



EJERCICIOS DE LOS DETECTORES DE CS_I Y GE

Autor:
Raúl Rodríguez Manso
Mayo 2025

Contents

1	Ejercicio del detector de CsI	1
1.1	¿Por qué el espectro se ve con tan buena resolución?	1
1.2	¿Se podría conseguir emular la resolución del CsI? ¿Cómo?	1
1.3	Determinación de los coeficientes de atenuación másicos en CsI a 662 keV	1
1.4	Determinación de la probabilidad de multi-Compton frente a fotoeléctrico en el fotopico de 662 keV	3
2	Ejercicio del detector de Ge	4
2.1	Estimación del ritmo en el pico de 1460 keV en función de la actividad normalizada .	4
2.2	Estimación de la eficiencia de detección total para rayos gamma de 1460 keV	5

1 Ejercicio del detector de CsI

Con la geometría del detector de CsI con cubierta de Al (una cubierta de dos milímetros de aluminio rodeando al cilindro de CsI) realiza una calibración con una fuente de ^{137}Cs

1.1 ¿Por qué el espectro se ve con tan buena resolución?

El espectro obtenido en la simulación presenta una resolución energética excepcionalmente alta, con un fotopico centrado en los 662 keV que aparece como un pico estrecho y bien definido, sin evidencia de ensanchamiento estadístico o electrónico. Esta buena resolución se debe a que la simulación está realizada únicamente con los procesos físicos de interacción radiación-materia definidos por Geant4, sin considerar ningún efecto instrumental asociado al detector real. En concreto, el centelleador de CsI simulado no presenta respuesta finita ni introduce efectos de dispersión de fotones de centelleo, fluctuaciones estadísticas en la producción de luz o propagación óptica, ni ruido asociado a la electrónica de adquisición. El histograma representa directamente la energía total depositada por cada partícula incidente, sin aplicar ninguna función de respuesta detectora, lo cual conduce a un espectro idealizado donde los eventos fotoeléctricos aparecen todos en el mismo canal de energía y los eventos de dispersión Compton también se representan sin degradación espectral adicional. Por este motivo, el fotopico aparece con una anchura artificialmente estrecha, muy superior a la resolución que presentaría el mismo sistema en una medición experimental real.

1.2 ¿Se podría conseguir emular la resolución del CsI? ¿Cómo?

La resolución del detector de CsI puede ser emulada en la simulación incorporando una función de respuesta gaussiana que modele la dispersión estadística asociada a la producción y detección de los fotones de centelleo generados por cada interacción. En condiciones reales, el número de fotones emitidos por unidad de energía depositada no es constante, sino que fluctúa siguiendo estadística de Poisson, y además sufre pérdidas ópticas y electrónicas que introducen un ensanchamiento del pico energético medido. Este comportamiento puede reproducirse en el análisis posterior mediante una convolución del espectro de energía depositada con una gaussiana cuya anchura depende de la energía, o bien directamente en la simulación si se dispone de un módulo de análisis que permita aplicar una función de respuesta. En REST, este tratamiento puede realizarse en una etapa de post-procesado utilizando el `TRestDetectorSignalProcess`, o de forma analítica sobre los histogramas exportados desde ROOT mediante una función del tipo

$$R(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(E)} \exp\left(-\frac{(E - E_0)^2}{2\sigma(E)^2}\right)$$

donde $\sigma(E)$ se parametriza normalmente como $\sigma(E) = \alpha\sqrt{E}$ con α un coeficiente característico del material. Para un detector de CsI típicamente se asume una resolución del orden del 6% a 662 keV, lo que equivale a una anchura a media altura (FWHM) de aproximadamente 40 keV, y por tanto una desviación estándar $\sigma \approx 17$ keV. Aplicando esta convolución al espectro ideal se obtiene un fotopico ensanchado y una representación más realista del comportamiento espectral del detector.

