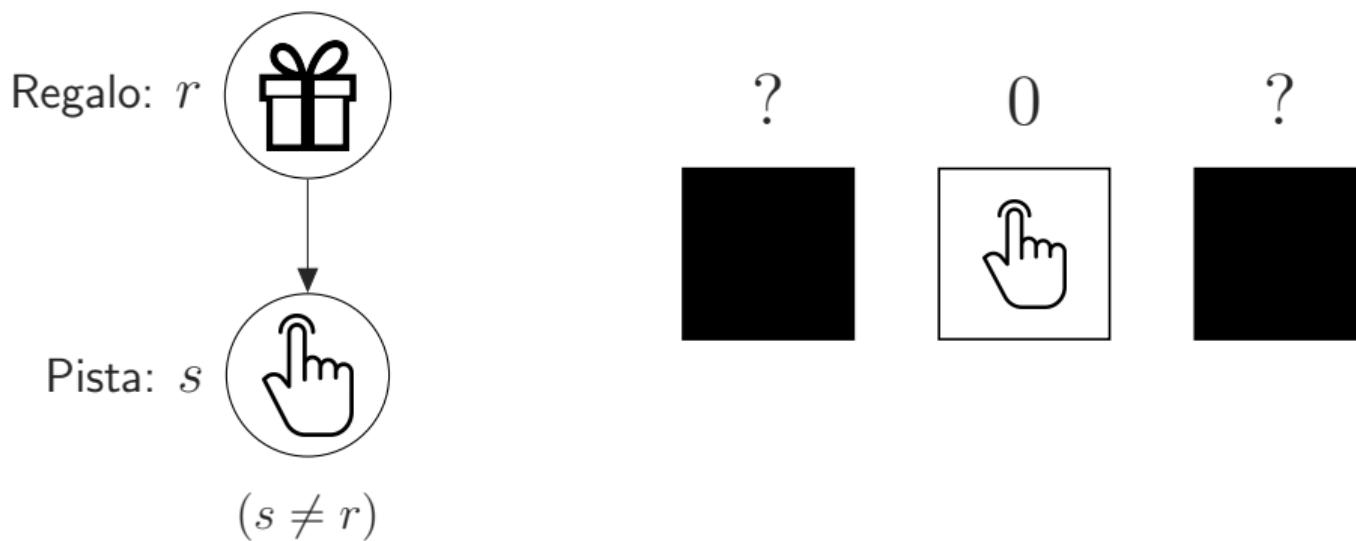
Modelos causales

Modelo gráfico



Modelos causales

Modelo gráfico

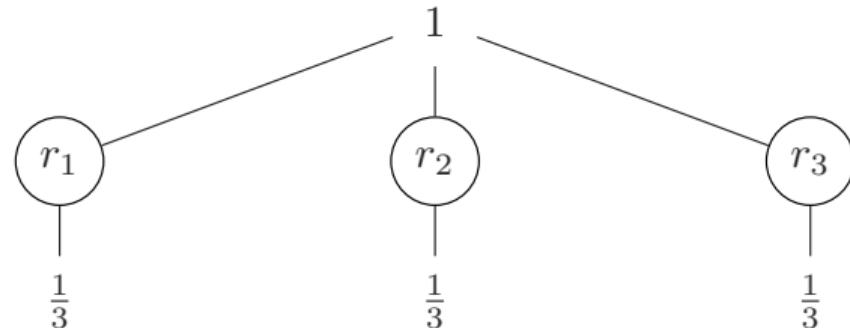
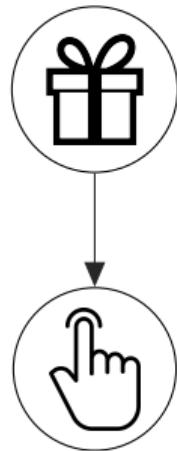


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Modelo gráfico

Regalo: r

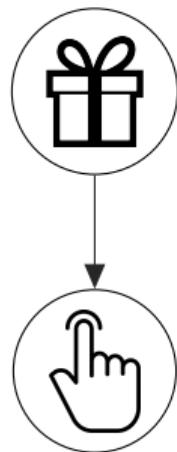


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

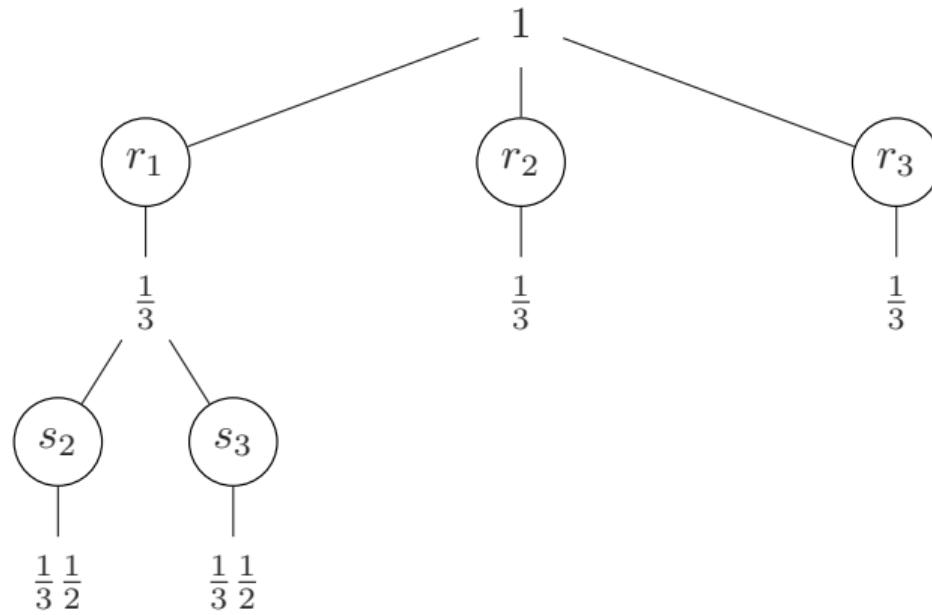
Modelo gráfico

Regalo: r



Pista: s

$$(s \neq r)$$

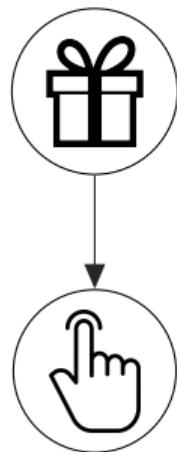


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

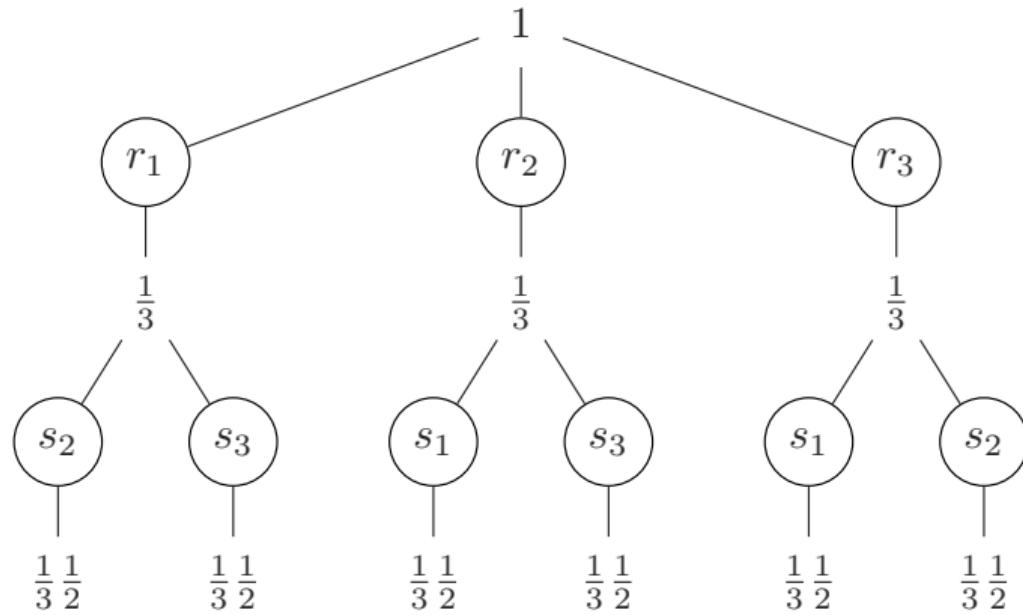
Modelo gráfico

Regalo: r



Pista: s

$$(s \neq r)$$

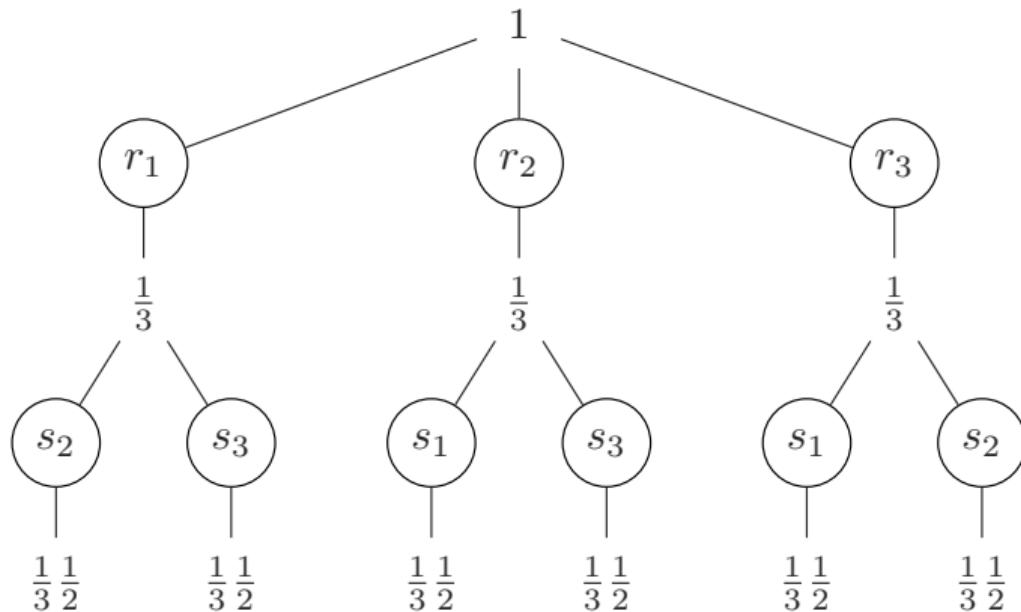


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Creencia($r, s | \text{Modelo}$)

	r_1	r_2	r_3
s_1			
s_2			
s_3			

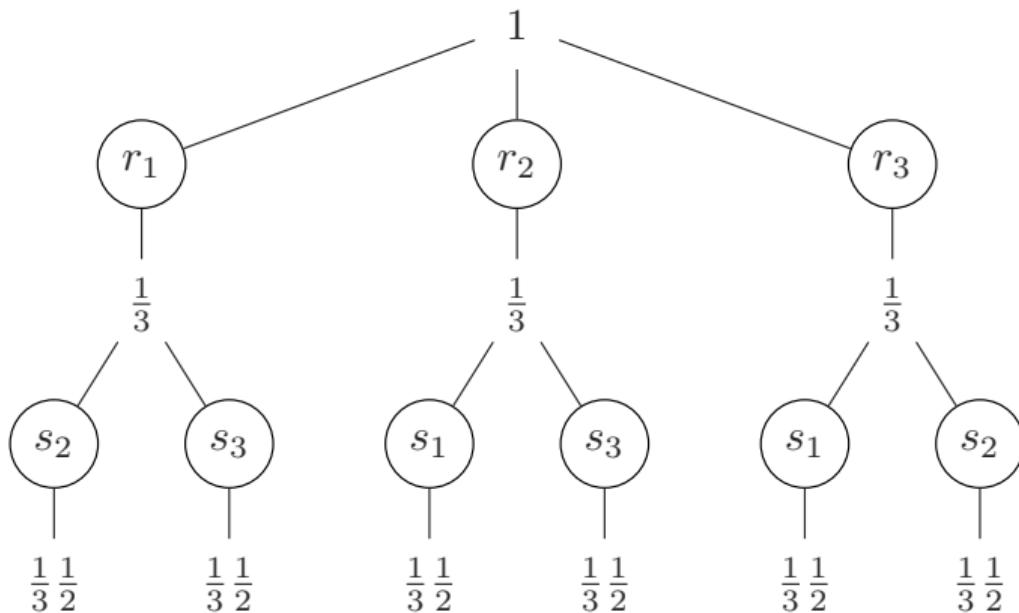


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Creencia($r, s | \text{Modelo}$)

	r_1	r_2	r_3
s_1	0		
s_2			
s_3			

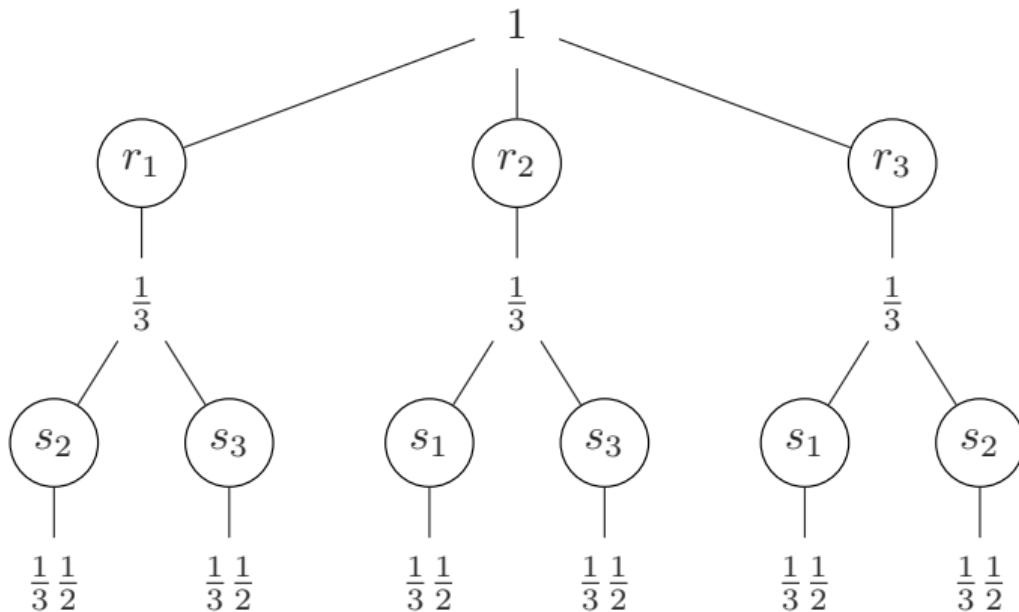


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Creencia($r, s | \text{Modelo}$)

	r_1	r_2	r_3
s_1	0	$1/6$	$1/6$
s_2			
s_3			

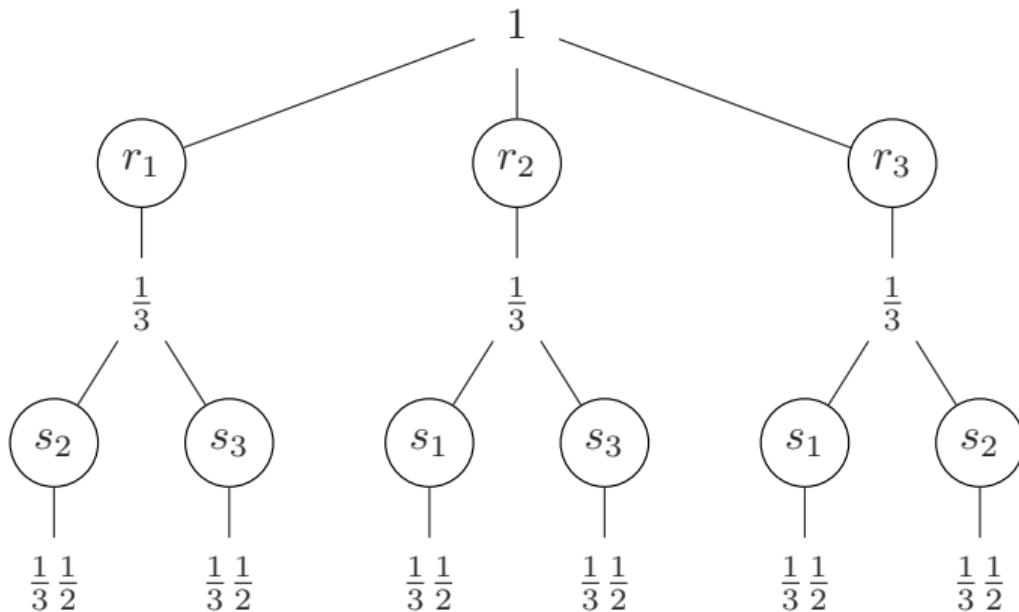


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Creencia($r, s | \text{Modelo}$)

	r_1	r_2	r_3
s_1	0	$1/6$	$1/6$
s_2	$1/6$	0	$1/6$
s_3			

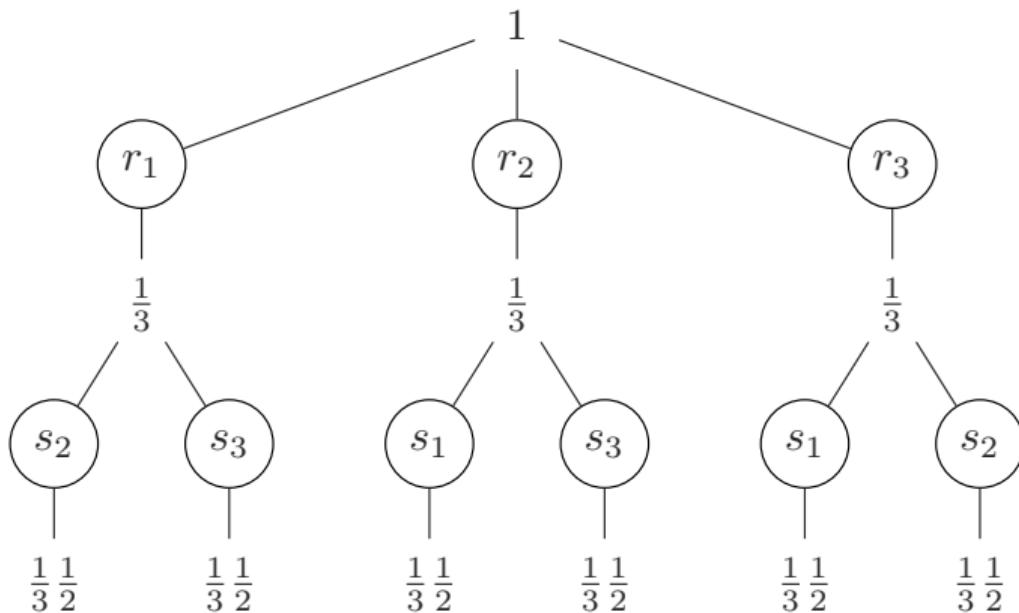


Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Creencia($r, s | \text{Modelo}$)

	r_1	r_2	r_3
s_1	0	$1/6$	$1/6$
s_2	$1/6$	0	$1/6$
s_3	$1/6$	$1/6$	0



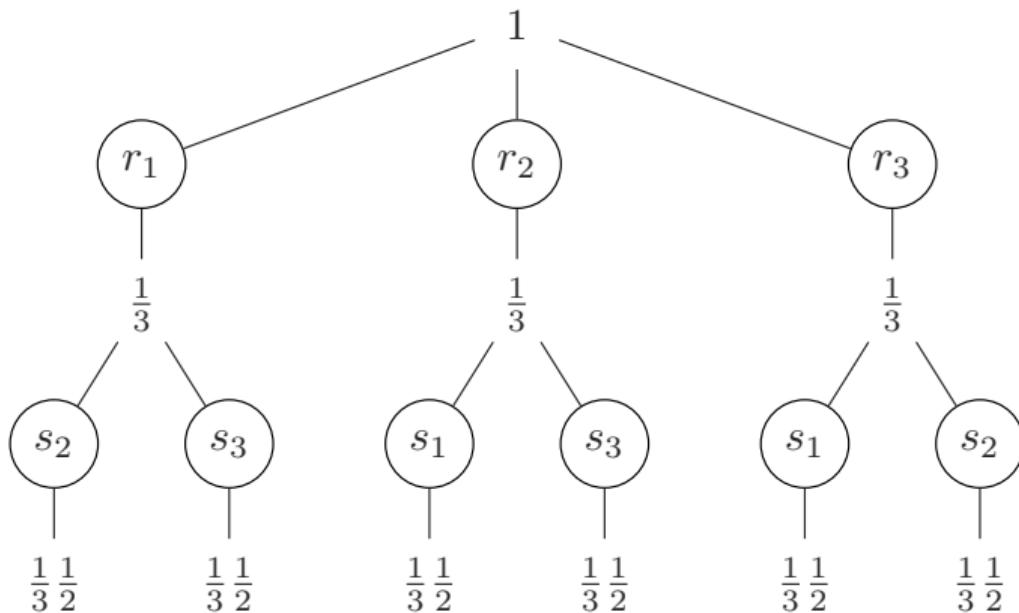
Modelos causales

Máxima incertidumbre dado el modelo

Creencia($r, s | \text{Modelo}$)

	r_1	r_2	r_3
s_1	0	$1/6$	$1/6$
s_2	$1/6$	0	$1/6$
s_3	$1/6$	$1/6$	0

Creencia conjunta
intersubjetiva inicial



Máxima incertidumbre dado el modelo

De ambas variables
Creencia($r, s|M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	
s_2	$1/6$	0	$1/6$	
s_3	$1/6$	$1/6$	0	

Máxima incertidumbre dado el modelo

De ambas variables
Creencia($r, s|M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	
s_2	$1/6$	0	$1/6$	
s_3	$1/6$	$1/6$	0	

Creencia($r|M$) =

Máxima incertidumbre dado el modelo

De ambas variables
Creencia($r, s|M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	
s_2	$1/6$	0	$1/6$	
s_3	$1/6$	$1/6$	0	
	$1/3$	$1/3$	$1/3$	

$$\text{Creencia}(r|M) = \sum_s \text{Creencia}(r, s|M)$$

Máxima incertidumbre dado el modelo

$\overbrace{\text{Creencia}(r, s|M)}^{\text{De ambas variables}}$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	$1/3$
s_2	$1/6$	0	$1/6$	$1/3$
s_3	$1/6$	$1/6$	0	$1/3$
	$1/3$	$1/3$	$1/3$	

$$\text{Creencia}(r|M) = \sum_s \text{Creencia}(r, s|M)$$

$$\text{Creencia}(s|M) = \sum_r \text{Creencia}(r, s|M)$$

Máxima incertidumbre dado el modelo

$\overbrace{\text{Creencia}(r, s|M)}^{\text{De ambas variables}}$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	$1/3$
s_2	$1/6$	0	$1/6$	$1/3$
s_3	$1/6$	$1/6$	0	$1/3$
	$1/3$	$1/3$	$1/3$	

$$\text{Creencia}(r|M) = \sum_s \text{Creencia}(r, s|M)$$

$$\text{Creencia}(s|M) = \sum_r \text{Creencia}(r, s|M)$$

Máxima incertidumbre dado el modelo y el dato

De ambas variables
Creencia($r, s_2 | M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/6	1/3

Creencia compatible
Creencia($r, s_2 | M$)

Máxima incertidumbre dado el modelo y el dato

De ambas variables
Creencia($r, s_2 | M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/6	1/3

Creencia compatible
Creencia($r, s_2 | M$)

Creencia($s_2 | M$)

Creencia total que compatible

Máxima incertidumbre dado el modelo y el dato

De ambas variables
Creencia($r|s_2, M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_2	$\frac{1}{6}/\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{6}/\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}/\frac{1}{3}$

$$\underbrace{\text{Creencia}(r|s_2, M)}_{\text{Nueva creencia}} = \frac{\overbrace{\text{Creencia}(r, s_2|M)}^{\text{Creencia compatible}}}{\underbrace{\text{Creencia}(s_2|M)}_{\text{Creencia total que compatible}}}$$

Máxima incertidumbre dado el modelo y el dato

De ambas variables
Creencia($r|s_2, M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/2	0	1/2	1

$$\underbrace{\text{Creencia}(r|s_2, M)}_{\text{Nueva creencia}} = \frac{\overbrace{\text{Creencia}(r, s_2|M)}^{\text{Creencia compatible}}}{\underbrace{\text{Creencia}(s_2|M)}_{\text{Creencia total que compatible}}}$$

Máxima incertidumbre dado el modelo y el dato

De ambas variables
Creencia($r|s_2, M$)

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/2	0	1/2	1

1/2

0

1/2



Las reglas de la probabilidad

Principio de coherencia
(regla del producto)

$$P(\text{Hipótesis}|\text{Dato}) = \frac{P(\text{Hipótesis}, \text{Dato})}{P(\text{Dato})}$$

Preservamos la creencia previa que sigue siendo compatible con el dato

Principio de integridad
(regla de la suma)

$$P(\text{Dato}) = \sum_{\text{Hipótesis}} P(\text{Hipótesis}, \text{Dato})$$

Predecimos con la contribución de todas las hipótesis. No perdemos ni creamos creencia.

