Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)
Prof. Fredy Ruiz
Appello del 26 gennaio 2022

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\dot{x}(t) = x^2(t) - u(t)$$

$$y(t) = x(t) + u^2(t)$$

dove $x(t) \in R$.

1. Classificare il sistema

2. Determinare per quali valori dell'ingresso $u(t) = \bar{u}$ il sistema presenta dei punti di equilibrio.

3. Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno agli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{u} = 9$.

4. Studiare la stabilità di ognuno dei sistemi linearizzati trovati al punto precedente e, se possibile, la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

ESERCIZIO 2

Si consideri la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{5000}{(s+50)^2}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti e il sistema di controllo in Fig. 1.

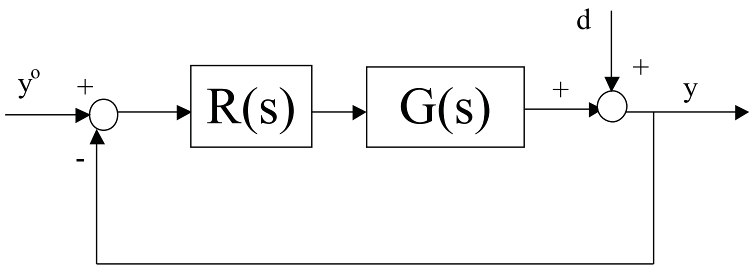
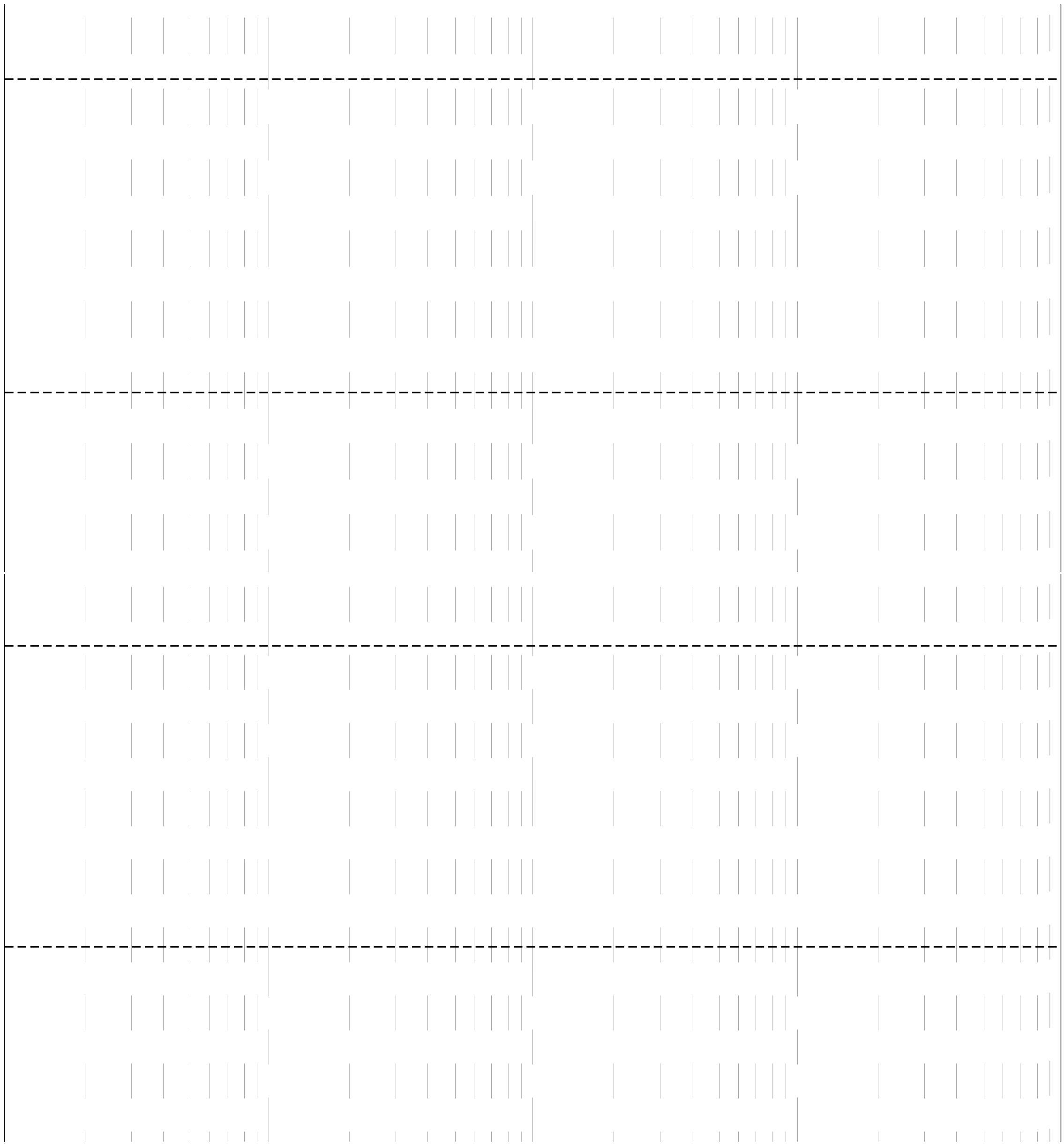


