

POLITECNICO DI MILANO



POLITECNICO
MILANO 1863

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Gestionale)
Prof. Fredy O. Ruiz-Palacios

Anno Accademico 2021/22

Appello del 26/07/2022

COGNOME.....

NOME

CODICE PERSONA

FIRMA

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

ESERCIZIO 1

Un sistema dinamico è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \alpha x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\beta x_1(t) - \gamma x_2(t) - \theta x_2^2(t) + \eta u^2(t) \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t) \end{aligned}$$

dove $\alpha, \beta, \gamma, \theta, \eta$ sono costanti reali.

1. (1.0) Classificare il sistema
2. (2.0) Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u} \geq 0$.
3. (2.0) Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno agli stati di equilibrio corrispondenti a \bar{u} .

4. (2.0) Studiare la stabilità del sistema linearizzato trovato al punto precedente e, se possibile, la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza, in funzione dei parametri $\alpha, \beta, \gamma, \theta, \eta$.

ESERCIZIO 2

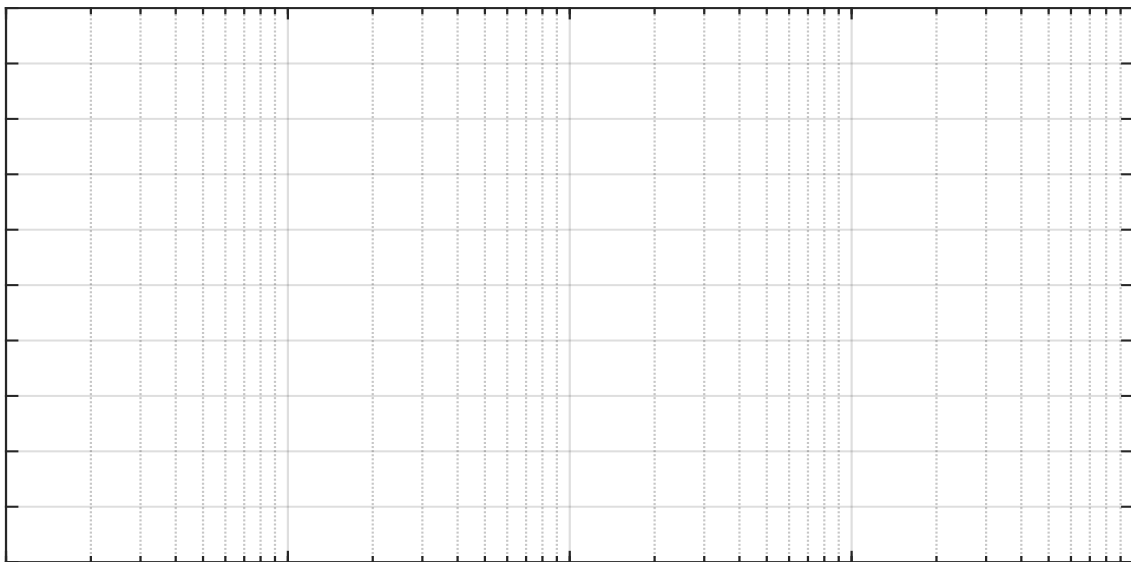
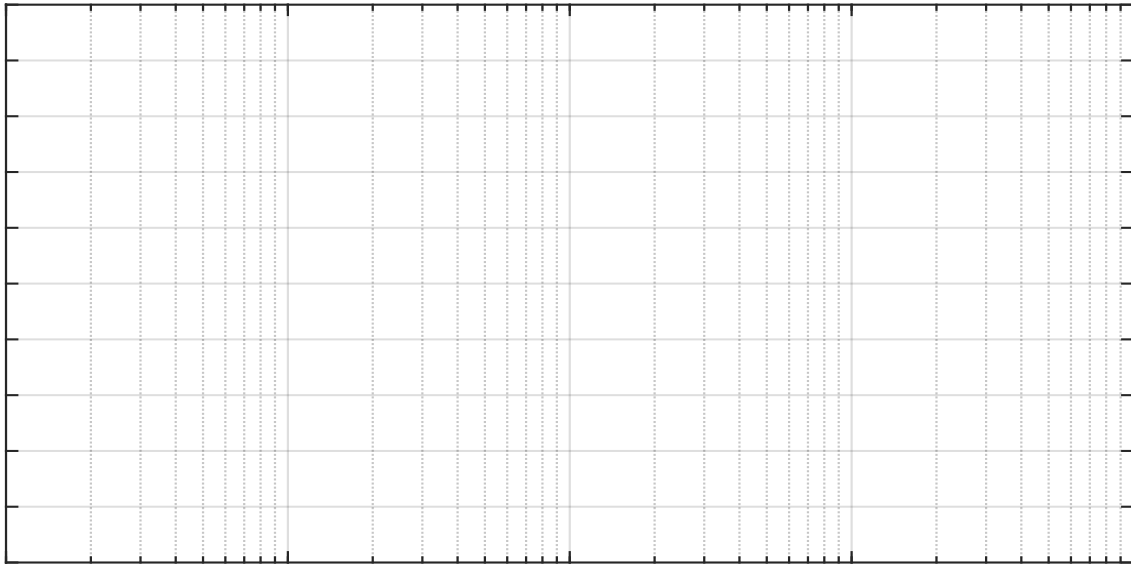
Si consideri la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10(s - 5)}{s^2 + 22s + 40}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti.

