

POLITECNICO DI MILANO



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Gestionale)
Prof. Fredy O. Ruiz-Palacios

Anno Accademico 2022/23

Appello del 25/01/2023

COGNOME.....

NOME

CODICE PERSONA

FIRMA

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) + 5x_2(t) + \beta u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \alpha x_1(t)x_2(t) - \beta x_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

dove α e β sono costanti reali **positive**.

1. Classificare il sistema

2. Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u}$.
Attenzione: verificare l'esistenza di più equilibri.

3. Determinare le equazioni del sistema linearizzato attorno allo stato di equilibrio corrispondente a $\bar{u} = 2$ con $\bar{x}_2 = 0$.

4. Studiare la stabilità del sistema linearizzato trovato al punto precedente al variare dei parametri α e β . Se possibile, determinare la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.
5. Per il sistema linearizzato, fissando i valori dei parametri $\alpha = 1$, $\beta = 3$, trovare il movimento libero dello stato attorno all'equilibrio per la condizione iniziale $\tilde{x}(0) = [0 \ 1]'$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) = 0.2x_1(k) + 0.6x_2(k) + u_1(k) - u_2(k) \\ x_2(k+1) = 0.5x_1(k) - 0.5x_2(k) + 2u_2(k) \\ y(k) = x_2(k) - u_1(k) \end{cases}$$

1. Scrivere il sistema in forma matriciale e classificare il sistema.
2. Determinare autovalori e modi del sistema, e studiare la sua stabilità.

3. Trovare gli stati e l'uscita di equilibrio per un ingresso costante $u(k) = \bar{u} = [1 \ 1]'$
4. Disegnare *in maniera qualitativa* la risposta del movimento libero di ognuno dei modi del sistema, ipotizzare un'ampiezza iniziale unitaria per ogni modo. Indicare quale modo si assesta più velocemente e se ci sono delle oscillazioni nelle risposte.

ESERCIZIO 3

Un sistema dinamico lineare è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = \beta x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_3(t) = \alpha x_3(t) + u(t) \\ y(t) = 3x_1(t) \end{cases}$$

con α e β parametri reali.

1. Scrivere il sistema in forma matriciale e classificare il sistema.
2. Analizzare le proprietà di stabilità del sistema, al variare dei parametri reali α e β .

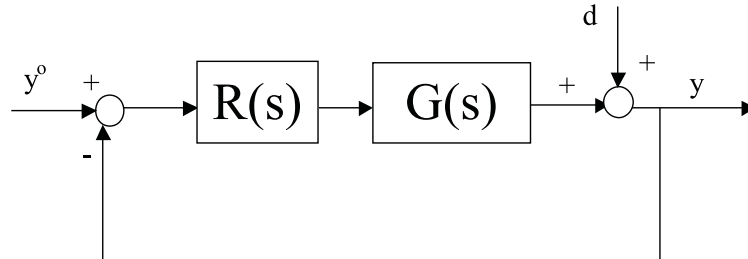
3. Posto ora $\alpha = -20$ e $\beta = -1$, determinare la funzione di trasferimento $G(s)$ tra l'ingresso $U(s)$ e l'uscita $Y(s)$, identificando guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$.
4. Studiare la stabilità della funzione di trasferimento $G(s)$. È possibile determinare la stabilità interna del sistema in spazio di stato analizzando soltanto la funzione di trasferimento $G(s)$? giustificare la risposta.
5. Considerando la funzione di trasferimento trovata al punto 3, determinare i valori di $y(0)$, e $y(\infty)$ della sua risposta a uno scalino unitario. Tracciare *qualitativamente* la risposta. È possibile fare una approssimazione a poli dominanti? giustificare la risposta.