Regla del producto

$$P(H_1 \mid H_2) = \frac{P(H_1, H_2)}{P(H_2)}$$

Regla del producto

$$P(H_1 \mid H_2) = \frac{P(H_1, H_2)}{P(H_2)}$$

$$P(H_2 \mid H_1) =$$

Regla del producto

$$P(H_1 \mid H_2) = \frac{P(H_1, H_2)}{P(H_2)}$$

$$P(H_2 \mid H_1) = \frac{P(H_1, H_2)}{P(H_1)}$$

Regla del producto

$$P(H_1 \mid H_2) = \frac{P(H_1, H_2)}{P(H_2)}$$

$$P(H_1)P(H_2 \mid H_1) = P(H_1, H_2)$$

Regla del producto

$$P(H_1 \mid H_2) = \frac{P(H_1, H_2)}{P(H_2)}$$

$$P(H_1)P(H_2 \mid H_1) = P(\mathbf{H_1}, \mathbf{H_2})$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i, \text{ Datos})}_{\text{Creencia que sobrevive}} = \underbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i)}_{\text{Predicción (verosimilitud)}} \underbrace{P(\text{Hipótesis}_i)}_{\text{Creencia previa}}$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Hipótesis}_i, \text{Datos})}^{\text{Creencia que sobrevive}}}{\underbrace{P(\text{Datos})}_{\text{Evidencia}}}$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Dato} | \text{Hipótesis}_i)}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i)}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Dato})}_{\text{Evidencia}}}$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos, Modelo})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i, \text{Modelo})}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Modelo})}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}_{\text{Evidencia}}}$$

Y el **modelo!**
que relaciona el **dato** con la **hipótesis!**

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos, Modelo})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i, \text{Modelo})}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Modelo})}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}_{\text{Evidencia}}}$$

$$\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}^{\text{Evidencia}} = ?$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos, Modelo})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i, \text{Modelo})}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Modelo})}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}_{\text{Evidencia}}}$$

$$\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}^{\text{Evidencia}} = \text{ Regla de la suma}$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos, Modelo})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i, \text{Modelo})}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Modelo})}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}_{\text{Evidencia}}}$$

$$\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}^{\text{Evidencia}} = \sum_{\text{Hipótesis}_i} P(\underbrace{\text{Hipótesis}_i, \text{Dato}}_{\text{Creencia conjunta}} | \text{Modelo})$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos, Modelo})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i, \text{Modelo})}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Modelo})}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}_{\text{Evidencia}}}$$

$$P(\text{Modelo}_j | \text{Datos}) =$$

Regla del producto

Teorema de Bayes

$$\underbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Datos, Modelo})}_{\text{Posterior}} = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Hipótesis}_i, \text{Modelo})}^{\text{Verosimilitud}} \overbrace{P(\text{Hipótesis}_i | \text{Modelo})}^{\text{Prior}}}{\underbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo})}_{\text{Evidencia}}}$$

$$P(\text{Modelo}_j | \text{Datos}) = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo}_j)}^{\text{Evidencia}} P(\text{Modelo}_j)}{P(\text{Datos})}$$

Modelo causal alternativo

Modelo gráfico:



1/3



1/3



1/3



Modelo causal alternativo

Modelo gráfico:



r



$c = 1$

1/3



1/3

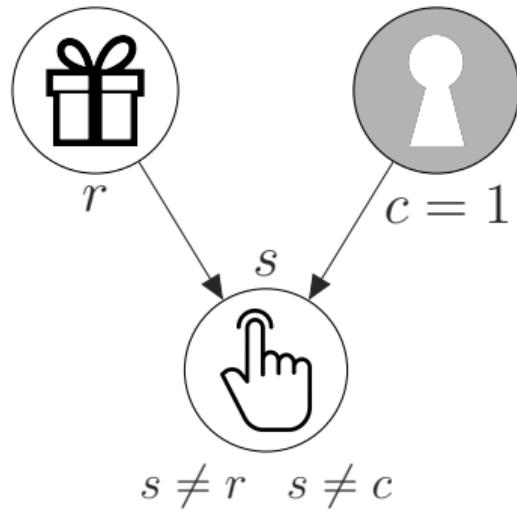


1/3



Modelo causal alternativo

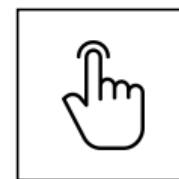
Modelo gráfico:



?



0



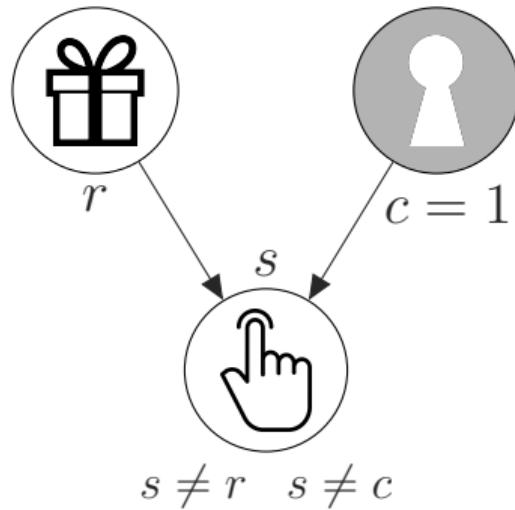
?



Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

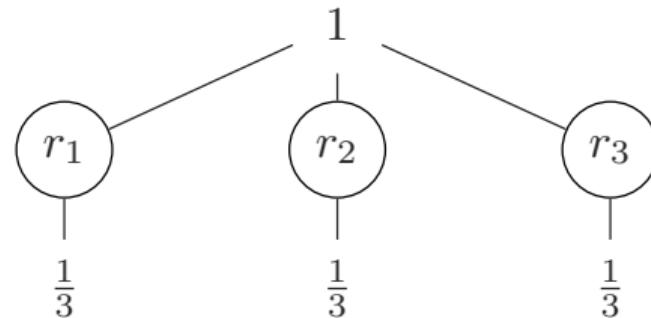
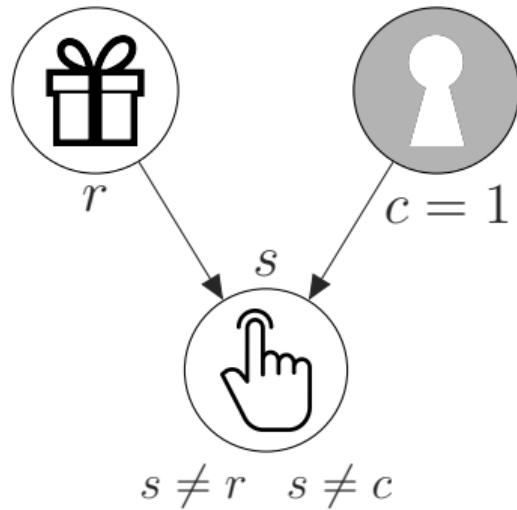
Modelo gráfico:



Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

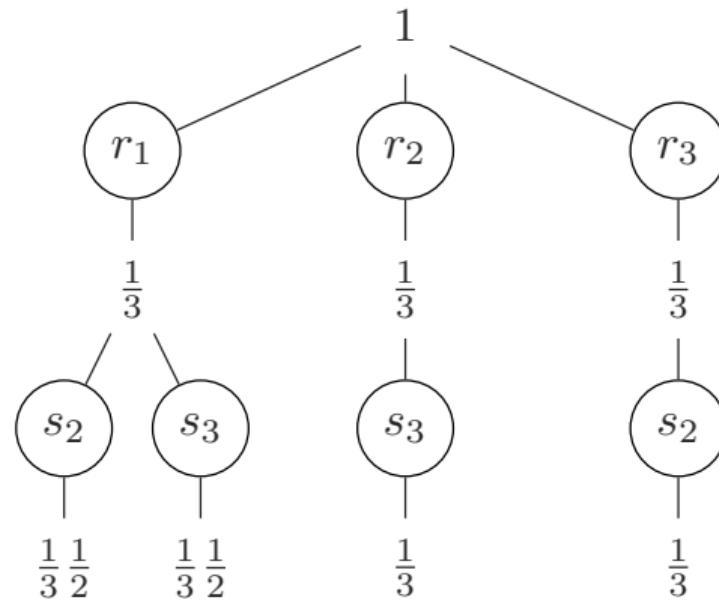
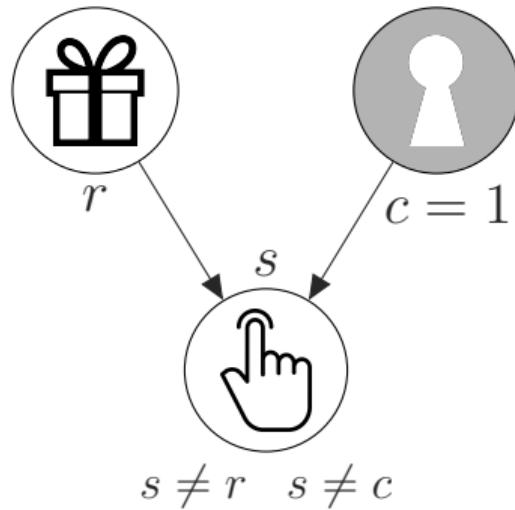
Modelo gráfico:



Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

Modelo gráfico:

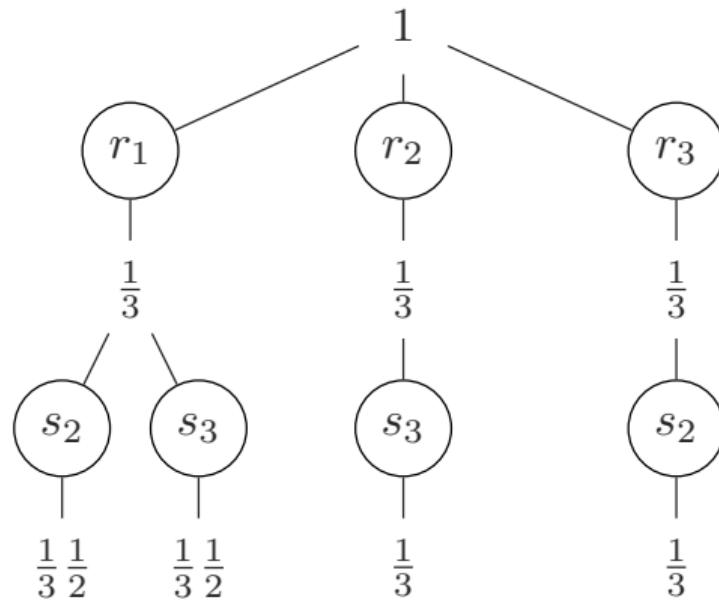


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2				
s_3				

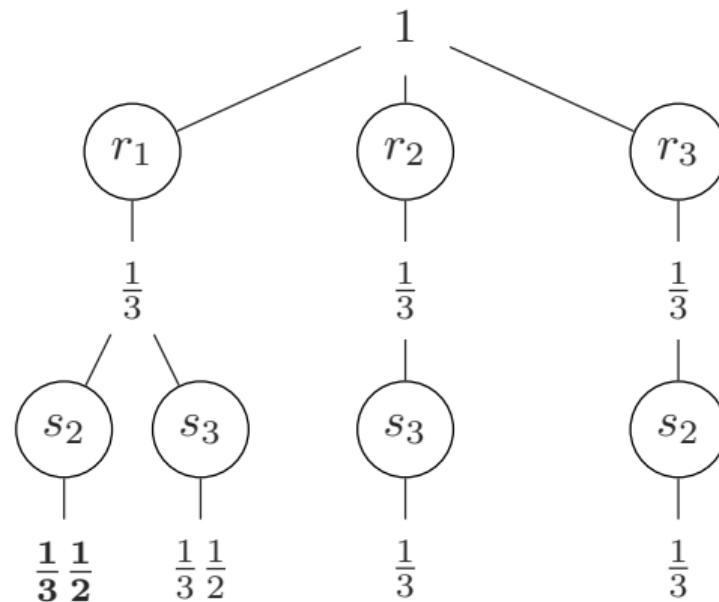


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	$1/6$			
s_3				

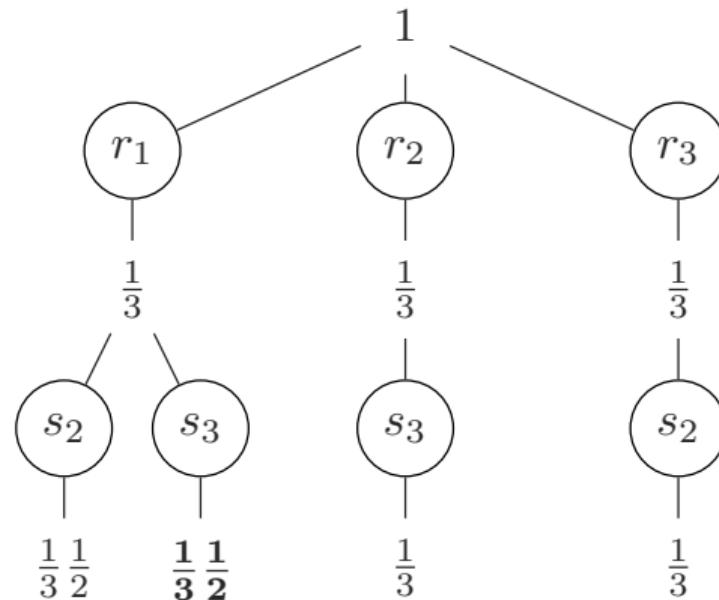


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	$1/6$			
s_3	$1/6$			

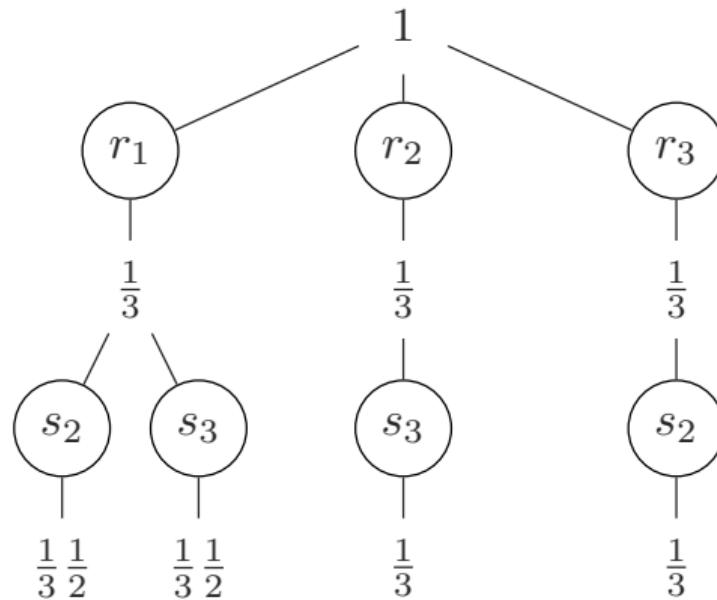


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	$1/6$	0		
s_3	$1/6$			

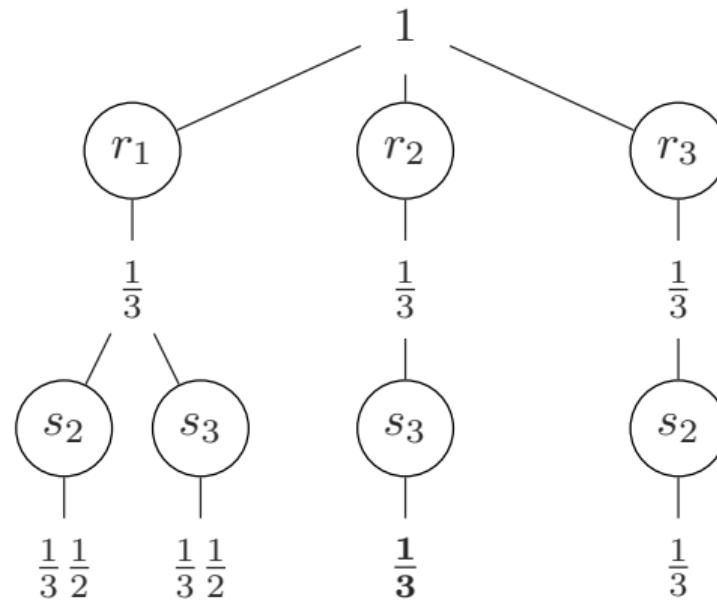


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	$1/6$	0		
s_3	$1/6$	$1/3$		

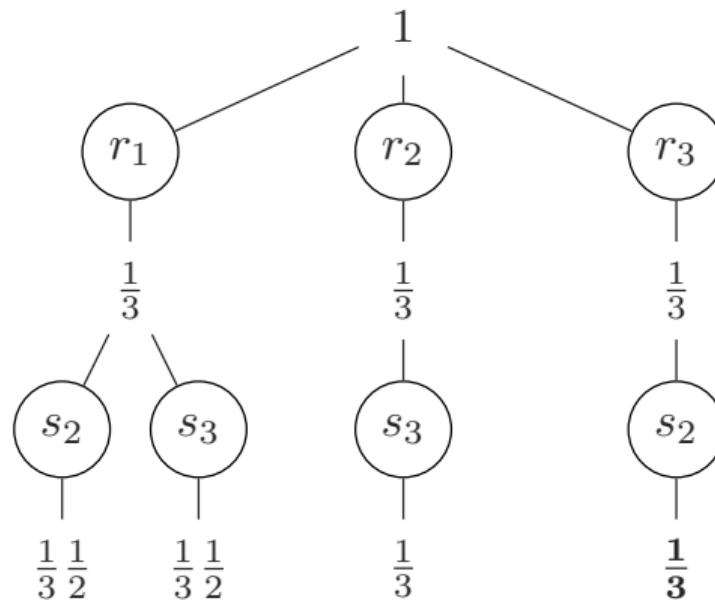


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/3	
s_3	1/6	1/3		

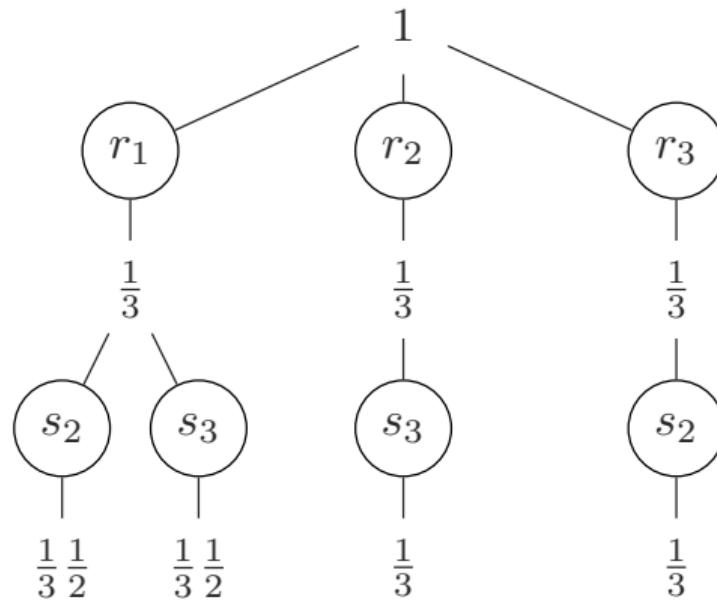


Modelo causal alternativo

Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/3	
s_3	1/6	1/3	0	



Modelo causal alternativo

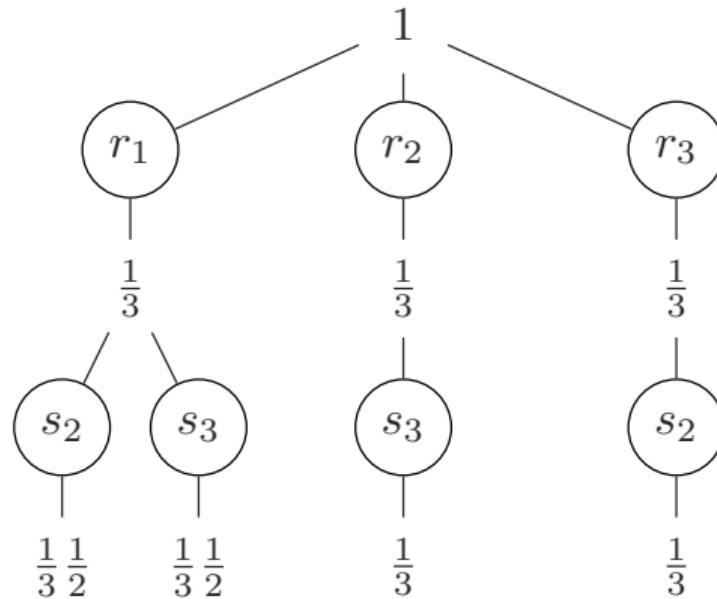
Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/3	
s_3	1/6	1/3	0	

Regla de la suma

$$P(s_i) = \sum_j P(r_j, s_i)$$



Modelo causal alternativo

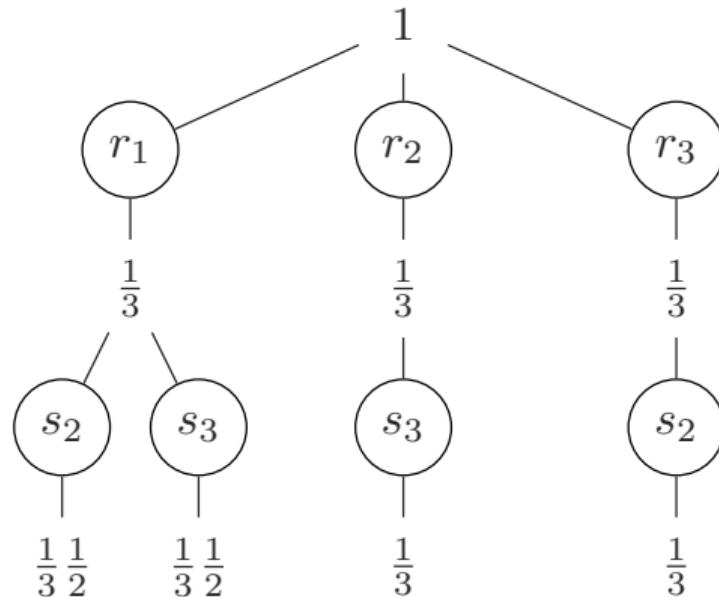
Incertidumbre óptima dado el modelo

$P(r, s)$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/3	1/2
s_3	1/6	1/3	0	1/2
	1/3	1/3	1/3	1

Regla de la suma

$$P(s_i) = \sum_j P(r_j, s_i)$$



Modelo causal alternativo

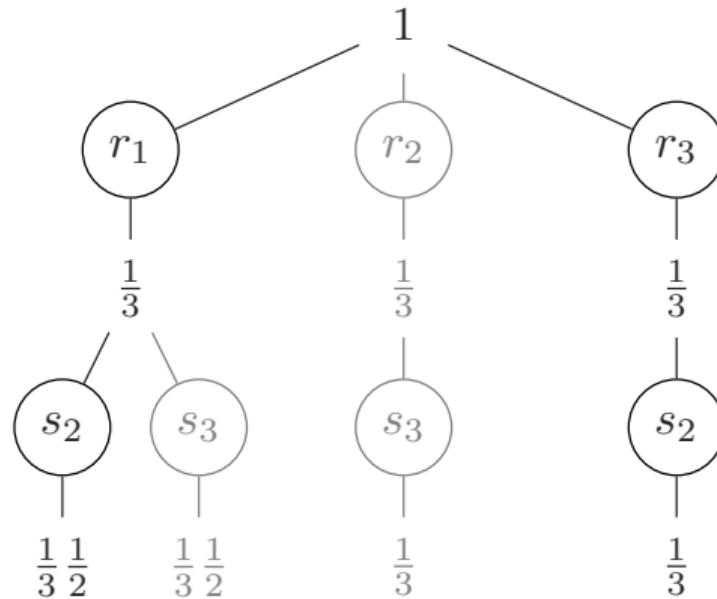
Incertidumbre óptima dado el modelo y el dato

$$P(r, s_2)$$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/6	0	1/3	1/2

Regla del producto

$$P(r_i|s_2) = \frac{P(r_i, s_2)}{P(s_2)}$$



Modelo causal alternativo

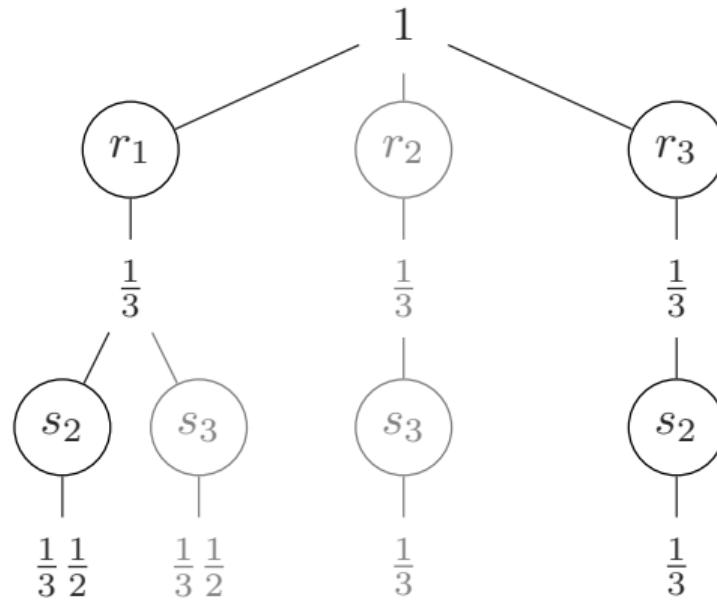
Incertidumbre óptima dado el modelo y el dato

$$P(r|s_2)$$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/3	0	2/3	1

Regla del producto

$$P(r_i|s_2) = \frac{P(r_i, s_2)}{P(s_2)}$$

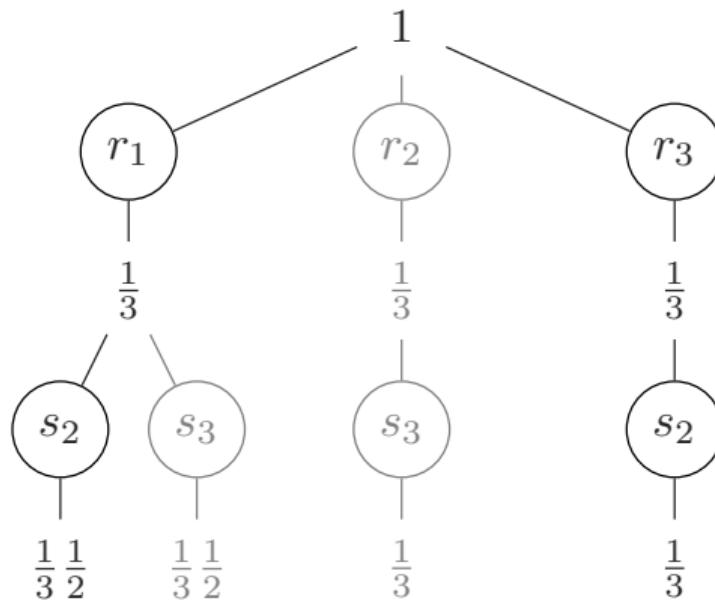


Modelo causal alternativo

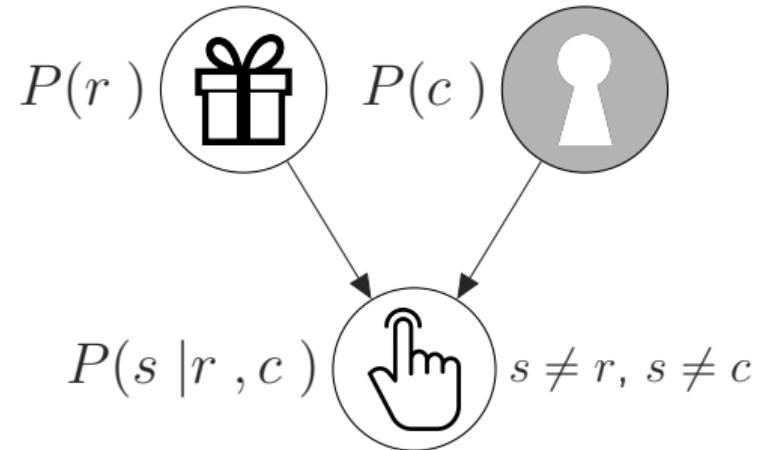
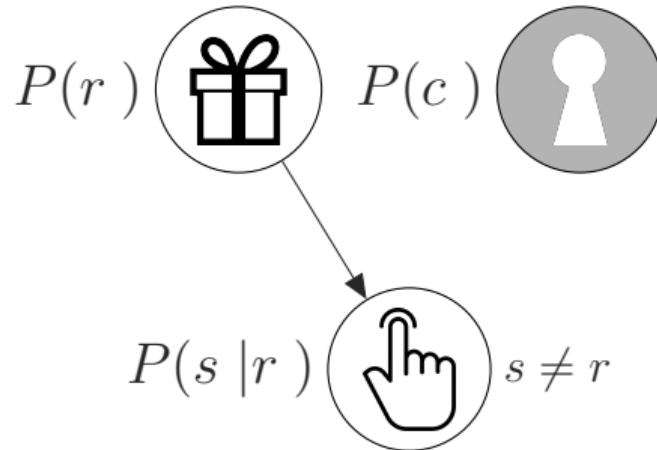
Incertidumbre óptima dado el modelo y el dato

