Analisi Matematica 2 - 3 settembre 2018

Prof. E. Maluta

Cognome: **Nome:**
Matricola: **Compito A**

1. (Punti 9) Data la funzione f definita da

$$f(x, y) = -x - y^2$$

   i) disegnarne le curve di livello 0, 1, -4;
   ii) determinare per quali valori di k le curve di livello k della funzione f intersecano l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| + |y| \leq 5\};$$

   iii) determinare (se esistono) il massimo e il minimo assoluto di f su D.

2. (Punti 9) Assegnata, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, la forma differenziale

$$\omega = 2xzdx + (\alpha^2 - 2\alpha)z^2 dy + (6yz - \alpha x^2)dz$$

determinare il valore di α per cui la forma differenziale é esatta e, per tale α, calcolarne il potenziale che vale 3 in $(0, 0, 0)$.

3. (Punti 10) Data l'equazione differenziale

$$y' = \frac{1 + y^2}{t\,y}\,, \tag{1}$$

   (a) si stabilisca per quali $(t_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$ è applicabile il teorema di esistenza e unicità locale per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} ;$$

   (b) si stabilisca se l'equazione ammette soluzioni costanti;
   (c) si risolva il problema di Cauchy con $y(1) = -1$, determinando il massimo intervallo di prolungabilità della soluzione;
   (d) si risolva il problema di Cauchy con $y(-1) = 1$, determinando il massimo intervallo di prolungabilità della soluzione.