ESERCIZIO 4

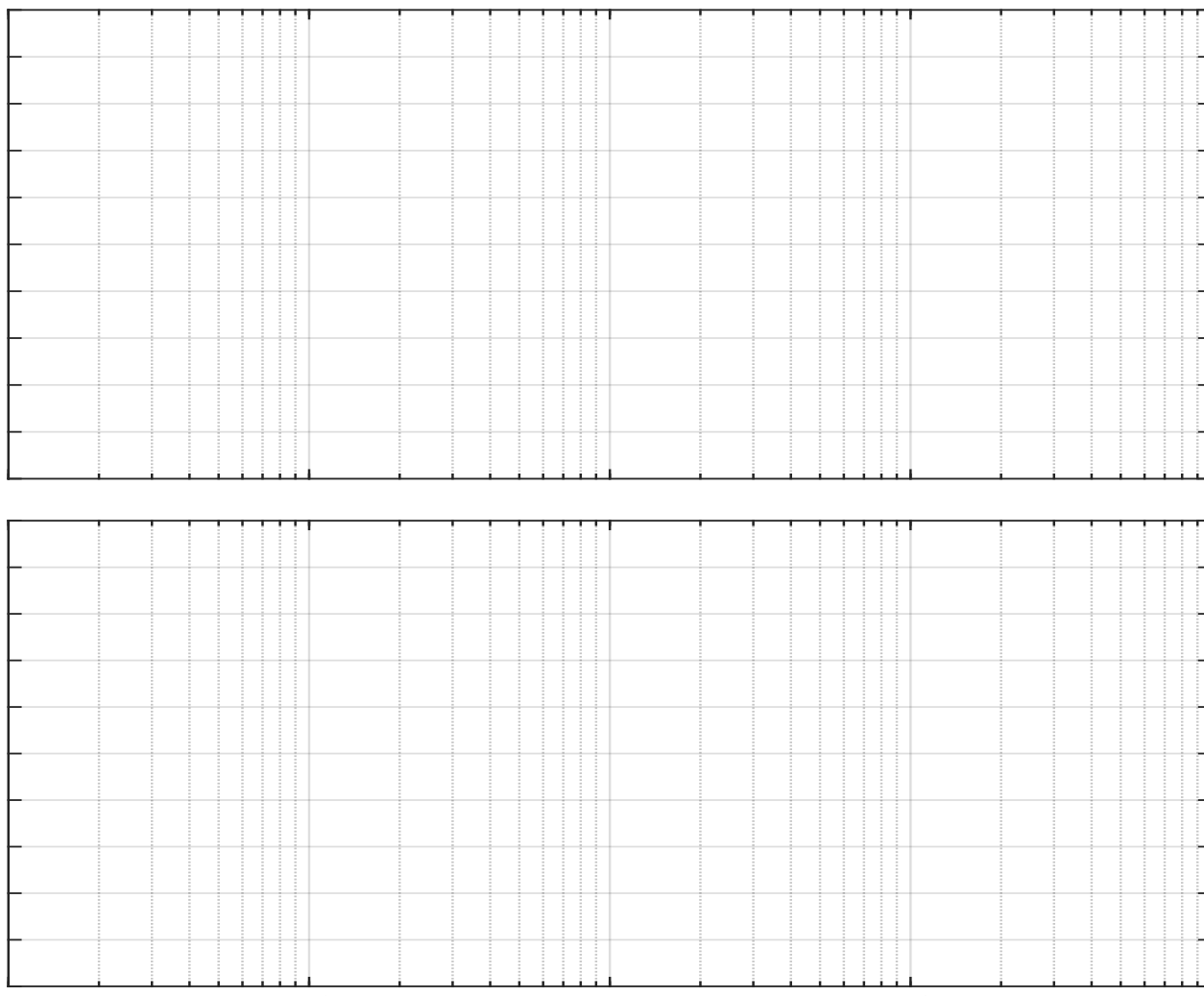
Si consideri la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{250}{s(s+5)(s+50)}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti e il sistema di controllo in figura:



1. Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.
2. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.