1.3 Determinación de los coeficientes de atenuación másicos en CsI a 662 keV

La simulación realizada consiste en una fuente de ^{137}Cs irradiando un volumen cilíndrico de centelleador con composición CsI y dimensiones geométricas definidas por un tubo de radio 25 mm y altura 50 mm, lo que define un espesor de interacción efectivo igual a la altura del cilindro, es decir, $x = 5.0$ cm si los fotones inciden longitudinalmente. El volumen se encuentra recubierto por una capa de aluminio y conectado a un fotomultiplicador, elementos que no interfieren directamente con el cálculo de atenuación en el centelleador, ya que se analiza sólo la interacción en el volumen sensible.

Se emitieron $N_0 = 10000$ fotones de 662 keV hacia el detector. De ellos, sólo $N = 1222$ interactuaron con el cristal, lo que permite calcular el coeficiente lineal total de atenuación μ a partir de la ley de Beer-Lambert, aplicando:

$$\frac{N}{N_0} = 1 - e^{-\mu x} \Rightarrow \mu = -\frac{1}{x} \ln \left(1 - \frac{N}{N_0} \right)$$

$$\mu = -\frac{1}{5.0} \ln \left(1 - \frac{1222}{10000} \right) = -\frac{1}{5.0} \ln(0.8778) \approx 0.02605 \text{ cm}^{-1}$$

Dado que la densidad del CsI es de $\rho = 4.51 \text{ g/cm}^3$, el coeficiente de atenuación másico total es:

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{total}} = \frac{0.02605}{4.51} \approx 0.00577 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Para descomponer este valor en los procesos Compton y fotoeléctrico, se analiza la gráfica de energía total depositada. El fotopico centrado en 662 keV representa claramente los eventos de absorción completa, atribuibles al efecto fotoeléctrico, mientras que el continuo Compton aparece por debajo de dicho valor. Aproximando gráficamente, el área bajo el fotopico representa un 36% de los eventos detectados, es decir, $N_{\text{foto}} \approx 440$ y el resto, $N_{\text{Compton}} \approx 782$.

Asumiendo que estos procesos son independientes y excluyentes en esta estimación, las probabilidades relativas permiten descomponer el coeficiente total en:

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{foto}} = \left(\frac{N_{\text{foto}}}{N} \right) \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{total}} = \left(\frac{440}{1222} \right) \cdot 0.00577 \approx 0.00208 \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{Compton}} = \left(\frac{782}{1222} \right) \cdot 0.00577 \approx 0.00369 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Estos valores representan una estimación directa desde la simulación, en comparación, utilizando la base de datos XCOM del NIST se obtienen los siguientes valores para el CsI:

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{Compton}} = 0.204 \text{ cm}^2/\text{g}$$

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{fotoeléctrico}} = 0.082 \text{ cm}^2/\text{g}$$

Estos valores indican que, a 662 keV, el mecanismo de interacción dominante es la dispersión Compton, con una probabilidad relativa más del doble que la del efecto fotoeléctrico.

La diferencia entre los coeficientes de atenuación másicos obtenidos a partir de la simulación y los valores tabulados por XCOM se puede atribuir a diversos factores de naturaleza tanto metodológica como física, que condicionan la interpretación de los resultados numéricos. En primer lugar, el valor de referencia proporcionado por XCOM representa una magnitud fundamental, obtenida mediante cálculos basados en datos experimentales y modelos teóricos aplicados a medios infinitamente extensos, homogéneos e idealmente delgados, en los que se evalúa exclusivamente la probabilidad intrínseca de interacción por cada mecanismo específico sin efectos geométricos o restricciones cinemáticas externas. En cambio, los coeficientes simulados dependen de la configuración espacial concreta del sistema y del método de conteo adoptado, que en este caso se basa únicamente en los eventos que han producido un depósito de energía superior al umbral de detección.

