



Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Firma _____

AVVERTENZE

- La prova dura 2 ore.
- Le domande D1 – D7 a risposta multipla hanno ciascuna una sola risposta esatta (+2/–1/0 punti per ogni risposta giusta/errata/senza risposta).
- Gli studenti iscritti al corso 097245 (9CFU) non dovranno rispondere al quesito D7 e il punteggio conseguito complessivamente sarà rinormalizzato a 32.
- Sono da svolgersi E1 ed E2 ed uno solo a scelta tra E3 e E4. Qualora lo studente li svolgesse entrambi sarà valutato solo E3.
- I punteggi massimi complessivi per ogni quesito sono riportati nella tabella sottostante; un punteggio inferiore a 16 invalida la prova.

Esercizio	D1 – D7 14 punti	E1 6 punti	E2 6 punti	E3 6 punti	E4 6 punti			Voto Finale
Voto								

D1	Quale delle seguenti espressioni di v_s è corretta?	
	$v_s = \frac{i_o R_s + v_o}{R_s R_o + R_l R_o + R_l R_s} R_l R_o$	<input type="checkbox"/>
	$v_s = \frac{i_o R_s + v_o}{R_s + R_l} R_l$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$v_s = \left(-i_o + \frac{v_o}{R_s} \right) \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_l} + \frac{1}{R_o} \right)^{-1}$	<input type="checkbox"/>

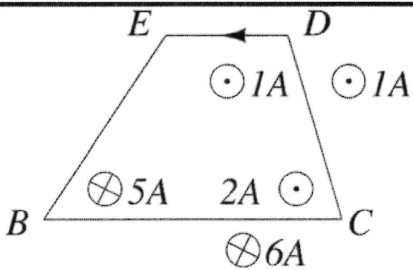
D2	Essendo la matrice $[R] = \begin{bmatrix} 2r & 4r \\ \alpha & \beta \end{bmatrix}$ con $\alpha, \beta, r \neq 0$, la matrice $[G]$ non esiste se	
	$\beta = 2\alpha$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$\alpha = \beta$	<input type="checkbox"/>
	$\alpha = 0$	<input type="checkbox"/>

D3	Un doppio-bipolo, le cui grandezze di porta sono (v_1, i_1) e (v_2, i_2) , è descritto dall'equazione costitutiva riportata nel riquadro. Esso è dunque controllabile dalla coppia di variabili $\begin{cases} i_1 + i_2 = 0 \\ v_1 + 4v_2 - 3i_1 = 0 \end{cases}$	
	(i_2, i_1)	<input type="checkbox"/>
	(v_1, i_1)	<input type="checkbox"/>
	(i_2, v_1)	<input checked="" type="checkbox"/>

D4	La potenza istantanea trifase, in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato	
	è un numero complesso la cui parte reale è pari al triplo della potenza attiva di una fase, e la cui parte immaginaria è pari al triplo della potenza reattiva di una fase.	<input type="checkbox"/>
	è costante e pari alla potenza attiva trifase.	<input checked="" type="checkbox"/>
	è sinusoidale con frequenza doppia rispetto alla frequenza della sorgente trifase.	<input type="checkbox"/>

D5	Il fasore $\bar{x} = \frac{1+j}{2\sqrt{2}}$ riferito al valore di picco alla pulsazione ω corrisponde al segnale	
	$x(t) = \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	<input type="checkbox"/>
	$x(t) = 2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$	<input type="checkbox"/>
	$x(t) = \frac{1}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$	<input checked="" type="checkbox"/>

D6	Due bipoli sono equivalenti ai morsetti se e solo se	
	hanno uguali resistenze equivalenti e uguali tensioni a vuoto.	<input type="checkbox"/>
	hanno uguali relazioni costitutive.	<input checked="" type="checkbox"/>
	hanno uguali potenze entranti.	<input type="checkbox"/>

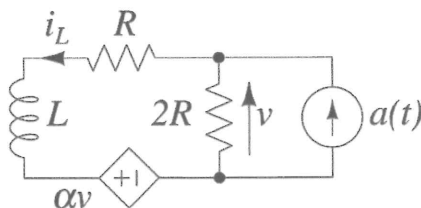
D7	<p>Determinare la circuitazione del campo \vec{H} lungo il percorso indicato in figura, dal punto B al punto B in senso antiorario. I simboli \odot e \otimes rappresentano fili conduttori percorsi da corrente elettrica che escono ed entrano, rispettivamente, nel piano del foglio.</p> 	
	$-2A$	<input checked="" type="checkbox"/>
	$-3A$	<input type="checkbox"/>
	$-7A$	<input type="checkbox"/>

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio.

