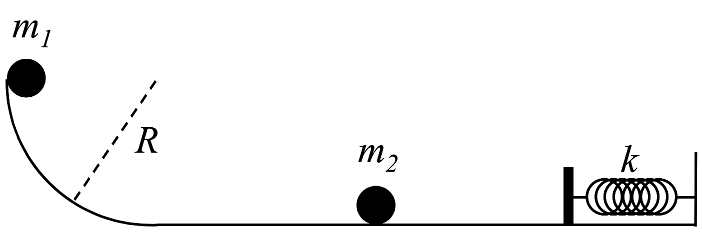
**Modulo 3**

Una massa $m_1 = 2\ kg$ si trova nel punto più alto di una guida liscia la cui forma è un quarto di circonferenza di raggio $R=1\ m$. Alla fine della guida vi è un piano orizzontale liscio dove è posta un'altra massa $m_2=2m_1$ ferma. Alla fine del piano orizzontale si trova una molla di costante elastica $k=800\ N/m$. Se la massa $m_1$ scivola lungo la guida partendo da ferma, determinare:




a) la velocità della massa $m_1$ alla fine della guida circolare; (3 punti)

Per calcolare la velocità si può utilizzare la conservazione dell'energia meccanica, ricordando che all'inizio l'energia cinetica è nulla (la massa parte da ferma) e considerando l'energia potenziale della forza peso pari a zero in corrispondenza del piano orizzontale.

$E_{mi}=E_{mf} \rightarrow m_1gh=1/2\ m_1v_1^2$ con h=R $v = \sqrt{2gR} = 4{,}43\ m/s$ diretta lungo il piano orizzontale verso destra

b) la velocità delle due masse dopo l'urto supponendo che l'urto sia elastico (3 punti);

In questo tipo di urto si conservano sia la quantità di moto che l'energia meccanica totale del sistema. Considerando un asse x diretto lungo il piano orizzontale verso destra, avremo:

$m_1v_{1i}+m_2v_{2i}=m_1v_{1f}+m_2v_{2f}$
$1/2\ m_1v_{1i}^2+1/2\ m_2v_{2i}^2=1/2\ m_1v_{1f}^2+1/2\ m_2v_{2f}^2$

Sostituendo $v_{1i}= v_1$, $v_{2i}=0$ e $m_2=2m_1$ si avrà:

$v_{1i} =v_{1f}+2v_{2f}$
$v_{1i}^2 =v_{1f}^2+2v_{2f}^2$

ottenuto semplificando $m_1$. Sostituendo la prima equazione nella seconda:

$2v_{2f}^2 +4v_{2f}^2\ v_{1f}^2=0$
$2v_{2f}(v_{2f}+2v_{1f})=0$ scartando la soluzione $v_{2f}=0$, si avrà $v_{2f}=-2\ v_{1f}$ che, sostituendo nella prima equazione delle quantità di moto porta a:

$v_{1f}=-1/3\ v_{1i}=-1{,}48$ m/s ovvero diretta lungo il piano orizzontale verso sinistra
$v_{2f}=2/3\ v_{1i}= 2{,}95$ m/s ovvero diretta lungo il piano orizzontale verso destra

c) la massima compressione della molla. (2 punti)

La massa $m_2$ dopo l'urto, urterà la molla, comprimendola. La massima compressione si avrà quando la velocità della massa $m_2$ sarà nulla. Per calcolare la compressione si può considerare che l'energia meccanica si conserverà durante tale processo.

Conoscendo $v_{2f}$ dopo l'urto si può scrivere l'equazione di conservazione dell'energia meccanica considerando l'energia cinetica della massa dopo l'urto e l'energia potenziale della molla.

$1/2 m_2 v_{2f}^2 = 1/2\, k\Delta x^2$ considerando Δx compressione della molla e k costante elastica

$$\Delta x = \sqrt{\frac{m_2}{k}}v_{2f} = 0{,}21\ m$$

**Modulo 4**

Una macchina termica che lavora tra due sorgenti di calore con temperature $T_1 = 300$ K e $T_2 = 600$ K, rispettivamente, fornisce una potenza media di 10 W con un rendimento pari al 50% di quello di una macchina di Carnot che operi fra le stesse sorgenti.

Si calcoli:

1) Il rendimento della macchina di Carnot che lavora tra le stesse due sorgenti; (2 punti)

   in questo caso si può calcolare direttamente il rendimento a partire dalla temperatura delle sorgenti $\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

2) il calore scambiato dalla macchina termica con ognuna delle sorgenti in 1 minuto di funzionamento, considerando che in questo intervallo la macchina compie un numero intero di cicli; (4 punti)

   il rendimento di una macchina qualsiasi è dato da $\eta = \frac{L}{Q_2} = 1 + \frac{Q_1}{Q_2}$

   inoltre: $\eta = \frac{1}{2}\eta_c$ e il lavoro prodotto in un minuto può essere calcolato a partire dalla potenza media:

   $L = \langle P \rangle * \Delta t$

   Per cui si otterrà:

   $Q_2 = \frac{\langle P \rangle \Delta t}{\frac{1}{2}\eta_c} = 2{,}4\ kJ$ (assorbito da $T_2$)

   $Q_1 = L - Q_2 = -1{,}8\ kJ$ (ceduto a $T_1$)

3) la corrispondente variazione di entropia dell'universo. (2 punti)

   Per il teorema di Carnot, sappiamo che la macchina termica considerata è irreversibile per cui $\Delta S_U = \Delta S_M + \Delta S_S > 0$

   $\Delta S_M = 0$ in quanto la macchina lavora su cicli completi

   $\Delta S_S = \Delta S_{S1} + \Delta S_{S2}$

   Per calcolare la variazione di entropia delle sorgenti, utilizziamo una trasformazione isoterma reversibile:

   $\Delta S = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$ =2 J/K in cui si è usato $Q_{1S} = -Q_1$ e $Q_{2S} = -Q_2$