Elettrotecnica (082742 – 082748 – 097245)

Proff. Bizzarri, Codecasa, Gruosso, Maffezzoni, Pignari

Esame, 24 Luglio 2018

Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Firma** ______________________

AVVERTENZE

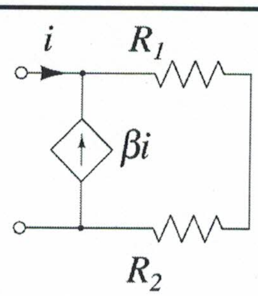
- **La prova dura 2 ore.**
- **Le domande D1 – D7 a risposta multipla <u>hanno ciascuna una sola risposta esatta</u> (+2/–1/0 punti per ogni risposta giusta/errata/senza risposta).**
- **Gli studenti iscritti al corso 097245 (9CFU) non dovranno rispondere al quesito D7 e il punteggio conseguito complessivamente sarà rinormalizzato a 32.**
- **I punteggi massimi complessivi per ogni quesito sono riportati nella tabella sottostante; <u>un punteggio inferiore a 16 invalida la prova.</u>**

Esercizio	D1 – D7 14 punti	E1 6 punti	E2 6 punti	E3 6 punti				Voto Finale
Voto								

D1 Il fasore $\overline{x} = \frac{1+j}{1-j}$, riferito al valore efficace e alla pulsazione ω, corrisponde al segnale nel dominio del tempo

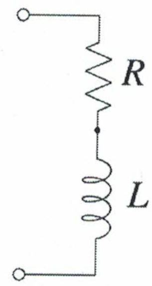
$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$	☐
$x(t) = j$	☐
$x(t) = \sqrt{2} cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	☒

D2 La conduttanza equivalente del bipolo in figura vale



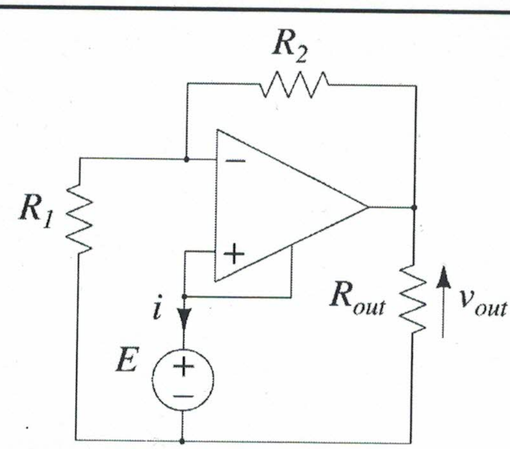
$G_{eq} = \frac{1}{R_1 + R_2}$	☐
$G_{eq} = \frac{1+\beta}{R_1 + R_2}$	☐
$\frac{1}{G_{eq} = (1+\beta)(R_1 + R_2)}$	☒

D3	**La suscettanza del bipolo in figura, alla pulsazione ω, vale**



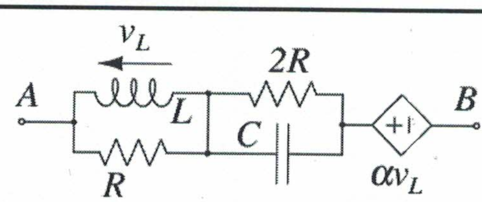
$B = \omega L$	☐
$B = -\dfrac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$	☒
$B = \dfrac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$	☐

D4	**Quale affermazione è corretta in riferimento al circuito in figura?**

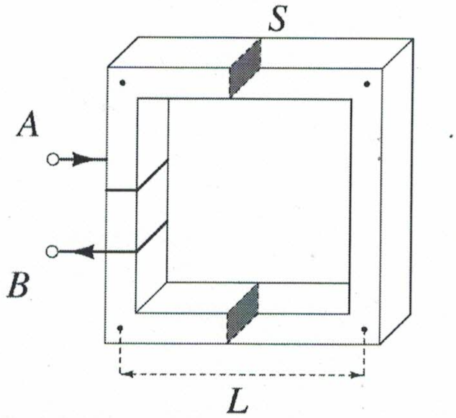


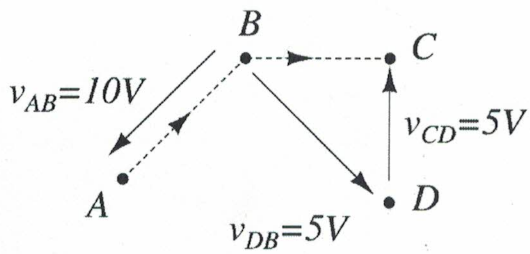
$v_{out} \geq E$	☒
$i = 0$	☐
v_{out} dipende da R_{out}	☐

