Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)
Prof. Fredy Ruiz
Appello del 15 febbraio 2023

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$
\begin{aligned}
\dot{x_1}(t) &= \alpha \sin(x_2(t)) - \beta x_1(t) - u(t) \\
\dot{x_2}(t) &= k x_1(t) \\
y(t) &= x_1^2(t) + x_2^2(t)
\end{aligned}
$$

dove α, β e k sono costanti reali diverse da zero, e $-\pi/2 < x_1(t) < \pi/2$.

1. Classificare il sistema

2. Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u}$. È possibile trovare degli equilibri per un qualsiasi valore di $\bar{u}$?

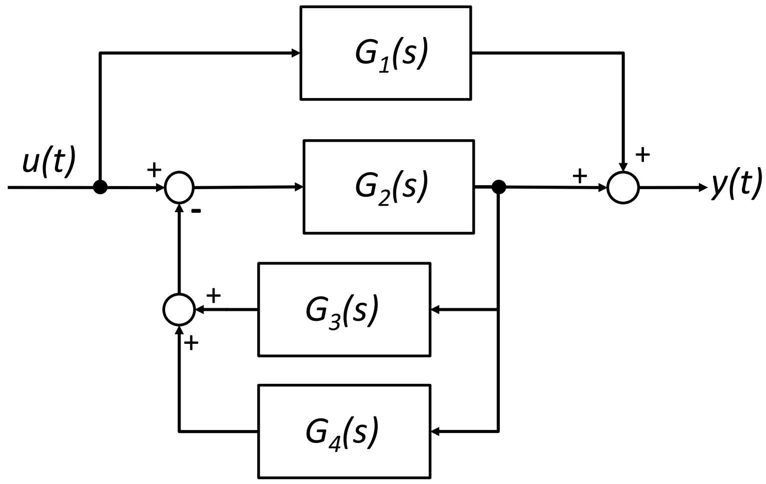
3. Determinare le equazioni del sistema linearizzato attorno agli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{u} = 0$.

4. Studiare la stabilità del sistema linearizzato trovato al punto precedente al variare dei parametri α, β e k. Se possibile, determinare la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

5. Per il sistema linearizzato, fissando i valori dei parametri $\alpha = 1$, $\beta = 2$ e $k = 3$, trovare gli autovalori, autovettori e modi del movimento libero dello stato.

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente schema:



1. Determinare la funzione di trasferimento $G_E(s)$ da $U(s)$ a $Y(s)$.

2. Posto $G_1(s) = 1/(s+100)$, $G_2(s) = k/(s+2)$, $G_3(s) = 5/(s+10)$ e $G_4(s) = 2/(s+10)$, valutare la funzione di trasferimento e determinare i valori del parametro k per i quali la $G_E(s)$ è asintoticamente stabile.

3. é possibile trarre conclusioni sulla stabilità del sistema complessivo analizzando solo la funzione di trasferimento $G_E(s)$ appena ricavata? Giustificare.

4. Posto $k = 1$, per un ingresso $u(t)$ tipo scalino determinare la trasformata di Laplace dell'uscita $Y(s)$ e i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* l'andamento dell'uscita. È possibile fare una approssimazione a poli dominanti? Giustificare la risposta.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) = 0.8x_1(k) + 0.4x_2(k) + u(k) \\ x_2(k+1) = 0.4x_1(k) + 0.2x_2(k) \\ y(k) = x_1(k) + x_2(k) + u(k) \end{cases}$$

