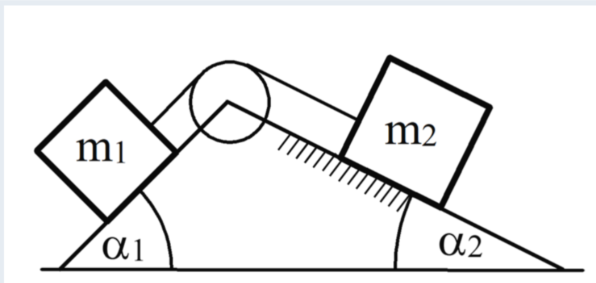
Prima prova in itinere di Fisica: 21-04-2021 - Form 2

PUNTEGGIO: 22 punti.
Svolgere gli esercizi carta e penna (MASSIMO 8 facciate di foglio A4).
Per ogni domanda, riportare nel form solo la soluzione algebrica e numerica. Se la domanda è di tipo teorico, riportare solo le equazioni principali.
L'upload del file con lo svolgimento avverrà successivamente, attraverso il form finale N. 3.

* Questo modulo registrerà il tuo nome, inserire il nome.

1



Una cassa si massa m1 = 13 kg è appoggiata su un piano liscio, inclinato di α1 = 45° rispetto all’orizzontale, e collegata tramite una fune ideale ad una seconda cassa di massa m2 = 1.5m1 appoggiata su un piano scabro inclinato di un angolo α2 = 30° (si veda Figura 1).

(i) Si descriva brevemente il modello dell’attrito radente statico.
(5 punti)

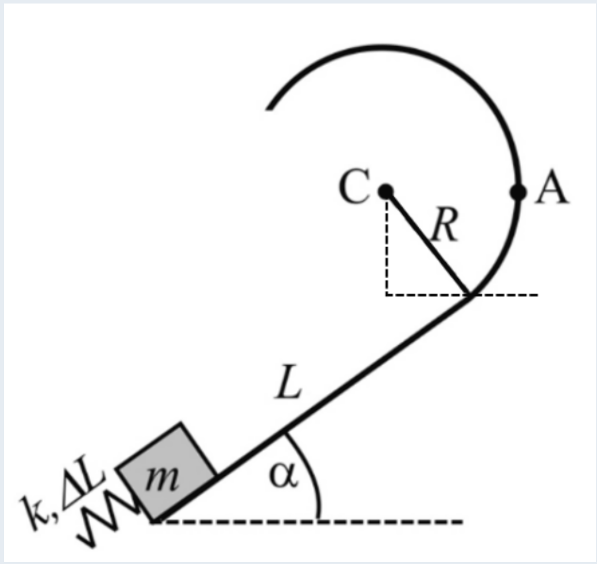
2

(ii) Si calcoli il valore minimo del coefficiente di attrito statico tra la cassa di massa m2 ed il piano per cui il sistema rimane in equilibrio.
(3 punti)

3

(iii) Si determini il valore della tensione della fune.
(3 punti)

4



Un blocco di massa m = 0.1 kg viene lanciato verso l'alto da una molla di costante elastica k inizialmente compressa di una quantità ΔL = 1 cm. Il blocco scivola su un binario (vincolo unilatero) costituito da una parte iniziale rettilinea di lunghezza L = 1 m formante un angolo α = 30° con l'orizzontale e da una seconda parte circolare di raggio R = 0.5 m raccordata senza discontinuità di pendenza (si veda Figura 2).

Trascurando ogni attrito:

(i) Si determini il valore della costante elastica della molla che consente al blocco di percorrere l'intero binario.
(5 punti)

5

(ii) Utilizzando il valore di costante elastica trovata nel punto precedente, si determini la reazione vincolare del binario nel punto A della traiettoria (posto alla stessa altezza del centro C della sezione circolare del binario).
(3 punti)

6

(iii) Si dia la definizione di forza conservativa, se ne esprima il legame con l’energia potenziale e si utilizzi detto legame per ricavare l’energia potenziale associata alla forza peso.
(3 punti)

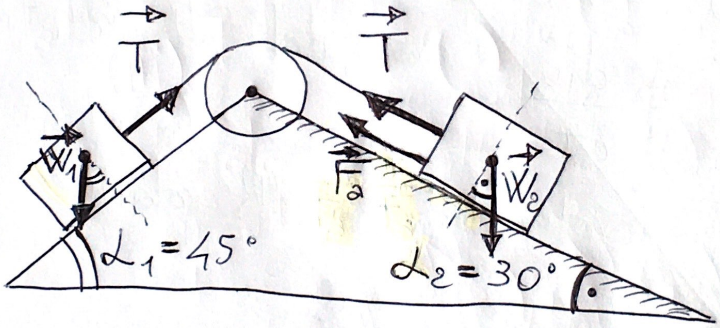
21/4/2021

FISICA (prima prova in itinere) – Soluzione FORM 2

(i) L'attrito radente si sviluppa in presenza di un corpo esteso solido quando il punto materiale, soggetto ad una forza attiva, prende contatto con tale corpo esteso. Può essere rappresentato come la reazione tangenziale del piano (scabro) del corpo esteso, F_T. In condizioni statiche F_T equilibra la componente della forza attiva tangenziale al piano, fintanto che essa non supera il valore limite

$F_{T,max} = \mu_s N$, con N reazione normale del piano e μ_s un coefficiente adimensionale detto coefficiente di attrito statico radente. $\mu_s > 0$ e dipende solo dalla natura dei materiali di cui sono costituiti il corpo e il piano.