$P(r|s_2)$

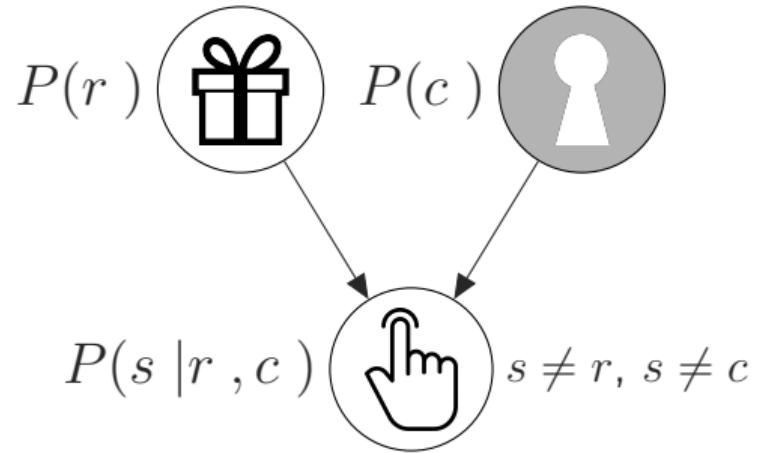
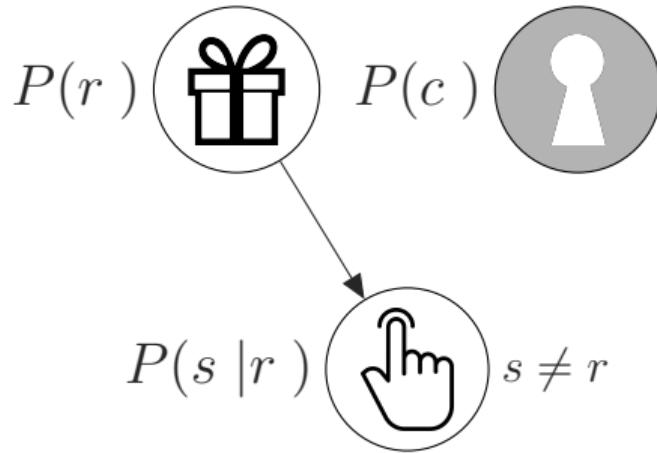
	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/3	0	2/3	1
	1/3	0	2/3	



Modelos causales alternativos



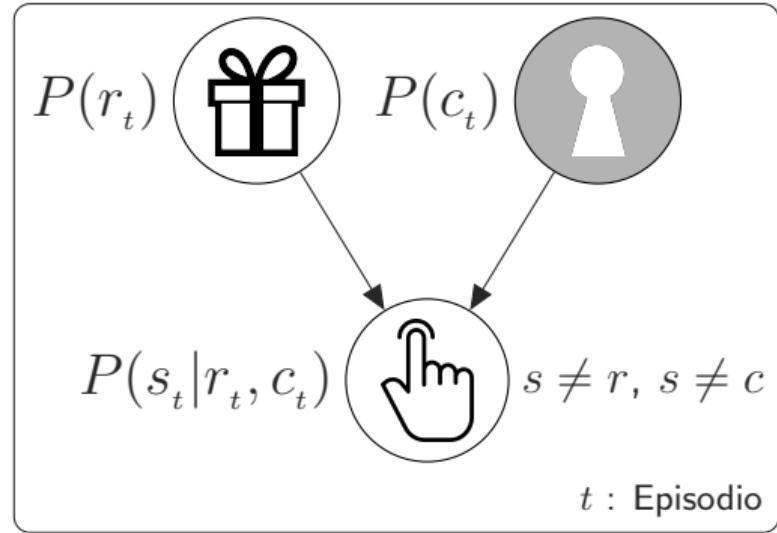
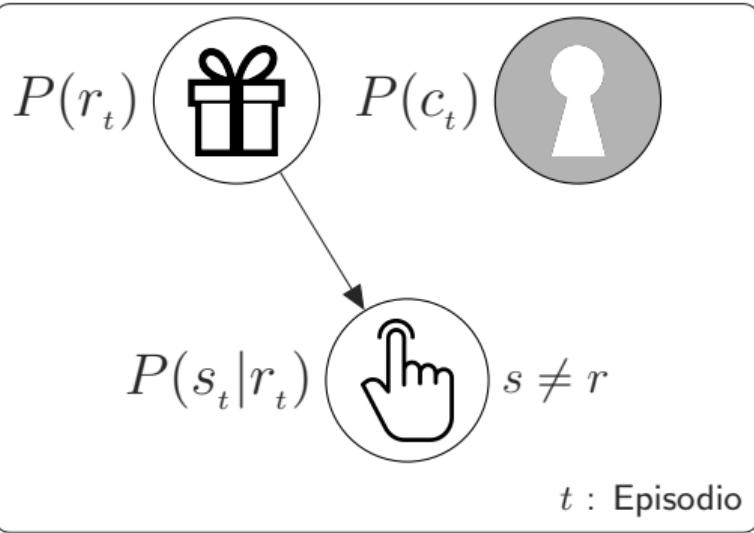
Modelos causales alternativos



¿Y el acuerdo intersubjetivo respecto de los modelos?

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos} = \underbrace{\{(c_0, s_0, r_0), (c_1, s_1, r_1), \dots\}}_{\text{Episodio 0}}, \underbrace{\dots}_{\text{Episodio 1}})$$

Modelos causales alternativos



¿Y el acuerdo intersubjetivo respecto de los modelos?

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos} = \{\underbrace{(c_0, s_0, r_0)}_{\text{Episodio 0}}, \underbrace{(c_1, s_1, r_1)}, \dots\})$$

Evaluación de modelos causales

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos}) = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo}_i)}^{\text{Evidencia}} P(\text{Modelo}_i)}{P(\text{Datos})}$$

Evaluación de modelos causales

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos}) = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo}_i)}^{\text{Evidencia}} P(\text{Modelo}_i)}{P(\text{Datos})}$$

$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) =$$

Evaluación de modelos causales

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos}) = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo}_i)}^{\text{Evidencia}} P(\text{Modelo}_i)}{P(\text{Datos})}$$

$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo})$ = Regla de la suma

Evaluación de modelos causales

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos}) = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo}_i)}^{\text{Evidencia}} P(\text{Modelo}_i)}{P(\text{Datos})}$$

$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo})$ = Regla del producto

Evaluación de modelos causales

$$P(\text{Modelo}_i | \text{Datos}) = \frac{\overbrace{P(\text{Datos} | \text{Modelo}_i)}^{\text{Evidencia}} P(\text{Modelo}_i)}{P(\text{Datos})}$$

$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo}) P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo})P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	$1/3$
s_2	$1/6$	0	$1/6$	$1/3$
s_3	$1/6$	$1/6$	0	$1/3$

$$P(D|M)$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	0	0	0
s_2	$1/6$	0	$1/3$	$1/2$
s_3	$1/6$	$1/3$	0	$1/2$

$$P(D|M)$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo})P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	$1/3$
s_2	$1/6$	0	$1/6$	$1/3$
s_3	$1/6$	$1/6$	0	$1/3$

$$P(D|M) = \frac{1}{3}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	0	0	0
s_2	$1/6$	0	$1/3$	$1/2$
s_3	$1/6$	$1/3$	0	$1/2$

$$P(D|M) = \frac{1}{2}$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo})P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/2	0	1/2	1

$$P(D|M) = \frac{1}{3}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/3	0	2/3	1

$$P(D|M) = \frac{1}{2}$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo}) P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/2	0	1/2	1

$$P(D|M) = \frac{1}{3} \frac{1}{2}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_2	1/3	0	2/3	1

$$P(D|M) = \frac{1}{2} \frac{1}{3}$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo})P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	$1/3$
s_2	$1/6$	0	$1/6$	$1/3$
s_3	$1/6$	$1/6$	0	$1/3$

$$P(D|M) = \frac{1}{3} \frac{1}{2}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	0	0	0
s_2	$1/6$	0	$1/3$	$1/2$
s_3	$1/6$	$1/3$	0	$1/2$

$$P(D|M) = \frac{1}{2} \frac{1}{3}$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo})P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	$1/6$	$1/6$	$1/3$
s_2	$1/6$	0	$1/6$	$1/3$
s_3	$1/6$	$1/6$	0	$1/3$

$$P(D|M) = \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{3}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_1	0	0	0	0
s_2	$1/6$	0	$1/3$	$1/2$
s_3	$1/6$	$1/3$	0	$1/2$

$$P(D|M) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo})P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

	r_1	r_2	r_3	
s_3	1/2	1/2	0	1

$$P(D|M) = \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{3}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_3	1/3	2/3	0	1

$$P(D|M) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$$

Evaluación de modelos causales



$$P(\text{Datos} = \{d_1, d_2, \dots\} | \text{Modelo}) = P(d_1 | \text{Modelo}) P(d_2 | d_1, \text{Modelo}) \dots$$

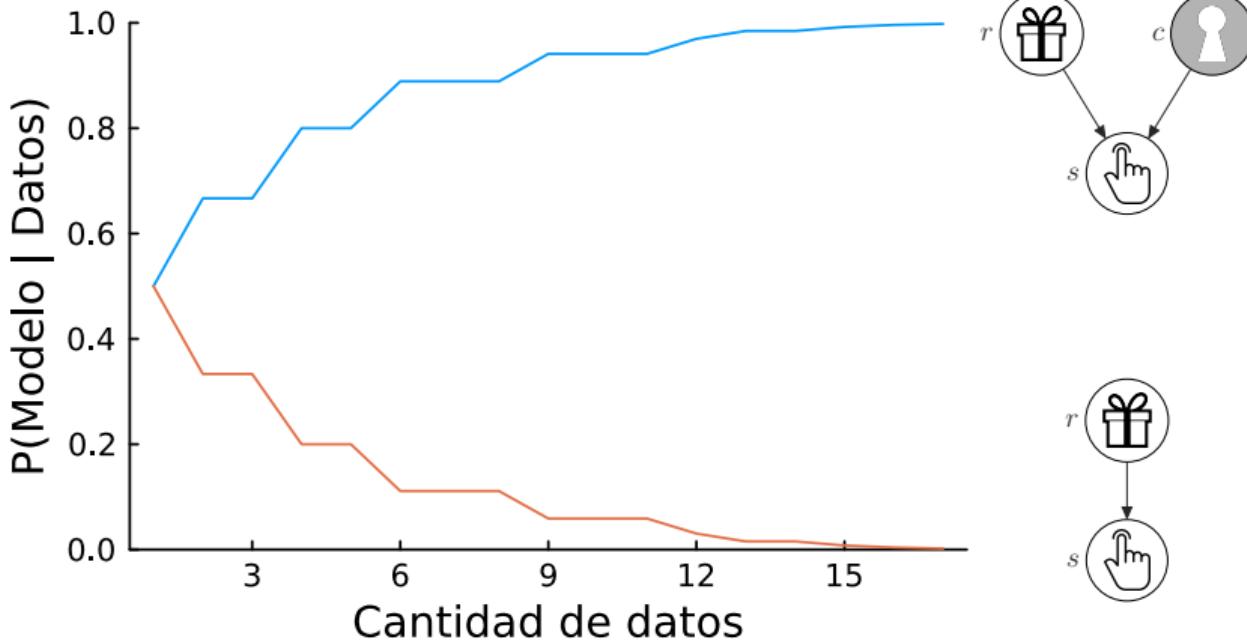
	r_1	r_2	r_3	
s_3	1/2	1/2	0	1

$$P(D|M) = \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$$

	r_1	r_2	r_3	
s_3	1/3	2/3	0	1

$$P(D|M) = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{2} \frac{2}{3}$$

Evaluación de modelos causales



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a)$$

Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e, t, r, a|l)$$

Redes bayesianas

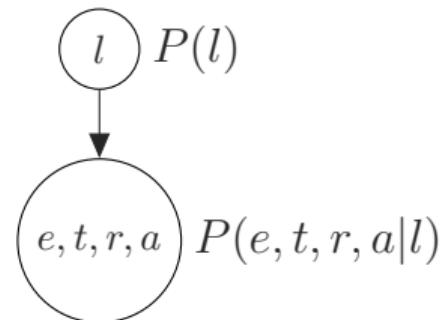
Descomposiciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e, t, r, a|l) = \cancel{P(l)} \frac{P(l, e, t, r, a)}{\cancel{P(l)}}$$

Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

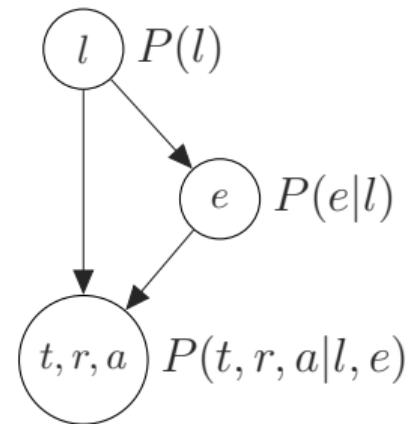
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e, t, r, a|l)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

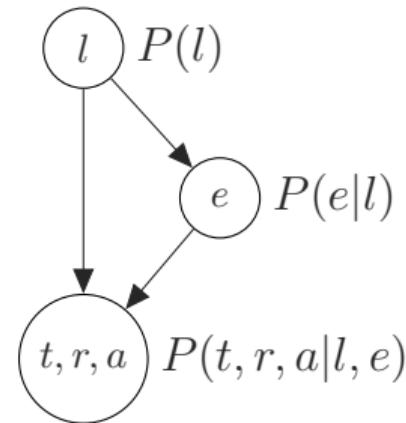
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t, r, a|l, e)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

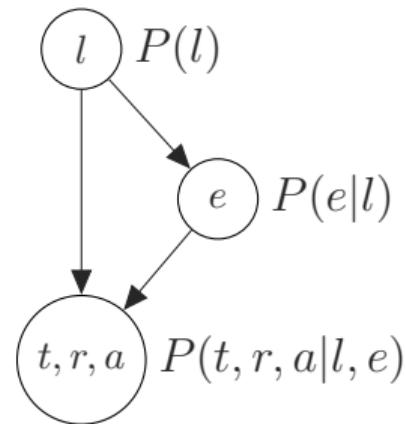
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t, r, a|l, e) = \cancel{P(l)} \frac{\cancel{P(l, e)}}{\cancel{P(l)}} \frac{P(l, e, t, r, a)}{\cancel{P(l, e)}}$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

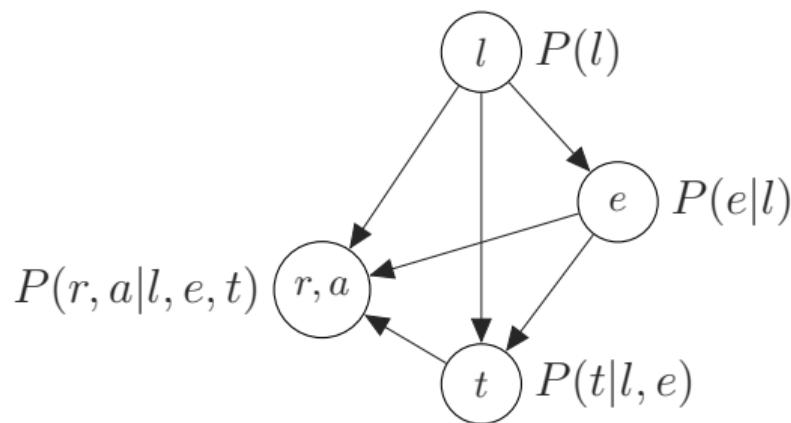
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t, r, a|l, e)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

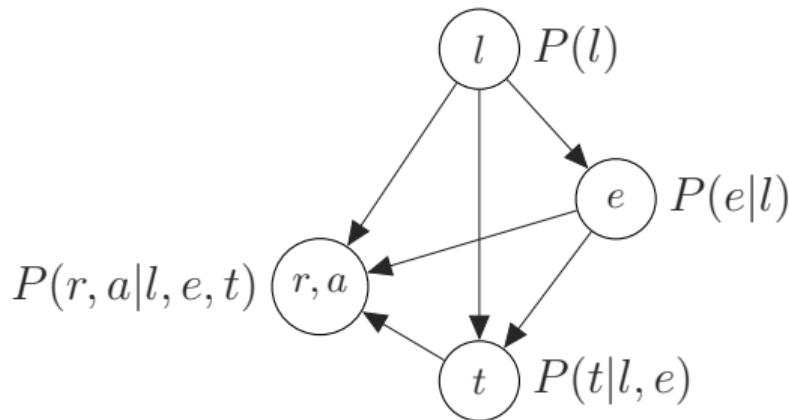
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t|l, e)P(r, a|l, e, t)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

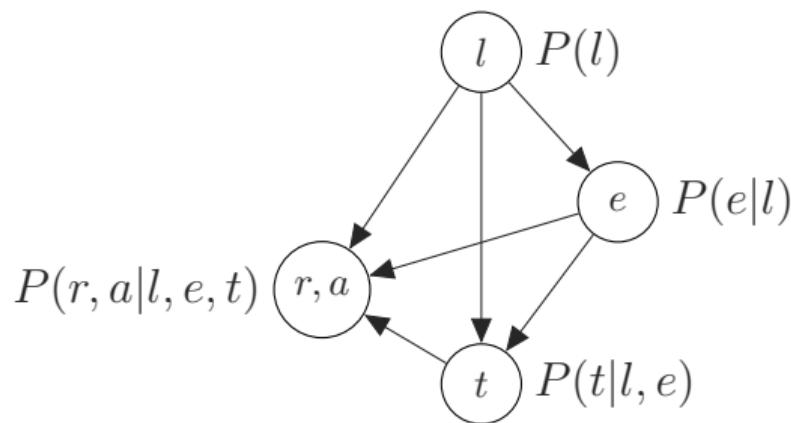
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t|l, e)P(r, a|l, e, t) = \cancel{P(l)} \frac{\cancel{P(l, e)}}{\cancel{P(l)}} \frac{\cancel{P(l, e, t)}}{\cancel{P(l, e)}} \frac{P(l, e, t, r, a)}{\cancel{P(l, e, t)}}$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

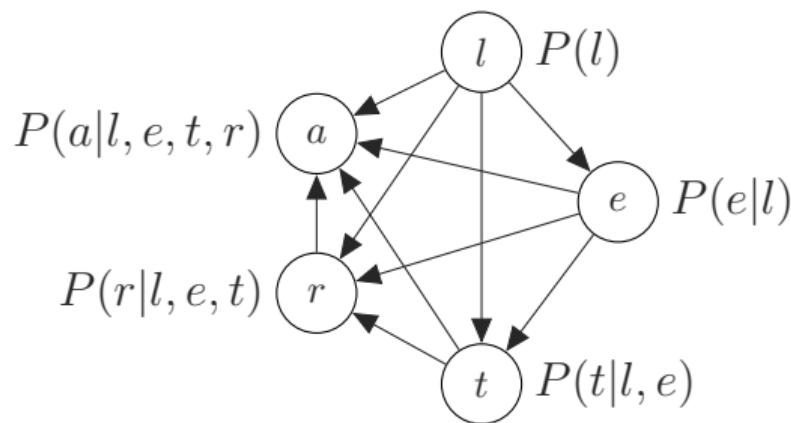
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t|l, e)P(r, a|l, e, t)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

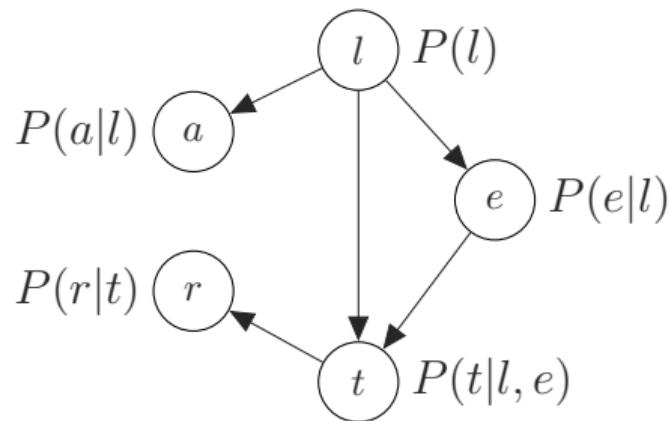
$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t|l, e)P(r|l, e, t)P(a|l, e, t, r)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a) = P(l)P(e|l)P(t|l, e)P(r|t)P(a|l)$$



Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a) = ?$$

Hay $5! = 120$ posibles descomposiciones

Redes bayesianas

Descomposiciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a)$$

Hay $5! = 120$ posibles descomposiciones

¿Cuál de todas ellas usar?

Redes bayesianas

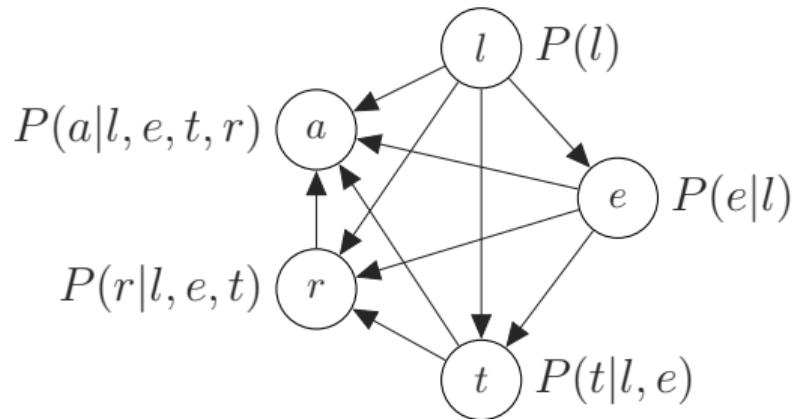
Historias causales

La **alarma** (a) de una casa se activa cuando alguien **entra** (e) sin apagarla. Si la alarma se activa, la dueña recibe una **llamada** (l) de la central de seguridad. La alarma se puede activar por otros motivos, como los **terremotos** (t) que no son infrecuentes en la ciudad. Siempre que se produce un terremoto, en las **redes** (r) se habla casi exclusivamente de eso.

Redes bayesianas

Historias causales

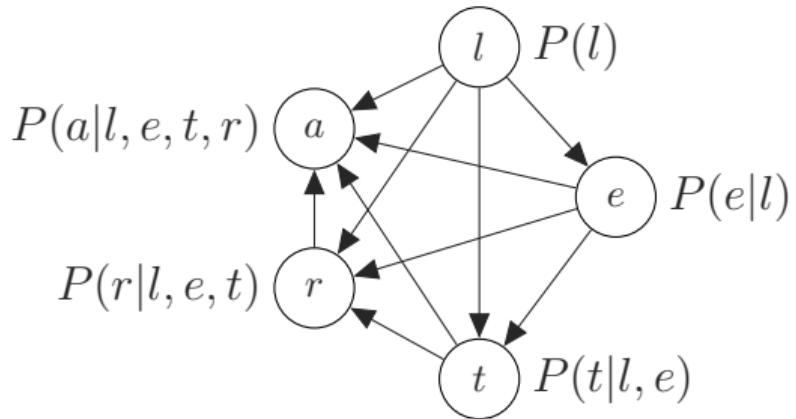
La **alarma** (a) de una casa se activa cuando alguien **entra** (e) sin apagarla. Si la alarma se activa, la dueña recibe una **llamada** (l) de la central de seguridad. La alarma se puede activar por otros motivos, como los **terremotos** (t) que no son infrecuentes en la ciudad. Siempre que se produce un terremoto, en las **redes** (r) se habla casi exclusivamente de eso.



Redes bayesianas

Historias causales

La **alarma** (a) de una casa se activa cuando alguien **entra** (e) sin apagarla. Si la alarma se activa, la dueña recibe una **llamada** (l) de la central de seguridad. La alarma se puede activar por otros motivos, como los **terremotos** (t) que no son infrecuentes en la ciudad. Siempre que se produce un terremoto, en las **redes** (r) se habla casi exclusivamente de eso.

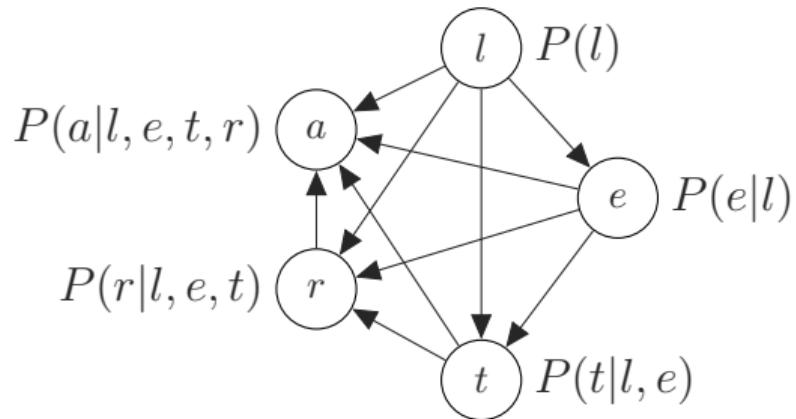


¿Cómo podemos definir
la probabilidad conjunta?

