ESERCIZIO 1

Un sistema dinamico è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
\dot{x_1}(t) &= -2x_1(t) + \alpha x_2(t) \\
\dot{x_2}(t) &= \beta x_2(t) - 5u(t) \\
y(t) &= x_1(t) + x_2(t)
\end{aligned}$$

dove α, β sono costanti reali.

1. (1.0) Classificare il sistema

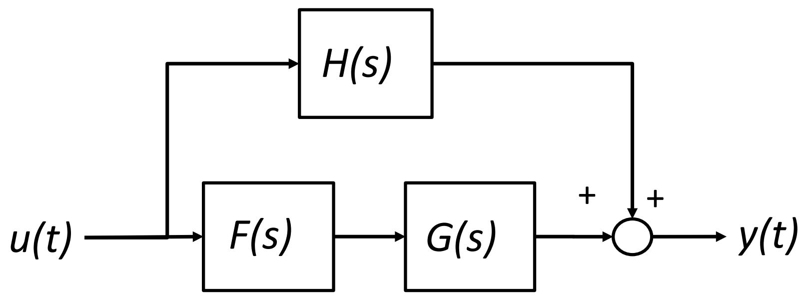
2. (2.0) Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u}, \forall t$.

3. (2.0) Studiare la stabilità del sistema in funzione dei parametri α e β.

4. (2.0) Determinare il movimento dello stato e dell'uscita per $\alpha = 2$, $\beta = 5$, $u(t) = 0, \forall t \geq 0$ e $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente schema



1. (2.0) Determinare la funzione di trasferimento da $U(s)$ a $Y(s)$.

2. (2.0) Poste $F(s) = 1/(s + a)$, $G(s) = 2/(s^2 + bs + c)$, $H(s) = 2/(s + a)$, funzioni di trasferimento di sistemi lineari tempo invarianti senza poli nascosti, studiare la stabilità del sistema equivalente al variare dei parametri $a \in \mathcal{R}$, $b \in \mathcal{R}$, $c \in \mathcal{R}$. Per quali valori dei parametri il sistema equivalente è asintoticamente stabile?

3. (2.0) Per $a = 2$, $b = 8$, $c = 15$, trovare analiticamente la *trasformata di Laplace* $Y(s)$ della risposta a uno scalino applicato come ingresso $u(t)$, determinando i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* la risposta. È possibile usare una approssimazione a polo dominante? giustificare la risposta.

4. (2.0) È possibile affermare che una condizione sufficiente per ottenere un sistema equivalente asintoticamente stabile è avere $F(s)$, $G(s)$ e $H(s)$ asintoticamente stabili? giustificare la risposta.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$x(k+1) = Ax(k) + B\ u(k) \quad (1)$$
$$y(k) = Cx(k) + D\ u(k) \quad (2)$$

con

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1. (1.0) Classificare il sistema

2. (2.0) Determinare, se possibile, un vettore di ingresso $\overline{u}$ per avere come stato di equilibrio il punto $\overline{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

3. (2.0) Studiare la stabilità del sistema al variare dei parametri a_1, a_2 e a_3.

4. (2.0) Fissati i valori $a_1 = -1$, $a_2 = 1$ e $a_3 = 1$, determinare il movimento libero dello stato e dell'uscita quando lo stato iniziale è $x(0) = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$.

