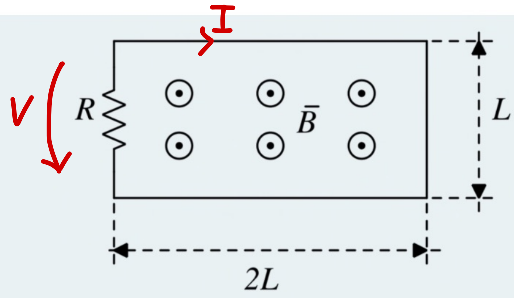
ESAME 9/2/21

1



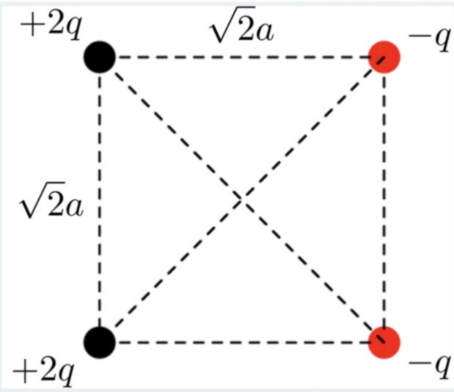
Dati i valori forniti nel seguito del modulo del campo di induzione magnetica, della resistenza R e di L, quanto vale il lavoro elettrico assorbito dal resistore in 0.25s?
(1 Point)

$\left|\bar{B}\right| = 2t\left[\frac{Wb}{m^2}\right]$, $R = 4\,[\Omega]$, $L = 2\,[m]$

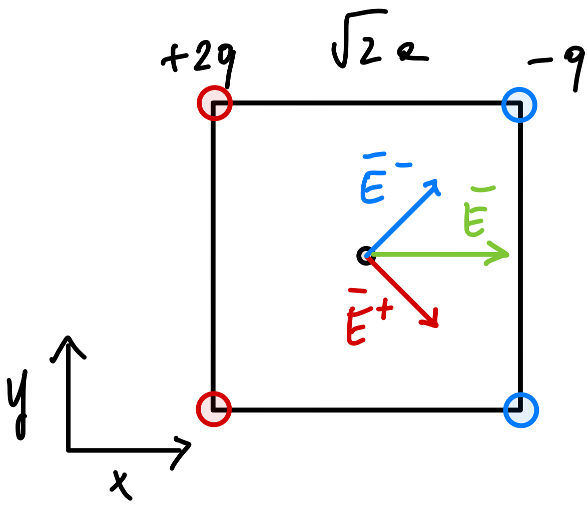
$$-\oint \bar{E}\cdot d\bar{l} = \frac{d}{dt}\int \bar{B}\cdot\hat{u}_n\, dS \Rightarrow V = \frac{d}{dt}\left(2t\cdot 2L^2\right) = 16\ V$$

$$\mathcal{L} = \int_0^{0.25}\frac{V^2}{R}\,dt = 16\ J$$

2



Quattro cariche elettriche sono disposte nel vuoto ai vertici di un quadrato. Il campo elettrico misurato al centro del quadrato vale:
(2 Points)

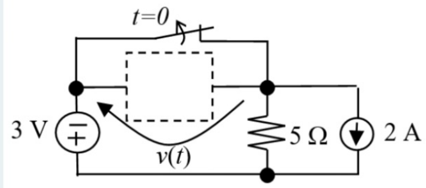


$$\left|\bar{E}^-\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$$

$$\left|\bar{E}^+\right| = 2\left|\bar{E}^-\right|$$

$$\left|\bar{E}\right| = \sqrt{2}\left|\bar{E}^-\right| + \sqrt{2}\left|E^+\right| = 3\sqrt{2}\left|E^-\right| = \frac{3\sqrt{2}\,q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

3



$v(t) = 7 - 7e^{-500\,t}$, V per $t \geq 0$

All'istante t=0 l'interruttore si apre. La tensione ai capi del bipolo tratteggiato evolve con l'espressione in figura.
Il bipolo tratteggiato è un induttore o un condensatore? E qual è il suo valore?
(2 Points)