Redes bayesianas

Historias causales

La **alarma** (a) de una casa se activa cuando alguien **entra** (e) sin apagarla. Si la alarma se activa, la dueña recibe una **llamada** (l) de la central de seguridad. La alarma se puede activar por otros motivos, como los **terremotos** (t) que no son infrecuentes en la ciudad. Siempre que se produce un terremoto, en las **redes** (r) se habla casi exclusivamente de eso.



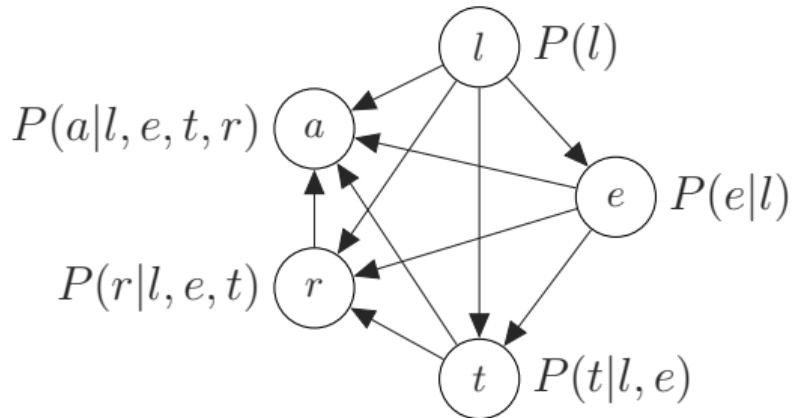
¿Cómo podemos definir
la probabilidad conjunta?

$$P(t|l, e) = ?$$

Redes bayesianas

Historias causales

La **alarma** (a) de una casa se activa cuando alguien **entra** (e) sin apagarla. Si la alarma se activa, la dueña recibe una **llamada** (l) de la central de seguridad. La alarma se puede activar por otros motivos, como los **terremotos** (t) que no son infrecuentes en la ciudad. Siempre que se produce un terremoto, en las **redes** (r) se habla casi exclusivamente de eso.



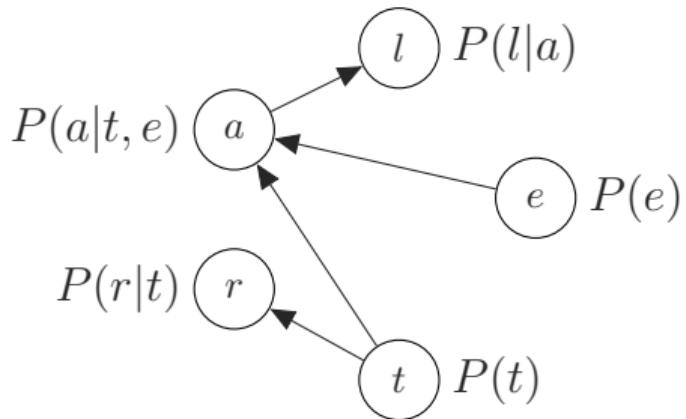
¿Cómo podemos definir
la probabilidad conjunta?

$$P(t) P(e) P(a|e, t) P(l|a) P(r|t)$$

Redes bayesianas

Historias causales

La **alarma** (a) de una casa se activa cuando alguien **entra** (e) sin apagarla. Si la alarma se activa, la dueña recibe una **llamada** (l) de la central de seguridad. La alarma se puede activar por otros motivos, como los **terremotos** (t) que no son infrecuentes en la ciudad. Siempre que se produce un terremoto, en las **redes** (r) se habla casi exclusivamente de eso.

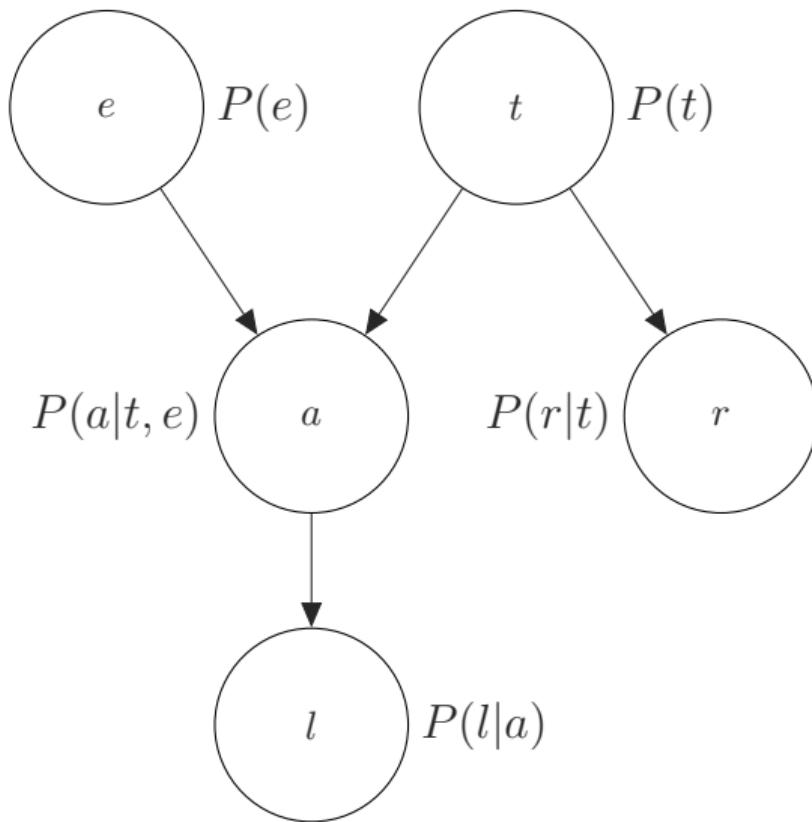


¿Cómo podemos definir
la probabilidad conjunta?

