



POLITECNICO
MILANO 1863

Politecnico di Milano
Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

FISICA

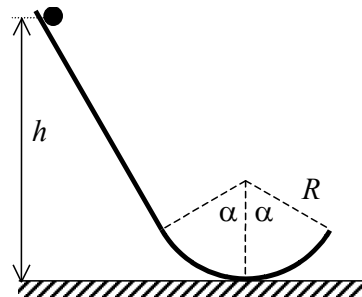
Appello del 3 febbraio 2023

Proff. Bussetti, Contini, D'Andrea, Della Valle, Lucchini, Marangoni, Paternò, Petti, Polli, Ramponi, Spinelli, Stagira, Yivlialin

1.

Un oggetto puntiforme inizialmente fermo scivola su una guida liscia costituita da un tratto rettilineo raccordato con un arco di circonferenza di raggio R e di ampiezza $2\alpha = 120^\circ$ (vedi figura). Detta h la quota di partenza si calcoli:

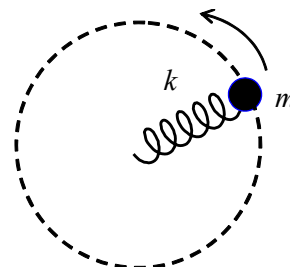
- la velocità con cui l'oggetto abbandona la guida, in modulo, direzione e verso [2 punti];
- la massima altezza rispetto al suolo raggiunta dall'oggetto, una volta abbandonata la guida [3 punti];
- la reazione vincolare esercitata dalla guida nell'istante di stacco, in modulo direzione e verso [3 punti].



2.

Un corpo puntiforme di massa $m = 50$ g si muove in un piano orizzontale liscio vincolato a una molla di lunghezza a riposo $L_0 = 10$ cm e costante elastica $k = 20$ N/m. Supposto che il moto sia circolare uniforme con periodo $T = 0.5$ s, si determinino:

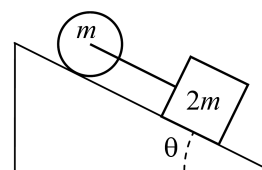
- l'allungamento della molla [4 punti];
- l'energia meccanica del corpo (si assuma zero l'energia potenziale della molla non deformata) [2 punti].
- Si spieghi: i) l'origine dell'accelerazione centripeta in un moto circolare; ii) cosa si intende per forza centripeta, avvalendosi eventualmente di un esempio [2 punti].



3.

Un blocco di massa $2m$ scende lungo un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale, trascinando un disco omogeneo di massa m e raggio R , mediante una fune ideale fissata al centro di massa del disco e parallela al piano inclinato (vedi figura). Assumendo che il disco rotoli senza strisciare e trascurando ogni attrito tra blocco e piano inclinato, si calcolino:

- l'accelerazione a del blocco [5 punti];
- la tensione T della fune [3 punti].



4.

- Si introduca la grandezza fisica *entropia* partendo dal teorema di Clausius, dandone la definizione e dimostrando che è una funzione di stato [4 punti].
- Partendo dal Principio di Accrescimento dell'entropia, si dimostri che il rendimento di una macchina termica irreversibile operante tra due serbatoi di calore alle temperature T_1 e $T_2 > T_1$ è inferiore a quello di una macchina reversibile che operi tra gli stessi serbatoi di calore [4 punti].

Si ricorda di:

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA. FIRMARE ogni foglio utilizzato.
- MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente ogni risultato.



POLITECNICO
MILANO 1863

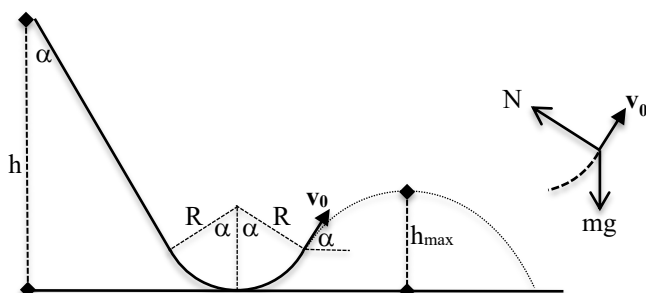
Politecnico di Milano
Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

FISICA
Appello del 3 febbraio 2023

Proff. Bussetti, Contini, D'Andrea, Della Valle, Lucchini, Marangoni, Paternò, Petti, Polli, Ramponi, Spinelli, Stagira, Yivlialin

Soluzioni

1.



a.