Il bipolo deve essere un condensatore.

$$\lambda = -500 \Rightarrow \tau = RC = \left|\frac{1}{\lambda}\right| = \frac{1}{500}$$

$$C = \frac{1}{2500} = 400\,\mu F$$

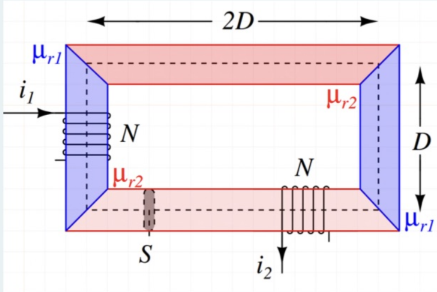
4

Sia dato un carico trifase bilanciato a triangolo, alimentato da una terna simmetrica, in sequenza negativa, di generatori indipendenti di tensione. Quali delle seguenti affermazioni è vera?
(1 Point)

- La potenza complessa assorbita dal carico trifase è puramente reale.
- La potenza complessa erogata dalla terna di generatori trifase è puramente immaginaria.
- Ciascuna impedenza del carico trifase assorbe una diversa potenza complessa non nulla.
- La potenza istantanea erogata da ciascun generatore di tensione della terna trifase non è costante. ✔
- La potenza istantanea assorbita dal carico trifase è costante solo se esso è di tipo ohmico.
- Nessuna delle altre affermazioni è vera.

Vedere dimostrazione nelle dispense

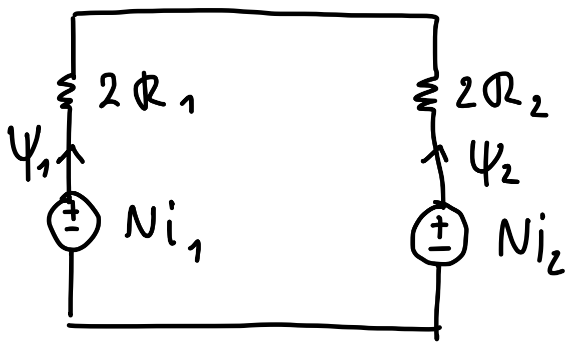
5



I due avvolgimenti in figura, ciascuno dello stesso numero di spire N, danno origine alla matrice di induttanze riportata nel seguito. Possiamo affermare che:
(1 Point)

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \frac{D}{\mu_0 \mu_{r1} S} \qquad R_2 = \frac{2D}{\mu_0 \mu_{R2} S}$$



$$\begin{cases} Ni_1 - Ni_2 = 2\Psi_1 (R_1 - R_2) \\ \Psi_1 = -\Psi_2 \end{cases}$$

$$\phi_1 = \frac{N^2}{2(R_1 - R_2)} i_1 - \frac{N^2}{2(R_1 - R_2)} i_2$$

$$\phi_2 = -\frac{N^2}{2(R_1 - R_2)} i_1 + \frac{N^2}{2(R_1 - R_2)} i_2$$

$$\Rightarrow \quad L_{11} = L_{12} = -L_{12} = -L_{21}$$

6

Sia dato un circuito dinamico asintoticamente stabile che si trova, dopo che il transitorio è completamente esaurito, in regime stazionario. Quale delle seguenti affermazioni è vera?
(1 Point)

- L'energia immagazzinata in un condensatore è nulla perché è nulla la corrente che lo attraversa.
- L'energia immagazzinata in un induttore non è nulla perché la tensione ai suoi capi può essere non nulla.
- L'energia immagazzinata in un condensatore non dipende dalla sua condizione iniziale. ✓
- L'energia immagazzinata in un induttore dipende dalla sua condizione iniziale.
- L'energia immagazzinata in due induttori mutuamente accoppiati non può essere inferiore a quella che immagazzinerebbero in assenza di accoppiamento.

$$W_C = \frac{1}{2} C V^2(+\infty)$$

7

Sapendo che la funzione x(t) ammette il fasore riportato nel seguito, quale delle seguenti espressioni corrisponde alla derivata di x(t) rispetto a t?
(1 Point)