$$P(t) P(e) P(a|e, t) P(l|a) P(r|t)$$

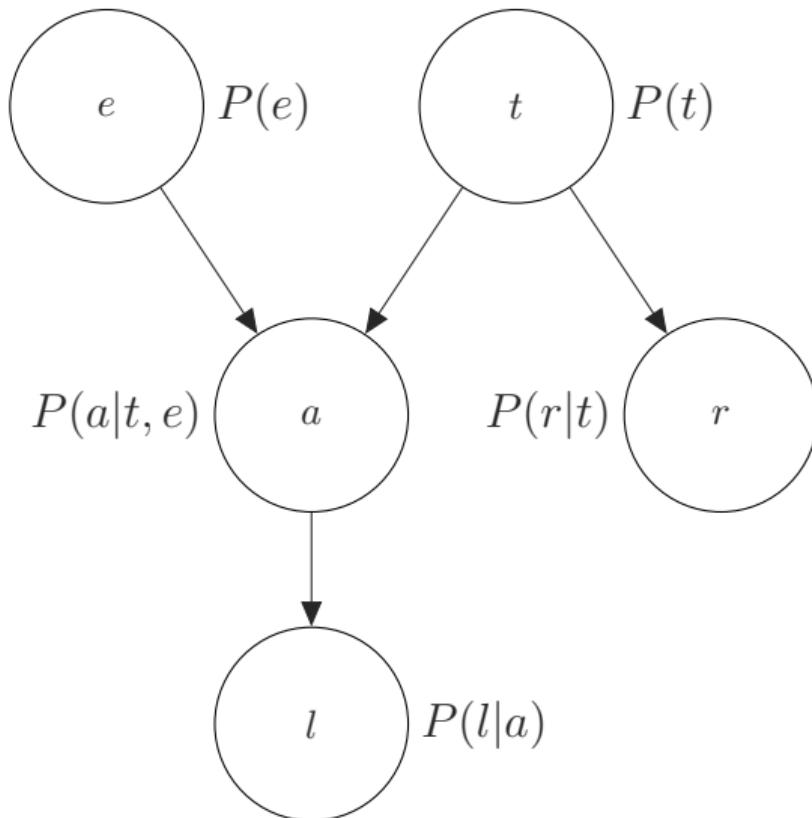
Redes bayesianas

Historias causales



Redes bayesianas

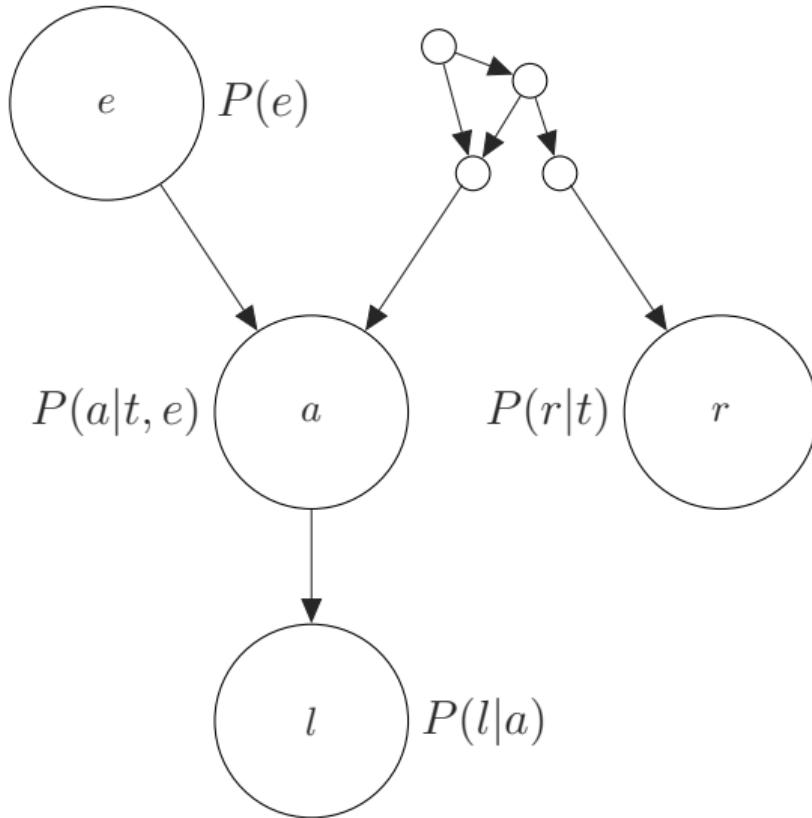
Historias causales



Cada variable resumen el comportamiento de un sistema complejo

Redes bayesianas

Sistemas complejos

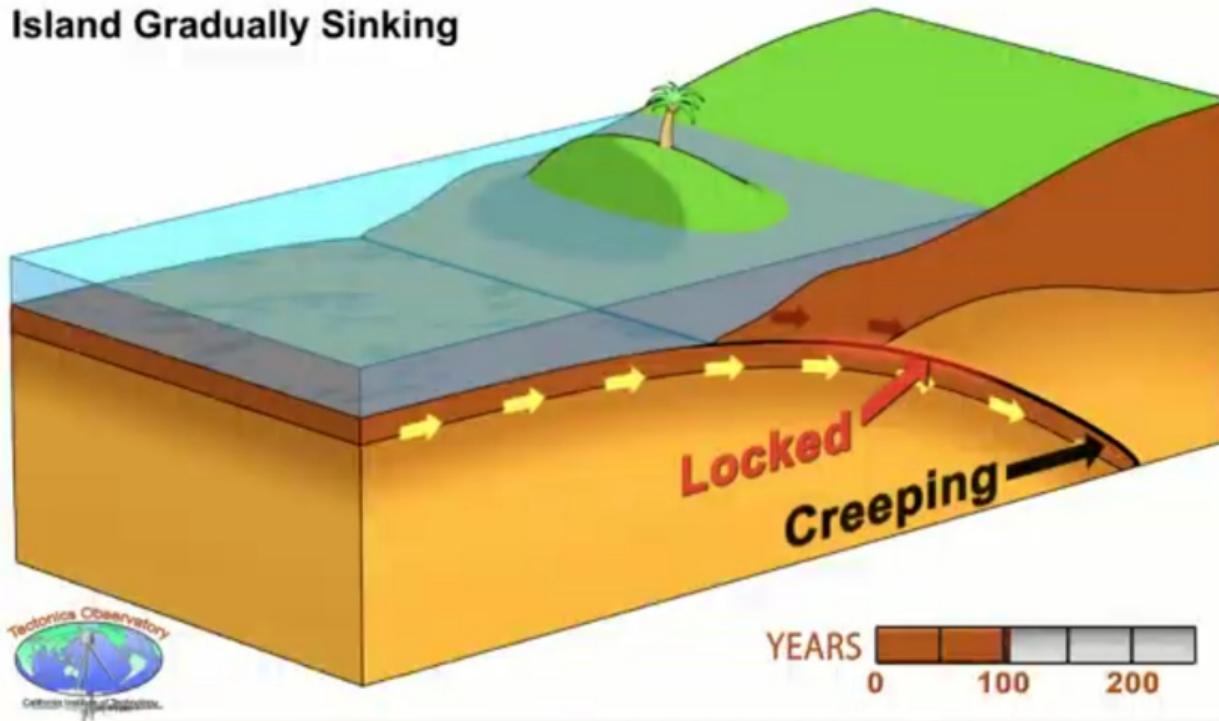


Cada variable resumen el comportamiento de un sistema complejo

Redes bayesianas

Sistemas complejos

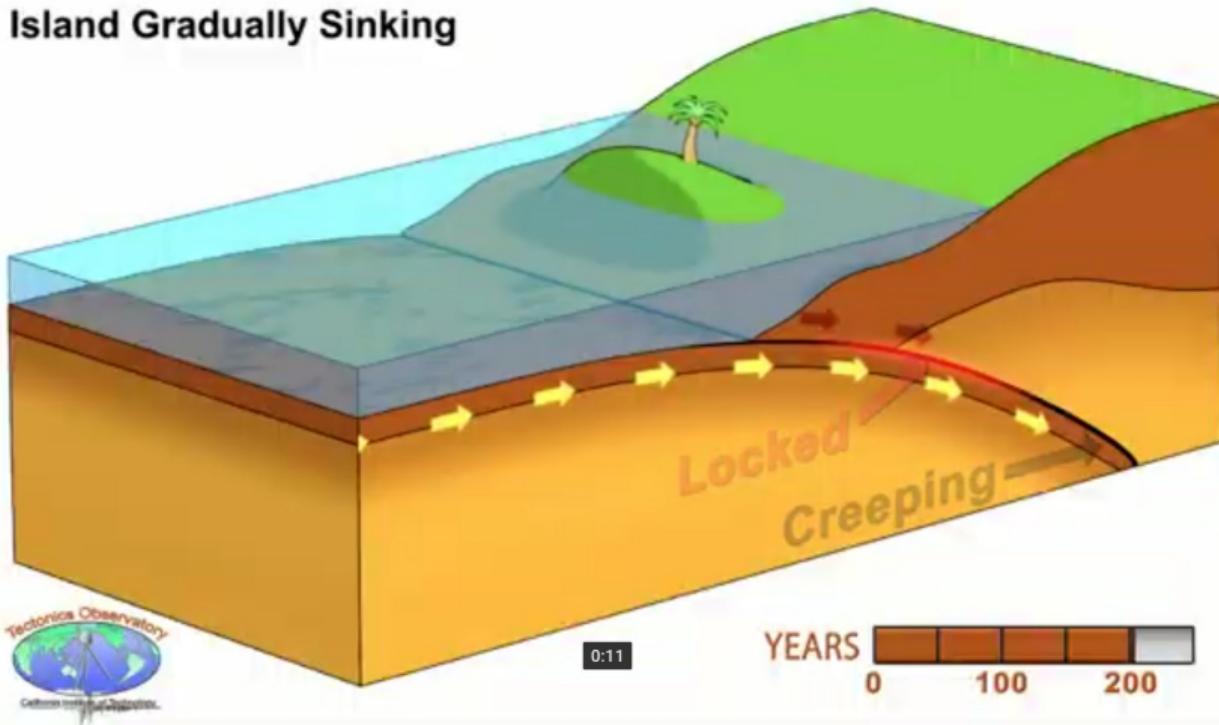
Island Gradually Sinking



Redes bayesianas

Sistemas complejos

Island Gradually Sinking



0:11

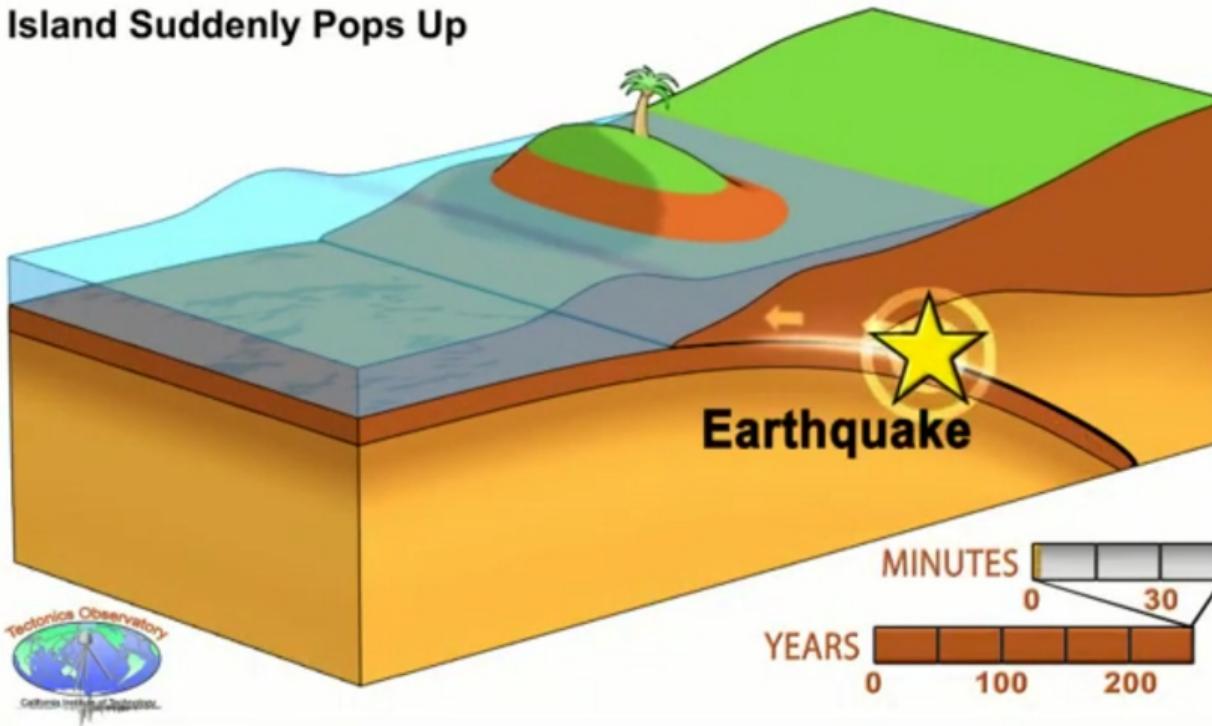
YEARS



Redes bayesianas

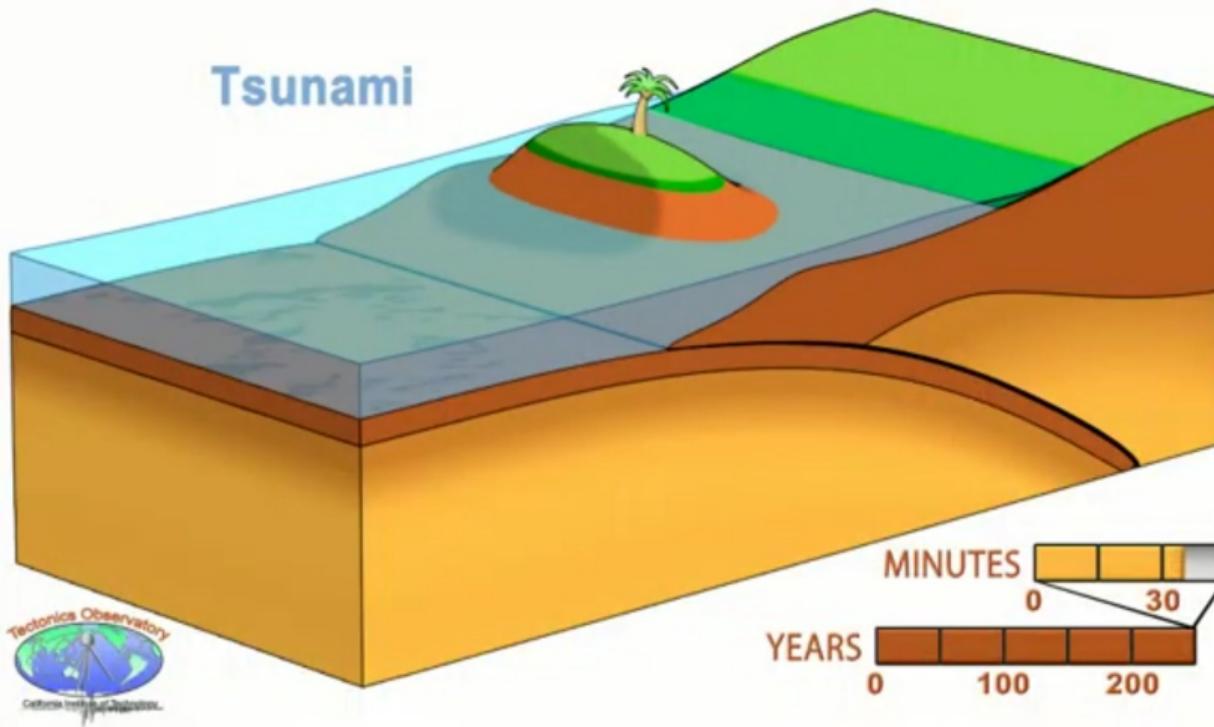
Sistemas complejos

Island Suddenly Pops Up



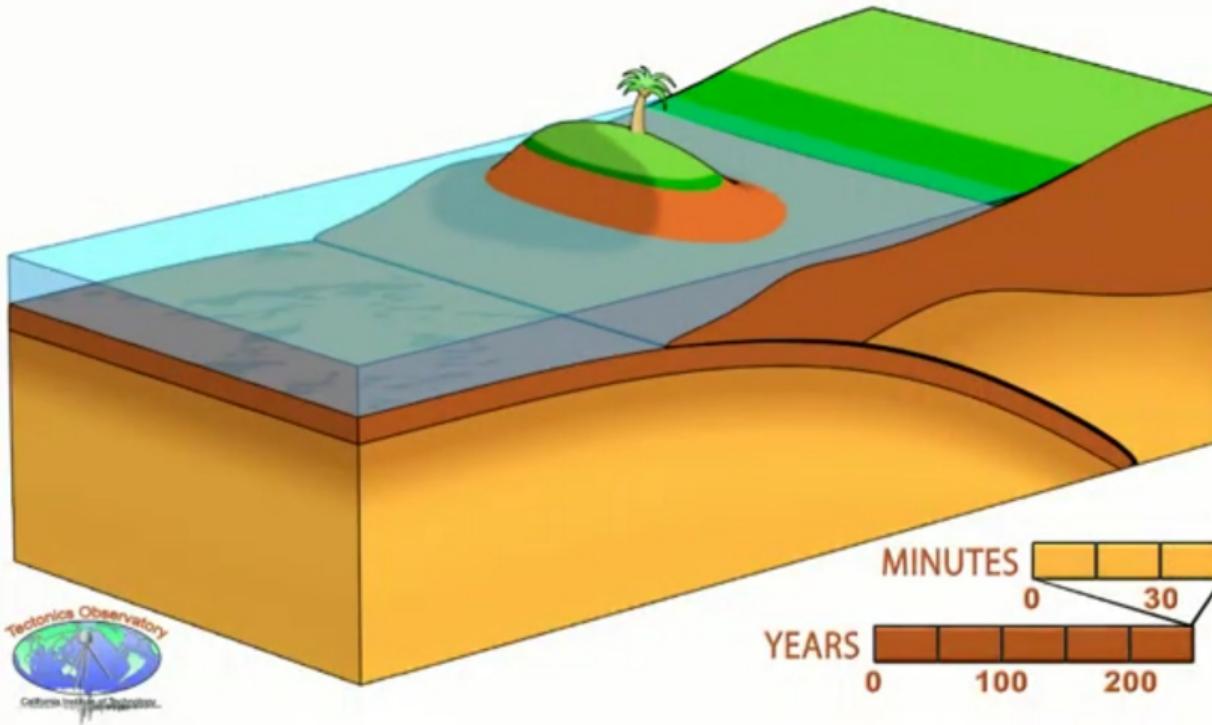
Redes bayesianas

Sistemas complejos



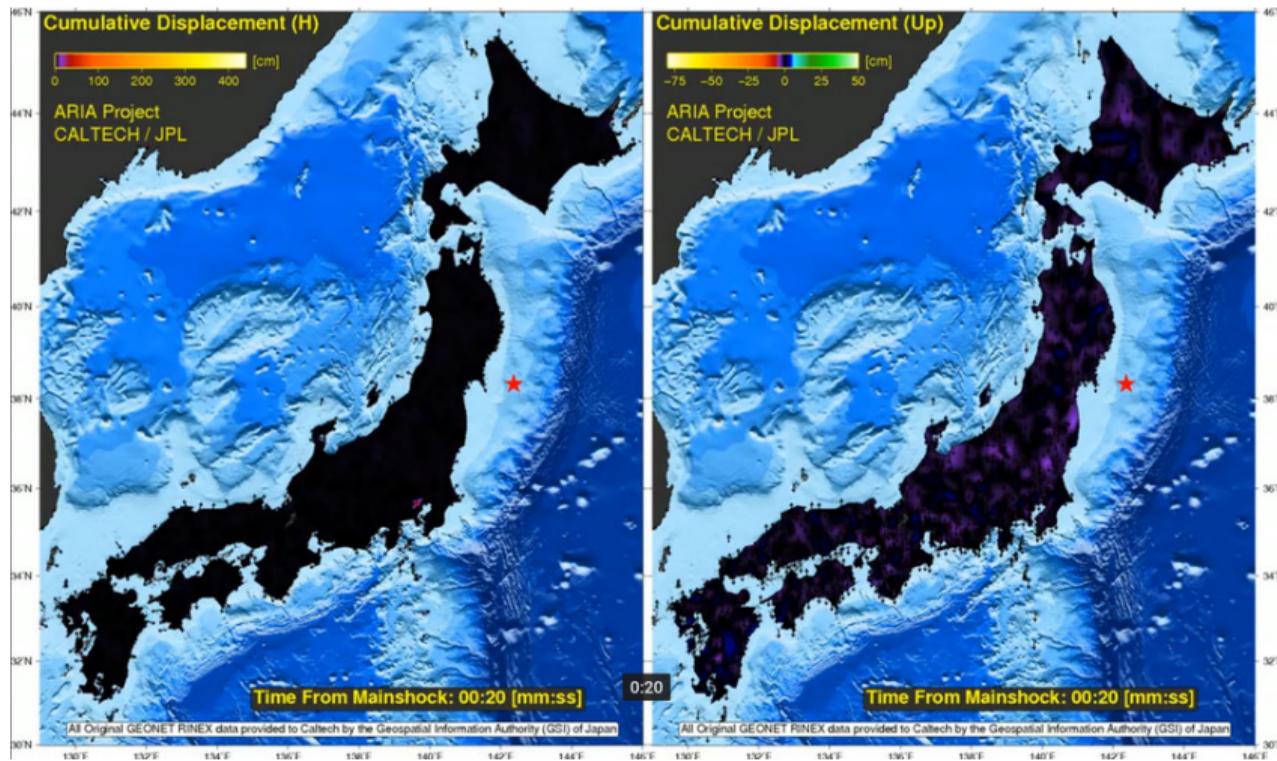
Redes bayesianas

Sistemas complejos



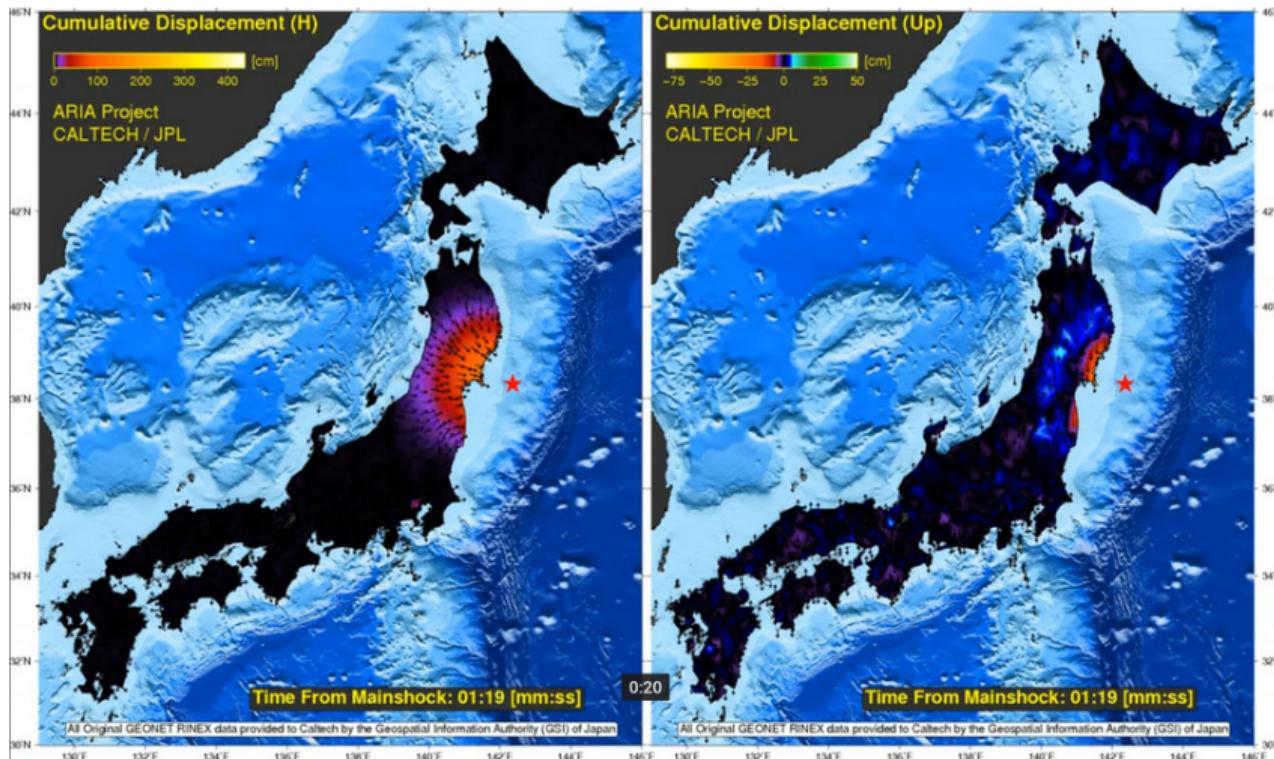
Redes bayesianas

Sistemas complejos



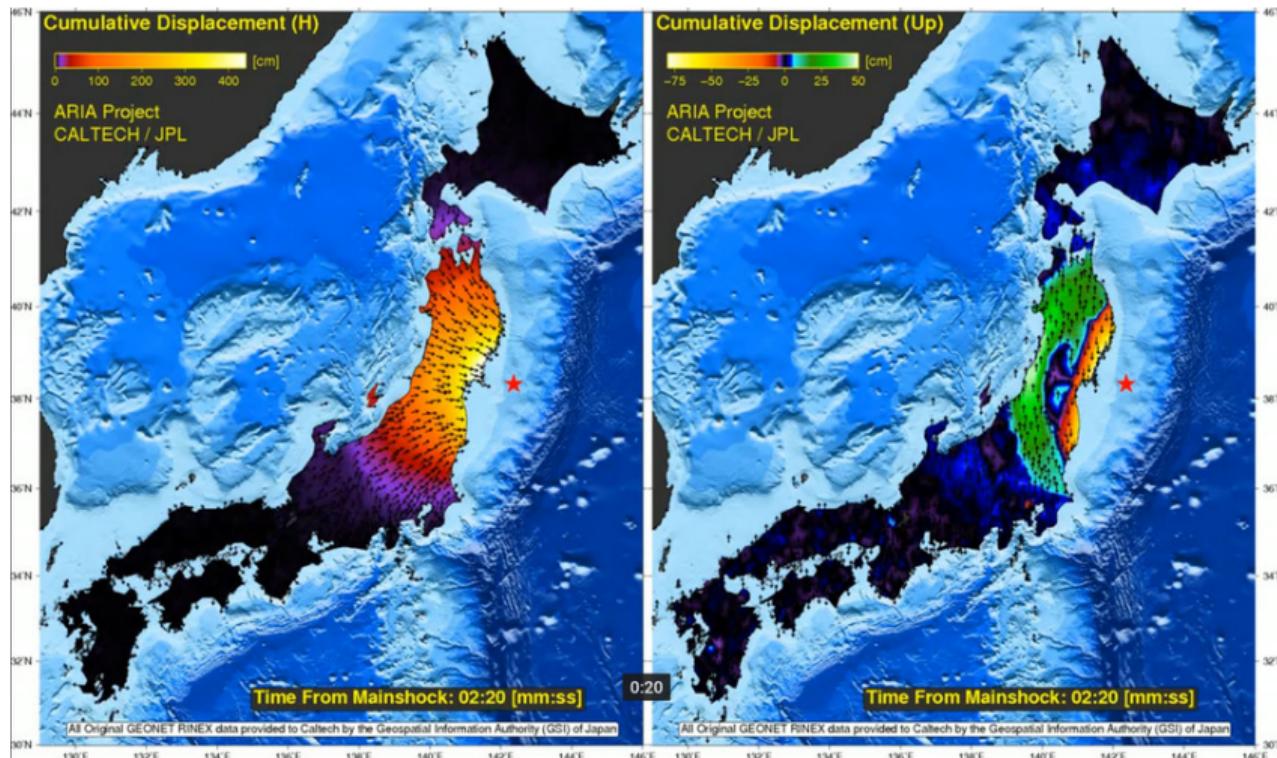
Redes bayesianas

Sistemas complejos



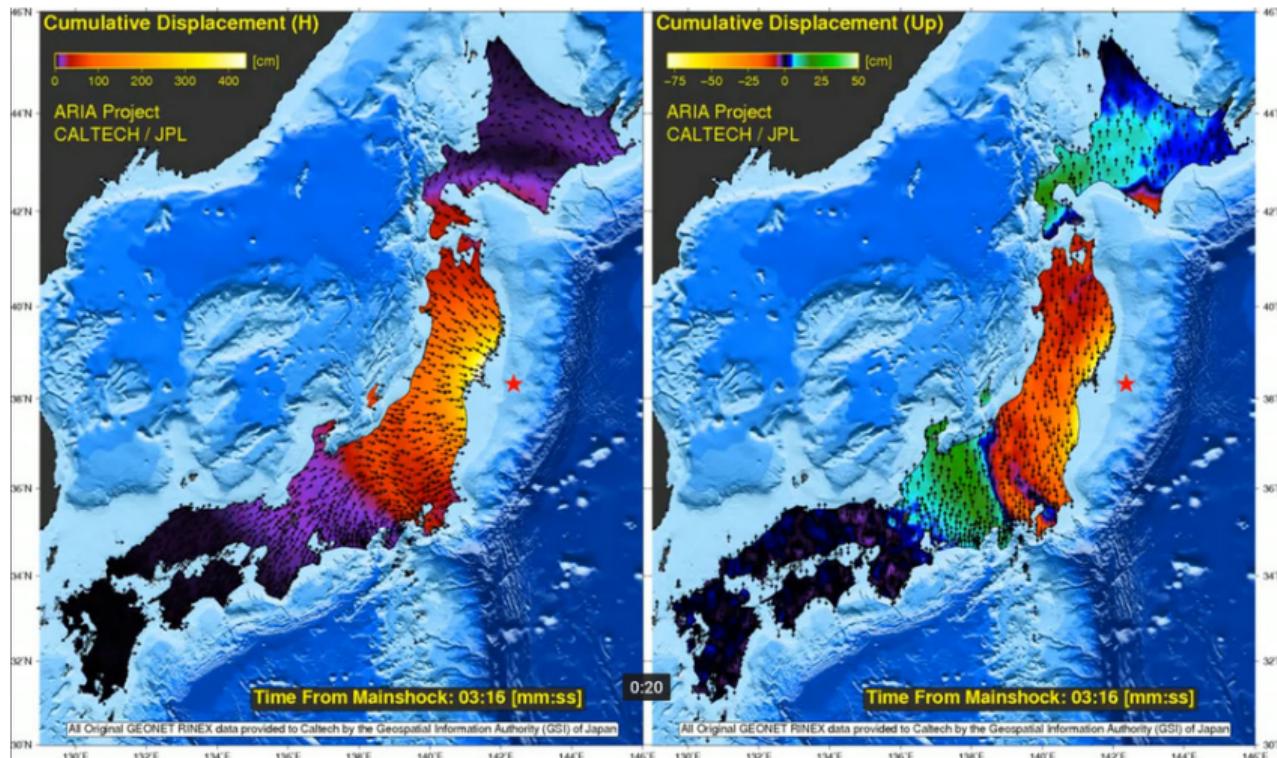
Redes bayesianas

Sistemas complejos



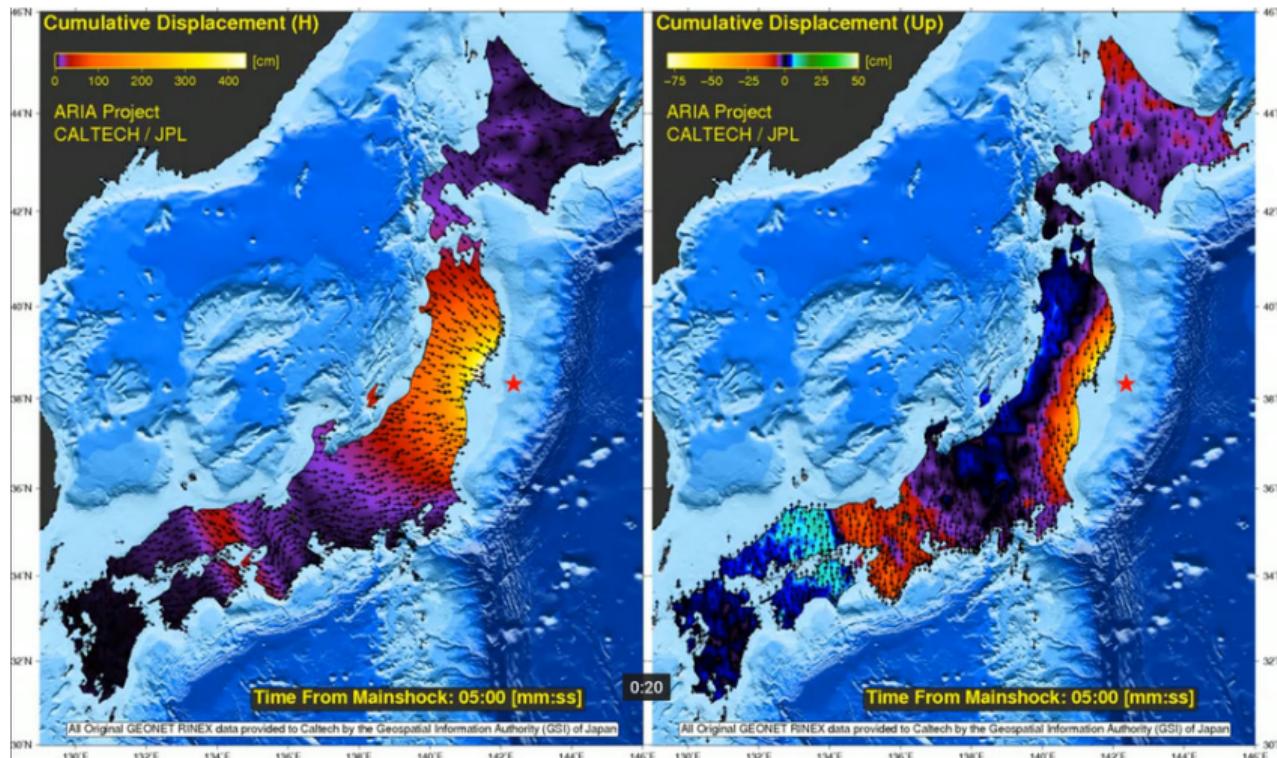
Redes bayesianas

Sistemas complejos



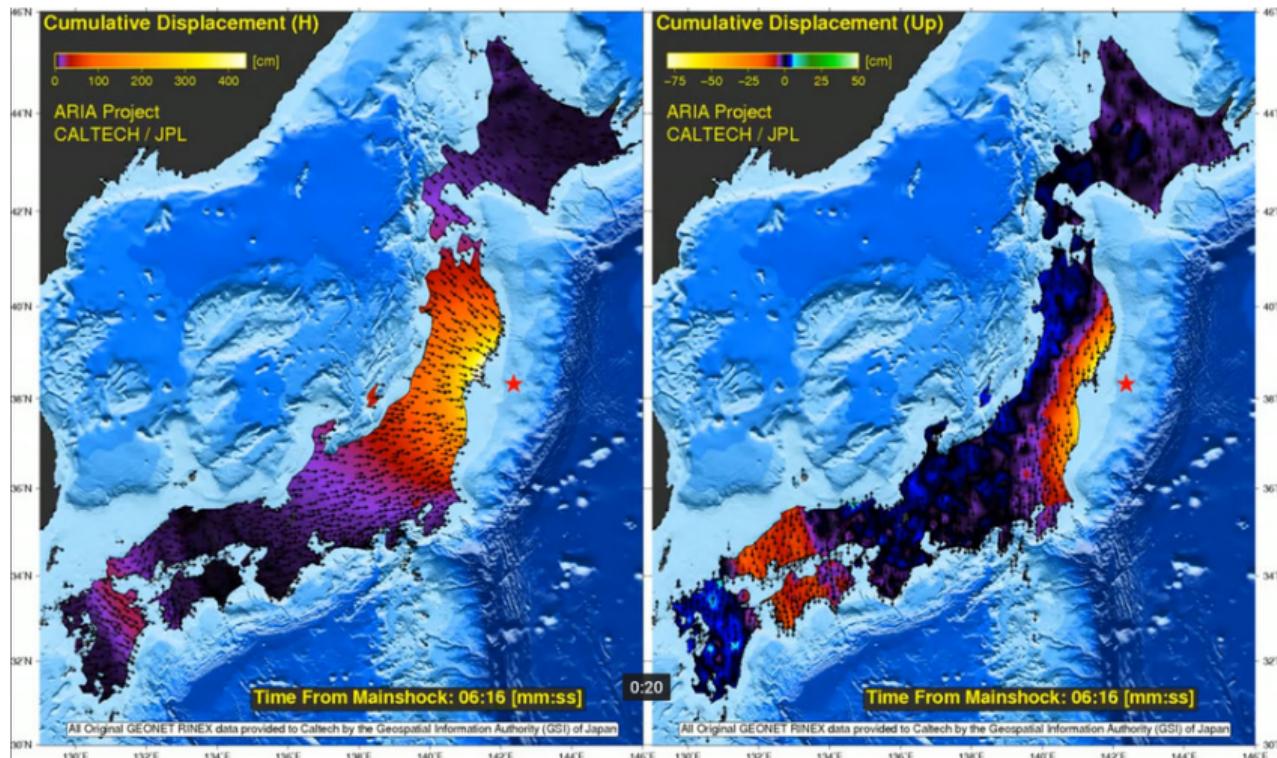
Redes bayesianas

Sistemas complejos



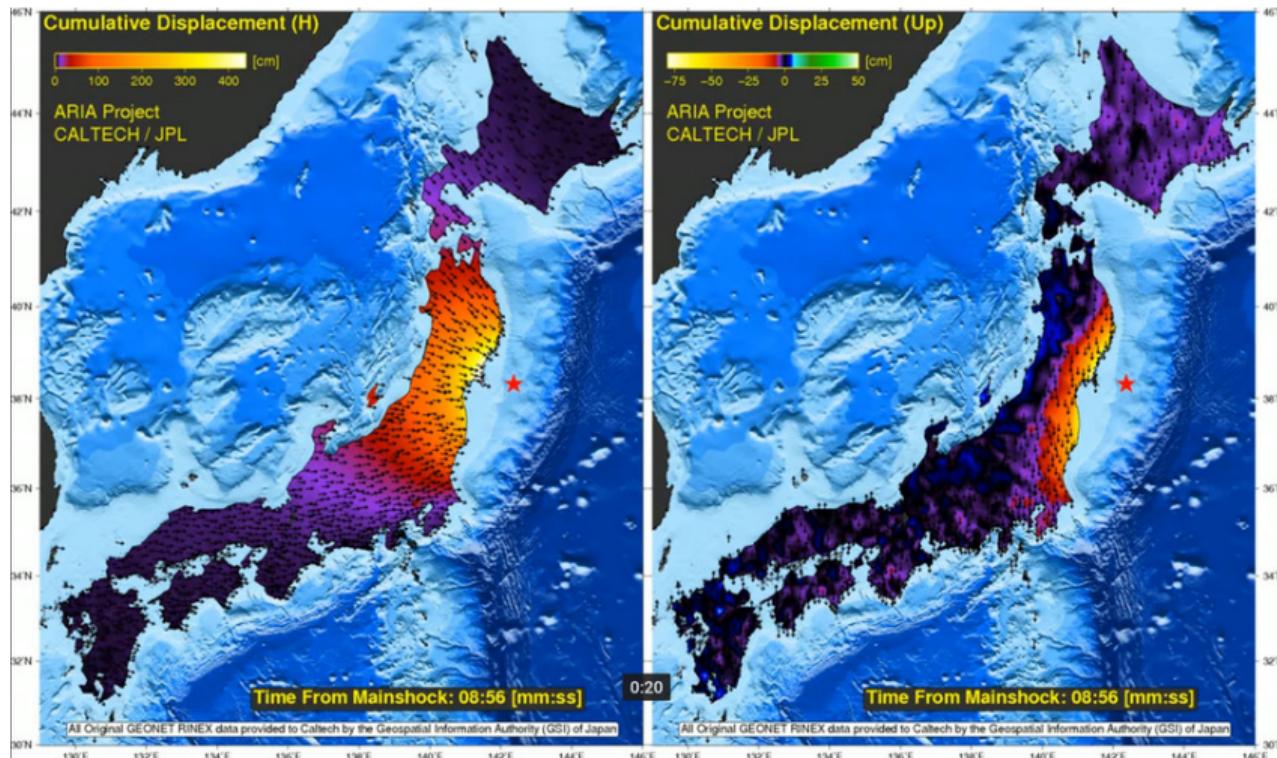
Redes bayesianas

Sistemas complejos



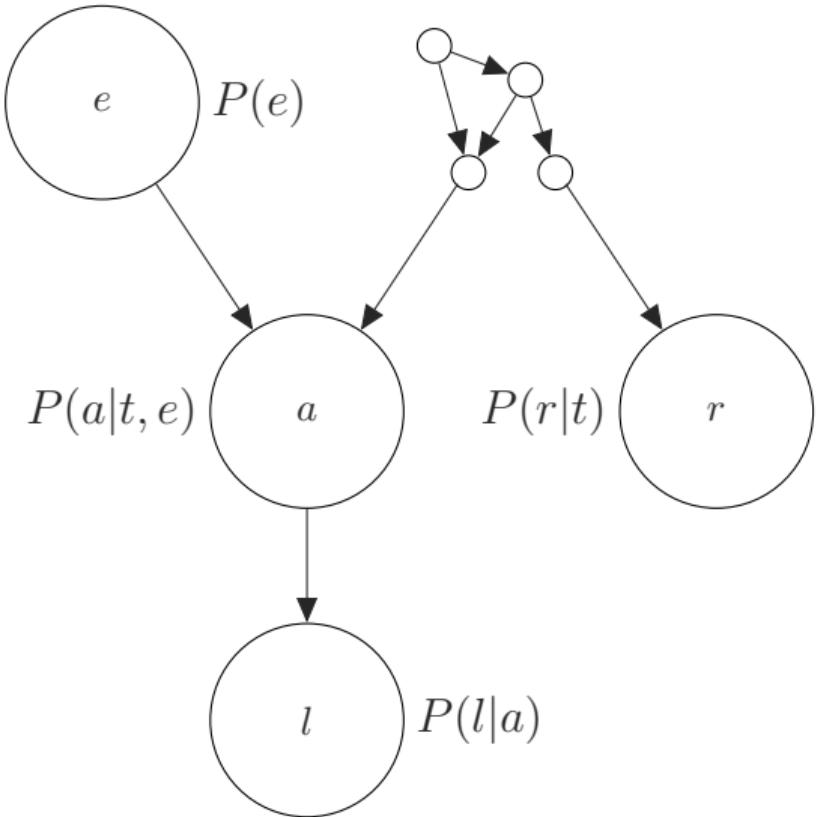
Redes bayesianas

Sistemas complejos



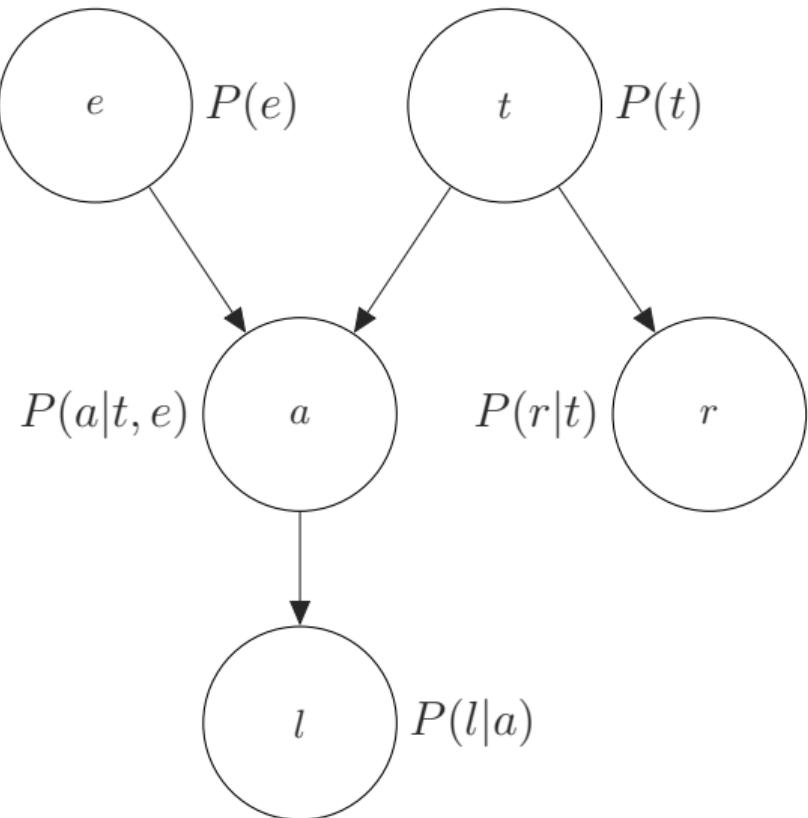
Redes bayesianas

Sistemas complejos



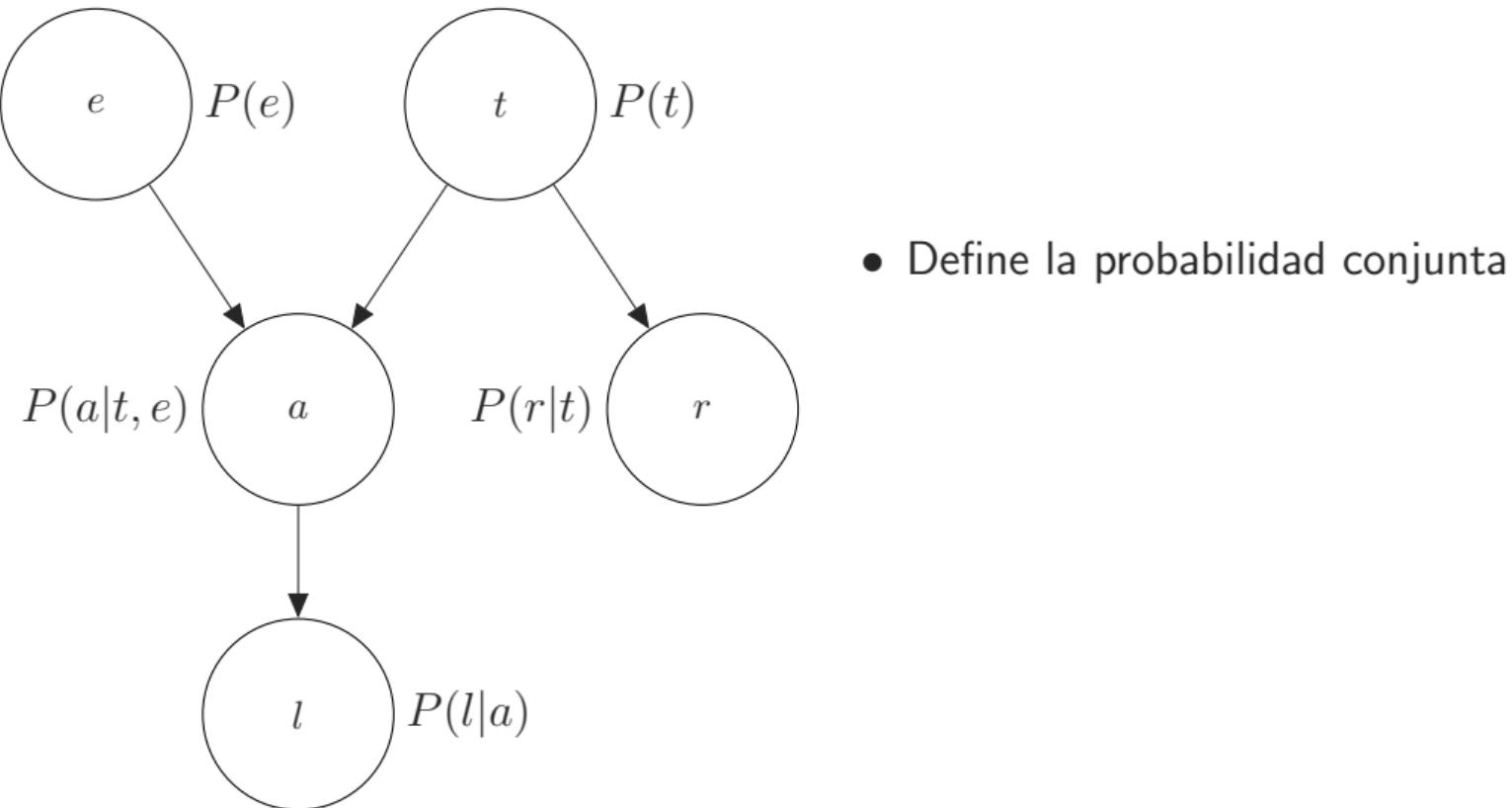
Redes bayesianas

Historias causales



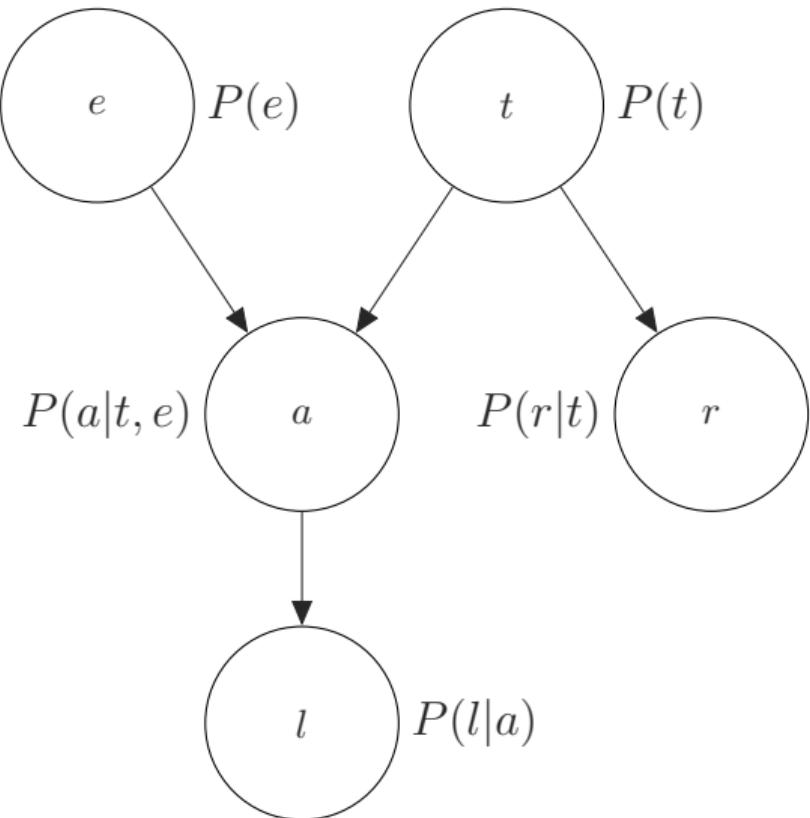
Redes bayesianas

Historias causales



