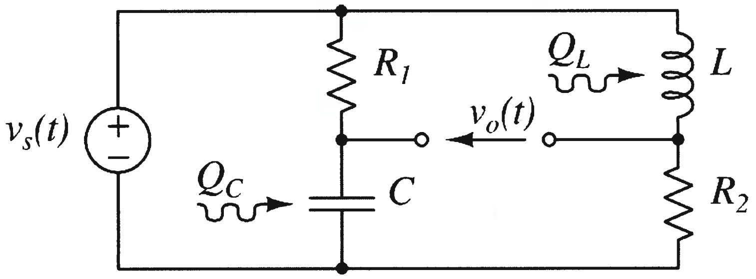
Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio.

E1	

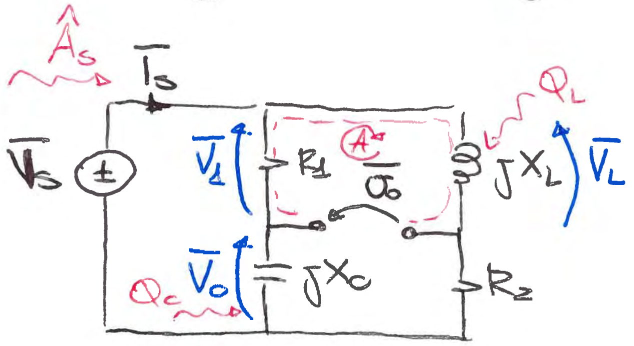
Il circuito in figura evolve in regime sinusoidale. Sapendo che $v_s(t) = 10\cos(200t)[V]$, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $C = \frac{5}{2}$mF e $L = 40$mH, si determinino:

- **la tensione $v_o(t)$;**
- **le potenza reattive Q_C e Q_L assorbite dal condensatore e dall'induttore, rispettivamente.**

Si verifichi infine la conservazione della potenza reattiva nel circuito.



$\omega = 200 \frac{rad}{s}$ $\quad X_C = -\frac{1}{\omega C} = -2\Omega$ $\quad X_L = \omega L = 8\Omega$ $\quad \bar{V}_s = 10$ V



$$\bar{V}_1 = \bar{V}_s \frac{R_1}{R_1 + jX_C} = 9 + j3 \text{ V}$$

$$\bar{V}_L = \bar{V}_s \frac{jX_L}{R_2 + jX_L} = 8 + j4 \text{ V}$$

$$\bar{V}_C = \bar{V}_s - \bar{V}_1 = 1 - j3 \text{ V}$$

KVL MAGLIA A: $\bar{v}_o + \bar{V}_1 - \bar{V}_L = 0$

$$\bar{v}_o = \bar{V}_L - \bar{V}_1 = -1 + j1 \text{ V} = \sqrt{2}\, e^{+j\frac{3\pi}{4}}$$

$$v_o(t) = \mathrm{Re}\left\{ \bar{v}_o e^{j\omega t} \right\} = -\cos(200t) - \sin(200t)$$

$$\left(\text{oppure } \sqrt{2}\cos\left(200t + \tfrac{3\pi}{4}\right)\right)$$

$$\bar{I}_s = \frac{\bar{V}_1}{R_1} + \frac{\bar{V}_L}{jX_L} = 2 - j0.5 \text{ A}$$

$$\hat{A}_s = \frac{1}{2}\bar{V}_s \bar{I}_s^{*} = 10 + j\underbrace{2.5}_{} \text{ VA}$$

$$Q_s = 2.5 \text{ VAR}$$

$$Q_C = \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}_C|^2}{X_C} = \frac{1}{2}\frac{(1^2 + 3^2)}{(-2)} = -2.5 \text{ VAR}$$

$$Q_L = \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}_L|^2}{X_L} = \frac{1}{2}\frac{(8^2 + 4^2)}{8} = 5 \text{ VAR}$$

Per Boucherot:

$Q_s = Q_C + Q_L$

$2.5 = -2.5 + 5$ ok

$\downarrow$

Conservazione della potenza reattiva verificata...

E2

Il circuito in figura evolve in regime sinusoidale ed è composto da una terna simmetrica di generatori in sequenza positiva, tale che $v_a(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cos(2\pi \cdot 50t)$ [V], una linea puramente resistiva con $R_2 = 1\Omega$, ed un carico trifase equilibrato con $R_1 = 10\Omega$ e $L = 100\text{mH}$.

