082742 – Elettrotecnica

Prof. F. Bizzarri

Esame, 30 Gennaio 2017

Cognome ______________________ Nome ______________________

Matricola ______________________ Firma ______________________

AVVERTENZE

- La prova dura **2.5 ore**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **16 punti** invalida la prova.

Esercizio	E1a 4 punti	E1b 2 punti	E1c 2 punti	E2 10 punti	E3 10 punti			Voto Finale
Voto								

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

Per il bipolo composito in Figura 1 si determini l'equivalente di Thevénin ai morsetti *a* e *b*.

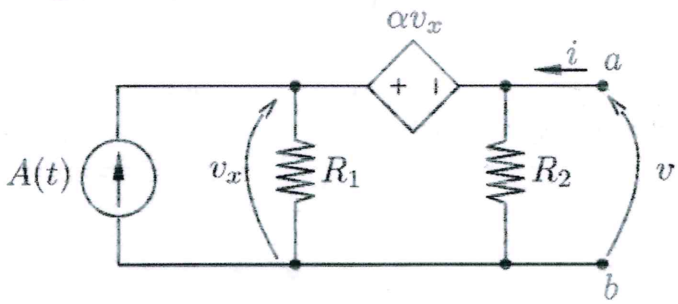


Figura 1

$\alpha V_x + = V_x - V$ $\qquad V_x = \dfrac{V}{1-\alpha}$ $\qquad (\alpha \neq 1)$

$$i = \frac{V}{R_2} + \frac{V_x}{R_1} - A(t) = \frac{1}{R_1}\frac{V}{1-\alpha} + \frac{V}{R_2} - A(t)$$

$$i\left(R_2 \cdot (1-\alpha) R_1\right) = -A(t)\left[R_2 \cdot R_1(1-\alpha)\right] + V\left(R_2 + R_1(1-\alpha)\right)$$

$$V = \frac{R_2 R_1 (1-\alpha)}{R_2 + R_1(1-\alpha)}\, i + \frac{R_1 R_2 (1-\alpha)}{R_2 + R_1(1-\alpha)}\, A(t) \qquad \left(R_2 + (1-\alpha) R_1 \neq 0\right)$$

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2 (1-\alpha)}{R_2 + R_1(1-\alpha)}$$

$$E_{th} = \frac{R_1 R_2 (1-\alpha)}{R_2 + R_1(1-\alpha)} A(t)$$

E1b

Per il circuito in Figura 1 si discuta l'esistenza del modello equivalente di Norton ai morsetti *a* e *b* in funzione del parametro α. Per i valori di α tali che il modello equivalente di Norton non è definito, in quale bibolo degenera il bipolo composito in Figura 1?

Equivalente Norton è non definito se $R_{th} = 0$
ovvero se $R_1 R_2 \cdot (1-\alpha) = 0 \longleftrightarrow \alpha = 1$.

Se $\alpha = 1$ $\quad V = R_{th} i + E_{th} = 0$, quindi si ottiene un cortocircuito.

E1c

Si colleghi ai morsetti *a* e *b* del circuito in Figura 1 un resistore. Che valore di resistenza è necessario scegliere affinché il resistore inserito dissipi la potenza massima? Giustificare la risposta.

In base al teorema inerente il "massimo trasferimento di potenza attiva", è necessario scegliere $R = R_{th}$.

E2

Il circuito in Figura 2 opera a regime per $t = 1^-$. Determinare la corrente $i_L(t)$ per $t \geq 1$ assumendo

- $e(t) = E$ **per** $t < 1$,
- $e(t) = 0$ **per** $t > 1$,
- $a(t) = A\cos(\omega t)$,
- **apertura del tasto in** $t = 1$.

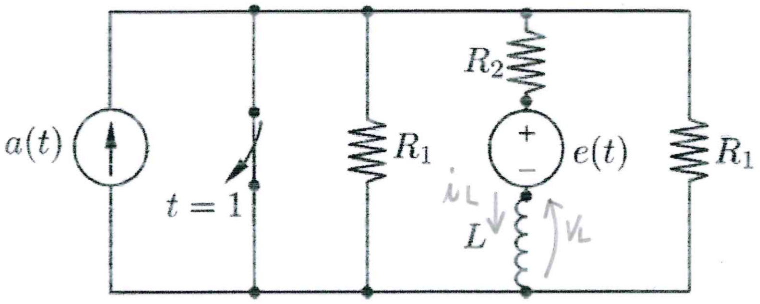


Figura 1

Per $t = 1^-$

$$V_L + e(t) + R_2 i_L = 0$$

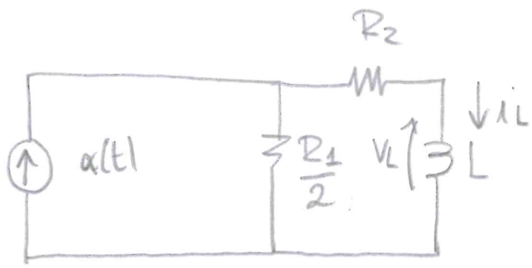
$$L\frac{di_L}{dt} = - R_2 i_L - e(t)$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_2}{L} i_L - \frac{e(t)}{L} \qquad \lambda(1^-) = -\frac{R_2}{L} = \lambda_1$$