Redes bayesianas

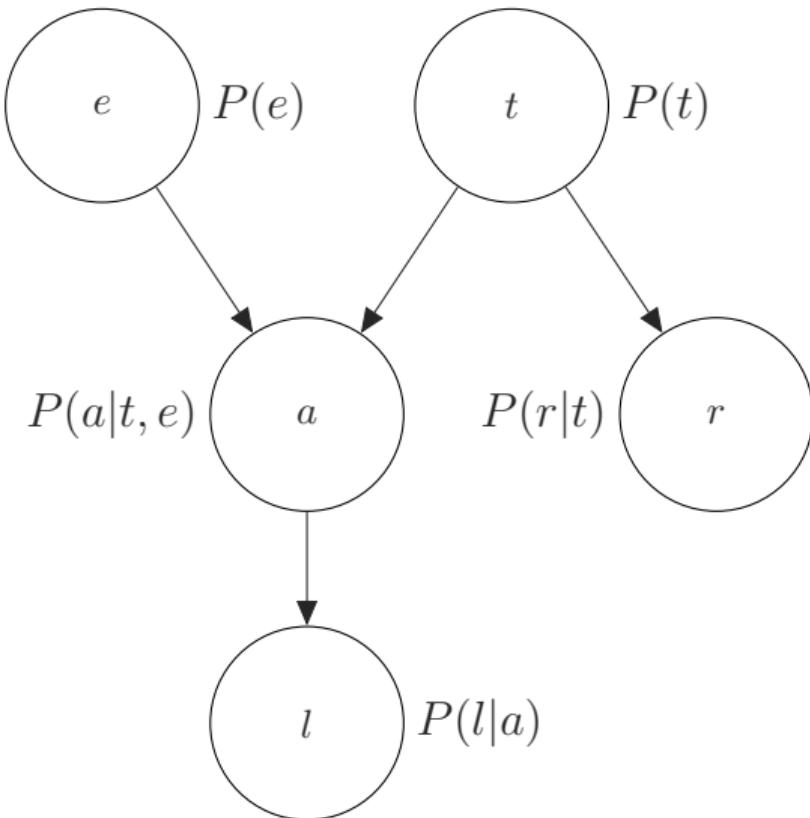
Historias causales



- Define la probabilidad conjunta
- Expresa las hipótesis de forma intuitiva

Redes bayesianas

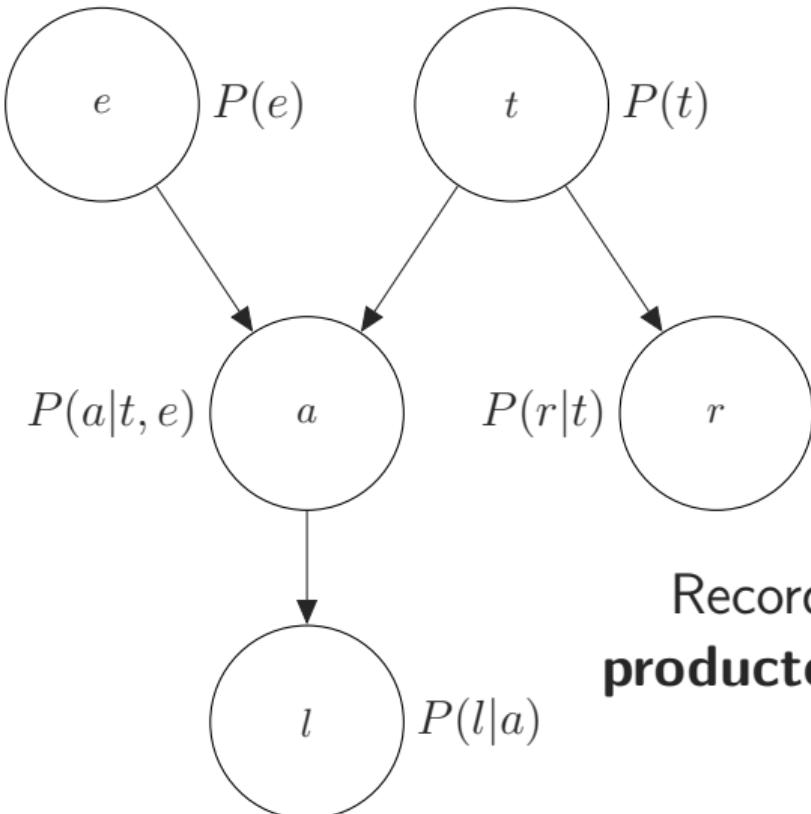
Historias causales



- Define la probabilidad conjunta
- Expresa las hipótesis de forma intuitiva
- Permite hacer inferencia eficientemente

Redes bayesianas

Historias causales

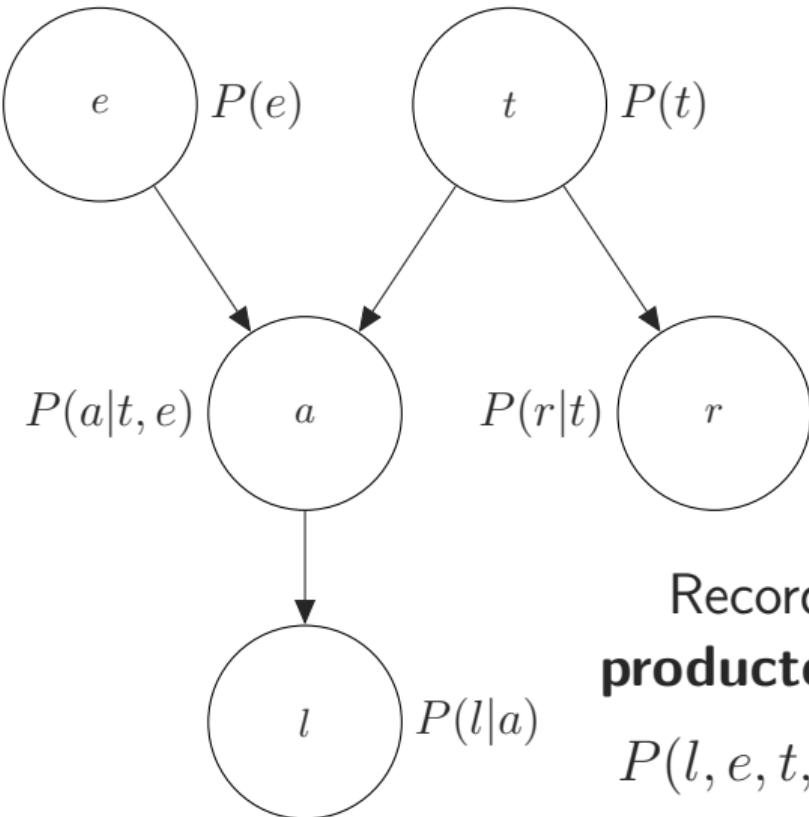


- Define la probabilidad conjunta
- Expresa las hipótesis de forma intuitiva
- Permite hacer inferencia eficientemente

Recordar que la probabilidad conjunta es el
producto de las distribuciones condicionales

Redes bayesianas

Historias causales



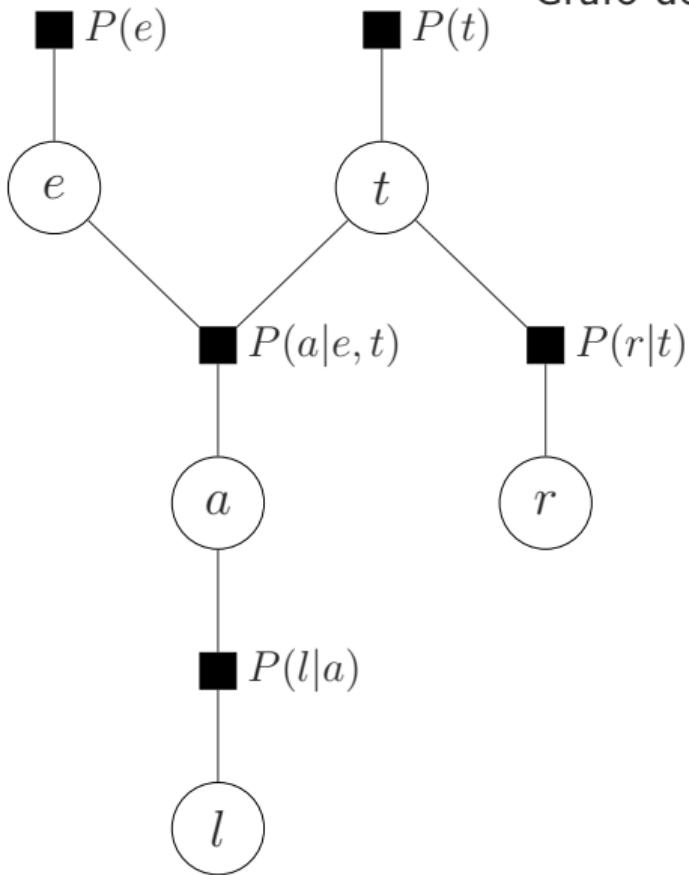
- Define la probabilidad conjunta
- Expresa las hipótesis de forma intuitiva
- Permite hacer inferencia eficientemente

Recordar que la probabilidad conjunta es el
producto de las distribuciones condicionales

$$P(l, e, t, r, a) = P(e)P(t)P(r|t)P(a|t, e)P(l|a)$$

Método de especificación

Grafo de factorización (factor graph)

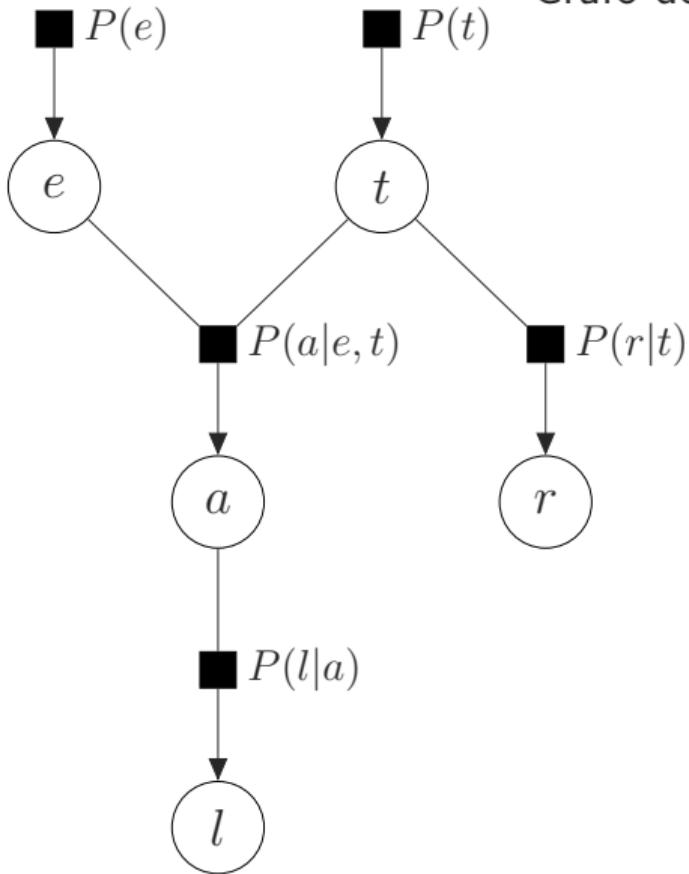


Nodos:
variables y funciones

Ejes:
“la variable v es argumento de la función P ”

Método de especificación

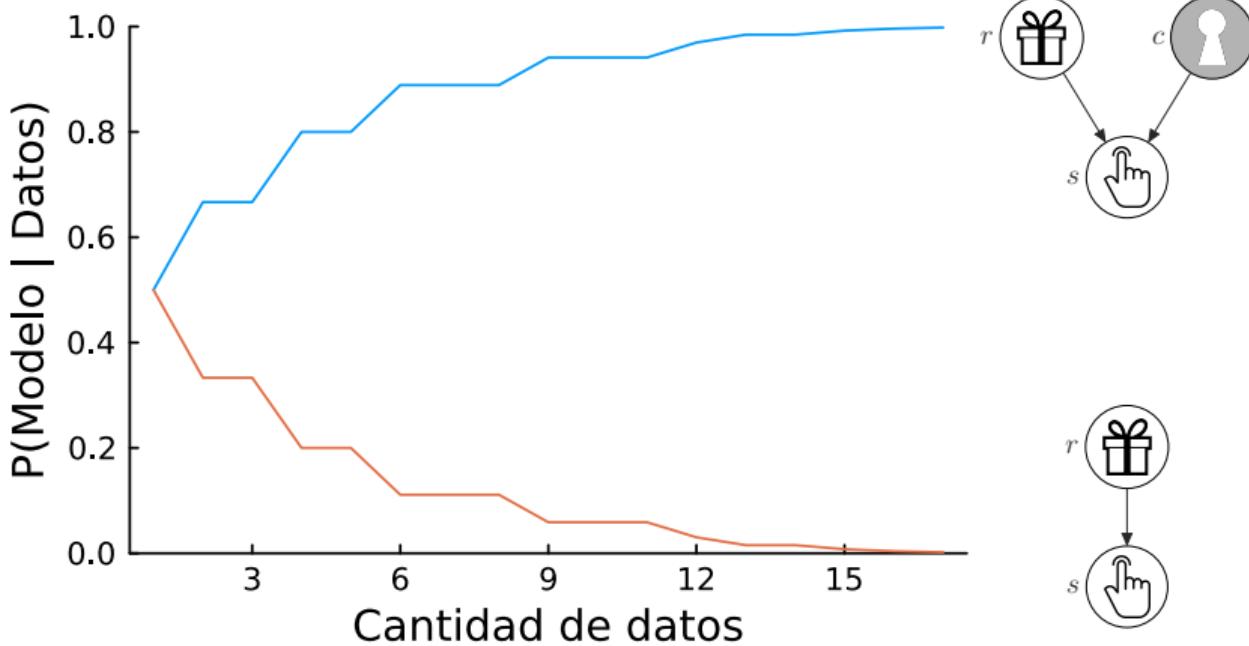
Grafo de factorización (factor graph)



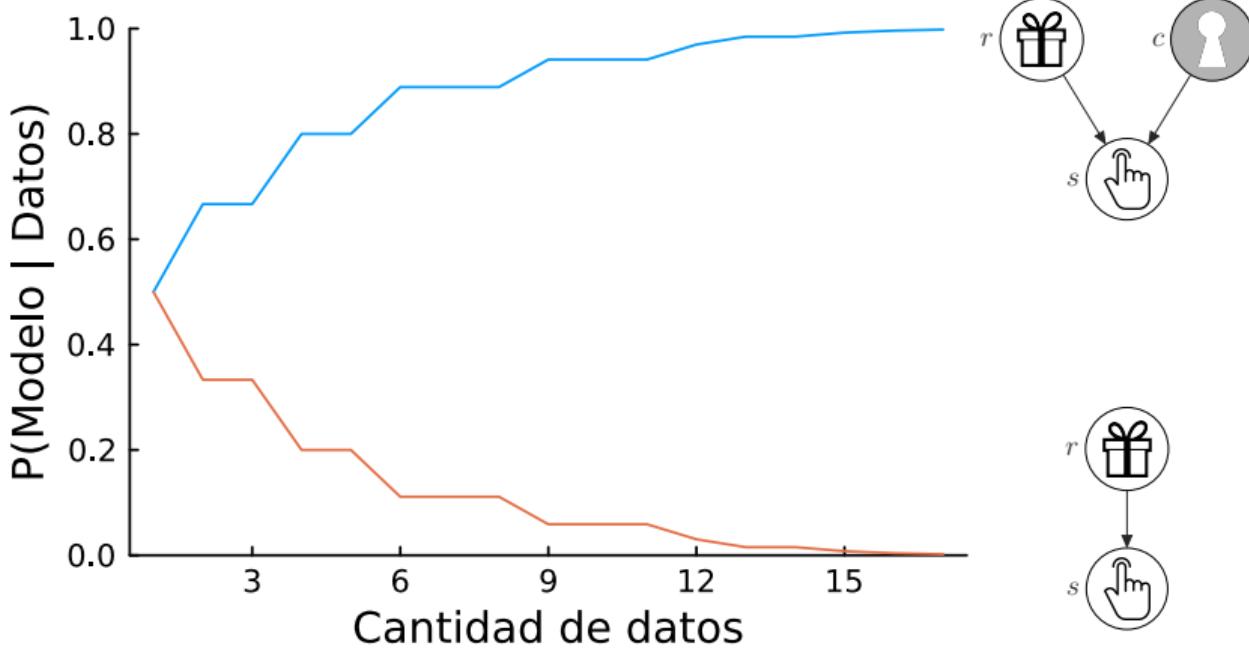
Nodos:
variables y funciones

Ejes:
“la variable v es argumento de la función P ”

Evaluación de modelos causales

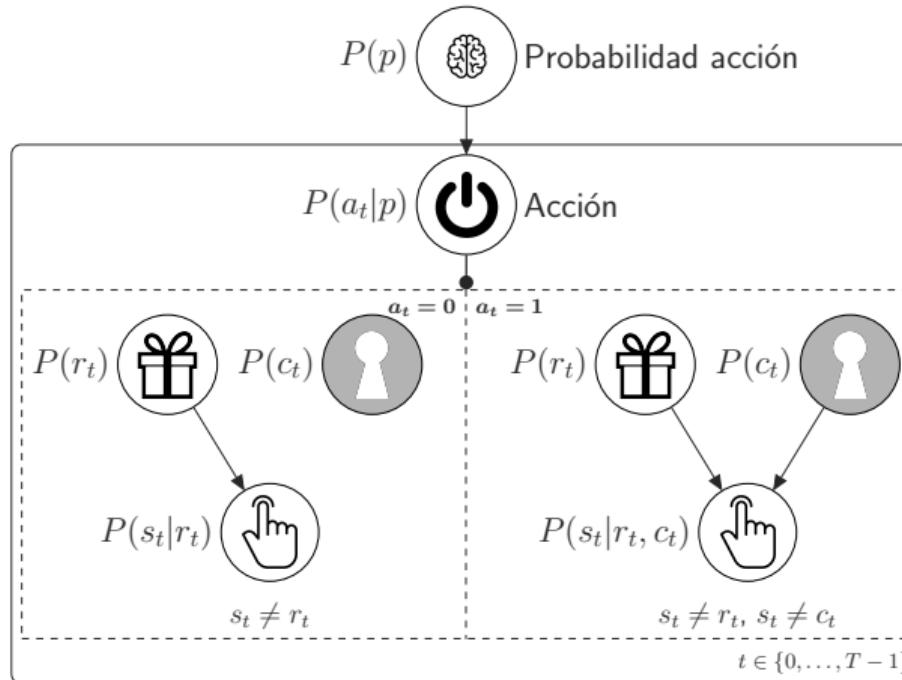


Evaluación de modelos causales

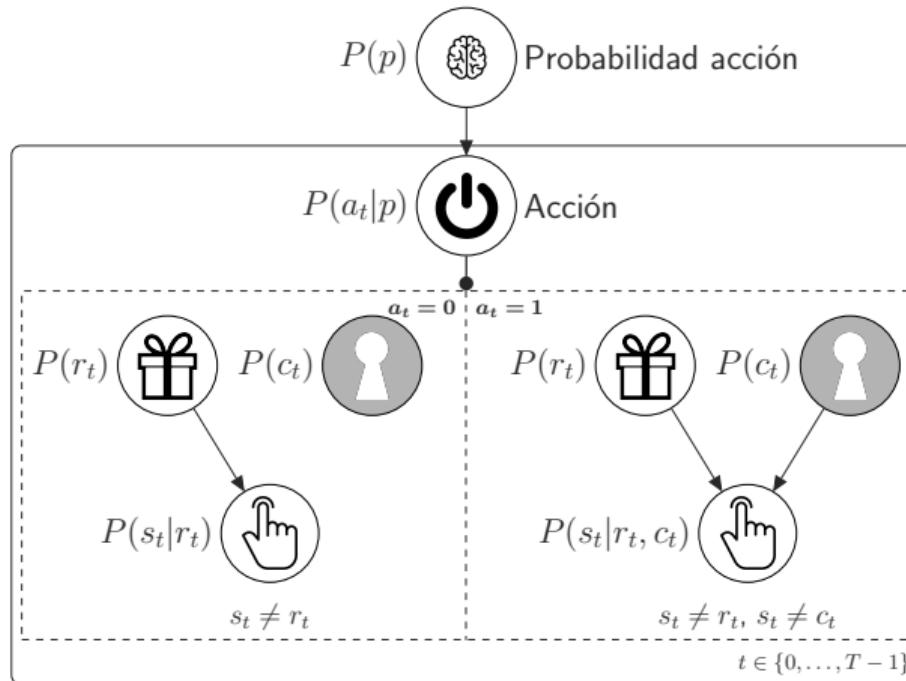


¿Qué pasaría con la evaluación de modelos si la persona que da la pista a veces se olvida de tener en cuenta la caja que elegimos?

