Elettrotecnica (082742 – 082748 – 097245)

Proff. Bizzarri, Codecasa, Gruosso, Maffezzoni, Pignari

Esame, 29 Agosto 2018

Cognome	______________________	**Nome**	______________________
Matricola	______________________	**Firma**	______________________

AVVERTENZE

- **La prova dura 2 ore.**
- **Le domande D1 – D7 a risposta multipla hanno ciascuna una sola risposta esatta (+2/–1/0 punti per ogni risposta giusta/errata/senza risposta).**
- **Gli studenti iscritti al corso 097245 (9CFU) non dovranno rispondere al quesito D7 e il punteggio conseguito complessivamente sarà rinormalizzato a 32.**
- **I punteggi massimi complessivi per ogni quesito sono riportati nella tabella sottostante; un punteggio inferiore a 16 invalida la prova.**

Esercizio	D1 – D7 14 punti	E1 6 punti	E2 6 punti	E3 6 punti				Voto Finale
Voto								

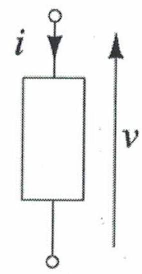
D1	**Il bipolo descritto dall'equazione caratteristica $i = 1\ [A]$ è**	
	controllabile in corrente.	☐
	controllabile in corrente e in tensione.	☐
	controllabile in tensione.	☒

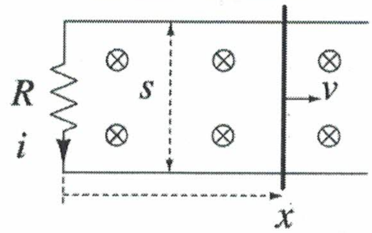
D2	**Data la sinusoide $x(t) = cos\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$ di fasore $\bar{x}$, la sinusoide $y(t) = \frac{d}{dt}x(t) + 4x(t)$ ha fasore**	
	$\bar{y} = j\bar{x} + 4\bar{x}$	☐
	$\bar{y} = j3\bar{x} + 4\bar{x}$	☒
	$\bar{y} = 3j\bar{x} + 4$	☐

D3	**Se la funzione di rete $H(j\omega)$ (guadagno di tensione), di un circuito in regime sinusoidale permanente (AC), alla pulsazione ω_0 vale $H(j\omega_0) = 1 + j$, e il fasore di uscita è $\bar{v}_{out} = j2\ [V]$, il segnale sinusoidale in ingresso risulta essere:**	
	$v_{in}(t) = cos(\omega_0 t + 135°)\ [V]$	☐
	$v_{in}(t) = -2sin(\omega_0 t)\ [V]$	☐
	$v_{in}(t) = \sqrt{2}cos(\omega_0 t + 45°)\ [V]$	☒

D4	In un circuito dinamico del primo ordine (non degenere e con ingressi limitati) quale variabile è una funzione continua del tempo?	
	La corrente nel condensatore.	☐
	La tensione ai morsetti dell'induttore.	☐
	La corrente nell'induttore.	☒

D5	In un carico trifase bilanciato a triangolo vale la seguente relazione fra moduli delle correnti:	
	la corrente di linea è $\sqrt{3}$ volte la corrente di fase.	☒
	la corrente di fase è $\sqrt{3}$ volte la corrente di linea.	☐
	la corrente di fase e la corrente di linea coincidono (a causa dell'assenza del centro stella).	☐

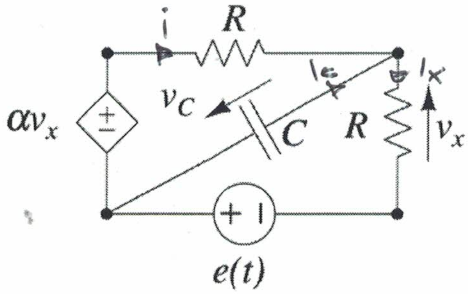
D6	Il bipolo in figura ha equazione costitutiva $v - 3i - 4 = 0$ ed è quindi in grado di erogare una potenza massima pari a 	
	$\frac{1}{3}[W]$	☐
	$-\frac{4}{3}[W]$	☐
	$\frac{4}{3}[W]$	☒

D7	Una coppia di fili sottili paralleli con separazione s, costituisce un binario sul quale può scorrere in contatto elettrico un filo sottile, con moto uniforme di velocità v diretta verso destra. All'istante $t = 0$, la posizione del filo scorrevole è $x = 0$. All'estremità sinistra, immobile, è collegato un resistore di resistenza R. Il tutto è immerso in un campo di induzione magnetica $\overline{B}$ costante nel tempo, perpendicolare al piano dei fili, con il verso in figura. L'espressione della corrente $i(t)$ per $t > 0$ è 	
	$i(t) = -\frac{svB}{R}$	☐
	$i(t) = \frac{svB}{R}$	☒
	$i(t) = \frac{svB}{R}t$	☐

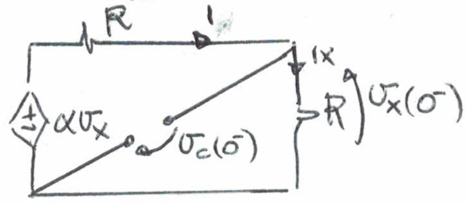
Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio.

