Fondamenti di Automatica

Corso di laurea in Ingegneria Informatica, AA 2023/2024

Esercitazione del 26/03/2024

Prof. Fredy Ruiz

Responsabile delle esercitazioni: Mattia Alborghetti

Esercizio 1

Si consideri il seguente sistema:

$$\ddot{y}(t) + y^2(t)\dot{y}(t) + ky(t) = u(t)$$

1.1. Scrivere (e classificare) il sistema in forma di stato

1.2. Determinare i punti di equilibrio associati a $u(t) = \bar{u}$, $t \geq 0$

1.3. Linearizzare il sistema nell'intorno del punto di equilibrio

1.4. Dire per quali valori di $\bar{u}$ e k il sistema linearizzato è asintoticamente stabile

Esercizio 2

Si consideri il seguente sistema:

$$\dot{x}(t) = |x(t)|^3 - 3x^2(t) + 3\,|x(t)| - u(t)$$

2.1. Determinare i punti di equilibrio associati a $u(t) = \bar{u} = 1$, $t \geq 0$

2.2. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio tramite linearizzazione

2.3. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio per via grafica

Esercizio 3

Si consideri una popolazione di bruchi e farfalle. Ad ogni intervallo di tempo accadono i seguenti eventi:

- Tutti i bruchi diventano farfalle
- Si genera una popolazione di bruchi in misura proporzionale alla popolazione di farfalle, con costante di proporzionalità pari a α
- La popolazione di farfalle decade con un tasso di mortalità β (compreso tra 0 e 1)

Per questo sistema rispondere:

3.1. Scrivere il sistema in forma di stato

3.2. Determinare i punti di equilibrio del sistema

3.3. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio

Esercizio 4

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \alpha x_1(k) + u(k) \\ x_2(k+1) = x_1(k) + (1-\alpha)x_2(k) \\ y(k) = x_2(k) \end{cases}$$

4.1. Studiare la stabilità del sistema al variare di α

4.2. Determinare il movimento libero associato al generico stato iniziale $x(0) = [x_{10}, x_{20}]^T$

4.3. Determinare il valore dell'uscita di equilibrio quando $\alpha = 0.5$ e $u(k) = -5, k \geq 0$.

Esercizio 5

Si consideri il sistema a tempo discreto non lineare descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x_1(k+1) & = & 0.5x_1(k) + (x_2(k) - 2)(u(k) - 1) \\ x_2(k+1) & = & 0.5x_2(k) + u(k) \\ y(k) & = & x_1(k) \end{cases}$$

5.1. Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno ad un generico punto di equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u})$.

5.2. Si calcolino le condizioni di equilibrio corrispondenti all'ingresso $u(t) = \bar{u} = 1$.

5.3. Si determini il sistema linearizzato intorno alle condizioni di equilibrio trovate al punto precedente.

5.4. Determinare le proprietà di stabilità dei movimenti di equilibrio trovati.