1. (1.0) Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2. (2.0) Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.



3. (2.0) Determinare la risposta di regime $y(t)$ del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$, quando
- a) $u_1(t) = 2 \sin(0.1t)$
 - b) $u_2(t) = 5 \sin(200t)$
4. (2.0) Trovare analiticamente la **trasformata di Laplace** $Y(s)$ della risposta a uno scalino applicato come ingresso $u(t)$, determinando i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* la risposta. È possibile usare una approssimazione a polo dominante? giustificare la risposta.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$\begin{cases} p(k+1) = -p(k) - 0.5q(k) + u(k) \\ q(k+1) = q(k) + 1.5p(k) - u(k) \\ y(k) = q(k) - u(k) \end{cases}$$

1. (1.0) Classificare il sistema
2. (2.0) Calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio associati a $u(k) = \bar{u} = 2$.
3. (2.0) Studiare la stabilità del sistema

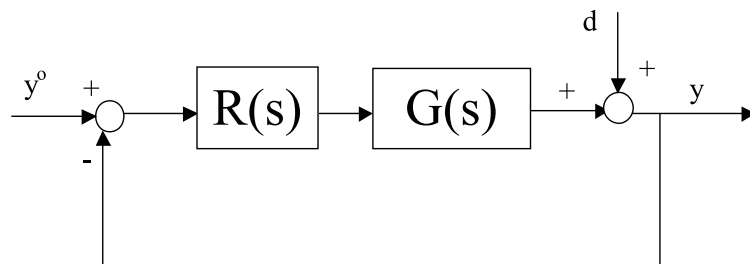
4. (2.0) Determinare gli autovettori del sistema e scrivere l'espressione della risposta libera quando lo stato iniziale appartiene a uno di essi.