D5	**Per ω che tende a 0, l'impedenza ai morsetti A, B vale**



$Z_{AB}(j\omega) = R - j\dfrac{\alpha}{\omega C}$	☐
$Z_{AB}(j\omega) = 2R$	☒
$Z_{AB}(j\omega) = 3R + j\omega\alpha L$	☐

D6	**I morsetti A e B definiscono un induttore ottenuto mediante 2 avvolgimenti su uno dei quattro lati identici, di lunghezza L e sezione S, del solido con permeabilità relativa μ_r rappresentato in figura. L'autoinduttanza ai morsetti A, B vale** 	
	$L_{AB} = \dfrac{\mu_r \mu_0 S}{L}$	☒
	$L_{AB} = \dfrac{4L}{\mu_r \mu_0 S}$	☐
	$L_{AB} = \dfrac{16\mu_r \mu_0 S}{L}$	☐

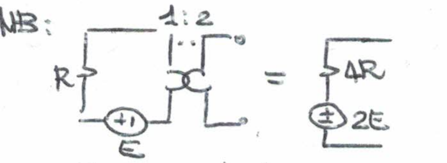
D7	**Sapendo che il campo elettrico $\overline{E}$ è conservativo, quanto vale $\int_{A\to B\to C} \overline{E} \cdot \overline{dl}$? (L'integrale è calcolato lungo il percorso tratteggiato, orientato come in figura. Le frecce in tratto continuo rappresentano tensioni note tra alcune coppie di punti.)** 	
	$20V$	☐
	$0V$	☒
	$-20V$	☐

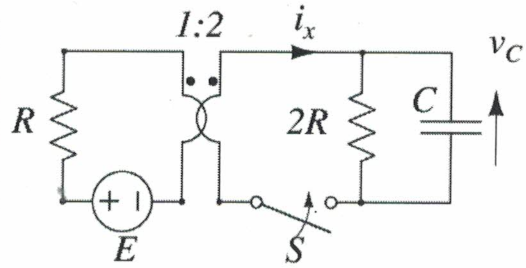
Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio.

E1	

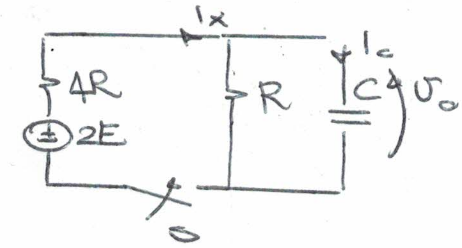
Per $t < 0$, il tasto S è aperto e il circuito è a regime. Il tasto S si chiude in $t = 0$. Determinare analiticamente e graficamente $v_C(t)$ e $i_x(t)$ per $t = 0^-$ e per $t > 0$ assumendo $R = 25\Omega$, $C = 1mF$ ed $E = 5V$.

NB:

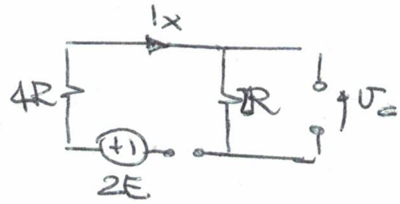




studio quindi il seguente circuito:

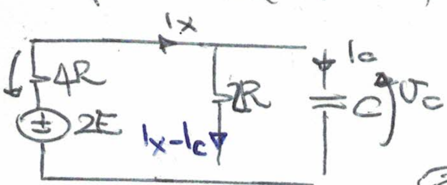


$\rightsquigarrow$ per $t = 0^-$



$v_c(0^-) = 0_{[V]}$; $i_x(0^-) = 0_{[A]}$

per $t \in (0, +\infty)$



① $v_c = 2R(i_x - i_c)$

② $2E - 4Ri_x - v_c = 0 \longrightarrow \boxed{i_x = \frac{E}{2R} - \frac{v_c}{4R}}$