1. Scrivere in forma matriciale e classificare il sistema.

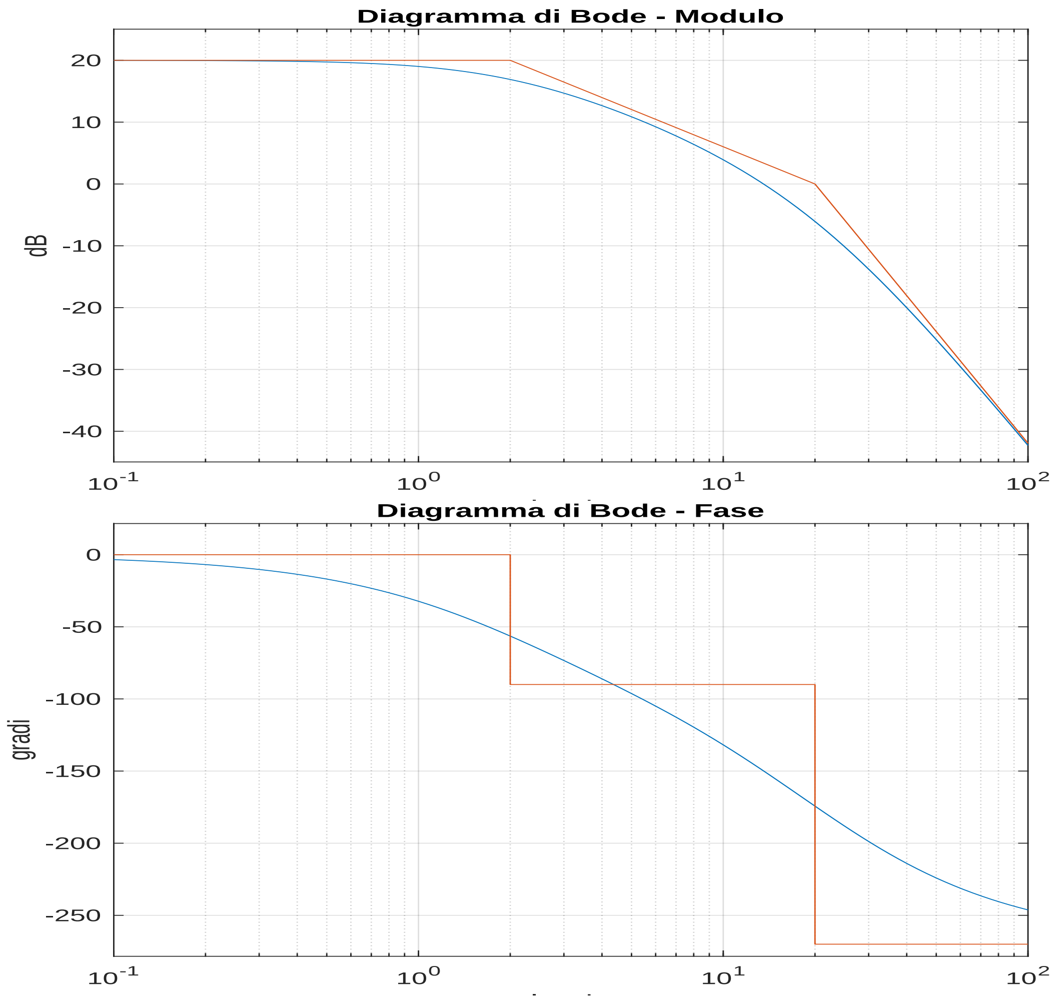
2. Determinare gli stati di equilibrio per un ingresso costante $u(k) = \bar{u}$. È possibile trovare un valore del ingresso $\bar{u}$ per avere come stato di equilibrio il punto $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$? Giustificare la risposta.

3. Determinare i modi del sistema e studiare le sue proprietà di stabilità.

4. Calcolare i primi 5 campioni del movimento dello stato e dell'uscita per $u(k) = 1, \forall k \geq 0$ e $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

ESERCIZIO 4

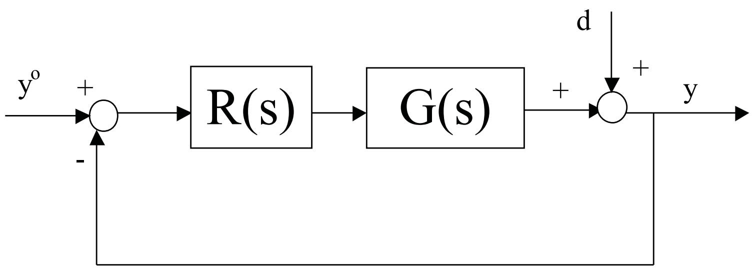
In figura sono rappresentati i diagrammi di Bode del modulo e della fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.



1. Determinare ordine, tipo, poli, zeri e guadagno (statico o generalizzato) di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2. Si dica, approssimativamente, quanto vale a regime l'uscita $y(t)$ del sistema a fronte di un ingresso $u(t)$ pari a:
   1) $u(t) = 5\text{sca(t)}$
   2) $u(t) = \sin(2\,t)$
   3) $u(t) = \sin(10\,t)$.

