Politecnico di Milano *Prof. E. Maluta* **Ing. Informatica e Ing. delle Telecomunicazioni**	*Analisi Matematica II* **Prima Parte**	**25 giugno 2018**
Cognome e Nome:	**Matricola:**	**P T 1 2 3 4**

Ogni risposta va scritta nello spazio sotto il quesito e motivata con calcoli o/e spiegazioni.

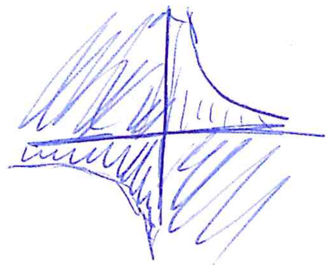
1. Disegnare il dominio della funzione f definita da $f(x,y) = \sqrt{(3-xy)}$ e stabilire se è aperto, chiuso, né aperto né chiuso, limitato o non limitato.

$3 - xy \geq 0 \qquad xy \leq 3 \qquad x > 0 \quad y \leq \frac{3}{x}$

$x < 0 \quad y \geq \frac{3}{x}$

$x = 0$ ok

$y = 0$



chiuso
non limitato

2. Calcolare $\lim_{(x,y)\to(0,1)} \left(xy \arctan \frac{1}{xy} + 3y \right)$.

$xy \arctan \frac{1}{xy} + 3y \to 3 \qquad \left| xy \arctan \frac{1}{xy} \right| \leq \frac{\pi}{2} |xy| \to 0$

3. Calcolare tutte le derivate direzionali della funzione f definita da $f(x,y) = 2x + y - \pi^2$ nel punto $(0,0)$.

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2 \qquad \underline{v} = (\cos\vartheta, \sin\vartheta) \quad D_v f(0,0) = 2\cos\vartheta + \sin\vartheta$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 1$

4. Stabilire se la curva di equazione parametrica $\mathbf{r}(t) = \left((\cos 2t)^3, \sin t\right)$, con $t \in [0,\pi]$, è regolare e/o chiusa.

$\underline{r}(0) = (1,0) = \underline{r}(\pi)$ chiusa

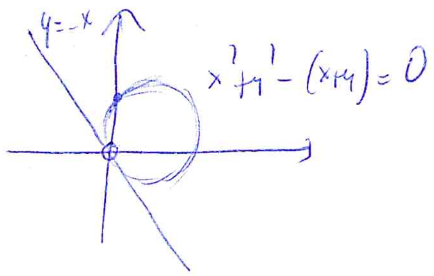
$\underline{r}'(t) = \left(3(\cos 2t)^2(\sin 2t) \cdot 2,\ \cos t\right) \qquad \cos t = 0$ per $t = \frac{\pi}{2}$ e $\sin \frac{2\pi}{2} = 0$

$\underline{r}'\left(\frac{\pi}{2}\right) = (0,0)$ non regolare

5. Determinare le curve di livello della funzione $f(x,y) = \sqrt[3]{\frac{x+y}{x^2+y^2}}$ e disegnarne due, a scelta.

$\sqrt[3]{\frac{x+y}{x^2+y^2}} = k \qquad x+y = k^3(x^2+y^2) \qquad (x,y) \neq (0,0)$

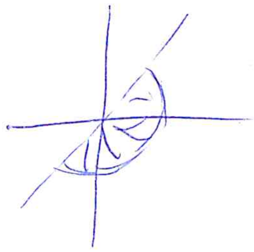
$k = 0 \qquad x+y = 0 \qquad (x,y) \neq (0,0)$



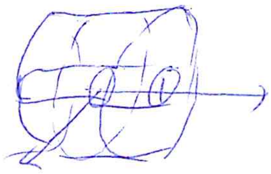
$k = 1 \qquad x+y = x^2+y^2$

6. Calcolare $\int_T x\,dx\,dy$ ove $T = \{(x, y) : x^2 + y^2 \le 1, x \ge y\}$.

$$\int_{-\frac{3}{4}\pi}^{\frac{\pi}{4}}\int_0^1 \rho^2 \cos\vartheta \, d\rho \, d\vartheta = \left[\frac{\rho^3}{3}\right]_0^1 \left[\sin\vartheta\right]_{-\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$



7. Calcolare il volume di $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le x^2 + z^2 \le 9 \wedge -1 \le y \le 1\}$.



Vol cil. $r = 3$ $h = 2$ $-$ Vol cil $r = 1$ $h = 2$

$18\pi - 2\pi = 16\pi$

8. Determinare l'insieme A di convergenza puntuale della serie $\sum_2^{+\infty} \frac{(2x)^n}{1+7^n}$.

$$\lim \sqrt[n]{\frac{2x^n}{1+7^n}} = \frac{2}{7} \qquad R = \frac{7}{2}$$

9. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2ty \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$y(t) = k e^{t^2}$ $\quad k = 1$

$\varphi(t) = e^{t^2}$

10. Calcolare la divergenza del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\log(y\sqrt[3]{z}), y + \arctan(x^3e^z), xz\right)$.

$$\left(\frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z}\right)(x,y) = 0 + 1 + x = 1 + x$$