Ricavo il modulo della velocità v_0 dell'oggetto nell'istante di stacco utilizzando la legge di conservazione dell'energia meccanica:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg(R - R\cos\alpha)$$

da cui, sapendo che $\alpha = 60^\circ$:

$$gh = \frac{1}{2}v_0^2 + g\left(R - \frac{R}{2}\right)$$

$$v_0 = \sqrt{2g\left(h - \frac{R}{2}\right)}$$

Vettorialmente posso esprimere v_0 in rappresentazione cartesiana nella forma:

$$v_0 = v_{0x}u_x + v_{0y}u_y = v_0\cos\alpha u_x + v_0\sin\alpha u_y = \frac{1}{2}v_0 u_x + \frac{\sqrt{3}}{2}v_0 u_y = \sqrt{\frac{g}{2}\left(h - \frac{R}{2}\right)}(u_x + \sqrt{3}u_y)$$

b.

Per ricavare la quota massima h_{max} posso nuovamente sfruttare la legge di conservazione dell'energia meccanica, ricordando che nel moto aereo la componente orizzontale della velocità si conserva (il corpo è soggetto unicamente al proprio peso e dunque può mutare solo la componente verticale della quantità di moto e quindi della velocità):

$$\frac{1}{2}m(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) + mg\frac{R}{2} = mgh_{max} + \frac{1}{2}mv_{0x}^2$$

da cui:

Si ricorda di:

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA. FIRMARE ogni foglio utilizzato.
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente ogni risultato.*

$$gh_{max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} (2gh - gR) + g \frac{R}{2}$$

$$h_{max} = \frac{3}{4}h + \frac{R}{8}$$

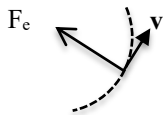
c.

Per ricavare la reazione vincolare N nel punto di stacco scrivo la legge della dinamica proiettandola su un asse radiale rivolto verso il centro della traiettoria circolare, ottenendo:

$$N - mg \cos \alpha = ma_n,$$

da cui:

$$N = mg \cos \alpha + m \frac{v_0^2}{R} = \frac{1}{2}mg + \frac{m}{R}2g \left(h - \frac{R}{2} \right) = mg \left(\frac{1}{2} + \frac{2h}{R} - 1 \right) = mg \left(\frac{2h}{R} - \frac{1}{2} \right)$$



2.

a.

Calcolo innanzitutto la velocità angolare del corpo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5s} = 4\pi \frac{rad}{s}$$

Scrivo la legge del moto del corpo proiettando forze e accelerazione su un versore radiale \mathbf{u}_n rivolto verso il centro del moto circolare:

$$F_e = ma_n$$

avendo indicato con F_e la forza elastica. Esprimo ora F_e in funzione dell'allungamento ΔL della molla ed R in funzione della lunghezza totale della molla $L_0 + \Delta L$, ricavando:

$$\begin{aligned} k\Delta L &= m\omega^2 R \\ k\Delta L &= m\omega^2 (L_0 + \Delta L) \\ \Delta L &= \frac{m\omega^2 L_0}{k - m\omega^2} = 6.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

b.

L'energia meccanica è composta dal termine cinetico e dal termine elastico e può scriversi nella forma:

$$E = \frac{1}{2}k\Delta L^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\Delta L^2 + \frac{1}{2}m\omega^2(L_0 + \Delta L)^2 = 0.15 \text{ J}$$

Si ricorda di:

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA. FIRMARE ogni foglio utilizzato.
- MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente ogni risultato.

3.

a.

Descrivendo il moto di puro rotolamento del disco come una rotazione attorno al punto di contatto P*, dalla Seconda Equazione Cardinale possiamo scrivere:

$$I_* \alpha = RT + Rmg \sin \theta,$$

dove $\alpha = \frac{a}{R}$ e per Huygens-Steiner risulta:

$$I_* = I_{CM} + mR^2 = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2.$$

Dalla proiezione del secondo Principio della Dinamica per il blocco di massa $2m$ lungo il piano inclinato risulta:

$$2ma = 2mg \sin \theta - T,$$

Ricavando, quindi, la tensione da quest'ultima equazione e sostituendola nella prima otteniamo:

$$T = 2mg \sin \theta - 2ma, \tag{1}$$

$$\frac{3}{2}mR^2 \frac{a}{R} = R(2mg \sin \theta - 2ma) + Rmg \sin \theta,$$

$$\frac{3}{2}a = 3g \sin \theta - 2a,$$

$$\frac{7}{2}a = 3g \sin \theta,$$

$$a = \frac{6}{7}g \sin \theta,$$

b.

La tensione della fune si ricava sostituendo l'espressione dell'accelerazione appena trovata nell'Eq. (1):

$$T = 2mg \sin \theta - 2m \frac{6}{7}g \sin \theta = \frac{2}{7}mg \sin \theta.$$

Si ricorda di:

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA. FIRMARE ogni foglio utilizzato.
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente ogni risultato.*