E1

Sapendo che $i_L(0^-) = I_0$ e che $a(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ A_0, & t \geq 0 \end{cases}$

- si determini $v(t)$ in $t = 0^-$ e per $t > 0$;
- assumendo $L = 1\text{mH}$, $R = 1\text{m}\Omega$, $\alpha = -2$, $A_0 = 0.5\text{A}$ e $I_0 = -\frac{4}{7}\text{A}$ si tracci il grafico quotato della tensione $v(t)$ in $t = 0^-$ e per $t > 0$.



$$v(t) = 2R(\alpha(t) - i_L)$$

$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L - v + \alpha v = 0 \quad L \frac{di_L}{dt} + Ri_L + (\alpha - 1)2R(\alpha(t) - i_L) = 0$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{-R + 2R(\alpha - 1)}{L} i_L - \frac{2R(\alpha - 1)\alpha(t)}{L} \quad \lambda = +\frac{R(2\alpha - 3)}{L}$$

$$i_L(t) = k e^{\lambda t} + h$$

$\alpha(t)$ è discontinuo ma limitato e $i_L(t)$ è variabile di stato quindi

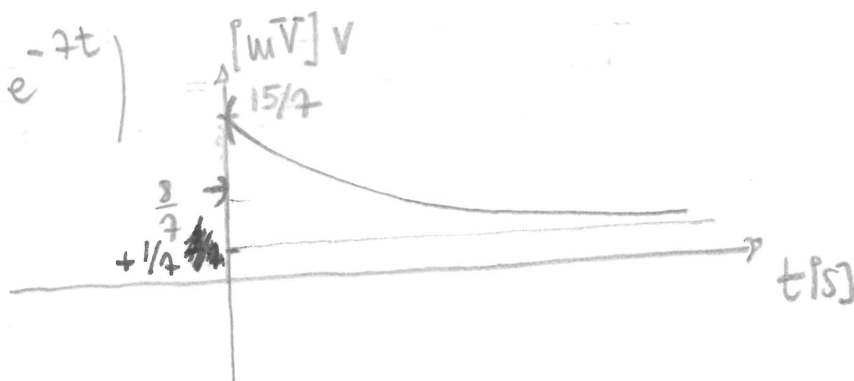
$$i_L(0^-) \equiv i_L(0^+)$$

$$h = +\frac{2R(\alpha - 1)A_0}{R(2\alpha - 3)} = -\frac{2(1 - \alpha)A_0}{2\alpha - 3} = -\frac{6}{-7} \frac{1}{2} A = +\frac{3}{7} A$$

$$k = I_0 - h = -\frac{4}{7} - \frac{3}{7} = -1$$

$$v(t) \Big|_{t=0^-} = 2R(\alpha(0^-) - i_L(0^-)) = -2RI_0 = -2\text{m}\Omega \cdot \left(-\frac{4}{7}\text{A}\right) = \frac{8}{7}\text{mV}$$

$$v(t) \Big|_{t>0} = 2R(A_0 - (I_0 - h)e^{-\lambda t} - h) = 2\text{m}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7} + e^{-\frac{7}{2}t}\right) = 2\text{m}\left(\frac{1}{14} + e^{-\frac{7}{2}t}\right)$$



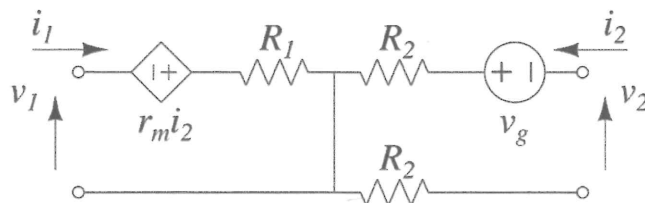
Si determinino in forma letterale i parametri della rappresentazione

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}$$

del doppio-bipolo in figura. Quindi, considerando i seguenti valori dei parametri,

$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 1\Omega, r_m = 4\Omega, v_g = 10V,$$

calcolare la potenza erogata dal doppio bipolo collegando alle porte due generatori di corrente $I_1 = 1A$ ed $I_2 = 2A$ che impongono, rispettivamente, le correnti i_1 ed i_2 .



$$\begin{cases} V_1 + r_m i_2 - R_1 i_1 = 0 \\ V_2 + v_g - R_2 i_2 - R_2 i_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_1 = R_1 i_1 - r_m i_2 \\ V_2 = 2R_2 i_2 - v_g \end{cases}$$

$$[R] = \begin{pmatrix} R_1 & -r_m \\ 0 & 2R_2 \end{pmatrix} \quad [E] = \begin{bmatrix} 0 \\ -v_g \end{bmatrix}$$

$$[R] = \begin{pmatrix} 2\Omega & -4\Omega \\ 0 & 2\Omega \end{pmatrix} \quad [E] = \begin{bmatrix} 0 \\ -10V \end{bmatrix}$$

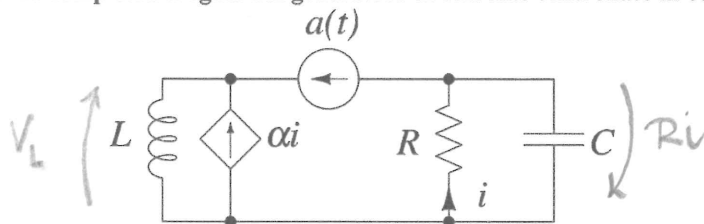
$$V_1 \Big|_{\substack{i_1 = 1A \\ i_2 = 2A}} = 2\Omega \cdot 1A - 4\Omega \cdot 2A = -6V$$

$$V_2 \Big|_{\substack{i_1 = 1A \\ i_2 = 2A}} = 2\Omega \cdot 2A - 10V = -6V$$

$$P_e^{DB} = -(V_1 i_1 + V_2 i_2) = -(-6V \cdot 1A - 6V \cdot 2A) = 18W$$

Il circuito in figura evolve in regime sinusoidale permanente (AC) alla pulsazione ω . Si determinino simbolicamente