Figura 1: Esercizio 2 - Sistema di controllo

1. Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

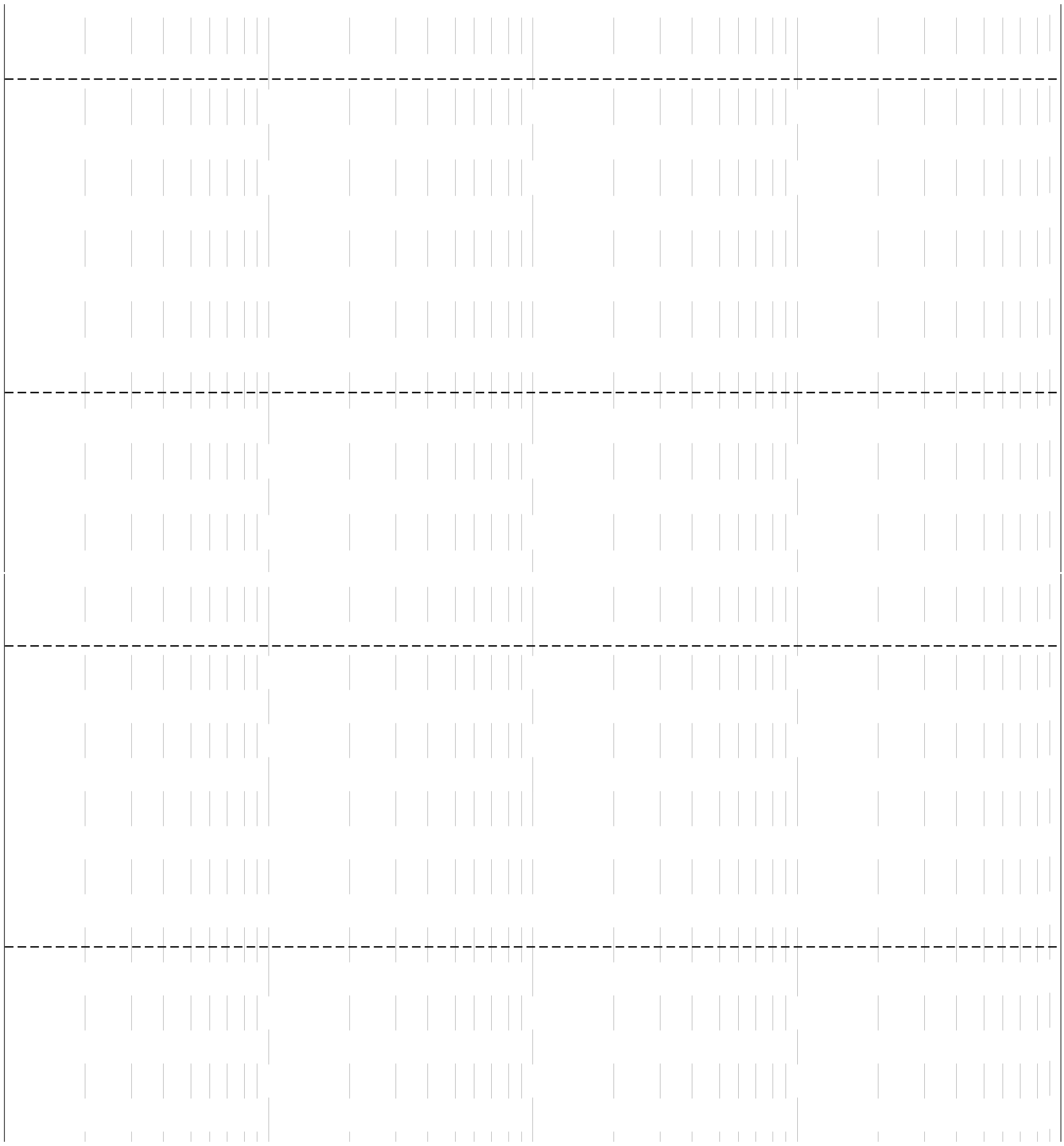
2. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.



