# Analisi Matematica 2 - 19 gennaio 2018

## Prof. E. Maluta

**Cognome:** **Nome:**
**Matricola:** **Compito A**

1. (Punti 9)

   (a) Dopo averne giustificato l'esistenza, determinare massimi e minimi della funzione $f$ definita da $f(x, y) = \sqrt{3}x + y - 2$, soggetta al vincolo $V = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + y^2 - 2y = 0\}$.

   (b) Stabilire se i punti di estremo trovati su $V$ sono anche punti di massimo e minimo assoluto nell'insieme $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$.

   (c) Determinare gli estremi assoluti di $|f|$ nell'insieme $C$, precisando in quali punti di $C$ vengono assunti.

2. (Punti 9) Sia $f$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = \frac{z\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2(z^2 + 1)}$$

   e sia

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 9 \quad \wedge \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad \wedge \quad 0 < \sqrt{3}y < x\}.$$

   Dopo averne giustificato l'esistenza, calcolare

$$\int_D f(x, y, z)dxdydz.$$

3. (Punti 10) Assegnato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2x}{1+(\tan y)^2} \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

   a) per quali $(x_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$ il problema ammette una e una sola soluzione locale?

   b) Determinare la soluzione $\phi_1$ tale che $\phi_1(1) = 0$, precisando l'insieme di $\mathbf{R}$ su cui essa è soluzione e se essa è unica su tutto tale insieme, e disegnarne un grafico qualitativo.

   c) determinare la soluzione $\phi_2$ tale che $\phi_2(0) = -\pi$.