Analisi Matematica 2 - 25 giugno 2018

Prof. E. Maluta

Cognome: **Nome:**
Matricola: **Compito A**

1. (Punti 9)

   (a) Determinare massimi e minimi globali e locali della funzione f definita da
   $$f(x, y) = 2 - 2y^2 - x^2 - x$$
   ristretta all'insieme
   $$C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2;\ x^2 + 2y^2 \leq 1\}$$

   (b) Che cosa si può dire sui massimi e minimi globali e locali, sempre su C, della funzione f^{132} ?

2. (Punti 9) Sia data la funzione f, periodica di periodo $\frac{\pi}{2}$, definita ponendo
   $$f(x) = \sin x \qquad \forall x \in [0, \frac{\pi}{2})$$
   Dopo aver disegnato un grafico qualitativo di f, scrivere la serie di Fourier di f; (si ricorda che
   $$\sin(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha + \beta) - \sin(\beta - \alpha)\right)$$
   $$\sin(\alpha)\sin(\beta) = \frac{1}{2}\left(\cos(\beta - \alpha) - \cos(\alpha + \beta)\right).)$$
   Calcolare la somma della serie in $x = 0$. Dire poi se tale risultato era prevedibile.

3. (Punti 10) Data l'equazione differenziale
   $$y' = (y + 1)\sin x$$

   (a) verificare che tutte le soluzioni hanno un estremante (massimo o minimo locale) in $x = \pi$;

   (b) risolvere, per $y_0 \in \mathbf{R}$, il problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = y_0$;

   (c) stabilire se esistono valori y_0 per cui si può garantire che la soluzione del relativo problema di Cauchy è non costante e negativa su $\mathbf{R}$.