ESERCIZIO 4

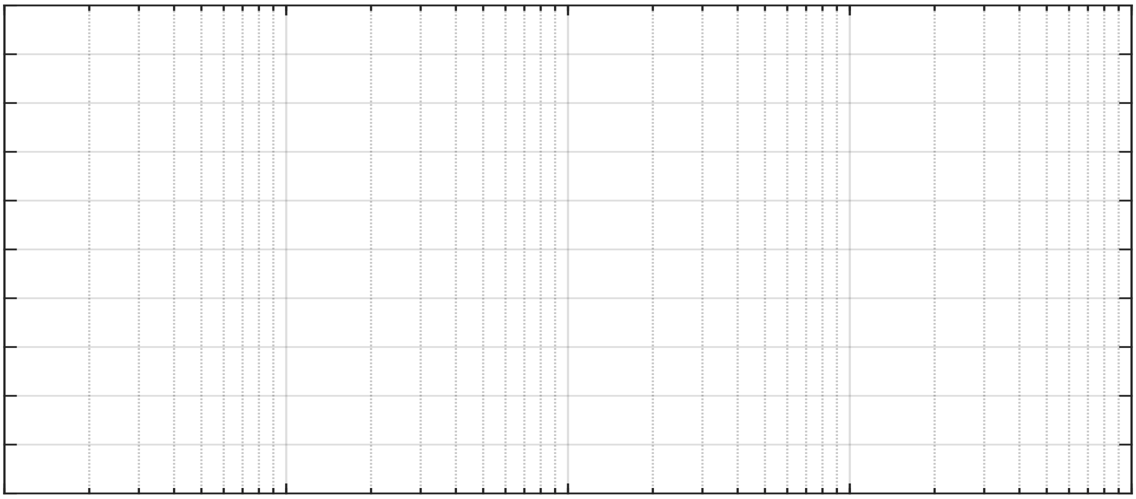
Si consideri la seguente funzione di trasferimento

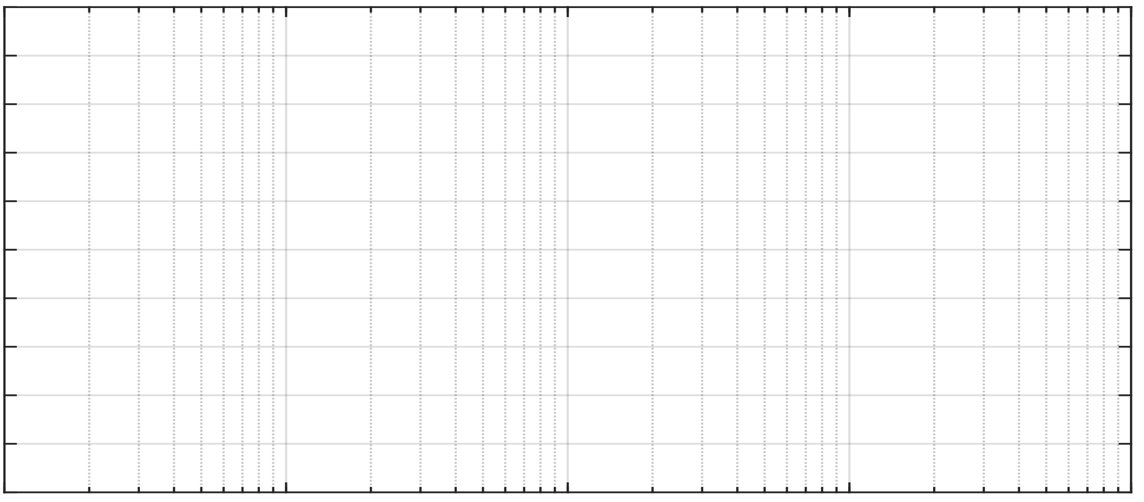
$$G(s) = \frac{100(0.2s + 1)}{(10s + 1)(0.01s + 1)^2}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti.

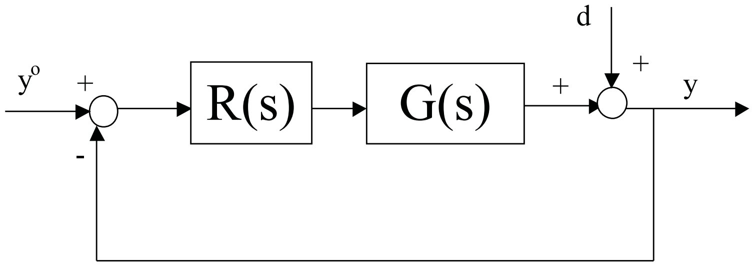
1. (1.0) Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2. (2.0) Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.