Un aspecto crucial es que la simulación mide las interacciones efectivas, es decir, aquellas que dejan una señal mensurable en el cristal, y omite tanto los eventos en los que los fotones no interactúan como aquellos que interactúan pero cuya energía depositada no alcanza a registrarse. Además, el método utilizado para distinguir entre fotoeléctrico y Compton en la estimación se basa exclusivamente en el análisis de la distribución de energía total depositada, lo cual no permite una identificación precisa de los procesos individuales. Así, se asume que los eventos agrupados en torno

a los 662 keV corresponden enteramente a absorciones fotoeléctricas, lo cual no es estrictamente cierto, ya que algunos eventos de Compton múltiple también pueden conducir a un depósito energético cercano al total de la energía incidente, y por tanto ser indebidamente clasificados como fotoeléctricos. Esta simplificación sistemática introduce una subestimación del coeficiente Compton y una sobrestimación del fotoeléctrico. Otro elemento a considerar es el tamaño finito del volumen sensible. Dado que la altura del detector es de 5 cm, muchos eventos de dispersión Compton ocurren con ángulos que dirigen al fotón fuera del cristal, impidiendo que se produzcan múltiples interacciones y reduciendo la probabilidad de acumulación de toda la energía incidente. Este efecto geométrico limita la eficiencia de captura de los eventos Compton respecto a los que ocurrirían en un volumen teóricamente infinito, como el considerado en XCOM. Asimismo, las condiciones de incidencia no son perfectamente colimadas ni monoangulares, y la distribución angular de las gammas incidentes afecta a la trayectoria media de los fotones en el detector, modificando el espesor efectivo recorrido y con ello la atenuación observada. Finalmente, el propio número de eventos simulados, siendo de apenas 10^4 , introduce una incertidumbre estadística que condiciona la estabilidad de los porcentajes estimados para cada tipo de proceso.

1.4 Determinación de la probabilidad de multi-Compton frente a fotoeléctrico en el fotopico de 662 keV

El análisis de la simulación ha permitido distinguir de forma explícita los procesos físicos involucrados en los eventos que contribuyen al fotopico de 662 keV, gracias a la estructura de ramas contenida en el árbol `AnalysisTree`. En concreto, se ha identificado como fotopico el intervalo energético comprendido entre 650 keV y 670 keV, seleccionando así únicamente aquellos eventos que depositan la práctica totalidad de la energía incidente del fotón gamma.

De los 1222 eventos totales simulados, 227 han resultado en una deposición completa dentro del rango del fotopico. A partir del análisis de los indicadores `g4Ana_containsProcessPhot` y `g4Ana_containsProcessCompt`, se ha determinado que únicamente 2 de dichos eventos se corresponden con absorciones puras por efecto fotoeléctrico, es decir, sin participación previa de procesos de dispersión. Por el contrario, 225 eventos muestran una cadena de interacciones en la que el efecto Compton ha estado presente, contribuyendo a la transferencia parcial de energía antes de finalizar en un depósito completo, ya sea mediante una última interacción fotoeléctrica o tras varias dispersiones acumulativas.

Por tanto, se obtiene que la probabilidad de que un evento en el fotopico sea de tipo fotoeléctrico puro es:

$$P_{\text{fotoeléctrico}} = \frac{2}{227} \approx 0.88 \%$$

mientras que la probabilidad de que sea resultado de una secuencia de múltiples dispersión Compton es:

$$P_{\text{multi-Compton}} = \frac{225}{227} \approx 99.12 \%$$

Estos valores confirman que en el contexto geométrico y energético simulado, el efecto fotoeléctrico puro es prácticamente despreciable como mecanismo dominante de absorción total. La inmensa mayoría de los eventos que depositan la energía completa del fotón de 662 keV lo hacen a través de múltiples interacciones Compton que, acumulativamente, transfieren toda la energía al detector. Este resultado es consistente con las propiedades del CsI y el rango de energía considerado, donde la sección eficaz de dispersión Compton supera ampliamente a la del efecto fotoeléctrico y el volumen detector es lo suficientemente grande como para permitir múltiples interacciones antes de que el fotón escape del sistema.

2 Ejercicio del detector de Ge

Usando un detector de Ge cuadrado de 2 kg con una cubierta de cobre de 5mm simula una muestra cuadrada de acero con dimensiones 50x50x20 mm situada encima del detector, con una contaminación volumétrica de 40 K.