Mecanismos causales dinámicos

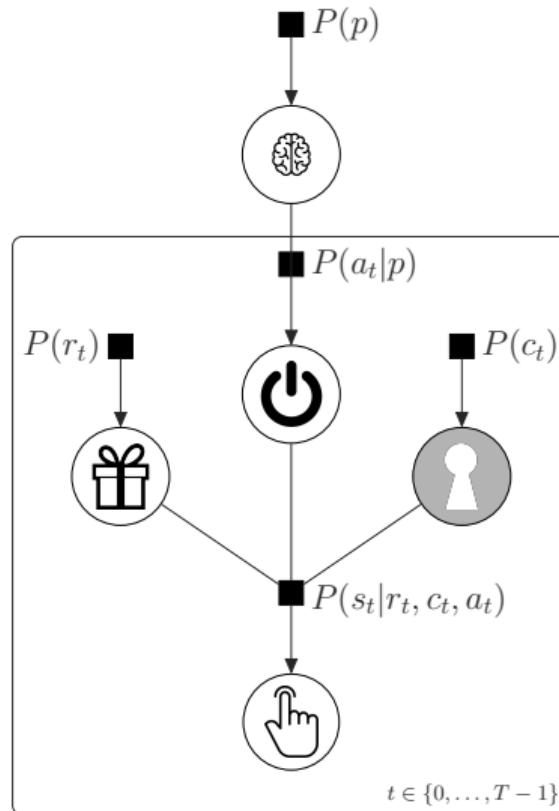


Mecanismos causales dinámicos

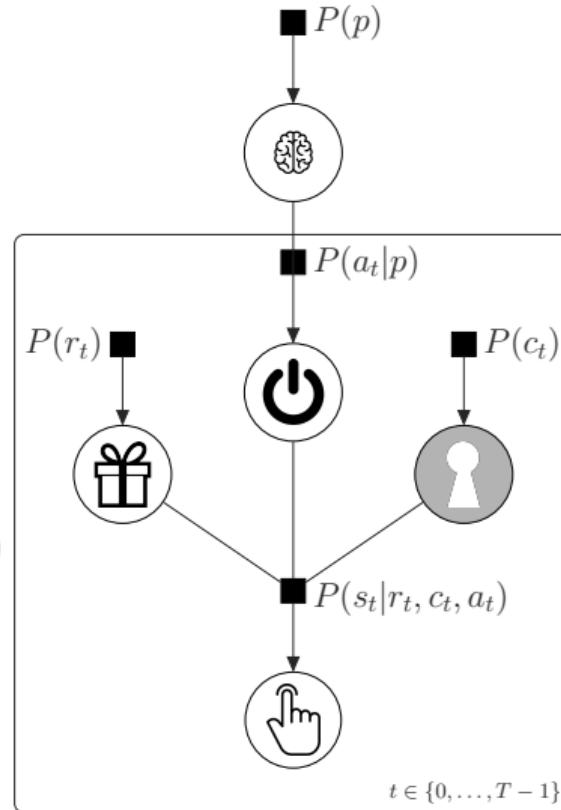


Veamos la especificación precisa usando factor graphs.

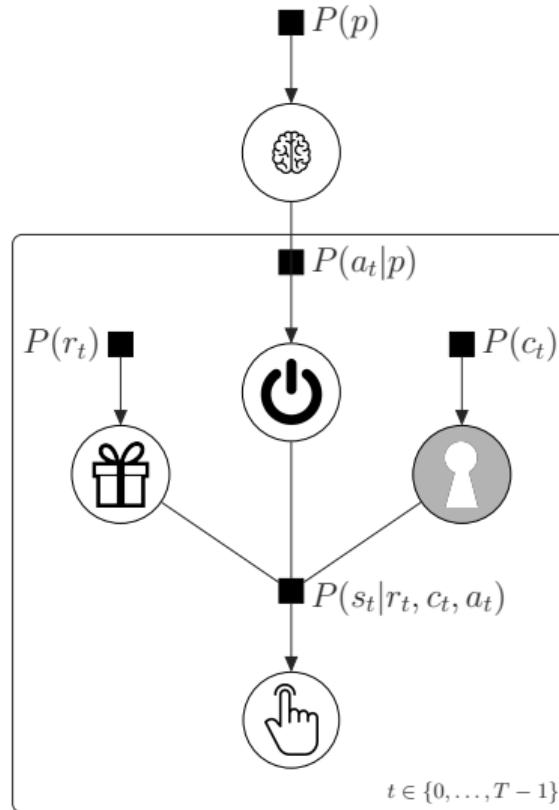
Mecanismos causales dinámicos



Mecanismos causales dinámicos



Mecanismos causales dinámicos



Mecanismos causales dinámicos

- Minka, T; Winn, J. *Gates*; Advances in Neural Information Processing Systems. 2008. ([Descargar](#)).
- Winn, J. **Causality with Gates**; Proceedings of Machine Learning Research. 2012. ([Descargar](#)).

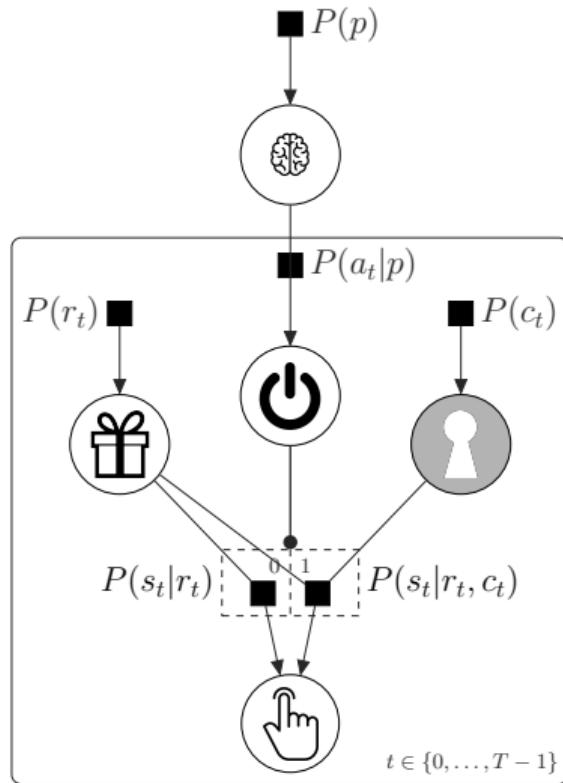
Mecanismos causales dinámicos

- Minka, T; Winn, J. *Gates*; Advances in Neural Information Processing Systems. 2008. ([Descargar](#)).
- Winn, J. **Causality with Gates**; Proceedings of Machine Learning Research. 2012. ([Descargar](#)).

La notación de compuertas (gates) permite especificar mecanismos causales dinámicos que dependen del contexto.

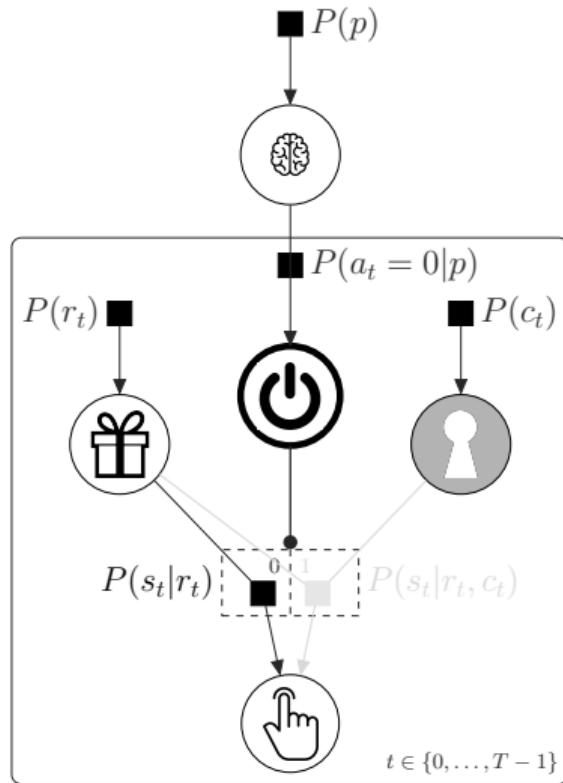
Mecanismos causales dinámicos

Gates



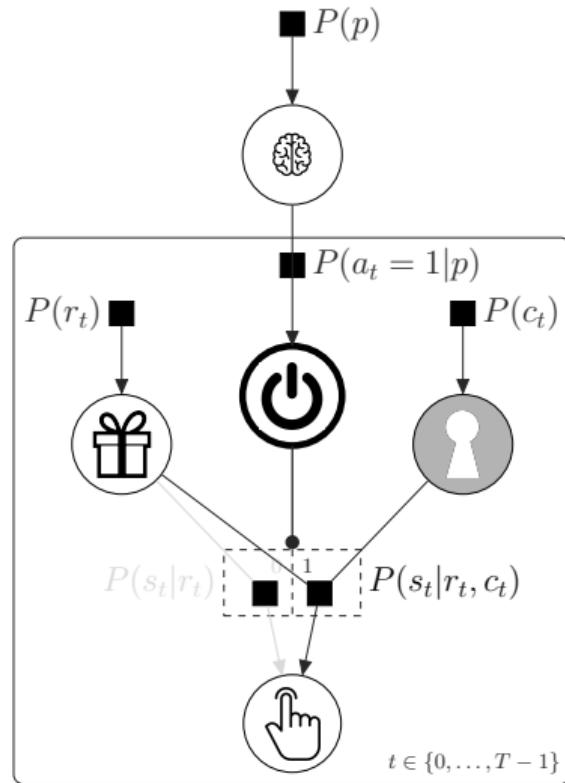
Mecanismos causales dinámicos

Gates



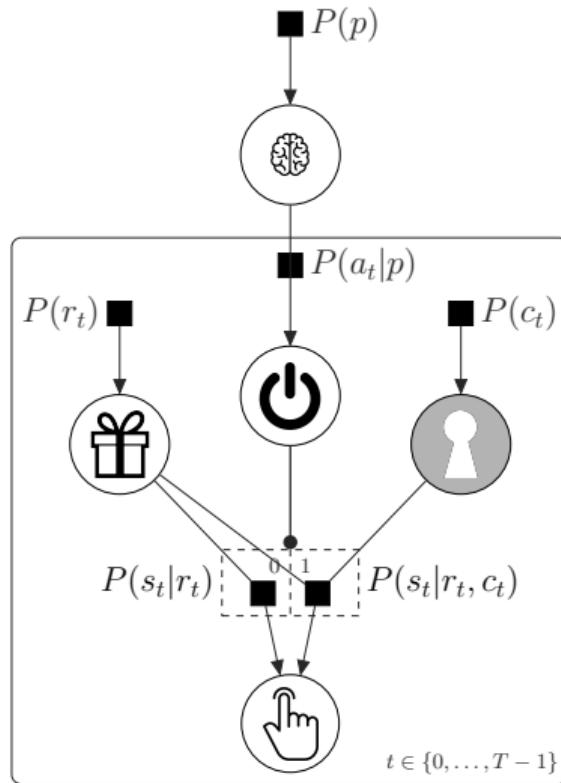
Mecanismos causales dinámicos

Gates



Mecanismos causales dinámicos

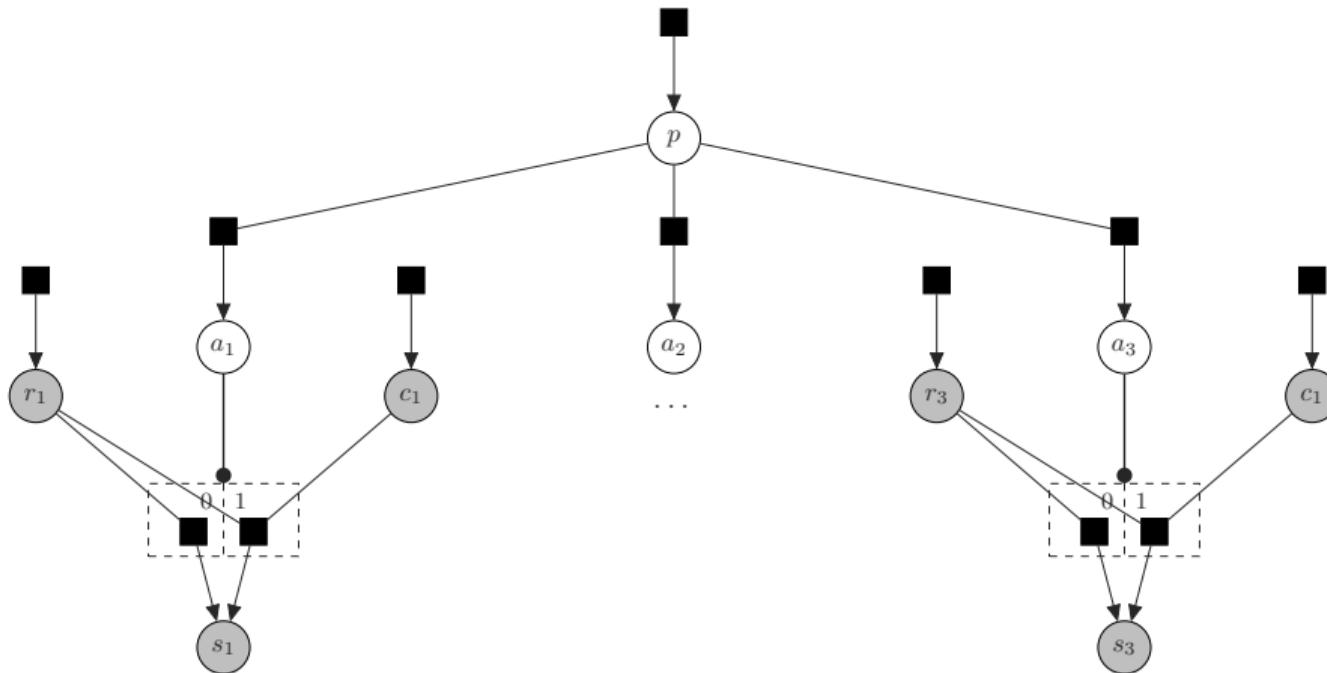
Gates



$$P(s_t|r_t, c_t, a_t) = P(s_t|r_t)^{\mathbb{I}(a_t=0)} P(s_t|r_t, c_t)^{\mathbb{I}(a_t=1)}$$

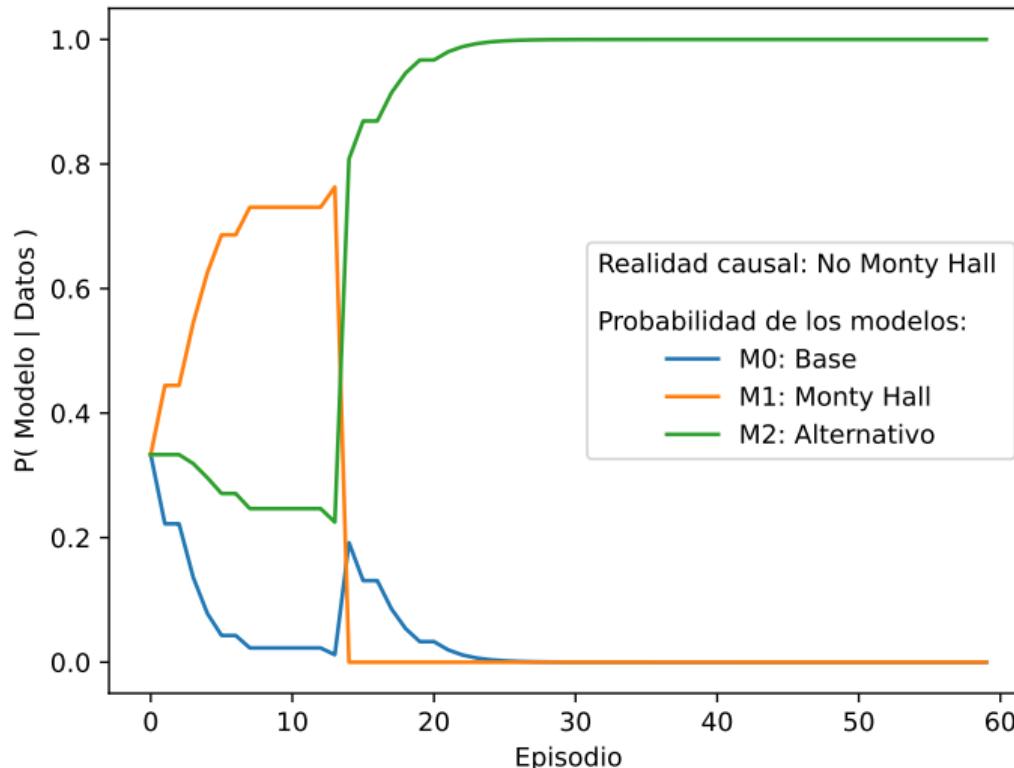
Mecanismos causales dinámicos

Gates



Mecanismos causales dinámicos

Evaluación de modelos



Evaluación de modelos causales alternativos con misma distribución conjunta

Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta

$P(A)$

$A = 0$	$A = 1$
0.5	0.5

$P(B|A)$

	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0.95	0.05
$A = 1$	0.05	0.95

A

B



Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta

$P(A)$	
$A = 0$	$A = 1$
0.5	0.5

$P(B A)$		
	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0.95	0.05
$A = 1$	0.05	0.95

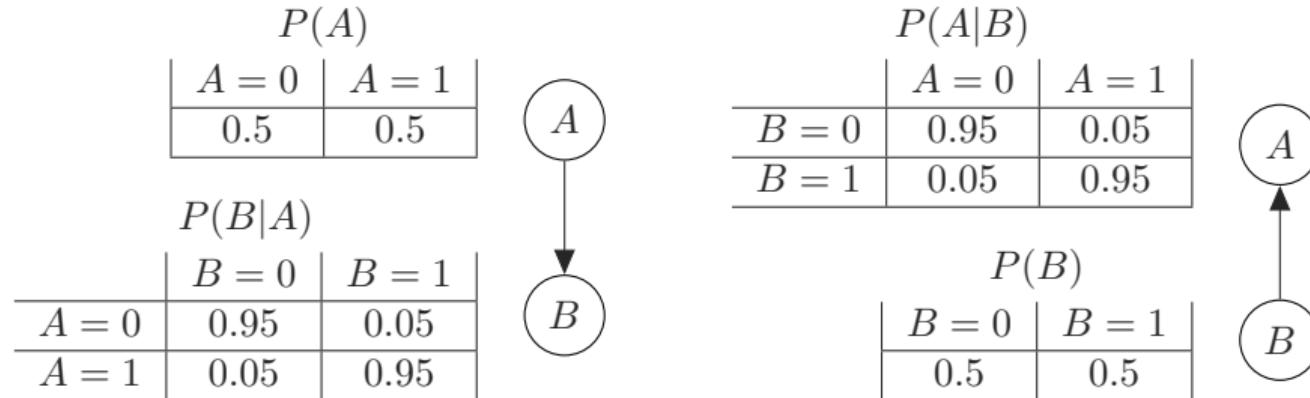


$P(A B)$		
	$A = 0$	$A = 1$
$B = 0$	0.95	0.05
$B = 1$	0.05	0.95

$P(B)$		
	$B = 0$	$B = 1$
0.5	0.5	



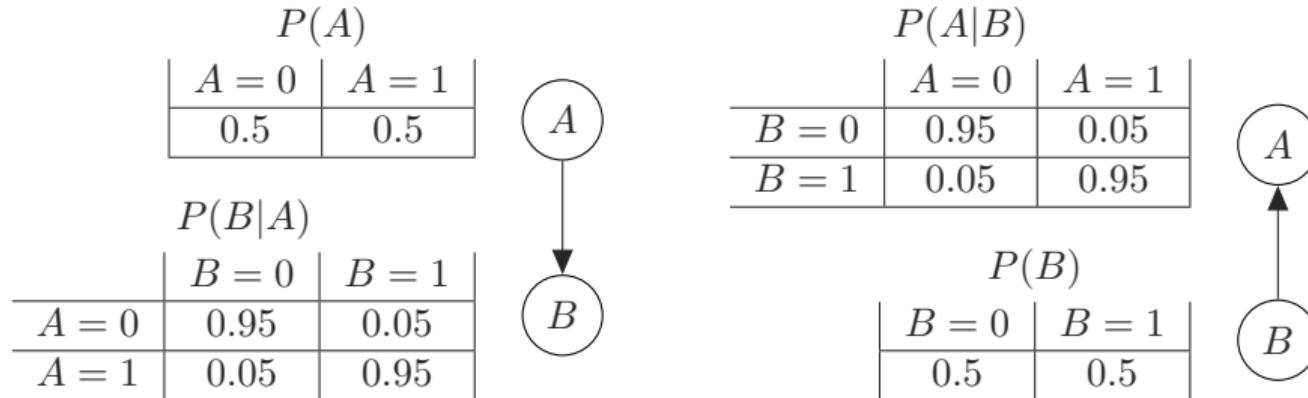
Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta



$$P(A, B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

Ambos modelos tienen la misma distribución conjunta.

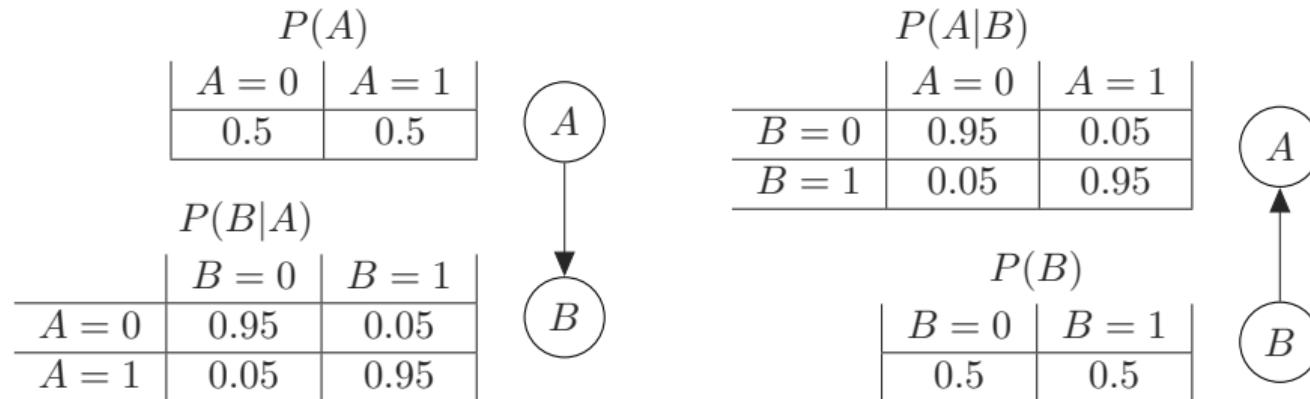
Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta



$$P(A, B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

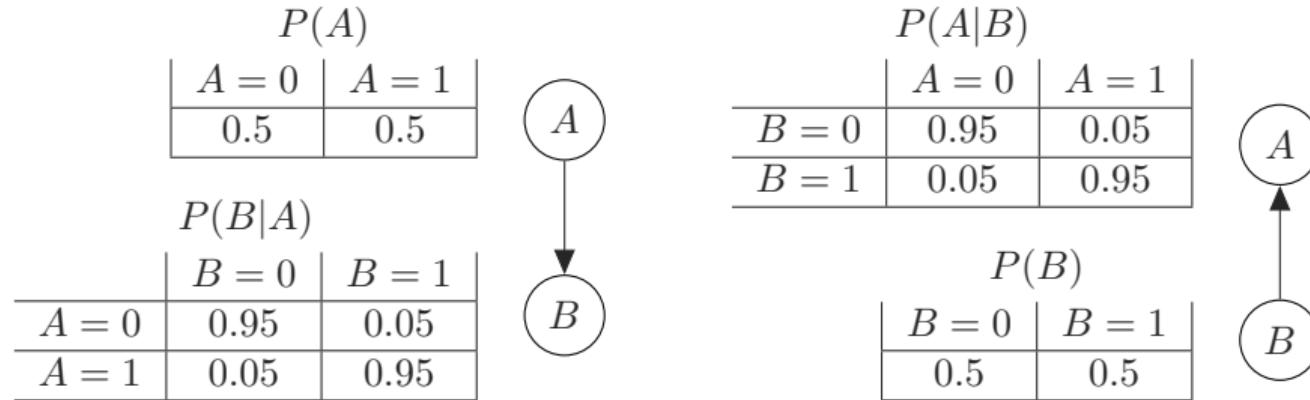
Entonces predicen igual!

Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta



$$P(\text{Modelo}_{A \rightarrow B} | \text{Datos}) = P(\text{Modelo}_{B \rightarrow A} | \text{Datos})$$

Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta



$$P(\text{Modelo}_{A \rightarrow B} | \text{Datos}) = P(\text{Modelo}_{B \rightarrow A} | \text{Datos})$$

No podemos identificar cuál es el modelo causal correcto!

¿El movimiento de las ramas produce viento, o el viento mueve las ramas?