3. Per il regolatore

$$R(s) = \frac{0.1(s+50)}{s}$$

   Verificare che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e determinare il margine di fase e di guadagno.



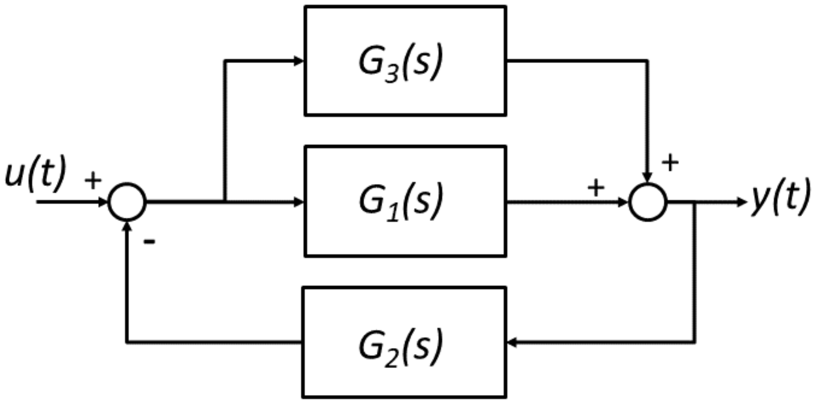
Considerando il sistema retroazionato descritto al punto precedente rispondere:

4. Determinare il valore di regime dell'errore $|e_\infty|$ a fronte di un ingresso a scalino del riferimento $y^0(t) = sca(t)$.

5. Determinare quanto vale l'ampiezza di regime dell'uscita $y(t)$ quando $d(t) = 1 - 2\sin(t) + 5\sin(500t)$.

ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente schema



1. Determinare la funzione di trasferimento da $U(s)$ a $Y(s)$.

2. Posto $G_1(s) = 1/(1+s)$, $G_2(s) = 3$, $G_3(s) = 2/(s+1)$, valutare la funzione di trasferimento da $U(s)$ a $Y(s)$ e studiare la stabilità del sistema. E' possibile trarre conclusioni sulla stabilità del sistema complessivo guardando solo la funzione di trasferimento appena ricavata?

3. Per la funzione di trasferimento trovata al punto precedente trovare analiticamente la risposta allo scalino, determinando i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* la risposta.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha x_1(t) + \beta x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = \beta x_1(t) + \alpha x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_3(t) = \alpha x_3(t) + u(t) \\ y(t) = x_2(t) \end{cases}$$

con α e β parametri reali.

1. Scrivere il sistema in forma matriciale e classificare il sistema.

2. Determinare per quali valori dei parametri α e β il sistema risulta asintoticamente stabile.

3. Posto ora $\alpha = -5$ e $\beta = -1$, calcolare il movimento libero dello stato e dell'uscita con $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 10$.

ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

1. Rappresentare graficamente sul piano complesso la regione alla quale devono appartenere gli autovalori della matrice A per avere un sistema asintoticamente stabile.

2. Spiegare, sulla base del movimento libero del sistema, per quale motivo questi autovalori generano delle dinamiche asintoticamente stabili.

3. Trovare le espressioni dello stato e dell'uscita di equilibrio associate ad un ingresso costante $u(k) = \bar{u}$. Quali sono le condizioni sul sistema per avere un unico stato di equilibrio?