② $\rightarrow$ ① : $v_c = 2R\left(\frac{E}{2R} - \frac{v_c}{4R} - i_c\right)$

$i_c = C\frac{dv_c}{dt} = -\frac{3}{4R}v_c + \frac{E}{2R} \longrightarrow \boxed{\frac{dv_c}{dt} = -\frac{3}{4RC}v_c + \frac{E}{2RC}}$ eq di stato

$\lambda < 0$ .. stabilità asintotica!

$v_c(t) = v_{c0}e^{\lambda t} + v_{cp}$ $\rightsquigarrow$ ricavo v_{cp} dalla rete a regime

$$v_{cp} = \underbrace{2E\frac{2R}{4R+2R}}_{\text{partitore di tensione}} = \frac{2}{3}E$$

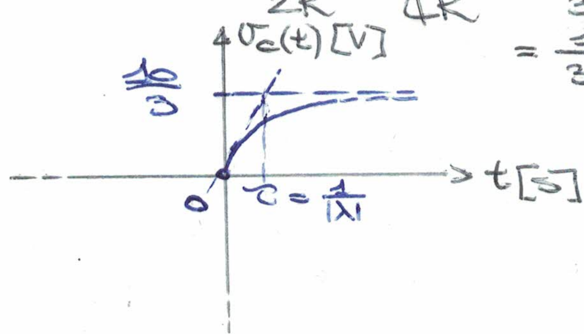
salto limitato $\rightarrow$ vale la continuità delle variabili di stato $\rightarrow v_c(0^-) = v_c(0^+) = 0 = v_{c0} + v_{cp}$

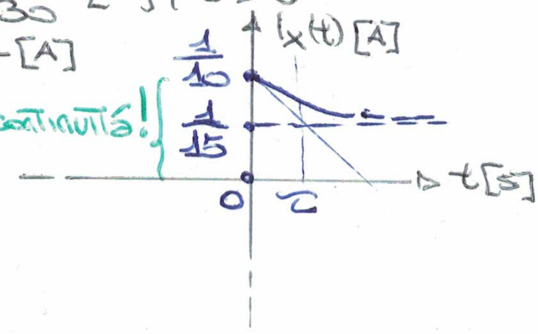
$v_{c0} = -v_{cp} = -\frac{2}{3}E$

Ottengo: $v_c(t) = -\frac{2}{3}Ee^{-\frac{3}{4RC}t} + \frac{2}{3}E = -\frac{10}{3}e^{-30t} + \frac{10}{3}$ [V] , $t > 0$

$i_x(t) = \frac{E}{2R} - \frac{v_c}{4R} = \frac{1}{30}e^{-30t} + \frac{2}{30}$ [A] , $t > 0$

$= \frac{1}{30}e^{-30} + \frac{1}{15}$ [A]



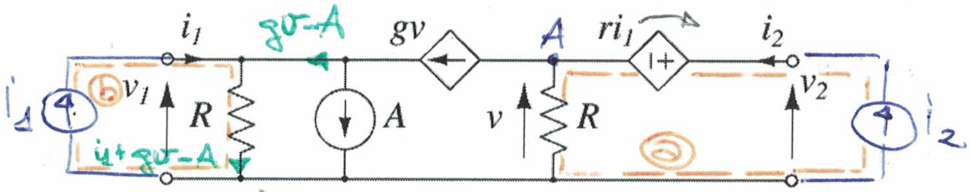


E2

Si determinino in forma letterale i parametri della rappresentazione

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$$

del doppio-bipolo in figura.