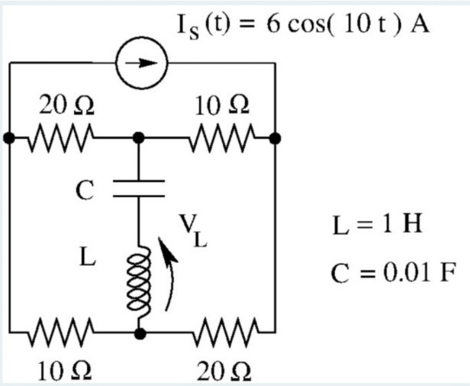
$\bar{x} = 2e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \left(\omega = 2\frac{rad}{s}\right)$

$$y(t) = \frac{d}{dt} x(t) \iff \bar{y} = j\omega \bar{x} = 2j\bar{x}$$

$$\bar{y} = 4j\, e^{j\frac{\pi}{4}} = 4\, e^{j\frac{3}{4}\pi} \iff y(t) = 4\cos\left(2t + \frac{3}{4}\pi\right)$$

$$j = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

8



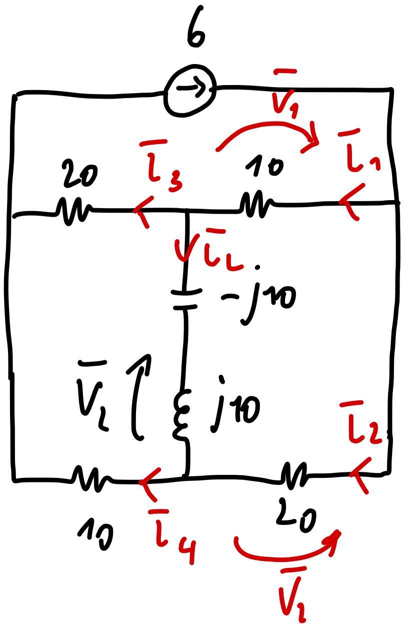
Il circuito opera in regime sinusoidale (AC).
Si calcoli l'impedenza equivalente Z_LC della SERIE del condensatore e induttore mostrati in figura.
(1 Point)

$$Z_{LC} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = j\left(10 - \frac{1}{0.1}\right) = 0\ \Omega$$

9

Per il circuito in AC al punto precedente, calcolare il fasore della tensione V_L sull'induttore.
(2 Points)

$\bar{V}_L$ fasore;



$$6 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \qquad 10\bar{I}_1 = 20\bar{I}_2$$

$$\bar{I}_1 = 2\bar{I}_2 \qquad \bar{I}_2 = 2\ A \qquad \bar{I}_1 = 4\ A$$

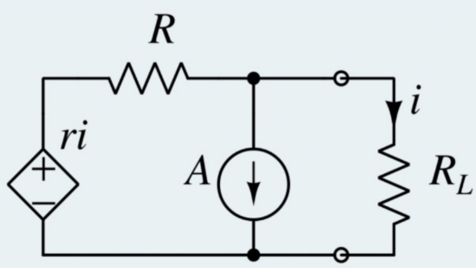
$$\bar{I}_3 + \bar{I}_4 = 6 \qquad 20\bar{I}_3 = 10\bar{I}_4$$

$$\bar{I}_4 = 2\bar{I}_3 \qquad \bar{I}_3 = 2A \qquad \bar{I}_4 = 4A$$

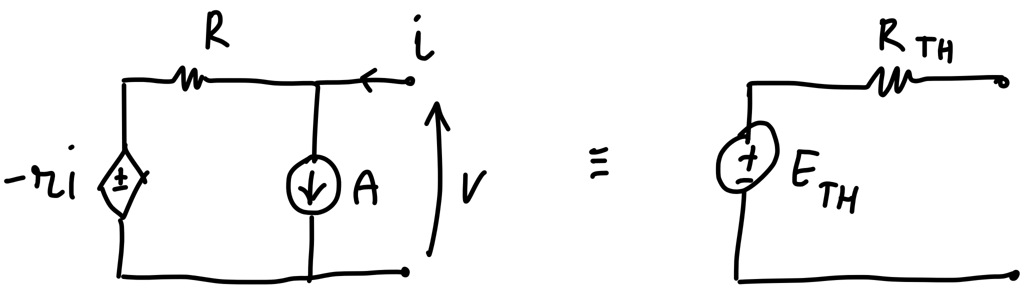
$$\bar{I}_L = \bar{I}_1 - \bar{I}_3 = 2A$$