Modelos causales alternativos con misma distribución conjunta

Con **intervenciones** (mover las ramas)
podemos identificar el modelo causal correcto

Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones

 $P(A)$

$A = 0$	$A = 1$
0.5	0.5

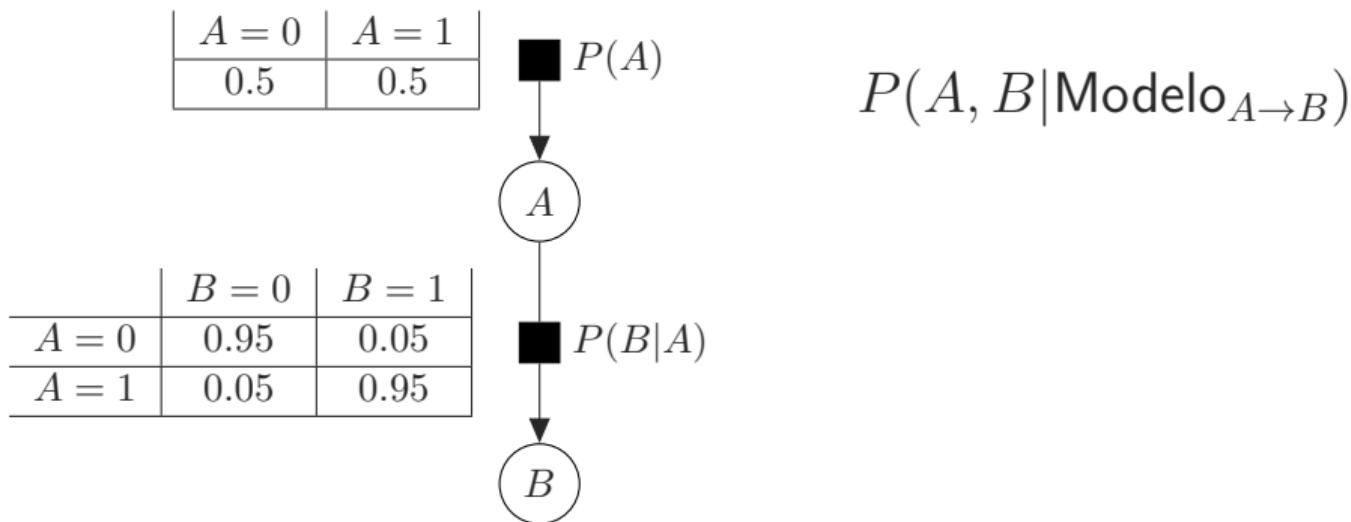
 $P(B|A)$

	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0.95	0.05
$A = 1$	0.05	0.95

 $P(A, B | \text{Modelo}_{A \rightarrow B})$

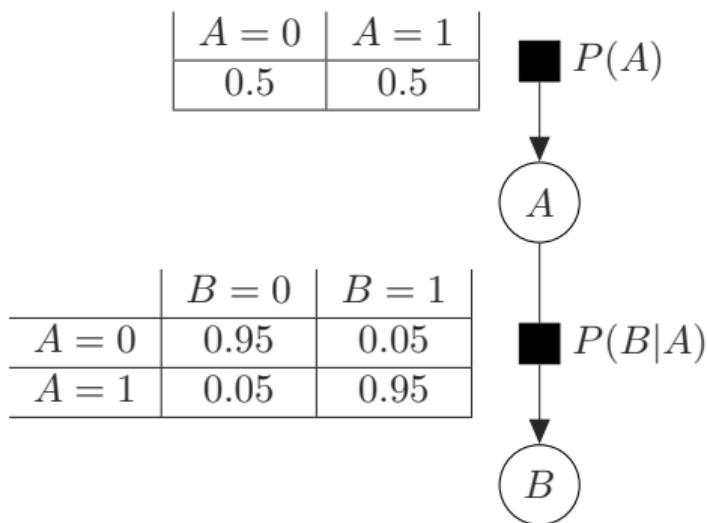
Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones



Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones

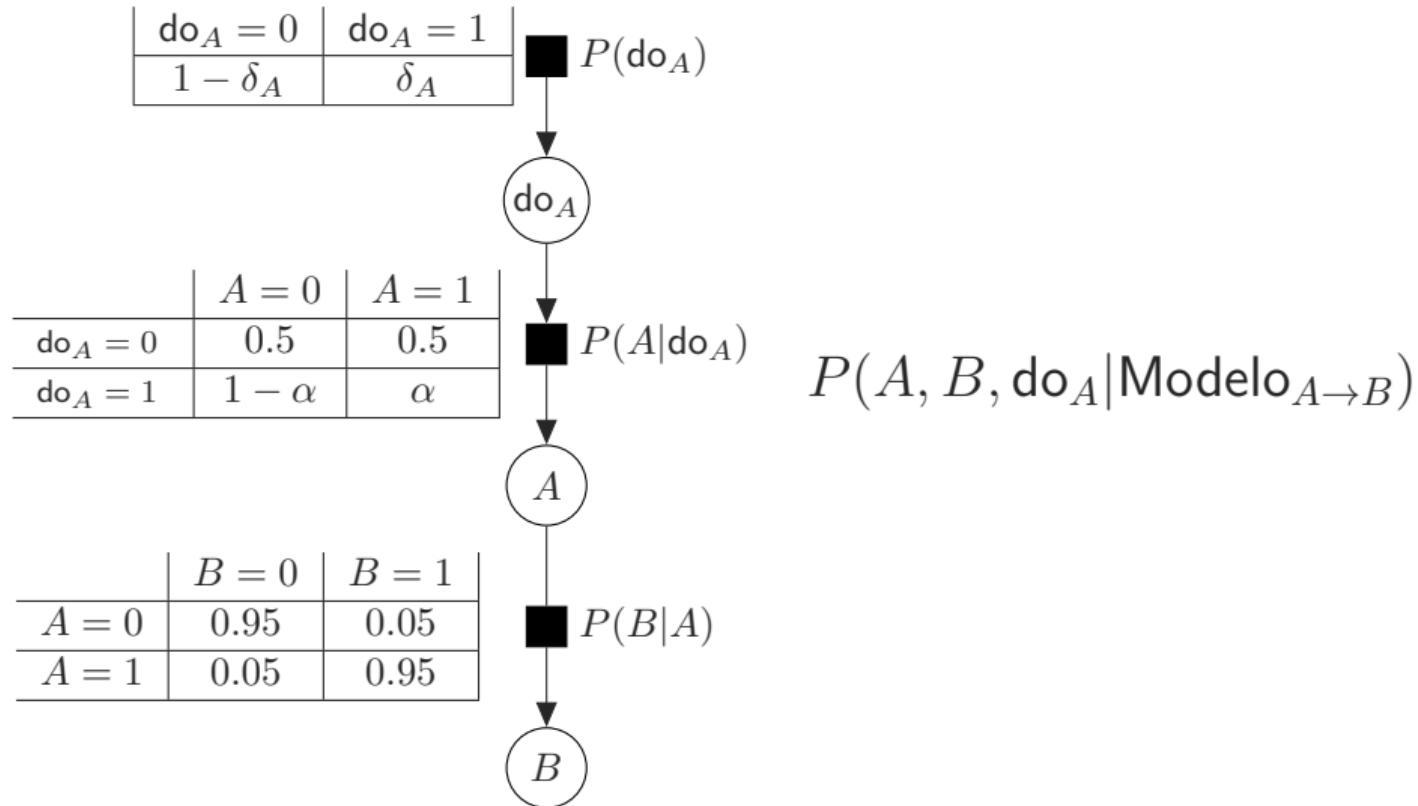


Nodos: Variables y Funciones

Ejes: Variable v es parámetro de la función f

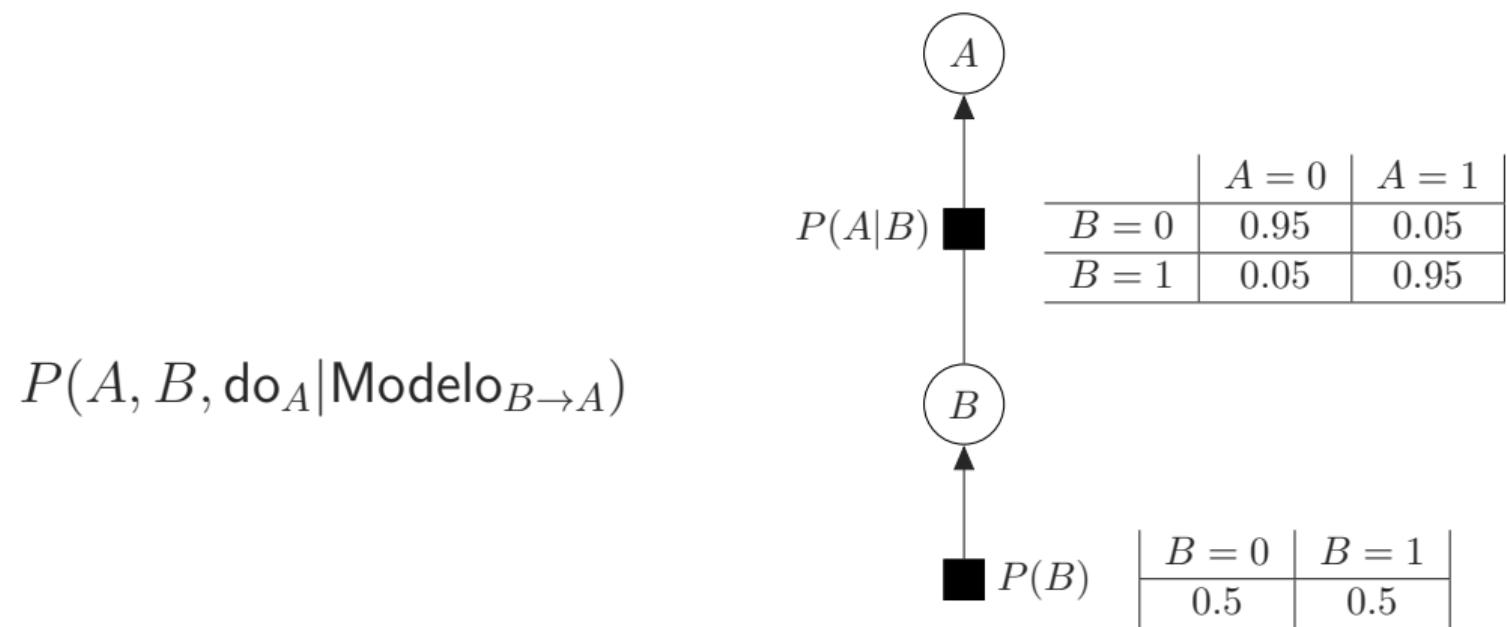
Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones



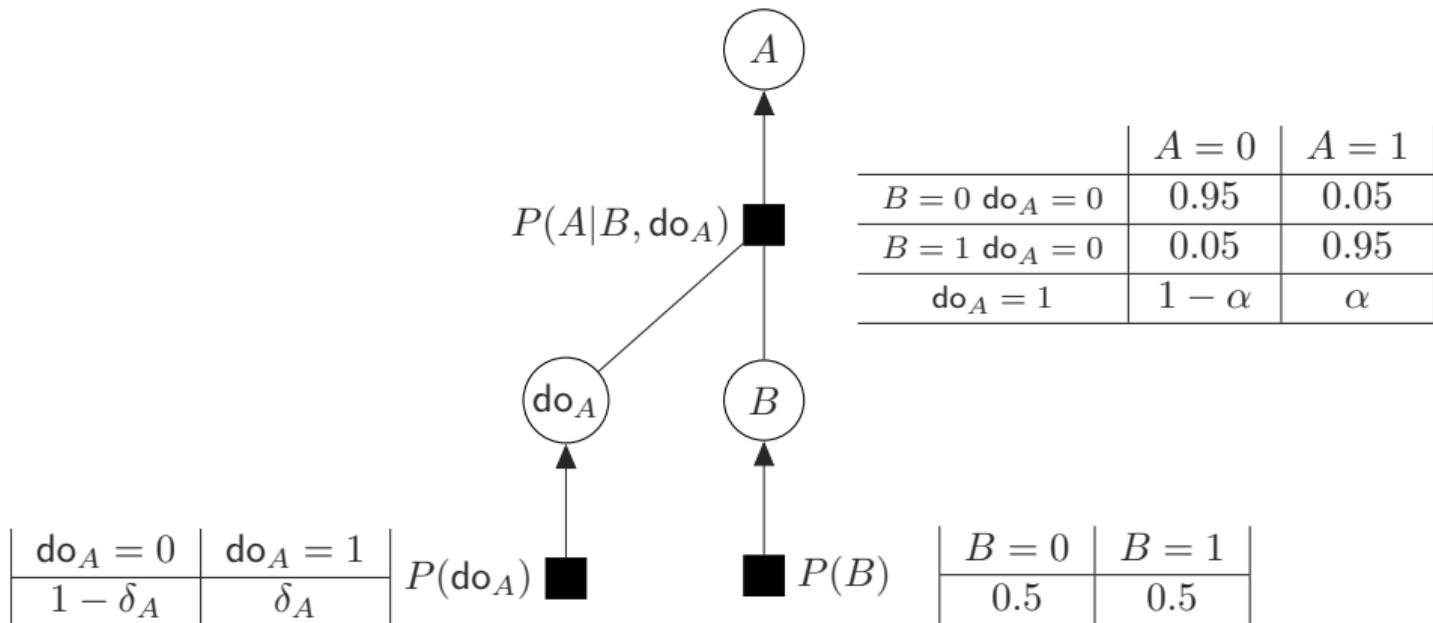
Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones



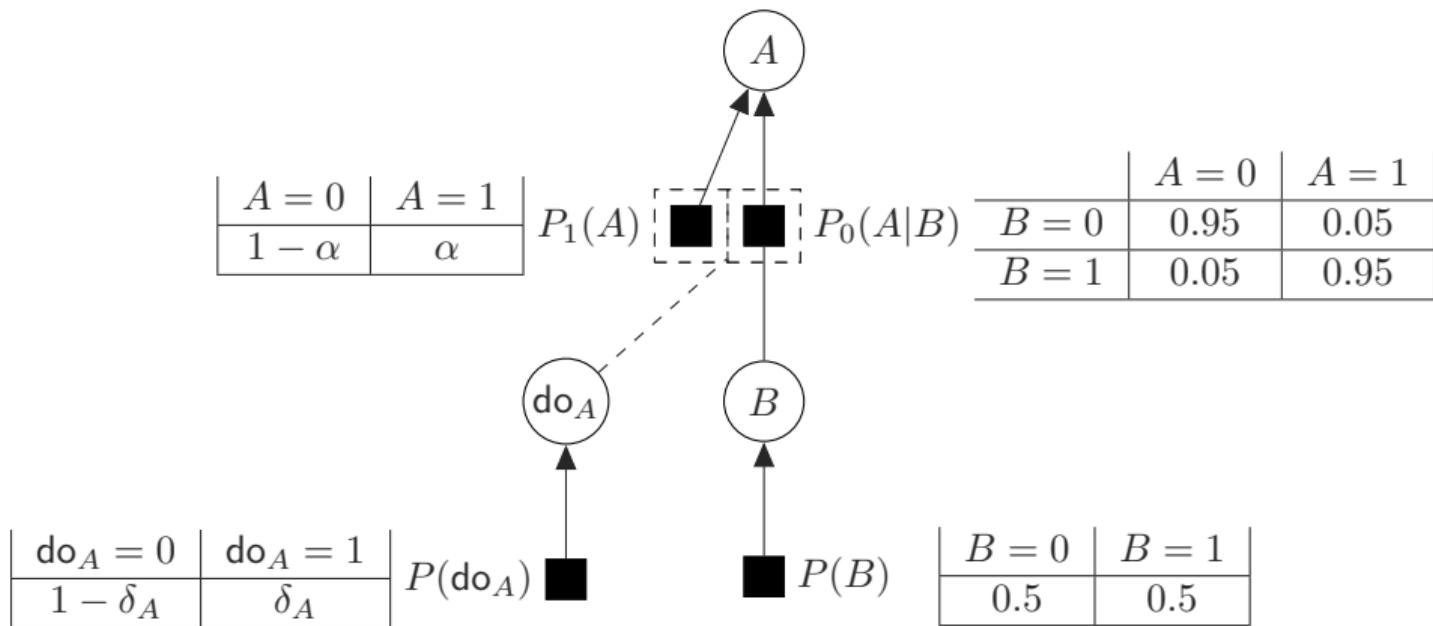
Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones



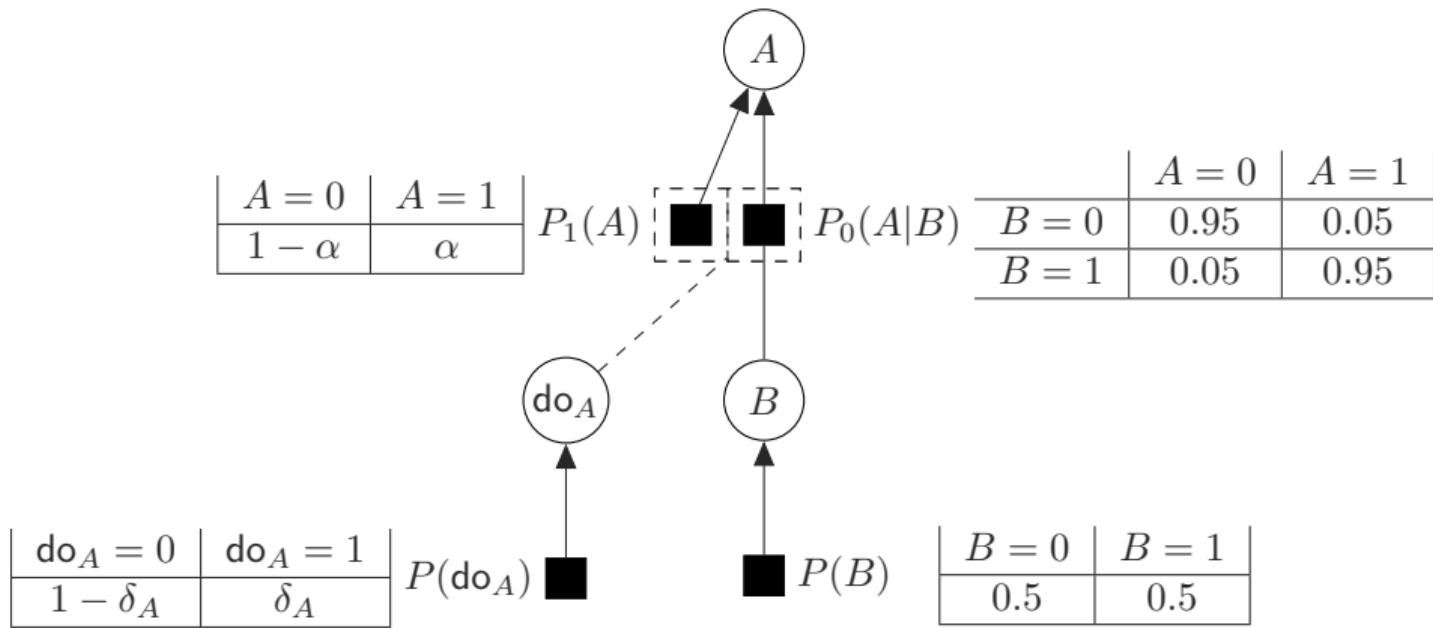
Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones



Modelos causales alternativos

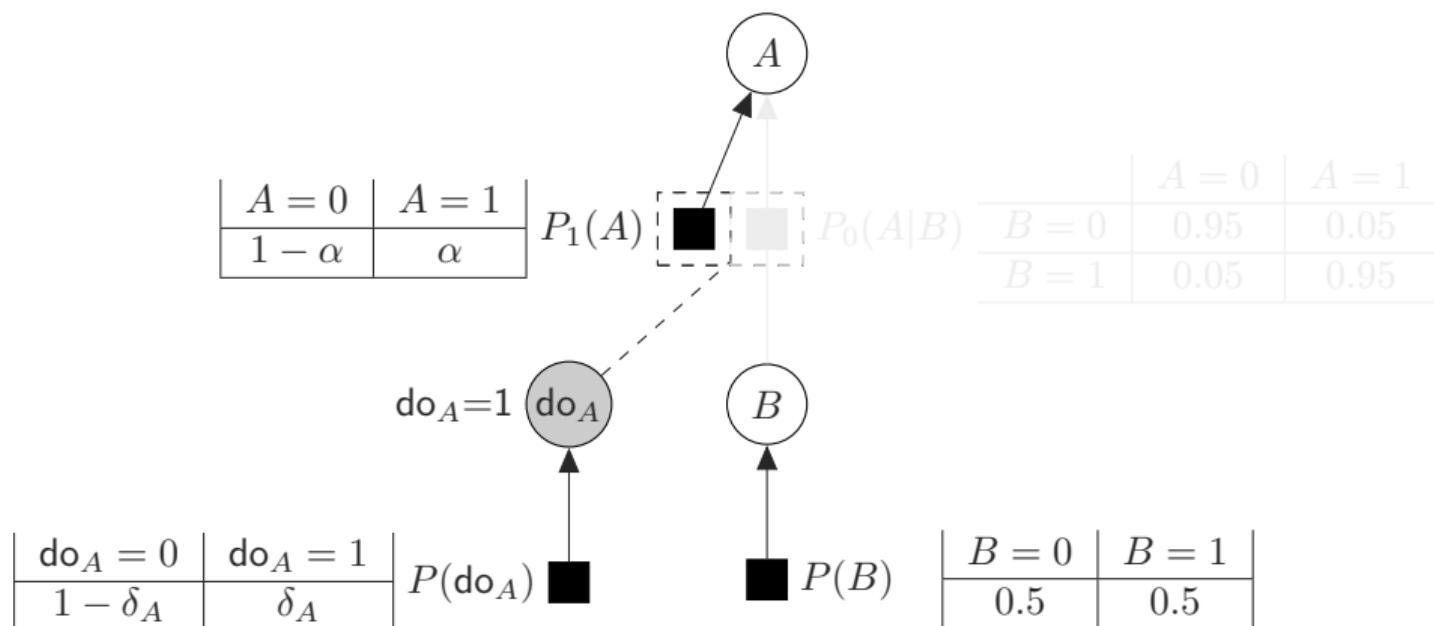
Identificación mediante intervenciones



$$P(A, B, \text{do}_A | \text{Modelo}_{B \rightarrow A}) = P(B) P_0(A|B)^{1-\text{do}_A} P_1(A)^{\text{do}_A} P(\text{do}_A)$$

Modelos causales alternativos

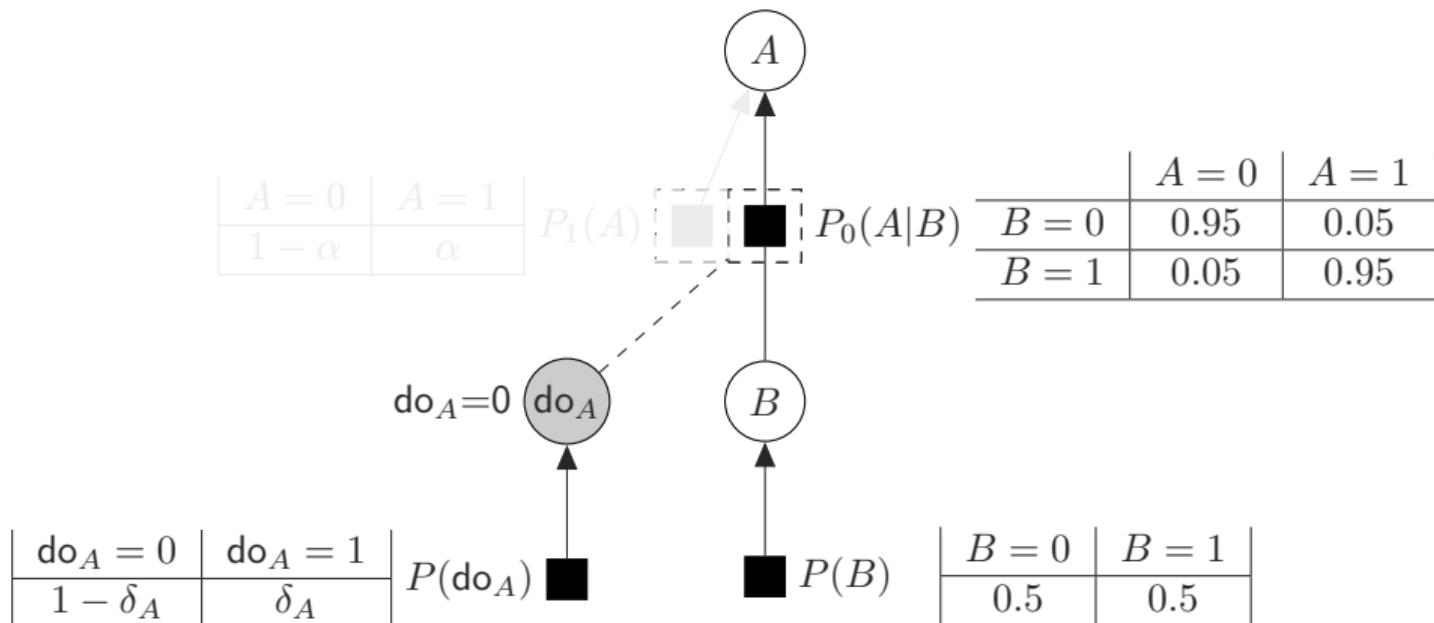
Identificación mediante intervenciones



$$P(A, B | \underbrace{\text{do}_A = 1, \text{Modelo}_{B \rightarrow A}}_{\text{Intervención}}) = P(B) P_1(A)$$

Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones



$$P(A, B | \underbrace{\text{do}_A = 0, \text{Modelo}_{B \rightarrow A}}_{\text{Sin intervención}}) = P(B) P_0(A|B)$$

Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones

Datos:

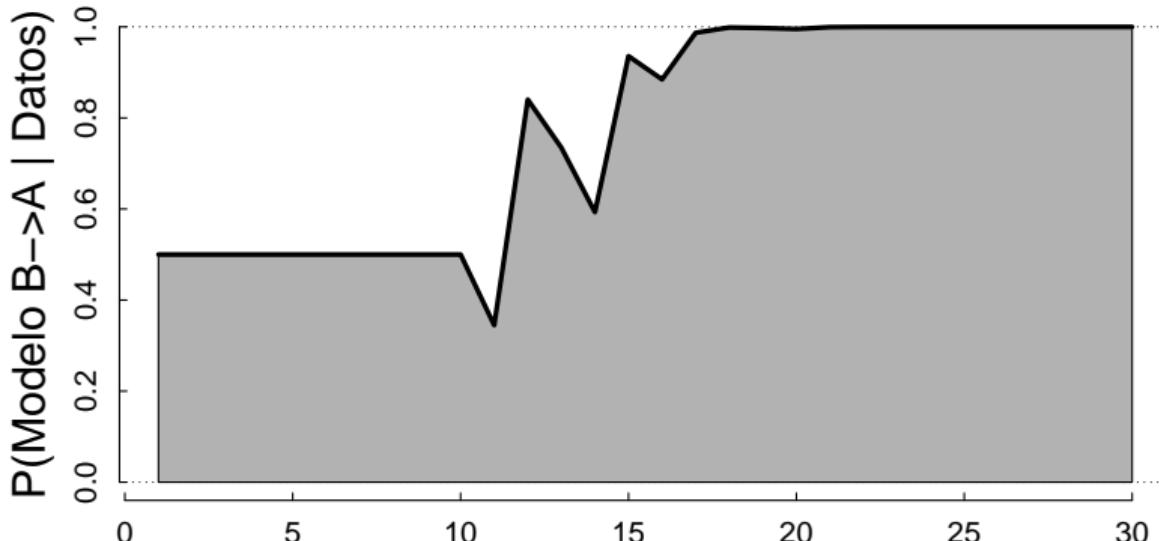
i	do_{A_i}	A_i	B_i
1	0	1	1
...	0
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
...	1

Modelos causales alternativos

Identificación mediante intervenciones

Datos:

i	do_{A_i}	A_i	B_i
1	0	1	1
...	0
10	0	0	0
11	1	0	1
12	1	1	0
...	1



Identificación de modelo causal

El conocimiento experto

La principal fuente de información para la identificación de modelos causales alternativos es el conocimiento experto.

p=*b*

Laboratorios de
Métodos Bayesianos