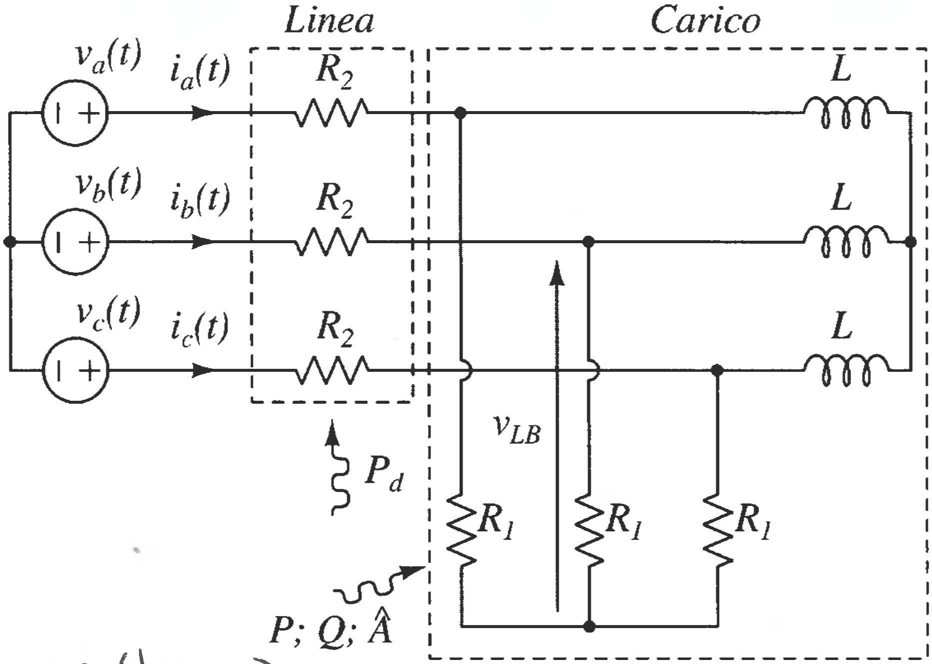
Si determinino

- **la terna di correnti di linea $i_a(t)$, $i_b(t)$ ed $i_c(t)$;**
- **la potenza trifase attiva P, reattiva Q ed apparente $\hat{A}$ entranti nel carico;**
- **la potenza trifase P_d dissipata dalla linea;**
- **il valore efficace della tensione di linea $v_{LB}(t)$ ai morsetti del carico.**

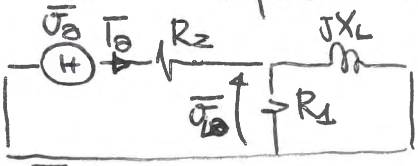
$\bar{V}_a = 230\text{V}$

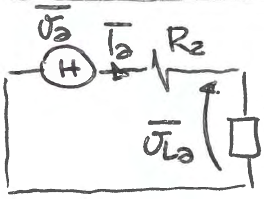
$\omega = 2\pi \cdot 50 \cong 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$X_L = \omega L \cong 31.4\ \Omega$



Circuito monofase eq (fase a)





$\frac{R_1 \cdot jX_L}{R_1 + jX_L} = Z_{//} \cong 9{,}08 + j2{,}89\ \Omega$

$\bar{V}_{La} = \frac{\bar{V}_a\ Z_{//}}{R_2 + Z_{//}} \cong 208{,}92 + j6{,}05\ \text{V} \cong 209\, e^{j0.029\ \text{rad}}$

$\bar{V}_{Lb} = \bar{V}_{La}\, e^{-j\frac{2\pi}{3}}$

$\underbrace{V_{Lb}}_{} = V_{La} = 209\ \text{V}$

Valore efficace...