$$\bar{V}_L = j10\,\bar{I}_L = j20\ V$$

10



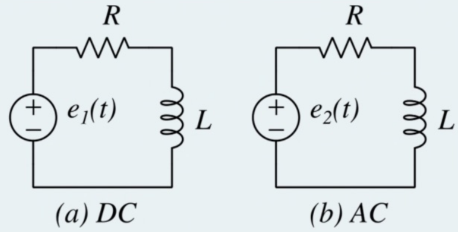
Il circuito opera in condizioni di massimo trasferimento di potenza: quanto vale il parametro RL?
(2 Points)



$$V = R(i - A) - ri = (R - r)\,i - RA$$

$$R_{TH} = R_L = R - r$$

11



I due circuiti sono a regime. Che relazione sussiste tra E1 ed E2 se la potenza assorbita dal resistore in DC equivale al valor medio della potenza assorbita dal resistore in AC?
(2 Points)

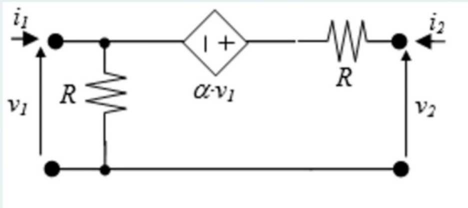
$e_1(t) = E_1,\ e_2(t) = E_2\cos(\omega t),\ R = 4\Omega,\ L = 4mH,\ \omega = 1000\ \frac{rad}{s}$

$$i_L^{DC} = \frac{E_1}{R} \qquad P_2^{R,DC} = \frac{R E_1^2}{R^2} = \frac{E_1^2}{R} = \frac{E_1^2}{4}$$

$$\bar{I}_L^{AC} = \frac{1}{R+j\omega L} E_2 = \frac{1}{4(1+j)} E_2 = \frac{1}{8}(1-j) E_2$$

$$\langle P_2^{R,DC} \rangle = \frac{1}{\cancel{2}} \cancel{R}^{4} \frac{1}{64} \cdot \cancel{2} E_2^2 = \frac{E_2^2}{16} \qquad E_1^2 = \frac{E_2^2}{4}$$

12



Per il doppio bipolo in figura, scrivere l'espressione dei quattro elementi della matrice [R] della rappresentazione con comando in corrente
Per indicare la lettera greca "alfa" si può usare il carattere "a".
Scrivere gli elementi in fila sulla stessa riga, separati da "punto e virgola", nell'ordine r11= ; r12= ; r21= ;r22=
(4 Points)

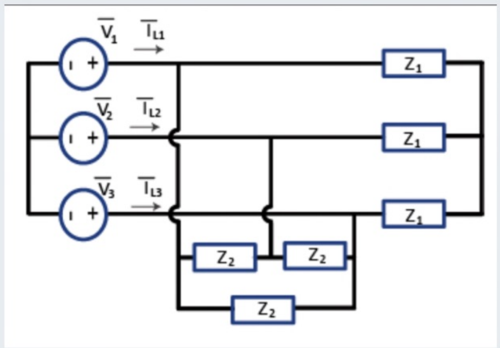
$$V_1 = R i_1 + R i_2$$

$$V_2 = (1+\alpha) V_1 + R i_2 = (1+\alpha) R i_1 + (2+\alpha) R i_2$$

$$r_{11} = r_{12} = R$$

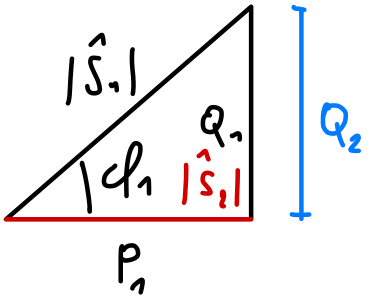
$$r_{21} = (1+\alpha) R \qquad r_{22} = (2+\alpha) R$$