E1

In $t = 0^-$ il circuito si trova a regime con $e(t) = 0$ per $t < 0$ ed $e(t) = E$ per $t > 0$. Determinare analiticamente e graficamente $v_C(t)$ e $v_x(t)$ per $t = 0^-$ e per $t > 0$ assumendo $R = 3\Omega$, $C = 1mF$, $E = 6V$ ed $\alpha = 0.5$.



Analizzo il circuito in $t=0^-$



$i = i_x = \frac{\alpha v_x}{2R}$; $v_x = R i_x = \frac{\alpha v_x}{2}$ $\longrightarrow$ poiché $\alpha \neq 0$ $v_x = 0$, $i_x = 0$

$v_c(0^-) = -v_x(0^-) = 0$

$\boxed{v_c(0^-) = 0 \,;\; v_x(0^-) = 0}$

Analizzo il circuito per $t>0$

$$v_c = e - v_x \,;\; v_x = R i_x = R\left(\frac{v_c + \alpha v_x}{R} + i_c\right) = v_c + \alpha v_x + R i_c$$

$$\boxed{v_x = \frac{v_c}{1-\alpha} + \frac{R}{1-\alpha} i_c} \; (*)$$

$$v_c = e - \frac{v_c}{1-\alpha} - \frac{R}{1-\alpha} i_c$$

$$v_c\left(\frac{2-\alpha}{1-\alpha}\right) - e = -\frac{RC}{1-\alpha}\frac{dv_c}{dt}$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \underbrace{\left(-\frac{2-\alpha}{RC}\right)}_{\lambda} v_c(t) + \frac{e(1-\alpha)}{RC}$$

$\lambda < 0$ .. stabilità asintotica

$$v_c(t) = v_{c0} e^{\lambda t} + v_{cIP}$$

Calcolo v_{cIP} $\rightsquigarrow$ $0 = -\frac{2-\alpha}{RC} v_{cIP} + \frac{e(1-\alpha)}{RC}$ $\rightsquigarrow$ $v_{cIP} = \frac{e(1-\alpha)}{(2-\alpha)} = 2V$

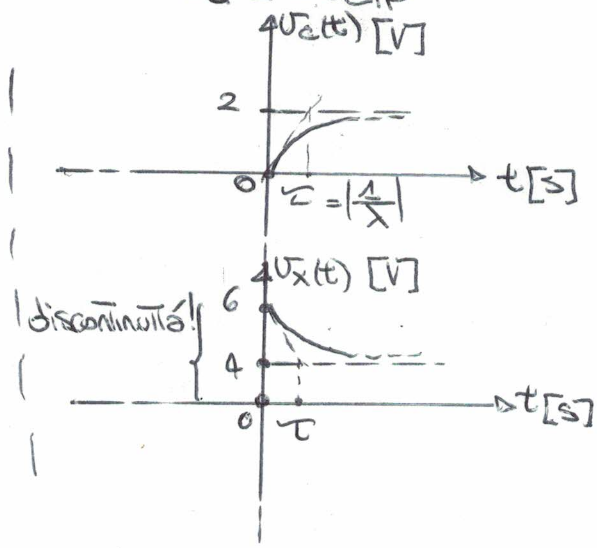
Salto limitato... vale la continuità delle variabili di stato $\rightsquigarrow$ $v_c(0^-) = v_c(0^+) = 0 = v_{c0} + v_{cIP}$ $\rightsquigarrow$ $v_{c0} = -v_{cIP}$

