Punto 1 axiomas de probabilidad:

Axiomas de Kolmogorov:

1. Probabilidad del conjunto total:
   $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$ hacen parte del conjunto pero no son su totalidad por lo que $0 \leq \mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2 \leq 1$ y como $a_1 + a_2 = 1$ la probabilidad $\mathbb{P}$ también entra dentro del limite, por lo que no puede ser mayor a 1 o menor que 0.

2. Probabilidad no negativa:

$$\mathbb{P} = a_1 \mathbb{P}_1 + a_2 \mathbb{P}_2 \qquad a_1 + a_2 = 1 \qquad a_1, a_2 \in \mathbb{R}_+$$

Debido a que sabemos que $\mathbb{P}_1$ y $\mathbb{P}_2$ ya son medidas de probabilidad, estas no pueden ser negativas. Asimismo a_1 y a_2 pertenecen a los reales positivos, por lo tanto $\mathbb{P}$ no puede ser negativa.

$$\forall\, a_1, a_2, \mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2 \geq 0$$

3. Union de probabilidades:

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2)$$

$$\mathbb{P}(A_1) = \mathbb{P}_1 a_1 + \mathbb{P}_2 a_2$$

$$\mathbb{P}(A_2) = \mathbb{P}_1 a_3 + \mathbb{P}_2 a_4$$

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}_1 (a_1 + a_3) + \mathbb{P}_2 (a_2 + a_4)$$

Se cumple que la union sigue siendo la suma de probabilidades expresadas en terminos de como varian las a's.

Punto 2:

1. Por definición la probabilidad del conjunto total es 1 y en el ejemplo se muestra ya que.

$\Omega = \{1, 2\}$ si $A = \{1, 2\}$ → La totalidad del conjunto

$$\mathbb{P}(A) = 1$$

2. Ninguna probabilidad es negativa

$$\mathbb{P}(A) = \left(\begin{array}{lll} 0 & si & A = \{\emptyset\} \\ 1/3 & si & A = \{1\} \\ 2/3 & si & A = \{2\} \\ 1 & si & A = \{1, 2\} \end{array} \right)$$

3. Union

$$\mathbb{P}(A_1 \cup A_2) = \mathbb{P}(A_1) + \mathbb{P}(A_2) - \mathbb{P}(A_1 \cap A_2)$$

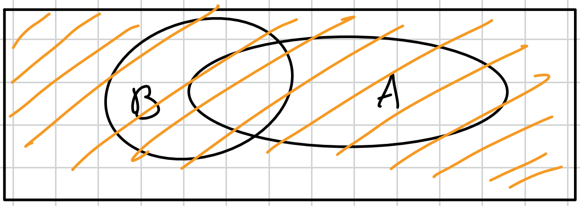
$A_1 = \{1\}$
$A_2 = \{2\}$ $\longrightarrow$ $\mathbb{P}(\{1\} \cup \{2\}) = 1$

$$1 = 1/3 + 2/3 + 0 \longrightarrow \text{independientes}$$

$$1 = 1 \quad \blacksquare$$

Punto 3:

a) $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$

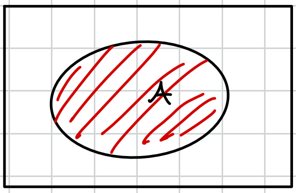


La probabilidad de no estar en el conjunto es 0

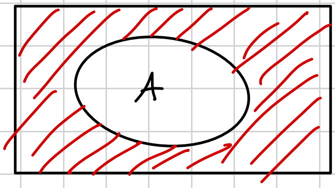
$\mathbb{P} = 1$

→ fuera no existe probabilidad

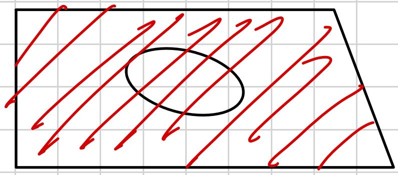
b) $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(A^c) = 1$



lo que es A

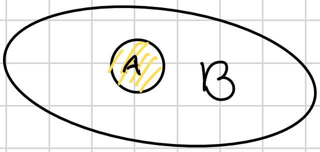


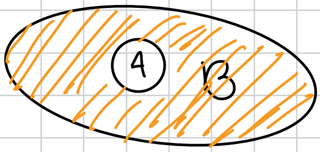
lo que no es A



Todo el conjunto

c) $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B-A) = \mathbb{P}(B)$



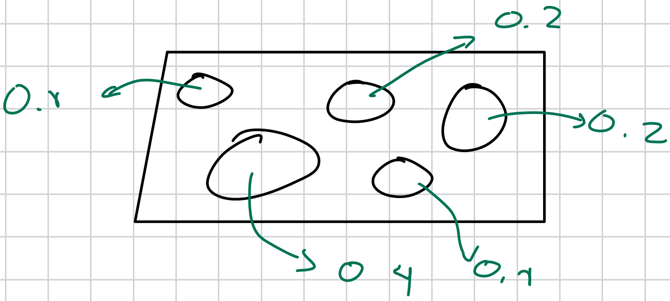


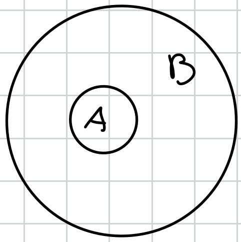
d) Por axiomas de Kolmogorov ninguna probabilidad puede ser mayor a 1 entonces