$$i_L(2^-) = H_1 \quad \Big| \quad \frac{d}{dt}H_1 = -\frac{R_2}{L}H_1 - \frac{E}{L}$$

$$H_1 = -\frac{E}{R_2}$$

Per $t > 1$



$$\lambda(1^+) = -\frac{\frac{R_1}{2} + R_2}{L} = \lambda_2$$

$$a(t) = i_L + \frac{L\frac{di_L}{dt} + R_2 i_1}{R_1/2}$$

$$\frac{R_1}{2} a(t) = \frac{R_1}{2} i_L + L\frac{di_L}{dt} + R_2 i_1$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}\left(-(R_1/2 + R_2)\, i_L + \frac{R_1}{2} a(t)\right)$$

$$i_L(t)\Big|_{t>1} = K e^{\lambda_2 (t-1)} + i_{L_{ip}}(t)$$

poiché $\lambda(t)$, $a(t)$ e $e(t)$ sono eventualmente discontinui ma gli elementi e non ci sono relazioni algebriche tra gli ingressi ed $i_L \longrightarrow i_L(1^-) \equiv i_L(1^+)$

$$\left(jwL + R_2 + \frac{R_1}{2}\right)\bar{I}_L = \frac{R_1 A}{2}$$

$$\bar{I}_L = \frac{A}{2R_2 + R_1 + j2wL} = \boxed{\frac{AR_1}{(2R_2+R_1)^2 + 4w^2L^2}}^{\,\gamma} (2R_2 + R_1 - j2wL)$$

$$i_{L_{ip}}(t) = \mathrm{Re}\left(\bar{I}_L e^{jwt}\right) = \gamma\left((2R_2+R_1)\cos wt + 2wL \,\mathrm{sen}\, wt\right)$$

$$i_L(t) = K e^{\lambda_2(t-1)} + \gamma\left((2R_2+R_1)\cos wt + 2wL\,\mathrm{sen}\, wt\right)$$

$$i_L(1) = -\frac{E}{R_2} = K + \gamma\left((2R_2+R_1)\cos w + 2wL\,\mathrm{sen}\, w\right)$$

$$K = -\left(\frac{E}{R_2} + \gamma\left((2R_2+R_1)\cos w + 2wL\,\mathrm{sen}\, w\right)\right)$$

E3

Il doppio bipolo lineare affine in Figura 3 evolve in regime sinusoidale permanente alla pulsazione ω e al generatore di tensione $e(t)$ è associato il fasore $\bar{E}$.

1. **Determinarne la rappresentazione mediante la matrice $Z(j\omega)$ e il vettore dei termini noti.**
2. **Si disegni lo schema equivalente in cui si evidenzino il doppio bipolo lineare e i generatori impressivi opportunamente connessi alla porte.**
3. **Discutere l'esistenza di valori finiti della pulsazione ω per i quali la matrice $Z(j\omega)$ non è definita.**

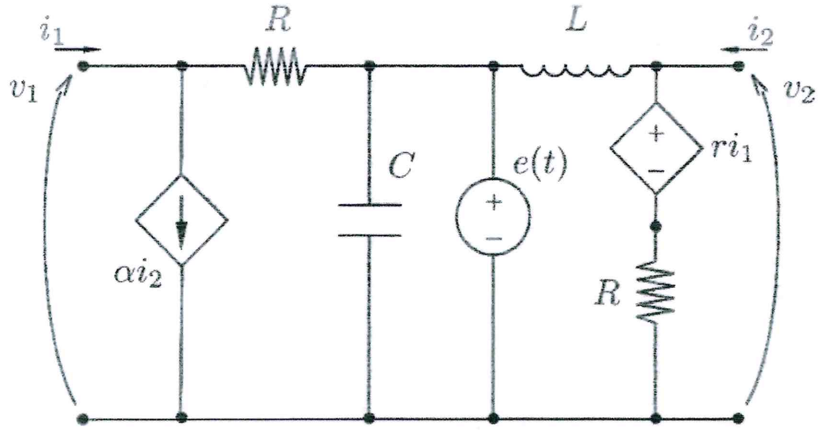
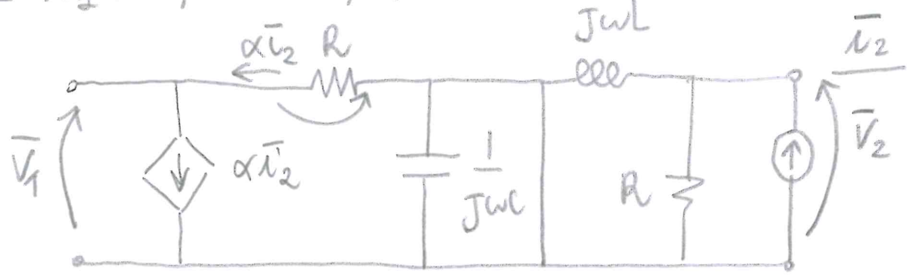