Ottengo:

$$v_c(t) = -2e^{-500t} + 2 \;[V]$$

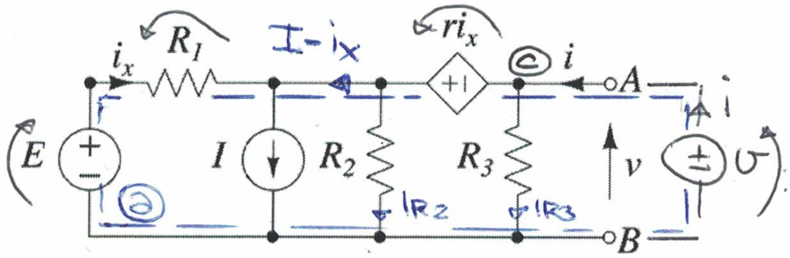
$$v_x(t) \underset{(*)}{=} \frac{1}{1-\alpha}(v_c + R i_c) = \frac{1}{1-\alpha}\left(v_c + RC\frac{dv_c}{dt}\right) =$$

$$= 2e^{-500t} + 4 \;[V]$$



E2

Si determinino i parametri del circuito equivalente Norton ai morsetti A e B del bipolo composito mostrato in figura. Si assumano $R_1 = 4k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 2k\Omega$, $E = 8V$, $I = 2mA$ ed $r = 2k\Omega$.



KVL maglia ⓐ : $\upsilon + ri_x + R_1 i_x - E = 0$

$$i_x = \frac{E - \upsilon}{r + R_1}$$

KCL nodo ⓒ : $i = \underbrace{\frac{\upsilon}{R_3}}_{I_{R3}} + \underbrace{\frac{\upsilon + ri_x}{R_2}}_{I_{R2}} + I - i_x$

$$i = \upsilon\left(\frac{R_2+R_3}{R_2R_3}\right) + \left(\frac{r-R_2}{R_2}\right)i_x + I$$

$$i = \upsilon\left(\frac{R_2+R_3}{R_2R_3}\right) + \left(\frac{r-R_2}{R_2}\right)\left(\frac{E-\upsilon}{r+R_1}\right) + I$$

$$i = \underbrace{\upsilon\left(\frac{R_2+R_3}{R_2R_3} - \frac{r-R_2}{R_2(r+R_1)}\right)}_{G_{nr}} + \underbrace{I + E\left(\frac{r-R_2}{R_2(r+R_1)}\right)}_{A_{nr}}$$

Utilizzando i parametri indicati nel Testo, si ottiene quanto segue:

$i = 0.001\upsilon + 0.002 \quad [A]$

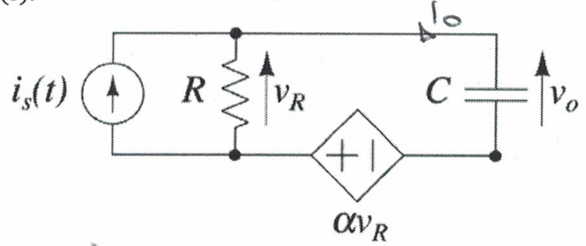
$\downarrow$

$G_{nr} = 10^{-3}\ [S]$

$A_{nr} = 2 \cdot 10^{-3}\ [A]$

E3

Il circuito in figura evolve in regime sinusoidale permanente (opera cioè in AC) alla pulsazione ω. Si determini la funzione di rete $H(j\omega) = \frac{\bar{v}_o}{\bar{\imath}_s}$. Assumendo poi $i_s(t) = cos(100t)\ [A]$, $R = 1\Omega$, $C = 1mF$ ed $\alpha = 9$, si ricavi l'espressione della tensione $v_o(t)$.



$\bar{I}_s = 1$ (valore di picco).

$$\bar{I}_o = \frac{\bar{V}_o}{\frac{1}{j\omega C}} = \bar{V}_o j\omega C \ ; \ \bar{V}_o = \bar{V}_R(1+\alpha)$$

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{V}_R}{R} + j\omega C \bar{V}_o = \frac{\bar{V}_R}{R} + j\omega C(1+\alpha)\bar{V}_R = \frac{1+j\omega CR(1+\alpha)}{R}\bar{V}_R$$

$$\bar{V}_R = \frac{R}{1+j\omega CR(1+\alpha)}\bar{I}_s \ ; \ \bar{V}_o = \bar{V}_R(1+\alpha) = \frac{R(1+\alpha)}{1+j\omega CR(1+\alpha)}\bar{I}_s$$

$$H(j\omega) = \frac{\bar{V}_o}{\bar{I}_s} = \frac{R(1+\alpha)}{1+j\omega CR(1+\alpha)} = \frac{10}{1+j\omega\, 0.01}$$

per $\tilde{\omega} = 100$ rad/s, ottengo:

$$H(j\tilde{\omega}) = \frac{10}{1+j}$$

$$\bar{V}_o = H(j\omega)\bar{I}_s = \frac{10}{1+j}\cdot 1 = \frac{10}{\sqrt{2}e^{j\pi/4}} = 5\sqrt{2}e^{-j\pi/4}$$

$$v_o(t) = 5\sqrt{2}\cos\left(100t - \frac{\pi}{4}\right).$$