Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)
Prof. Fredy Ruiz
Appello del 29 giugno 2023

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x_1}(t) &= \alpha x_1(t) + 2x_2(t) + u(t)\\ \dot{x_2}(t) &= \beta x_2(t) + 5u(t)\\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t) + u(t)\end{aligned}$$

dove α e β e sono costanti reali.

1. Classificare il sistema

2. Studiare la stabilità del sistema al variare dei parametri α e β.

3. Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u}$. È possibile trovare degli equilibri per un qualsiasi valore di α e β?

4. Fissando i valori dei parametri $\alpha = 1$, $\beta = -1$ trovare gli autovalori, autovettori e la risposta del movimento libero dello stato per $x_1(0) = 0$ e $x_2(0) = 1$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \alpha x_1^2(k) + u(k) \\ y_1(k) = x_1(k) + u_1(k) \end{cases}$$

dove α è una costante reale *Positiva*.

1. Classificare il sistema.

2. Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(k) = \bar{u}$. È possibile trovare degli equilibri per un qualsiasi valore di $\bar{u}$?

3. Posto $\alpha = 0.25$, determinare le equazioni del sistema linearizzato attorno agli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{u} = -3$.

4. Determinare i modi e studiare la stabilità di ognuno dei punti di equilibrio trovati al punto precedente.

5. Fissato $\alpha = 0.25$, calcolare i primi 5 campioni del movimento dello stato del sistema non lineare per $u(k) = -3, \forall k \geq 0$ e $x_1(0) = -1$.

ESERCIZIO 3

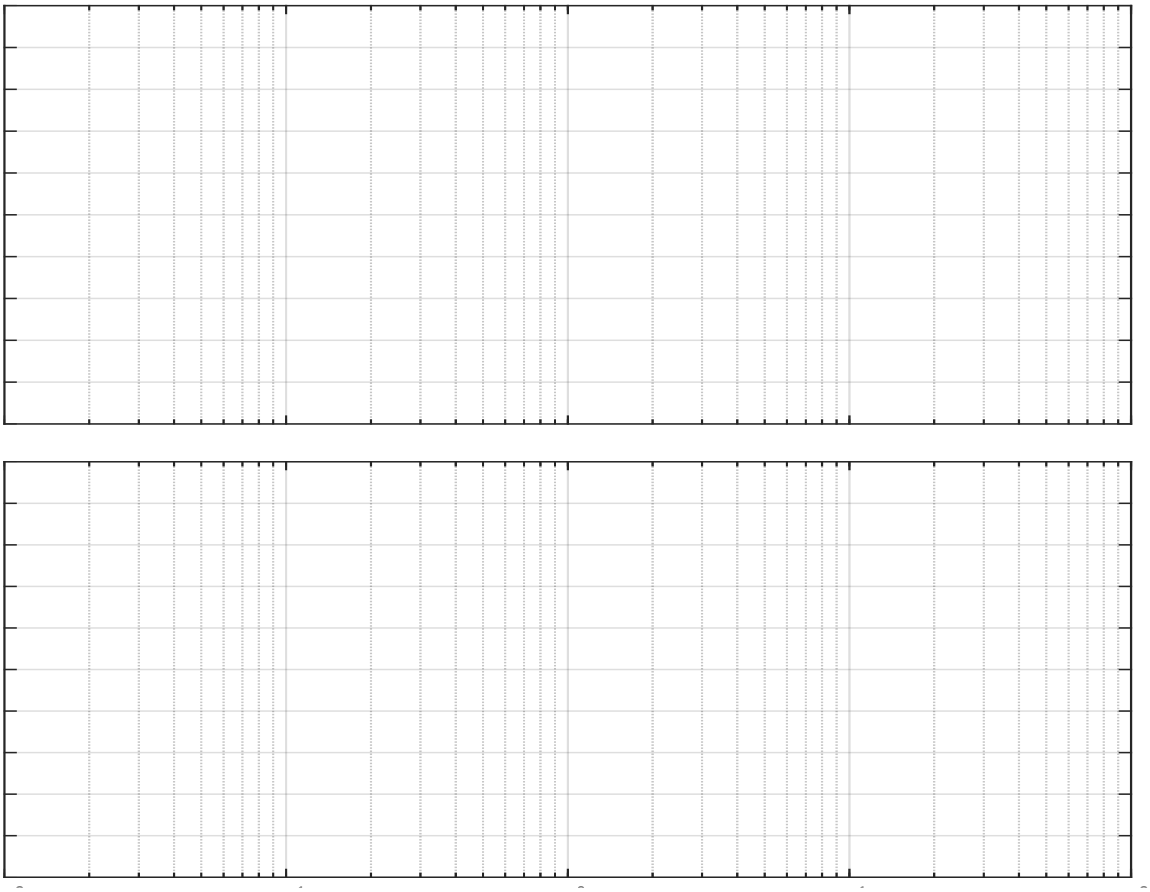
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = 10\frac{s-2}{s^2+11s+10}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.

1. Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$.



