

# Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)

Prof. Fredy Ruiz

Appello del 20 gennaio 2021

## ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\dot{x}_1(t) = x_1(t)x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1^2(t) - \alpha x_1(t) + u^2(t)$$

$$y(t) = x_1(t) + u(t)$$

- 1.1 **(2 punti)** Calcolare gli equilibri dello stato e dell'uscita in funzione di  $\alpha$  per  $\bar{u} = 1$ .
- 1.2 **(3 punti)** Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno allo stato di equilibrio corrispondente a  $\alpha = 2$ .
- 1.3 **(1 punti)** Classificare il sistema linearizzato.
- 1.4 **(2 punti)** Studiare la stabilità del sistema linearizzato per  $\alpha = 2$  e, se possibile, la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

## ESERCIZIO 2

Si consideri un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{3 - s}{(s + 10)(s + 0.5)}$$

- 2.1 **(1 punti)** Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di  $G(s)$  e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento  $G(s)$ .
- 2.2 **(2 punti)** Calcolare la trasformata di Laplace dell'uscita forzata del sistema  $y(t)$  per  $u(t) = sca(t)$  e tracciare *qualitativamente* la risposta scalino, specificando i valori di  $y(0)$ ,  $y'(0)$  e  $y(\infty)$ .
- 2.3 **(2 punti)** Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento  $G(s)$ .
- 2.4 **(3 punti)** Si supponga ora che il sistema venga retroazionato come in Fig. 1, con  $L(s) = kG(s)$ , essendo  $k$  un parametro reale. Determinare per quali valori di  $k$  il sistema retroazionato risulta asintoticamente stabile.

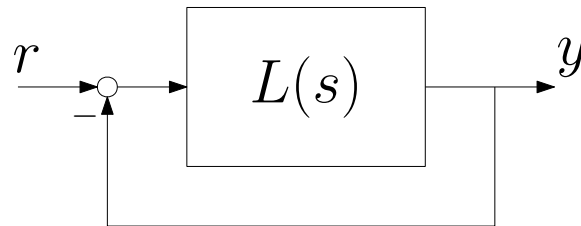


Figura 1: Esercizio 2 - Sistema retroazionato.

## ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$\begin{cases} v(k+1) = 0.5v(k) - w(k) + 7u(k) \\ w(k+1) = -w(k) - 9u(k) \\ y(k) = v(k) - w(k) \end{cases}$$

- 3.1 **(1 punti)** Classificare il sistema
- 3.2 **(2 punti)** Calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio associati a  $u(k) = \bar{u} = 2$ .
- 3.3 **(2 punti)** Studiare la stabilità del sistema
- 3.4 **(3 punti)** Determinare gli autovettori del sistema e scrivere la risposta libera quando lo stato iniziale appartiene a ognuno di essi.

## ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo in Fig. 2, con

$$G(s) = \frac{0.1}{(0.2s + 1)(0.002s + 1)}$$

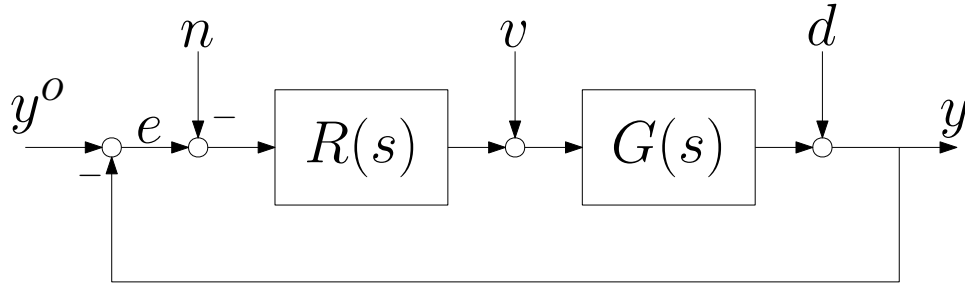


Figura 2: Esercizio 4 - Sistema di controllo

4.1 (4 punti) Per ognuno dei regolatori

$$R_1(s) = 100$$

e

$$R_2(s) = \frac{10(0.2s + 1)}{s}$$

Verificare che il anello chiuso sia asintoticamente stabile.

4.2 (2 punti) Scegliere il controllore che garantisca il minore valore di regime dell'errore  $|e_\infty|$ , a fronte di un ingresso di riferimento tipo scalino  $y^0(t) = sca(t)$ . Motivare la risposta.

Per il controllore scelto determinare:

4.3 (1 punti) I margini di fase e di guadagno.

4.4 (1 punti) Il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di  $d(t) = \sin(\omega t)$  con  $\omega = 0.1 rad/s$ .

4.5 (1 punti) Il modulo dell'uscita a transitorio esaurito a fronte di  $n(t) = 0.1 \sin(\omega t)$  con  $\omega = 10 rad/s$ .