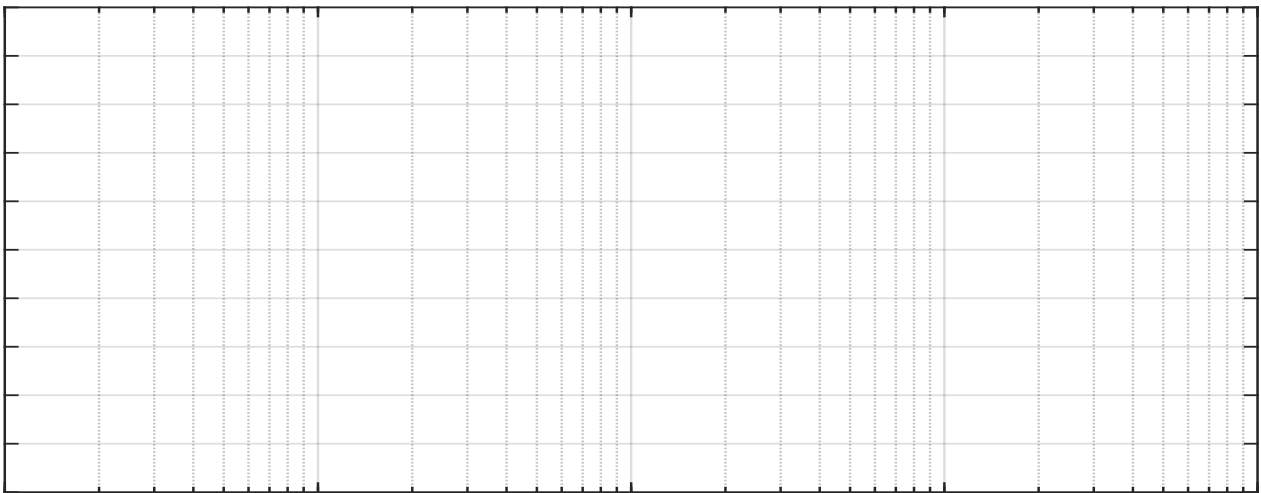
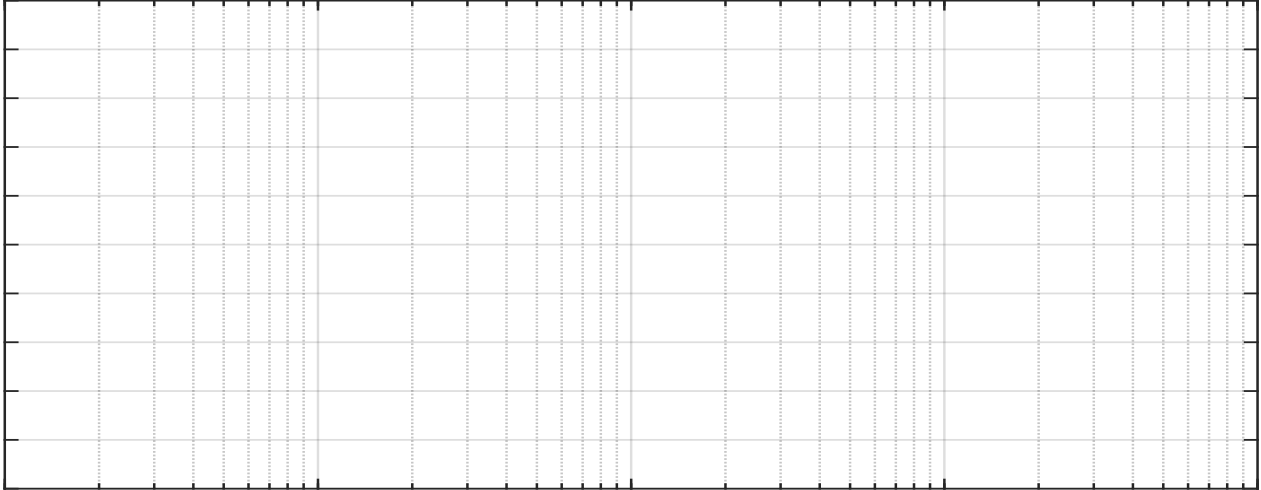


3. Per un regolatore $R_1(s) = 1$, determinare le proprietà di stabilità del sistema retroazionato. Se possibile stabilire i margini di fase e di guadagno.

4. Per un regolatore

$$R_2(s) = 100 \frac{s+5}{s+50},$$

determinare le proprietà di stabilità del sistema retroazionato. Se possibile stabilire i margini di fase e di guadagno.



Considerando i due regolatori analizzati in precedenza, discutere quale dei due sistemi di controllo garantisce un minore errore a regime $|e_\infty|$ a fronte di:

5. Un ingresso a scalino del disturbo $d(t) = sca(t)$.

6. Un ingresso di riferimento $y^0(t) = \sin(50t)$.