$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_a}{R_2 + Z_{//}} \cong 21.08 - j6{,}05 \cong 21.93\, e^{-j0.279\ \text{rad}}$, $\bar{I}_b = \bar{I}_a\, e^{-j\frac{2\pi}{3}}$, $\bar{I}_c = \bar{I}_a\, e^{-j\frac{4\pi}{3}}$

$i_a(t) = \sqrt{2} \cdot 21.93 \cos(2\pi \cdot 50t - 0.279\ \text{rad})$

$i_b(t) = \sqrt{2} \cdot 21.93 \cos(2\pi \cdot 50t - 0.279\ \text{rad} - \frac{2\pi}{3})$

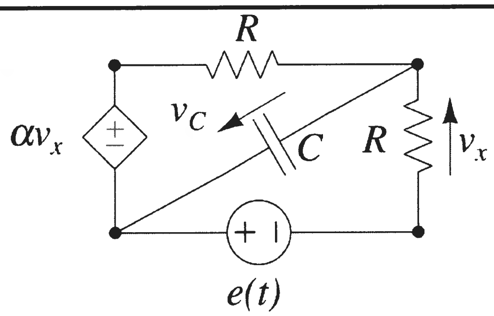
$i_c(t) = \sqrt{2} \cdot 21.93 \cos(2\pi \cdot 50t - 0.279\ \text{rad} - \frac{4\pi}{3})$

$\hat{A} = 3 \bar{V}_{La} \bar{I}_a^* = \cong \underbrace{13102{,}29}_{P} + j\underbrace{4174{,}5}_{Q}\ \text{VA}$

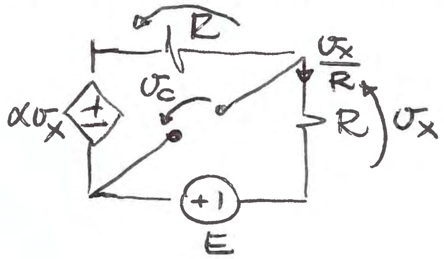
$P_d = 3R_2 |\bar{I}_a|^2 = 1442{,}77\ \text{W}$

E3

In $t = 0^-$ il circuito si trova a regime con $e(t) = E$ per $t < 0$ ed $e(t) = 0$ per $t > 0$. Determinare analiticamente e graficamente $v_C(t)$ e $v_x(t)$ per $t = 0^-$ e per $t > 0$ assumendo $R = 3\Omega$, $C = 1\text{mF}$, $E = 6\text{V}$ ed $\alpha = 0.5$.



Studio il circuito in $t=0^-$ (regime stazionario).



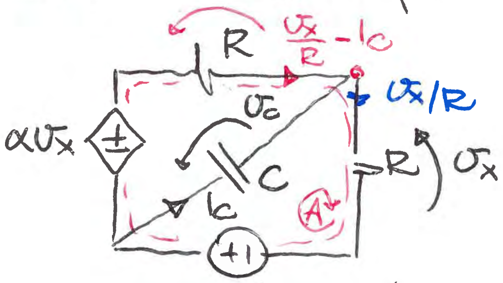
$$E + \alpha v_x - R\frac{v_x}{R} - v_x = 0$$

$$E + v_x(\alpha - 2) = 0$$

$$v_x(0^-) = \frac{E}{2-\alpha} = 4V$$

$$v_C(0^-) = E - v_x = 2V$$

Studio il circuito per $t>0$



$e(t)=0$, $t>0$

$$e - v_C - v_x = 0$$

$$\boxed{v_x = \underbrace{\cancel{e}}_{=0} - v_C = -v_C}$$

KVL MAGLIA A:

$$\alpha v_x - R\left(\frac{v_x}{R} - i_C\right) - v_x + e = 0$$

$$\alpha v_x - v_x + R i_C - v_x + \overset{=0}{\cancel{e}} = 0$$

$$(\alpha - 2) v_x = -R i_C$$

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = +\left(\frac{\alpha-2}{R}\right) v_C \longrightarrow \frac{dv_C}{dt} = + \underbrace{\frac{\alpha-2}{RC}}_{\lambda = -500\ \frac{1}{s}} v_C \leftarrow \text{eq di stato}$$

$\lambda = -500 \frac{1}{s}$ (<0 ... asintoticamente stabile)

$v_{CIP} = 0$ ... (in assenza di ingressi, d'altronde, siamo ...)

$$v_C(t) = k e^{\lambda t} + v_{CIP}$$

$v_C(0^-) = v_C(0^+) \rightsquigarrow v_C(0^-) = k$

$k = 2$ V

Ottengo quindi:

$$v_C(t) = 2e^{-500t}, \quad t \geq 0$$

$$v_x(t) = \begin{cases} -v_C = -2e^{-500t}, & t > 0 \\ 4V & t = 0^- \end{cases}$$