KVL maglia ⓐ $\quad v_2 - r i_1 - v = 0 \longrightarrow v_2 = r i_1 + \dfrac{R}{1+gR} i_2$

KCL nodo Ⓐ $\quad gv + \dfrac{v}{R} - i_2 = 0 \longrightarrow v = \dfrac{R}{1+gR} i_2$

KVL maglia ⓑ $\quad v_1 = R(i_1 + gv - A) = R\left(i_1 + \dfrac{Rg}{1+gR} i_2 - A\right) =$

$$= R i_1 + \frac{R^2}{1+gR} i_2 - RA$$

Ottengo quindi:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & \dfrac{gR^2}{1+gR} \\ r & \dfrac{R}{1+gR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -RA \\ 0 \end{pmatrix}$$

E3

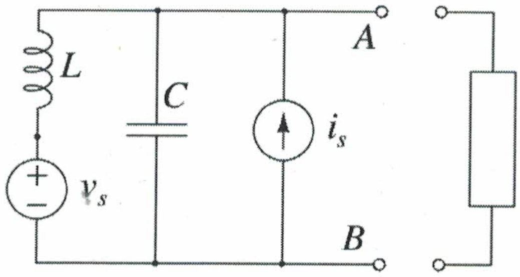
Il circuito in figura evolve in regime sinusoidale permanente (opera cioè in AC) alla pulsazione ω. Assumendo $\omega = 100 \frac{rad}{s}$, $L = 0.1H$, $C = 1mF$, $v_s(t) = 10cos(\omega t)$ [V] e $i_s(t) = sin(\omega t)$ [A] si determinino

- **i parametri del circuito equivalente Norton ai morsetti A, B;**
- **la potenza complessa erogata dal bipolo quando si colleghi ai morsetti A, B un'impedenza $Z = 5 + j5$.**

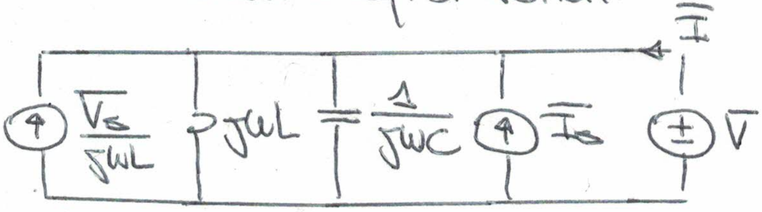
$v_s(t) \longrightarrow \overline{V}_s = 10$ [V]

$i_s(t) \longrightarrow \overline{I}_s = -j$ [A]

NB: fasori riferiti rispetto al valore di picco ⊛



Ricavo il circuito eq. di Norton:

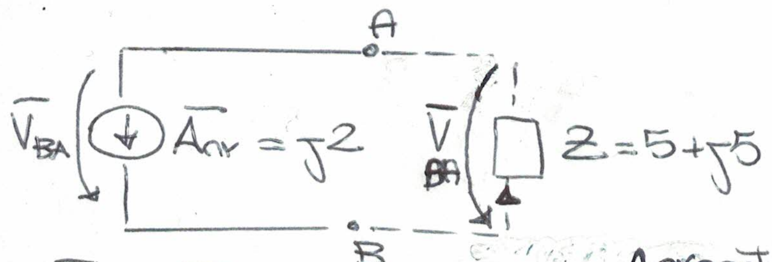


$$\overline{V} = \frac{\overline{I} + \overline{I}_s + \frac{\overline{V}_s}{j\omega L}}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} \quad \text{Millman.}$$

$$\overline{V} = \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}\left(\overline{I} + \overline{I}_s + \frac{\overline{V}_s}{j\omega L}\right)$$

$$\overline{I} = \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega L}\overline{V} + \left(-\overline{I}_s - \frac{\overline{V}_s}{j\omega L}\right) = \underset{\overline{Y}_{nr} = 0\ldots}{0}\,\overline{V} + \underbrace{j2}_{\overline{A}_{nr}}$$

L'eq. di Norton è costituito solamente da un generatore di corrente. Ottengo quanto segue:



$\overline{V}_{BA} = \overline{A}_{nr} Z \longrightarrow \overline{A}^{\text{erogata}}_{\text{bipolo}} = \underbrace{\frac{1}{2}}_{⊛} \overline{V}_{BA} \overline{A}_{nr}^* =$

$\overline{A}_{nr}\overline{A}_{nr}^* = |\overline{A}_{nr}|^2$

$= \frac{1}{2} \overline{A}_{nr} Z \overline{A}_{nr}^* =$

$= \frac{1}{2} \cdot 2^2 (5 + j5) =$

$= 10(1 + j)$ VA.