- Da una estimación del ritmo en el pico de 1460 keV en función de la actividad de la muestra normalizada en Bq/kg
- Estima la eficiencia de detección de rayos gamma de 1460 keV en el detector de Ge

2.1 Estimación del ritmo en el pico de 1460 keV en función de la actividad normalizada

La simulación se ha realizado irradiando un detector de germanio con una muestra contaminada de acero que contiene potasio-40, considerando su desintegración completa y con distribución isotrópica. La muestra tiene un volumen de $50 \times 50 \times 20 \text{ mm}^3$, lo que corresponde a una masa total de 0.3935 kg para una densidad estándar del acero de 7.87 g/cm^3 . La actividad normalizada simulada es de 100 Bq kg^{-1} , resultando en una actividad total de 39.35 Bq.

Dado que la probabilidad de emisión gamma de 1460 keV por decaimiento del ^{40}K es del 10.7%, la actividad asociada específicamente a dicha línea gamma es de 4.21 Bq. Se han simulado un total de 141660 eventos, equivalentes a una hora de actividad de la muestra, lo que representa de forma directa una tasa de 39.35 s^{-1} .

Del total de eventos simulados, se han registrado 2827 con depósito energético en el volumen sensible del detector, y de estos, aproximadamente corresponden al fotopico centrado en 1460 keV, como se observa en el espectro energético. Esto permite determinar una eficiencia absoluta de detección en el fotopico de:

$$\varepsilon_{1460} = \frac{1600}{141660} \approx 0.01129$$

De esta forma, el ritmo de detección esperado en el pico de 1460 keV, para una actividad normalizada de 100 Bq kg^{-1} , se obtiene como:

$$R_{1460} = A_{\gamma} \cdot \varepsilon_{1460} = 4.21 \cdot 0.01129 \approx 0.0475 \text{ Hz}$$

Finalmente, para expresar este resultado en función de la actividad normalizada A_{norm} ; Este ritmo corresponde a una fuente con actividad:

$$A_{1460}^{\text{sim}} = \frac{N_{\text{emitidos}}}{\Delta t} = \frac{2827}{167} \approx 16.93 \text{ Bq} \Rightarrow A_{\text{muestra}}^{\text{sim}} \approx \frac{16.93}{0.107} \approx 158 \text{ Bq}$$

Si esa actividad total de 158 Bq proviene de una masa de 0.390 kg, entonces la actividad normalizada es:

$$A_{\text{norm}}^{\text{sim}} \approx \frac{158}{0.390} \approx 405.1 \text{ Bq kg}^{-1}$$

Se normaliza linealmente a:

$$R_{1460} = 0.000475 \cdot A_{\text{norm}} [\text{Hz}]$$

o lo que es equivalente:

$$R_{1460} \approx 0.475 \cdot A_{\text{norm}} = 192.42 [\text{mHz}]$$

lo que representa el ritmo esperado de cuentas en el fotopico de 1460 keV por cada becquerelio por kilogramo de actividad en la muestra contaminada.

2.2 Estimación de la eficiencia de detección total para rayos gamma de 1460 keV

La eficiencia total de detección se define como la probabilidad de que un fotón gamma emitido por la muestra alcance el volumen sensible del detector y produzca en él alguna interacción con depósito de energía, independientemente del mecanismo físico o de si se absorbe completamente o no.

Según la simulación, se emitieron 141 660 partículas simuladas correspondientes a la actividad gamma de 1460 keV proveniente de la desintegración de ^{40}K . De estos, un total de 2827 eventos presentaron un depósito energético en el volumen activo del detector de germanio. Esto permite calcular una eficiencia total de detección de:

$$\varepsilon_{\text{total}} = \frac{2827}{141660} \approx 0.01995$$

lo que equivale a una eficiencia de detección del 1.995 % para rayos gamma de 1460 keV en las condiciones geométricas y físicas simuladas. Este valor incluye tanto eventos de absorción completa (fotopico) como aquellos donde se detecta solo una fracción de la energía del fotón incidente (interacciones por Compton, principalmente).