- la corrente $i(t)$ e per $\alpha(t) = A \sin \omega t$
- la potenza la potenza complessa erogata dal generatore di corrente controllato in corrente.



$$\alpha(t) \leftrightarrow -jA$$

$$-j\bar{A} = \bar{i} + j\omega RC \bar{i}$$

$$\bar{i} = \frac{-jA}{1+j\omega RC} = \frac{\bar{\alpha}}{1+j\omega RC}$$

$$i(t) = \text{Re} \{ \bar{i} e^{j\omega t} \} = \frac{A}{1+\omega^2 R^2 C^2} \text{Re} \{ (-j - \omega RC) e^{j\omega t} \} =$$

$$= \frac{A}{1+(\omega RC)^2} (-\omega RC \cos \omega t + \sin \omega t)$$

$$\bar{V}_L = j\omega L \left(\frac{\alpha}{1+j\omega RC} + 1 \right) \bar{\alpha}$$

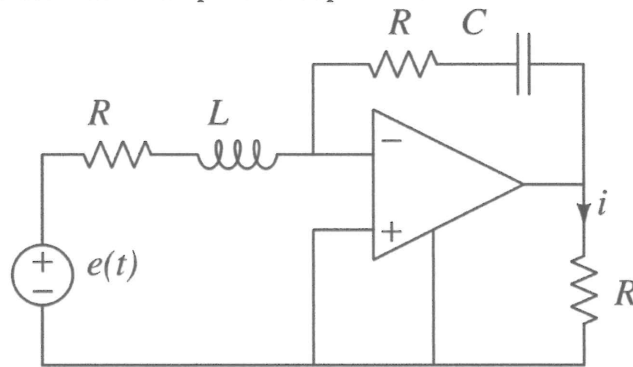
$$\hat{A}_{e, \text{cces}} = \frac{1}{2} \bar{V}_L (\alpha \bar{i})^* = \frac{1}{2} \alpha j\omega L \frac{(\alpha+1)+j\omega RC}{1+j\omega RC} \bar{\alpha} \frac{\bar{\alpha}^*}{1-j\omega RC}$$

$$= \frac{\alpha}{2} |\bar{\alpha}|^2 j\omega L \frac{\alpha+1+j\omega RC}{1+(\omega RC)^2} =$$

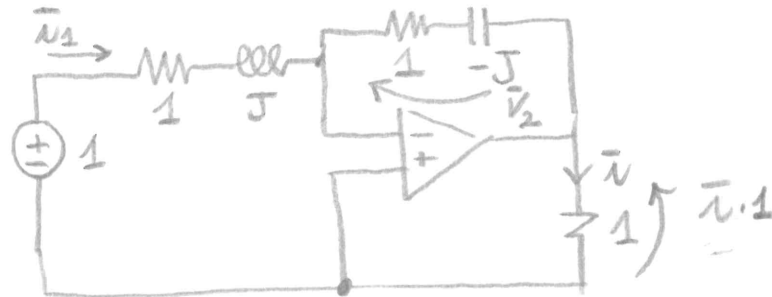
$$= \frac{\alpha}{2} \frac{\omega L A^2}{1+(\omega RC)^2} (j(\alpha+1) - \omega RC)$$

Il circuito evolve in regime sinusoidale permanente (AC). Sapendo che $\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $R = 1\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $C = 1 \text{ mF}$ ed $e(t) = 1\cos(\omega t)$, si determinino

- la corrente $i(t)$ e
- la potenza complessa assorbita dall'amplificatore operazionale.



$$e(t) \leftrightarrow 1$$



$$\bar{i} \cdot 1 + \bar{v}_2 = 0$$

$$\bar{i}_1 = \frac{1}{1+j}$$

$$\bar{v}_2 = (1-j) \cdot \frac{1}{1+j}$$

$$1 \cdot \bar{i} = - \frac{1-j}{1+j} = \frac{-(1-j)^2}{2} = -\frac{1}{2} (1-1-2j) = +j$$

$$i(t) = -1 \sin \omega t$$

$$\hat{A}_e^{AO} = -\frac{1}{2} (1 \cdot \bar{i}) (\bar{i}_1 - \bar{i})^* = -\frac{1}{2} (-j) \left(\frac{1}{1+j} - j \right)^* = \frac{j}{2} \left(\frac{1+1-j}{1+j} \right)^*$$

$$= \frac{j}{2} \frac{2+j}{1-j} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2j-1)(1+j)}{2} = \frac{1}{4} (2j-1-2-j) =$$

$$= \frac{1}{4} (-3+j) = \frac{j-3}{4}$$