13



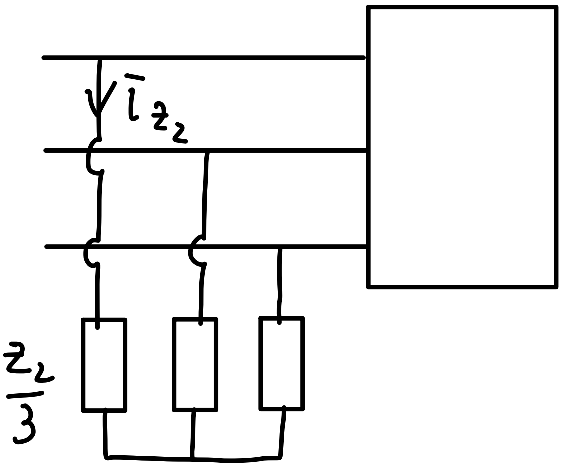
Si consideri il circuito trifase simmetrico ed equilibrato riportato in figura: quanto vale l'impedenza Z2 affinchè il fattore di potenza visto dai generatori sia uguale a 1?
(2 Points)

Sia $\overline{S_1} = 1500 + j4500$ (*potenza trifase assorbita dal solo carico* Z_1) *e* $V_1 = 100$ (*valore effica*



affinché $\cos(\varphi_2) = 1$ (ossia, $\varphi_2 = 0$) la potenza reattiva assorbita dal carico trifase #2 deve essere pari a $-Q_1 \Rightarrow Q_2 = -4500$ VAR inoltre, $P_2 = 0$.

consideriamo la configurazione a stella equivalente del carico 2



la potenza complessa assorbita dal carico 2 vale

$$jQ_2 = 3\bar{V}_f \bar{I}_z^* = 3\frac{V_1^2}{\frac{Z_2^*}{3}}$$

$$jQ_2 = 9\frac{V_1^2}{Z_2^*}$$

$$Z_2^* = \frac{9V_1^2}{jQ_2} = \frac{90000}{-j4500} = j20$$

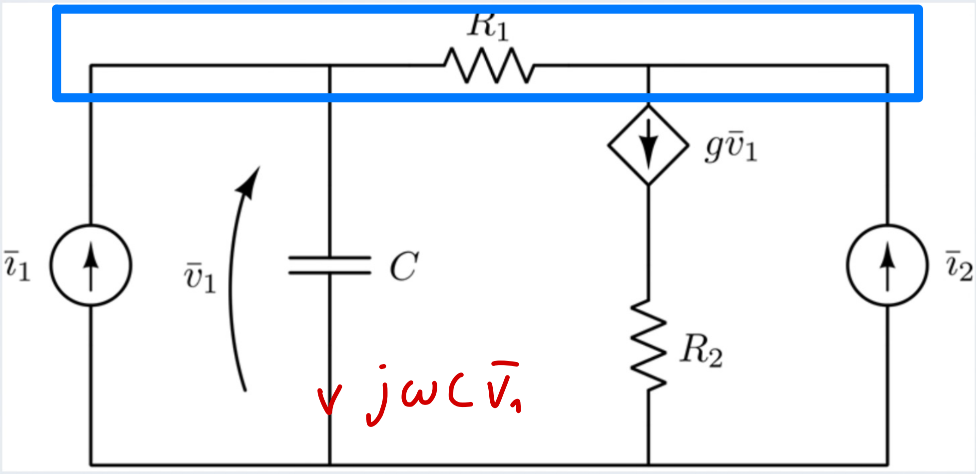
$$Z_2 = -j20$$

14

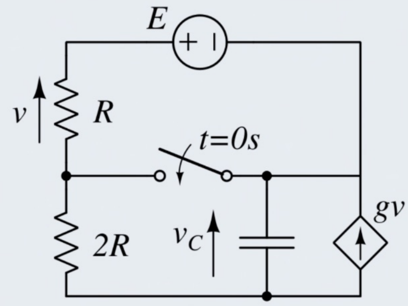
Dato il circuito in figura, determinare in maniera simbolica il fasore della tensione ai capi del condensatore.
(2 Points)