Figura 3

Prove semplici:

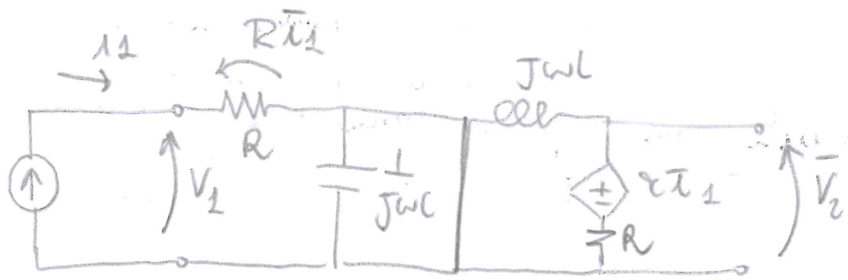
$-\ \bar{i}_1 \equiv 0,\ \bar{e} \equiv 0,\ \bar{i}_2 \neq 0$



$$\bar{V}_2 = \frac{R\,j\omega L}{R + j\omega L}\,\bar{i}_2 \qquad Z_{22}(j\omega) = \frac{j\omega L R}{R + j\omega L}$$

$$\bar{V}_1 = -\,\alpha R \bar{i}_2 \qquad Z_{12}(j\omega) = -\,\alpha R$$

$-\ \bar{i}_1 \neq 0,\ \bar{e} \equiv 0,\ \bar{i}_2 \equiv 0$

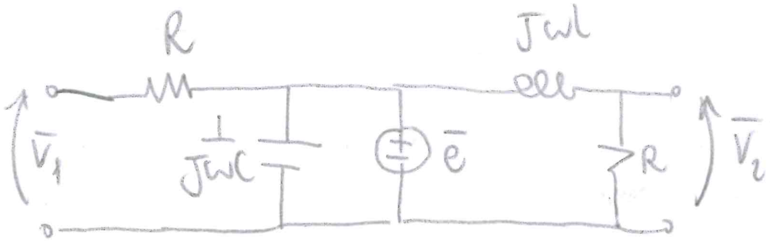


$$V_1 = R i_1 \qquad Z_{11}(j\omega) = R$$

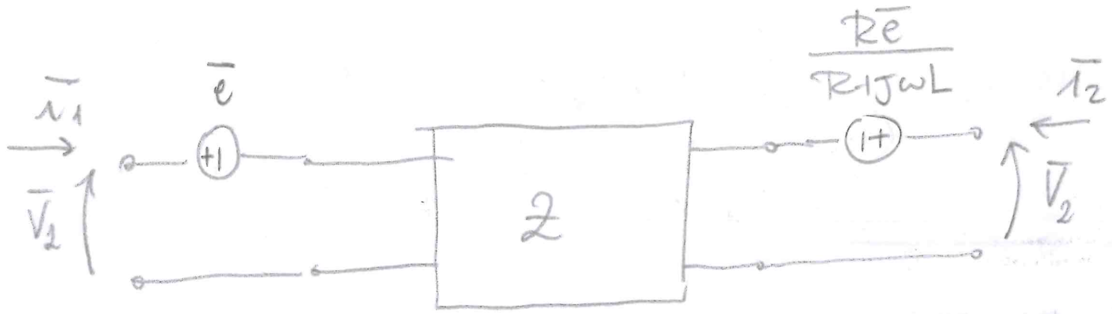
$$\bar{V}_2 = r\bar{i} + \frac{R\, r\bar{i}_1}{R + j\omega L} = \left(r + \frac{Rr}{R + j\omega L} \right) \bar{i}_1 = r\left(1 + \frac{R}{R + j\omega L} \right) \bar{i}_1$$

$$Z = \begin{bmatrix} R & -\alpha R \\ \left(1 - \frac{R}{R + j\omega L}\right) r & \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} \end{bmatrix}$$

$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \equiv 0 \ , \ \bar{e} \equiv 0$



$$\bar{V}_1 = \bar{e} \qquad \bar{V}_2 = \frac{R}{R + j\omega L}\,\bar{e}$$



Il DB è definito in rappresentazione eq. Thevenin per ogni ω.