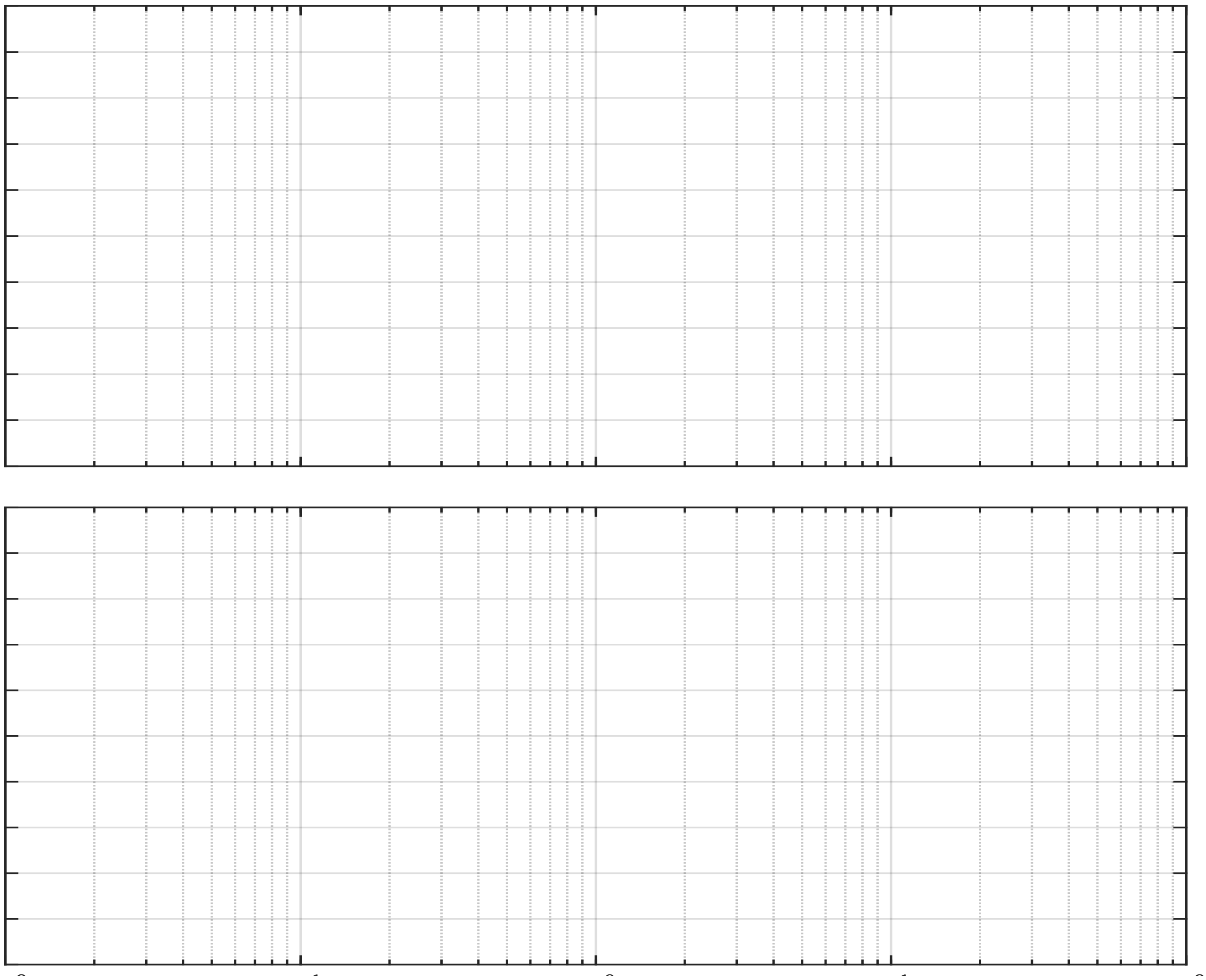
3. Si consideri il sistema di controllo in figura:



Per il sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ studiato al punto 1 e il regolatore

$$R(s) = 0.5\frac{s+2}{s},$$

Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento di anello $L(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.



4. Determinare le proprietà di stabilità del sistema retroazionato. Se possibile stabilire i margini di fase e di guadagno.

5. Considerando il sistema retroazionato descritto al punto precedente determinare il valore di regime dell'uscita $|y_\infty|$ a fronte di:

   - Un ingresso a scalino del disturbo $d(t) = sca(t)$

   - Un ingresso di riferimento $y^o(t) = \sin(50t)$.