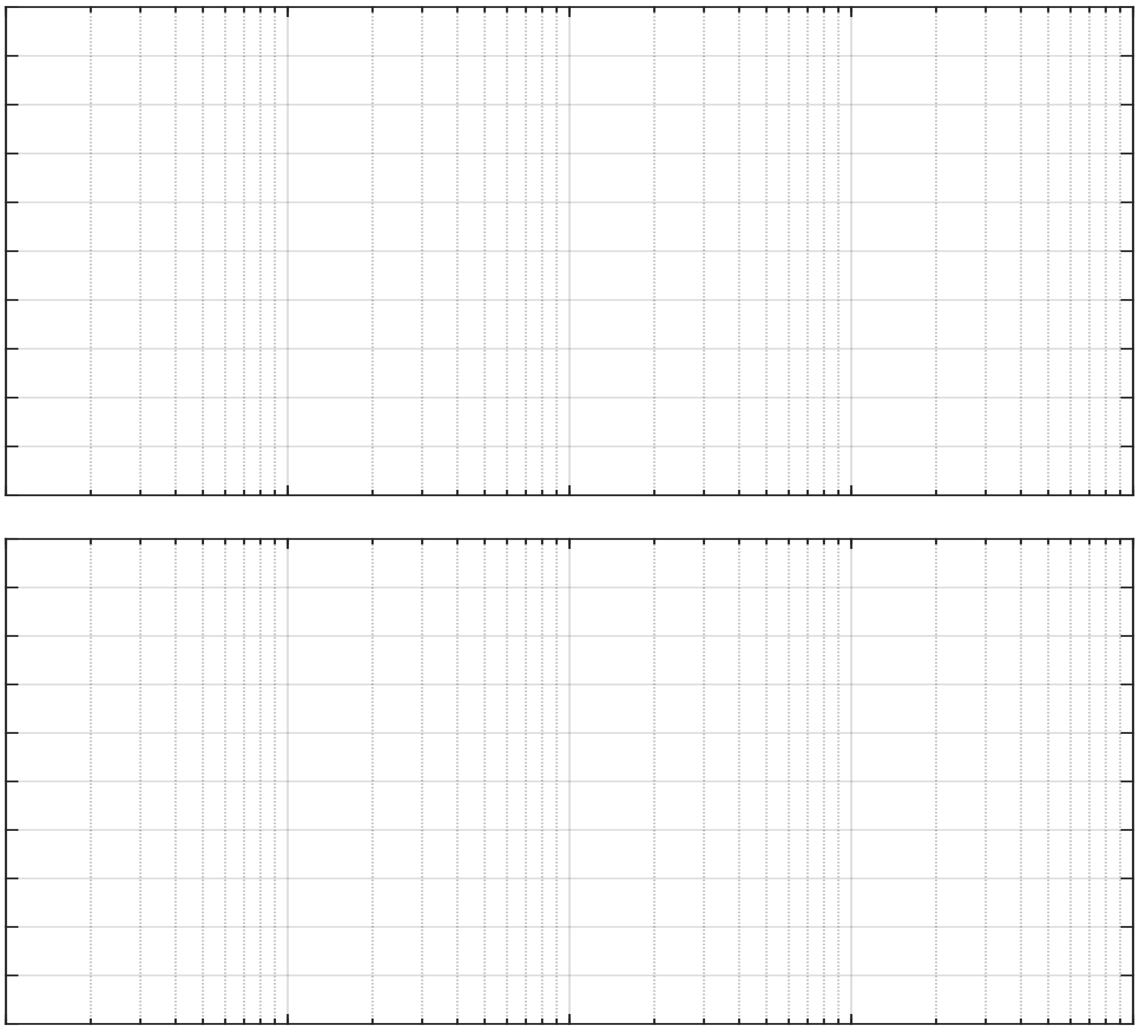
Si supponga che il sistema venga retroazionato come in figura:



3. (3.0) Per il regolatore

$$R(s) = k = 0.1$$

Verificare che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e determinare il margine di fase e di guadagno.



Considerando il sistema retroazionato descritto al punto precedente rispondere:

4. (1.0) Determinare il valore di regime dell'errore $|e_\infty|$ a fronte di un ingresso a scalino del riferimento $y^o(t) = sca(t)$.

5. (2.0) Determinare quanto vale l'ampiezza di regime dell'uscita $|y_\infty|$ quando $d(t) = 2\sin(0.01t) + 3\sin(50t)$.

6. (2.0) Che caratteristiche deve avere il controllore $R(s)$ per garantire che il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di un ingresso di riferimento $y_o(t) = sca(t)$ sia nullo? Giustificare la risposta.