Fisica - Appello del 30/06/20 - MODULO 3

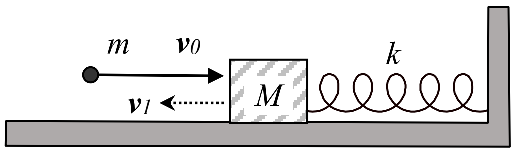
Appello svolto in modalità a distanza tramite MS Forms

Un blocco di massa M = 2 *kg*, appoggiato su un piano orizzontale liscio, è collegato a una parete tramite una molla ideale di costante elastica k = 5000 *N/m* ed è inizialmente in quiete. Una palla di massa m = 40 *g* urta il blocco con una velocità $\boldsymbol{v}_0$ orizzontale. Dopo l'urto la palla rimbalza con velocità $\boldsymbol{v}_1$ orizzontale, di modulo $|\boldsymbol{v}_1| = |\boldsymbol{v}_0|/4$, e la molla subisce una compressione Δx = 1 *cm*. Si determini:

(i) la velocità **V** del blocco di massa M subito dopo l'urto precisando modulo direzione e verso; ***[punti 2]***

(ii) la velocità iniziale $\boldsymbol{v}_0$ della palla precisando modulo direzione e verso; ***[punti 4]***

(iii) se l'urto è elastico o anelastico; ***[punti 2]***



Traccia Soluzione.

(i)

- Imponiamo la conservazione dell'energia meccanica per il sistema massa - molla, dall'istante appena successivo all'urto all'istante di massima compressione della molla.

$$E_M^i = E_K^i + U_{el}^i = E_K^f + U_{el}^f = E_M^f$$

$$\frac{1}{2}MV^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}k\,\Delta x^2$$

da cui:

$$V = \Delta x\sqrt{\frac{k}{M}}$$

Sostituendo i valori numerici si ricava V = 50 cm/s.

(ii)

- Durante l'urto non agiscono forze esterne impulsive; applichiamo la conservazione della quantità di moto. L'equazione può essere scritta scalarmente, proiettata su un asse orizzontale (dove giacciono infatti i vettori $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$).

$$mv_0 = mv_1 + MV$$

- Possiamo sostituire questa espressione di V nell'equazione di conservazione della quantità di moto, assieme alla relazione $v_1 = -v_0/4$.

$$mv_0 = -m\frac{v_0}{4} + M\,\Delta x\sqrt{\frac{k}{M}}$$

da cui si ricava

$$\boxed{v_0 = \frac{4}{5}\frac{\Delta x}{m}\sqrt{kM}}$$

- Numericamente:

$$v_0 = \frac{4}{5}\frac{0.01\text{ m}}{0.04\text{ kg}}\sqrt{5000\text{ N/m}\ \cdot\ 2\text{ kg}} = \frac{4}{5}\frac{1}{4}\cdot\sqrt{10000}\ \text{ m/s} = \frac{1}{5}\cdot 100\text{ m/s}$$

$$\boxed{v_0 = 20\text{ m/s}}$$

(iii)

- Valutiamo l'energia meccanica (cinetica) prima e dopo l'urto:

$$E^i = \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad\qquad E^f = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

  - Consideriamo $\Delta E = E^f - E^i$. Se l'urto è elastico $\Delta E = 0$, altrimenti $\Delta E < 0$ e l'urto è anelastico.

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

  - Sostituiamo $v_1 = -v_0/4$:

$$\Delta E = \frac{1}{32}mv_0^2 + \frac{1}{2}MV^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}MV^2 - \frac{15}{32}mv_0^2$$

  - Sostituiamo quindi le espressioni di V e v_0 ricavate al punto precedente:

$$\Delta E = \frac{1}{2}M\Delta x^2\frac{k}{M} - \frac{15}{32}m\cdot\frac{16}{25}\frac{\Delta x^2}{m^2}kM = \frac{1}{2}k\Delta x^2\left(1 - \frac{3}{5}\frac{M}{m}\right)$$

  - Per valutare se ΔE sia nullo o negativo, calcoliamo il valore di $\left(1 - \frac{3}{5}\frac{M}{m}\right)$, in quanto $\frac{1}{2}k\Delta x^2$ è certamente positivo.

$$1 - \frac{3}{5}\frac{M}{m} = 1 - \frac{3}{5}\frac{2000\text{ g}}{40\text{ g}} = 1 - 30 = -29 < 0$$

  dunque $\Delta E < 0$ e **l'urto è anelastico**.

Fisica - Appello del 30/06/20 - MODULO 4

Appello svolto in modalità a distanza tramite MS Forms

Un contenitore cilindrico contiene $n = 2$ moli di un gas ideale. Le pareti del contenitore sono adiabatiche, mentre la base è a contatto termico con un termostato a temperatura $T_0 = 100$ K. Il cilindro è chiuso superiormente da un pistone di area $S = 0.01$ m^2, anch'esso adiabatico, libero di scorrere senza attrito. Inizialmente il gas si trova all'equilibrio e la sua pressione vale $p_0 = 10^5$ Pa. Successivamente viene appoggiata sul pistone una massa $m = 100$ kg e il gas si comprime fino al raggiungimento del nuovo stato di equilibrio. Si calcolino:
(i) la pressione finale p_f del gas; ***[punti 2]***
(ii) il calore Q scambiato con il termostato; ***[punti 2]***
(iii) la variazione di entropia ΔS_{gas} del gas; ***[punti 2]***
(iv) la variazione di entropia ΔS_U dell'universo. ***[punti 2]***

[Si assuma per semplicità il valore dell'accelerazione di gravità terrestre pari a 10 m/s^2]

Traccia Soluzione.

(i)

La pressione sarà la somma di quella atmosferica più quella dovuta alla forza peso della massa m:

$$p_f = p_0 + \frac{mg}{S} = 2 \cdot 10^5 Pa = 2p_0$$

(ii)

Innanzitutto, è necessario calcolare il volume finale. Poiché il gas è termostatato, sarà $T_f = T_0$, quindi:

$$V_f = \frac{nRT_0}{p_f} = 8.134 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

Visto che il gas è ideale e non subisce variazioni di temperatura, allora la sua energia interna si conservata e risulta $Q = L$, e inoltre sarà $L = -L_{amb}$, ove:

$$L_{amb} = p_f \Delta V_{amb} = p_f\left(V_0 - V_f\right) = p_f\left(\frac{nRT_0}{p_0} - \frac{nRT_0}{p_f}\right) = nRT_0 = 1663\,J.$$

Quindi il calore scambiato dal gas è $Q = -nRT_0 = -1663$ J, ed è quindi un calore ceduto.

(iii)

Lo stato iniziale e finale del gas nella trasformazione considerata si trova sulla isoterma alla temperatura T_0 del termostato. Dunque, la variazione di entropia del gas risulta:

$$\Delta S_{Gas} = nR\ln\left(\frac{V_f}{V_0}\right) = nR\ln\left(\frac{p_0}{p_f}\right) = nR\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -11.52\ J/K$$

(iv)

La variazione di entropia dell’ambiente è la variazione di entropia del termostato, quindi

$$\Delta S_{Amb} = \frac{-Q}{T_0} = \frac{nRT_0}{T_0} = nR = 16.63\ J/K$$

$$\Delta S_U = \Delta S_{Gas} + \Delta S_{Amb} = 5.11\ J/K$$