$\mathbb{P}(A) \leq 1$ para cualquier sub conjunto del total

↓

Ya que por teorema el conjunto entero $(A = \{\Omega\})$ tiene una probabilidad del 100% $\mathbb{P}(A) = 1$



e) 

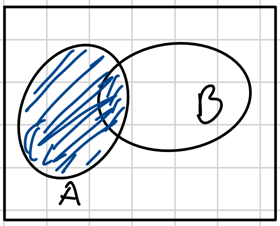
$\mathbb{P}(B) = P(A) + P(B - A)$

$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A)$

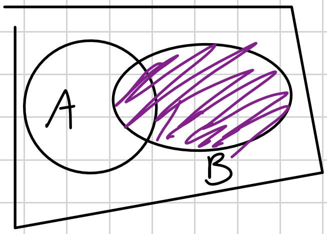
$P(B) \geq \mathbb{P}(A)$

→ por este factor (habría valores de B fuera de A) o si no hay $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A)$

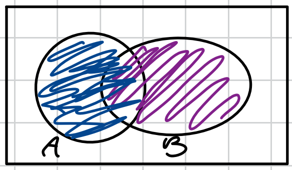
f) $P(A)$



$P(B)$

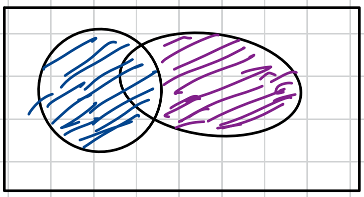


$P(A) + \mathbb{P}(B)$



$\neq$

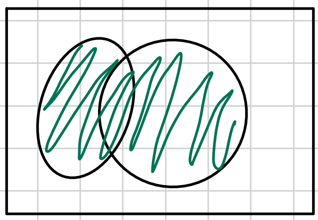
$P(A) + \mathbb{P}(B) - P(A \cap B)$



$=$

Se repite la intersección por lo que se suma 2 veces por eso es necesario quitar un $\mathbb{P}(A \cap B)$

$P(A \cup B)$

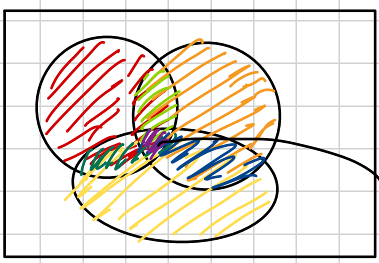


g) $p(\overset{N}{\overset{\shortparallel}{A \cup B}}) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(N)$

$P(N \cup C) = \mathbb{P}(N) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(N \cap C)$

$\mathbb{P}(N \cap C) = P(A \cap C) + (B \cap C) - P(A \cap B \cap C)$

$P(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(C) - \left(P(A \cap C) + P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C)\right)$

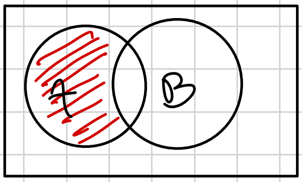


$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) + P(A \cap B \cap C)$
$- P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(C \cap B)$

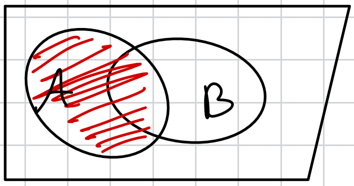
El sentro se resta 2 veces por $P(A \cap C)$ y $P(B \cap C)$ por eso para considerarlo se suma un $P(A \cap B \cap C)$

h) $A - B = A \cap B^c$

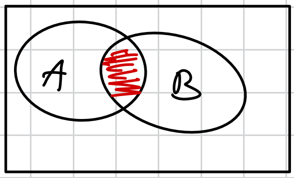
$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$ → para el caso $P(B) = P(A \cap B)$ pq $B \subseteq A$



$=$

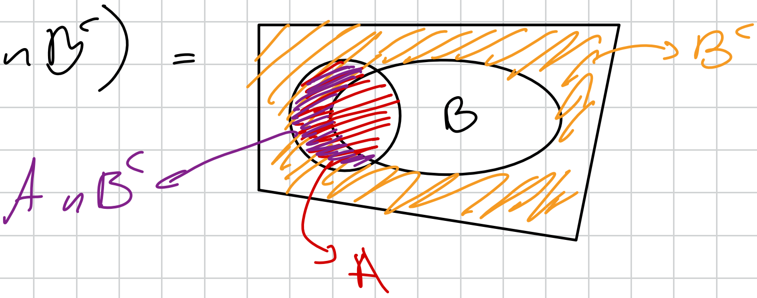


$-$



$\|$

$P(A \cap B^c) =$



i) $P((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

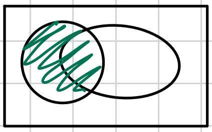
$\downarrow$

$P((B-A) \cup (A-B))$

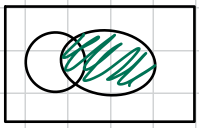
$P(B) - P(A \cap B) + P(A) - P(A \cap B)$

$\|$

$P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$



$+$



$-$ 1 vez de dar la unión la siguiente se quita la intersección

$\|$