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 = g\bar{V}_1 + j\omega C\bar{V}_1$$

$$\bar{V}_1 = \frac{\bar{I}_1 + \bar{I}_2}{g + j\omega C}$$



15



Il circuito è in condizioni di regime stazionario per t<0, con l'interruttore aperto. L'interruttore SI CHIUDE all'istante t=0.

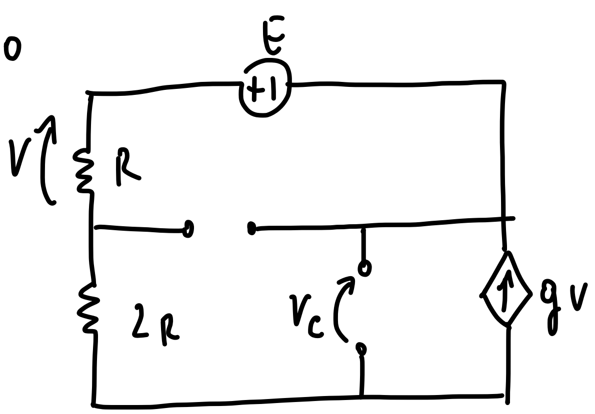
Dati:
E = 5 V
R = 4 Ohm
g = 0.1 S
C = 1 mF

Determinare:
(1 Point)
$v_C(0^-)$

16

Con riferimento al circuito del quesito 15, determinare
(1 Point)
$v(0^-)$

$t<0$



$V = Rgv \Rightarrow v(0^-) = 0$

$V_c(0^-) = -E$

20

Con riferimento al circuito del quesito 15, scrivere l'equazione differenziale di stato per t>0.
(2 Points)

18

Con riferimento al circuito del quesito 15, determinare la costante di tempo del circuito per t>0.
(1 Point)

19

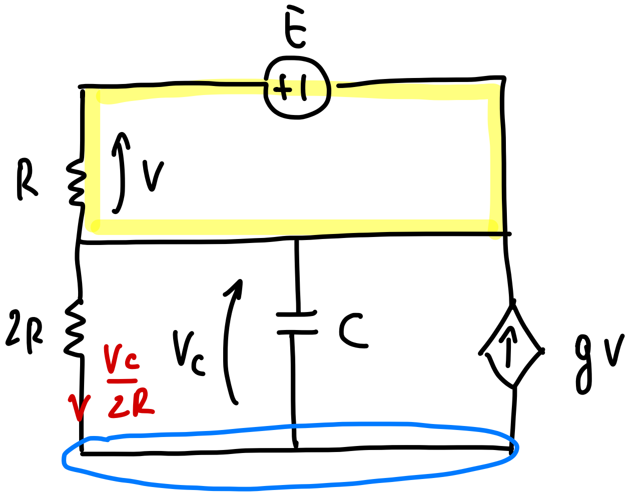
Con riferimento al circuito del quesito 15, scrivere l'espressione di
(1 Point)

$v_C\ (t)\ \ per\ t > 0$

17

Con riferimento al circuito del quesito 15, determinare
(2 Points)

$v_C\ (\infty)$



$$gV = C\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{2R}$$

$$V = E$$

$$C\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{2R} = gE$$

EQ. DI STATO :

$$\frac{dV_c}{dt} = -\frac{1}{2RC}V_c + \frac{gE}{C} = -125\,V_c + 500$$

$$\lambda = -125 \qquad \tau = 2RC = 8\ ms$$

$$V_c(t) = K e^{-125t} + V_0$$

$$0 = -125\,V_0 + 500 \qquad V_0 = 4\ V$$

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = -E = K + V_0 \Rightarrow K = -E - V_0 = -9$$

$$V_c(t) = 4 - 9e^{-125t}$$

$$V_c(+\infty) = 4\ V$$