# Esercitazioni di Analisi 2

## INTEGRALI DOPPI

1. Calcola i seguenti integrali doppi:

   (a) $\displaystyle\iint_\Omega \left(\sqrt{x} + xy^2\right) dxdy$ dove $\Omega$ è il triangolo di vertici $A(0,0)$, $B(1,0)$ e $C(1,1)$ $\left[\dfrac{7}{15}\right]$

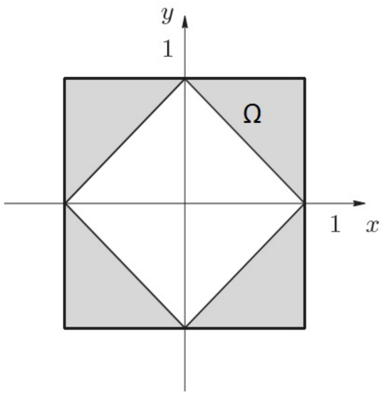
   (b) $\displaystyle\iint_\Omega \frac{\sin y}{y} dxdy$ dove $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \le y \le \pi,\ 0 \le x \le \pi\right\}$ [2]

   (c) $\displaystyle\iint_\Omega \frac{xy}{x^2+y^2} dxdy$ dove $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2+y^2 \le 4;\ x \ge 0;\ y \ge 0\right\}$ $\left[\dfrac{3}{4}\right]$

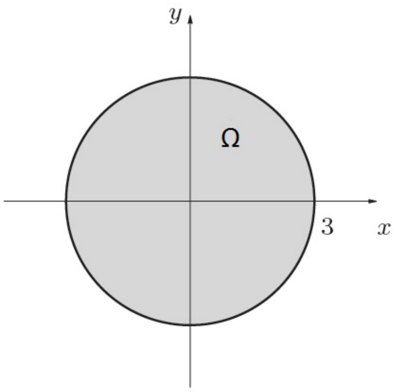
2. Sia $B$ il cerchio unitario di $\mathbb{R}^2$. Calcola $\displaystyle\iint_B |xy|\, dxdy$. $\left[\dfrac{1}{2}\right]$

3. Sia $B$ il cerchio unitario di $\mathbb{R}^2$. Calcola $\displaystyle\iint_B e^{-(x^2+y^2)} dxdy$. $\left[\dfrac{\pi}{e}(e-1)\right]$

4. Calcola l'integrale doppio $\displaystyle\iint_\Omega x^2 dxdy$ sul dominio $\Omega$ rappresentato in figura. [1]




5. Calcola l'integrale doppio $\displaystyle\iint_\Omega xydxdy$ sul dominio $\Omega$ rappresentato in figura. [0]



6. Calcola l'integrale doppio $\displaystyle\int_0^1 \left( \int_x^1 y dy \right) dx.$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

7. Calcola l'integrale doppio $\displaystyle\int_0^1 \left( \int_y^1 \sin x^2 dx \right) dy.$ $\left[\frac{1-\cos 1}{2}\right]$

8. Calcola i seguenti integrali doppi:

(a) $\displaystyle\iint_\Omega (x+y)\, dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le \frac{\sqrt{2}}{2};\ y \le x \le \sqrt{1-y^2} \right\}$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

(b) $\displaystyle\iint_\Omega x dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 1;\ x \ge y \right\}$ $\left[\frac{\sqrt{2}}{3}\right]$

(c) $\displaystyle\iint_\Omega e^{-y^2} dxdy$ dove $\Omega$ è il triangolo di vertici $A(0,0)$, $B(0,1)$ e $C(1,1)$ $\left[\frac{e-1}{2e}\right]$

(d) $\displaystyle\iint_\Omega \sqrt{(x^2+y^2)} dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2-4x \le 0 \right\}$ $\left[\frac{256}{9}\right]$

(e) $\displaystyle\iint_\Omega y dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+9y^2 \le 36;\ y \ge 0 \right\}$ [8]

(f) $\displaystyle\iint_\Omega \cos(\pi y)\, dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x-2| \le y \le 1 \right\}$ $\left[-\frac{4}{\pi^2}\right]$

(g) $\displaystyle\iint_\Omega xy dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 2;\ 0 \le y \le 2x-x^2 \right\}$ $\left[\frac{8}{15}\right]$

(h) $\displaystyle\iint_\Omega (x+y+1)\, dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le y^2+1;\ -1 \le y \le 1 \right\}$
$\left[\frac{68}{15}\ \text{(simmetrie)}\right]$

(i) $\displaystyle\iint_\Omega y \cos^4 x dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 < \pi \right\}$ [0]

(j) $\displaystyle\iint_\Omega \arctan \frac{y}{x} dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2+y^2 \le 4;\ |y| \le |x| \right\}$ [0]

(k) $\displaystyle\iint_\Omega \frac{x^2}{1+y^2} dxdy\ \ dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \le y \le 1 \right\}$ $\left[\frac{1}{3}(1-\log 2)\right]$

(l) $\displaystyle\iint_\Omega |x|\, dxdy$ dove $\Omega = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2-4y \le 0;\ x^2+y^2-2y \ge 0;\ 0 \le y \le 3 \right\}$
$\left[\frac{23}{3}\ \text{(simmetrie)}\right]$

(m) $\displaystyle\iint_\Omega (x-y)\,dxdy$ dove $\Omega = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2-2x+y^2\le 0;\ \ -x\le y\le x\right\}$
$\left[\dfrac{4}{3}+\dfrac{\pi}{2}\ \text{(simmetrie)}\right]$

(n) $\displaystyle\iint_\Omega dxdy$ dove $\Omega$ è il parallelogrammo di vertici $(0,0)$, $(3,0)$, $(4,1)$, $(1,1)$ [3 (aree\volumi)]