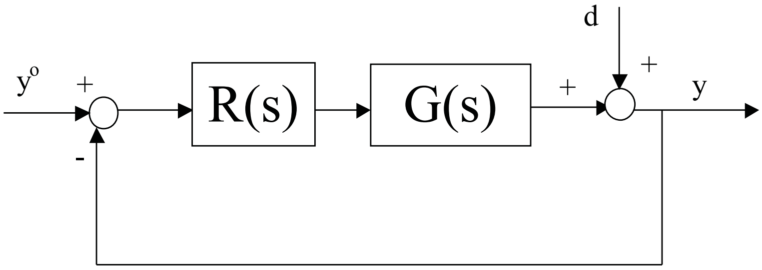
3. Per un ingresso $u(t)$ tipo scalino determinare l'espressione analitica dell'uscita $y(t)$ e i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* l'andamento dell'uscita. È possibile fare una approssimazione a poli dominanti? Giustificare la risposta.

4. Determinare, giustificando la risposta, quanto vale l'uscita $y(t)$ di regime del sistema lineare tempo invariante con funzione di trasferimento $G(s)$ associata agli ingressi:

- $u_1(t) = 4sin(0.1t)$
- $u_2(t) = 10sin(10t)$

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo in figura



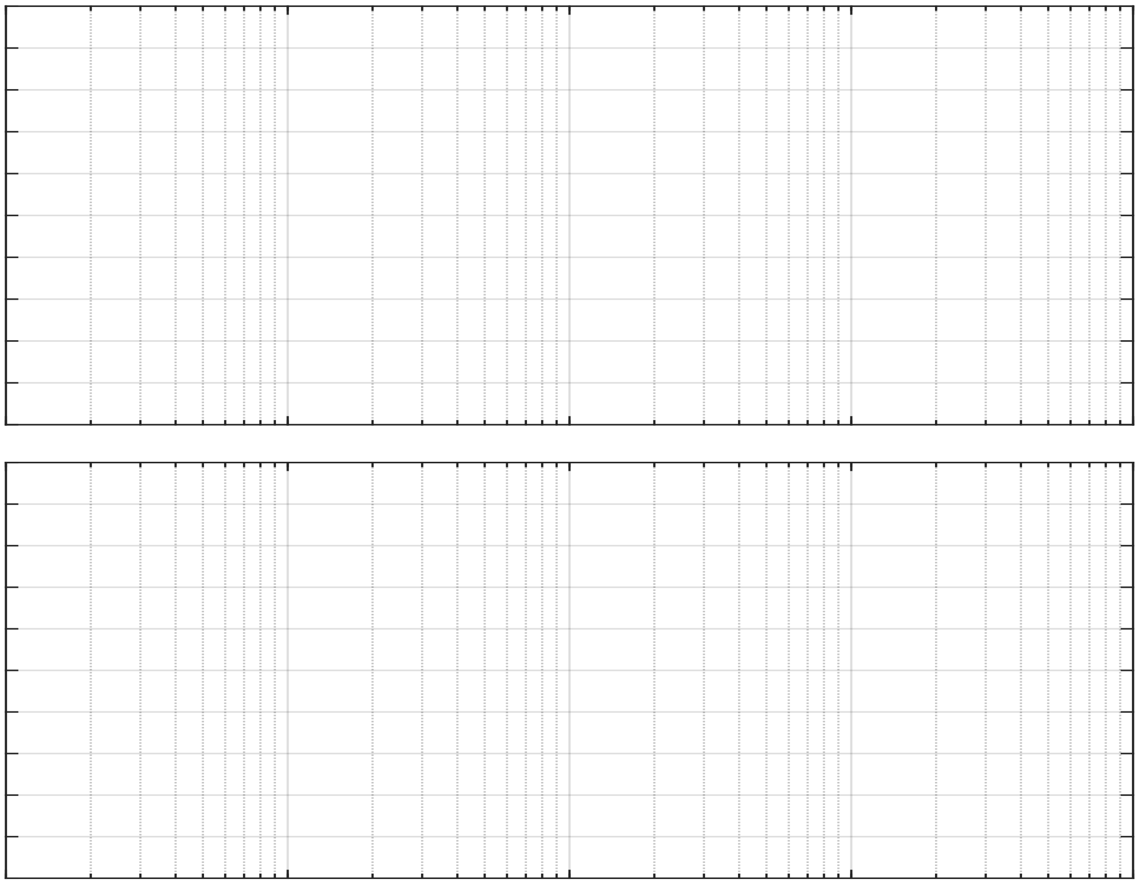
dove

$$G(s) = \frac{9}{(s+30)(s+5)}$$

e

$$R(s) = 100\frac{s+5}{s}.$$

1. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di anello $L(s)$.



2. Determinare le proprietà di stabilità del sistema retroazionato e trovare in maniera approssimata i margini di fase e di guadagno.

3. Determinare l'errore a transitorio esaurito a fronte di un ingresso di riferimento $y^o(t) =$ 5sca(t).

4. Determinale il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di un disturbo $d(t) = \sin(\omega t)$, con $\omega = 10 rad/s$.

5. Dire, giustificando la risposta, quanto vale l'ampiezza dell'uscita $y(t)$ di regime associata all'ingresso $y^o(t) = 4\sin(0.1t) - 10\sin(100\,t)$ con $d(t) = 0$.