ESERCIZIO 4

Si consideri la seguente funzione di trasferimento

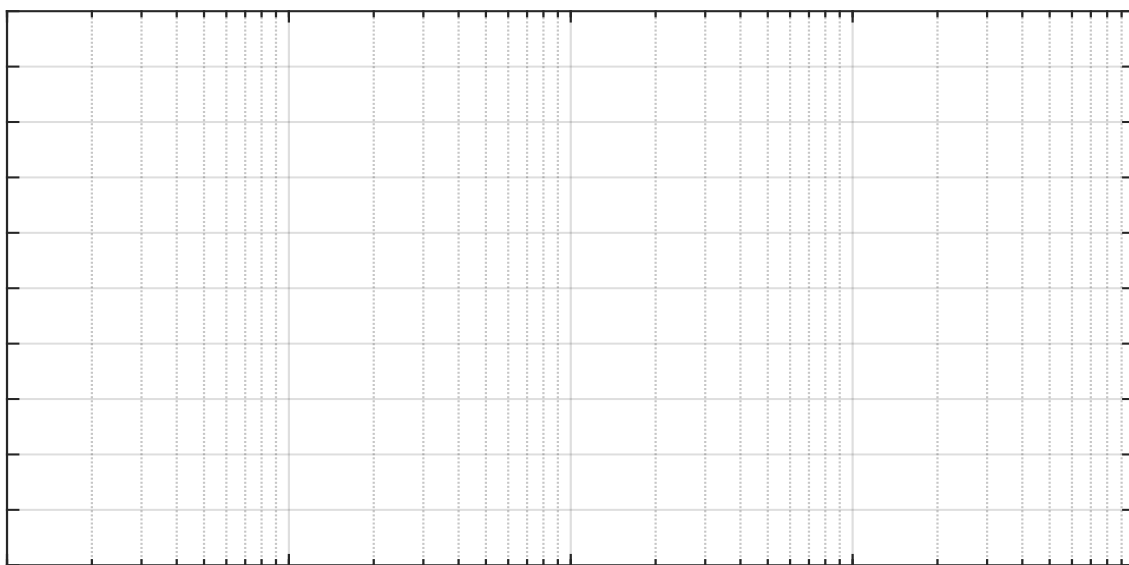
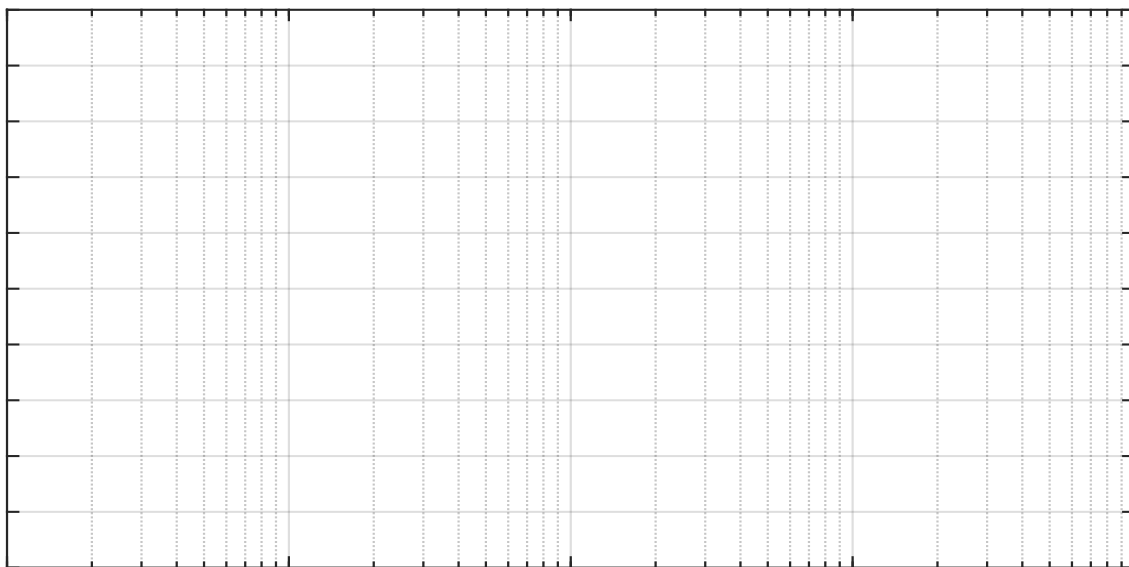
$$G(s) = \frac{0.1}{(s+1)(s+0.1)}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti e il sistema di controllo in figura:



1. (1.0) Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

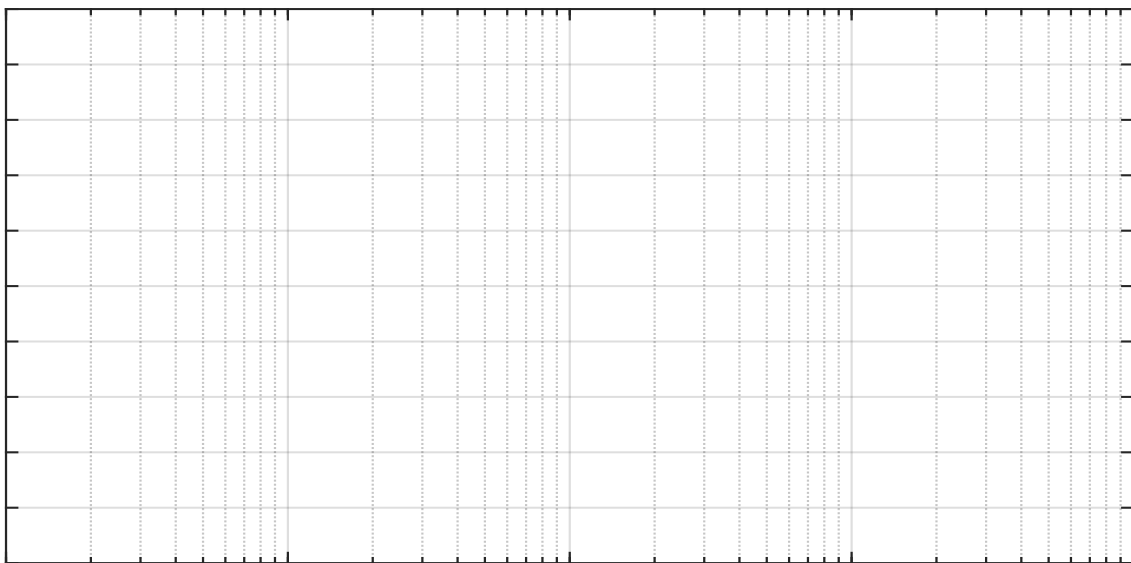
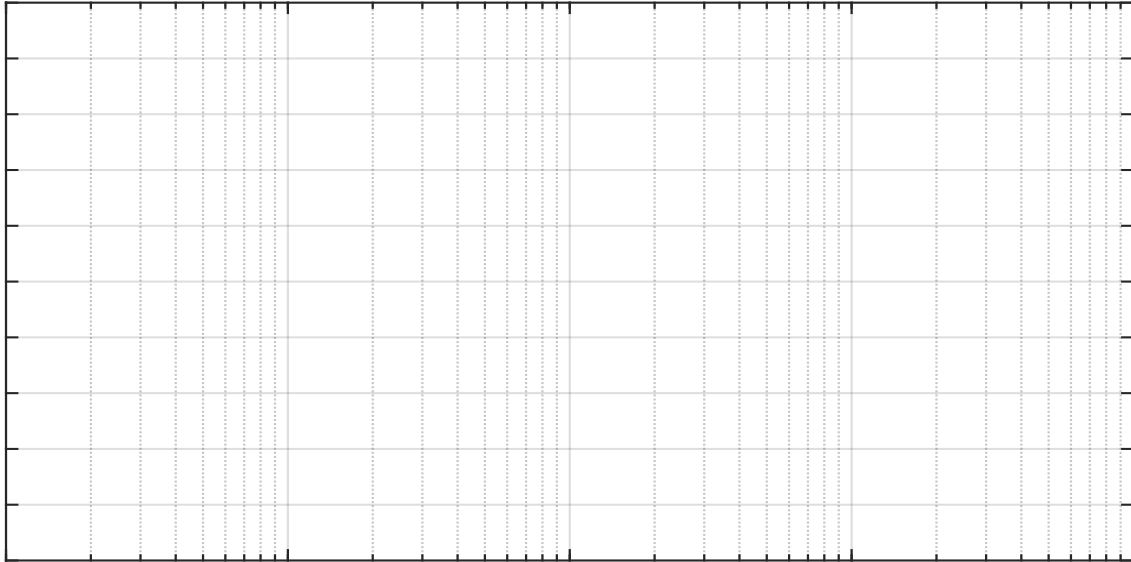
2. (2.0) Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.



3. (3.0) Per il regolatore

$$R(s) = k = 10$$

Verificare che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e determinare il margine di fase e di guadagno.



Considerando il sistema retroazionato descritto al punto precedente rispondere:

4. (1.0) Determinare il valore di regime dell'errore $|e_\infty|$ a fronte di un ingresso a scalino del disturbo $d(t) = sca(t)$.
5. (2.0) Determinare quanto vale l'ampiezza di regime dell'uscita $|y_\infty|$ quando $y^0(t) = sca(t) - 2 \sin(0.5t) + 5 \sin(20t)$.
6. (2.0) È possibile affermare che al aumentare il guadagno k del controllore $R(s)$ il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di un ingresso di riferimento $y_o(t) = sca(t)$ diminuisce, fino ad un valore massimo di k per il quale il sistema in anello chiuso risulta instabile? Giustificare la risposta.