(ii)



In condizioni di equilibrio statico ciascun corpo è in quiete e dunque risulta nulla la risultante di tutte le forze applicate:

$$m_1 : \begin{cases} m_1 g \cos(\alpha_1) - N_1 = 0 & (1) \\ T - m_1 g \sin(\alpha_1) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$m_2 : \begin{cases} m_2 g \cos(\alpha_2) - N_2 = 0 & (3) \\ m_2 g \sin(\alpha_2) - T - \mu_s N_2 = 0 & (4) \end{cases}$$

Sommando tra loro la (2) e la (4), otteniamo

$$m_2 g \sin(\alpha_2) - m_1 g \sin(\alpha_1) = \mu_s N_2$$

ove, in base alla (3), $N_2 = m_2 g \cos(\alpha_2)$

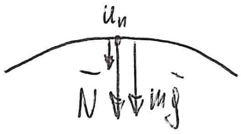
Ponendo $\alpha_1 = 45°$, da cui $\sin(\alpha_1) = \sqrt{2}/2$ e ponendo $\alpha_2 = 30°$, da cui $\sin(\alpha_2) = \frac{1}{2}$ e $\cos(\alpha_2) = \sqrt{3}/2$, ricordando che $m_2 = \frac{3}{2} m_1$ si ricava infine

$$\mu_s = \frac{\overset{3/2\, m_1}{\cancel{m_2}}\, \cancel{g} \sin(\alpha_2) - m_1 \cancel{g} \sin(\alpha_1)}{\underset{3/2\, m_1}{\cancel{m_2}}\, \cancel{g} \cos(\alpha_2)} = \frac{\frac{3}{2}\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}} \simeq 0.033.$$

(iii) Dall'equazione (2) possiamo ricavare la tensione della fune

$$T = m_1 g \sin(\alpha_1) = \frac{\sqrt{2}}{2} m_1 g = 90.2\,N$$

i) Sulla sommità della traiettoria la legge della dinamica si scrive:



$$\bar{N} + m\bar{g} = m\bar{a}_c$$

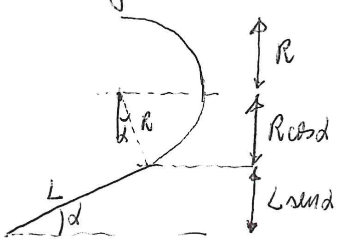
che diventa

$$N + mg = m\frac{v^2}{R}$$

proiettata su un versore normale $\bar{u}_n$. Dovendo essere $N \geq 0$

$$\Rightarrow \quad m\frac{v^2}{R} - mg \geq 0 \qquad v \geq \sqrt{gR}$$

Correliamo la velocità limite alla compressione della molla utilizzando il principio di conservazione dell'energia meccanica:



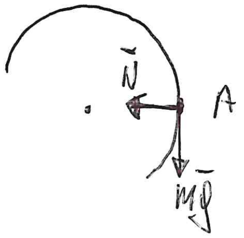
$$\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

con $h = L\,\mathrm{sen}\,\alpha + R\cos\alpha + R = 1.43\,\mathrm{m}$

come da figura.

Si ricava

$$k\Delta l^2 = mv^2 + 2mgh \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta l^2}(R + 2h) = 33\,\mathrm{kN/m}$$

ii) 

Disegnando le forze nel punto A ci accorgiamo che $\bar{N}$ è l'unica forza ad azione centripeta:

$$\Rightarrow \quad N = m\frac{V_A^2}{R}$$

dove V_A è la velocità nel punto A che posso calcolare nuovam. sfruttando la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}K\Delta\ell^2 = \frac{1}{2}mV_A^2 + mgh_A$$

con $h_A = L\sin\alpha + R\cos\alpha = 0{,}83\,m$

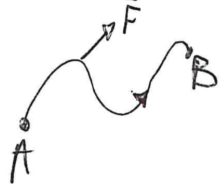
Si ottiene

$$K\Delta\ell^2 = mV_A^2 + 2mgh_A$$

$$K\Delta\ell^2 = RN + 2mgh_A$$

$$N = \frac{1}{R}\left[K\Delta\ell^2 - 2mgh_A\right] = 2{,}85\,N$$

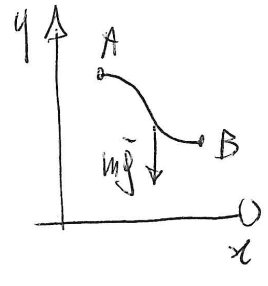
iii) Chiamiamo conservativa una forza che, applicata ad un corpo in moto da un punto A a un punto B dello spazio, compie un lavoro indipendente dal percorso che collega i punti A e B. Il lavoro dipende in tal caso solo dalle posizioni A e B e può scriversi nella forma



$$L = \int_A^B \bar{F} \cdot d\bar{r} = U(A) - U(B)$$

dove U è detta energia potenziale associata alla forza conservativa $\bar{F}$.

Nel caso della forza peso, con $\bar{F} = -mg\bar{u}_y$ come da assi in figura, presi due punti A e B in un piano verticale posso scrivere:



$$L = \int_A^B (-mg\bar{u}_y) \cdot d\bar{r} = \int_A^B (-mg\bar{u}_y) \cdot (dx\,\bar{u}_x + dy\,\bar{u}_y)$$

$$= \int_{y_A}^{y_B} -mg\,dy = mgy_A - mgy_B$$

Posso scrivere pertanto $U_{mg} = mgy$ avendo scelto 0 come costante arbitraria.