STABILITÀ DEI SISTEMI RETROAZIONATI

Esercizio 1

Si consideri la seguente funzione di trasferimento

$$L(s) = \frac{1+s}{\left(1-\frac{1}{5}s\right)(1+10s)}.$$

$\to \boxed{L(s)} \to$

1) • TIPO: $g = 0$

• poli: $p_1 = -0{,}1$ $\quad p_2 = 5$

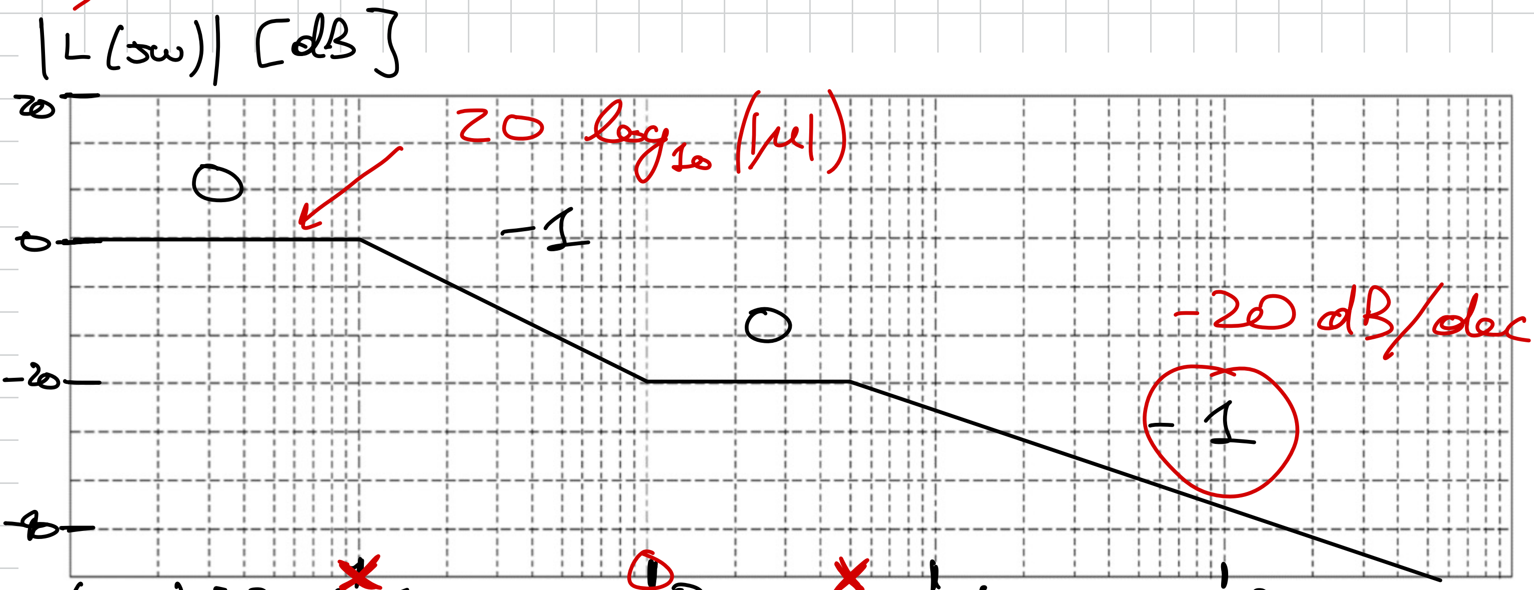
$\uparrow$ $Re(p_i) > 0$

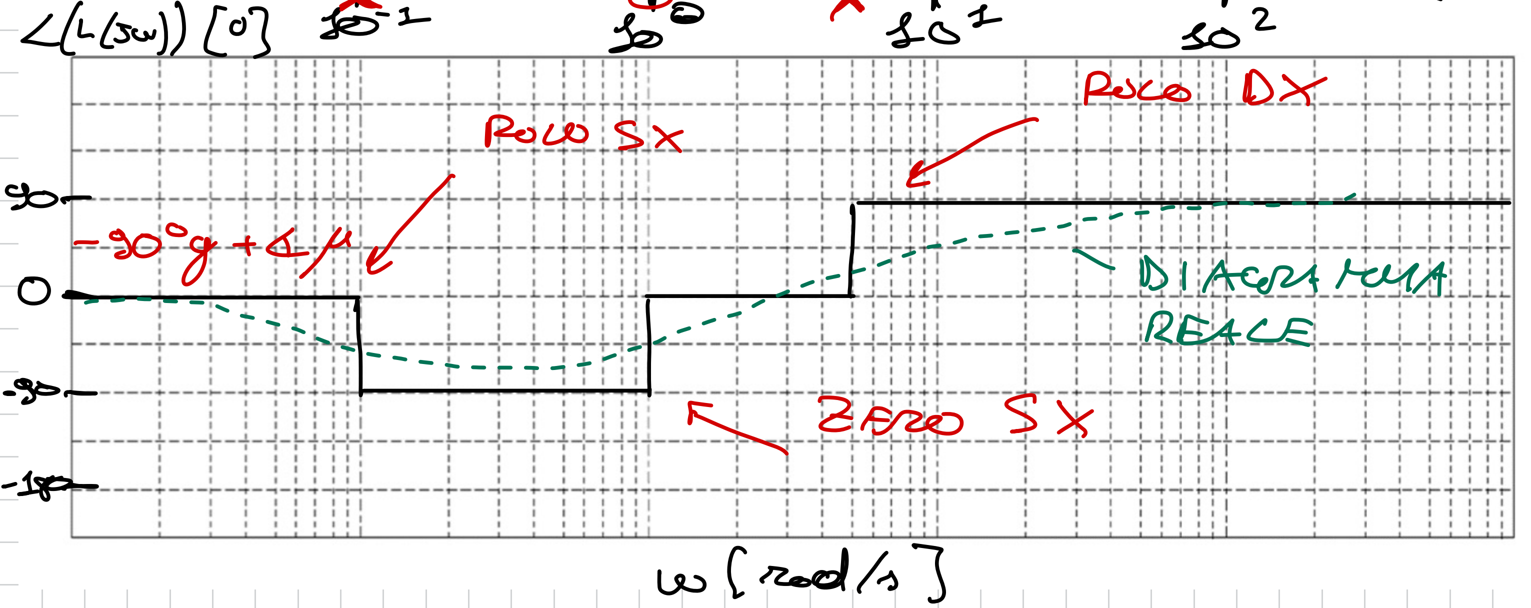
SISTEMA INSTABILE IN ANELLO APERTO

• zero: $z_1 = -1$

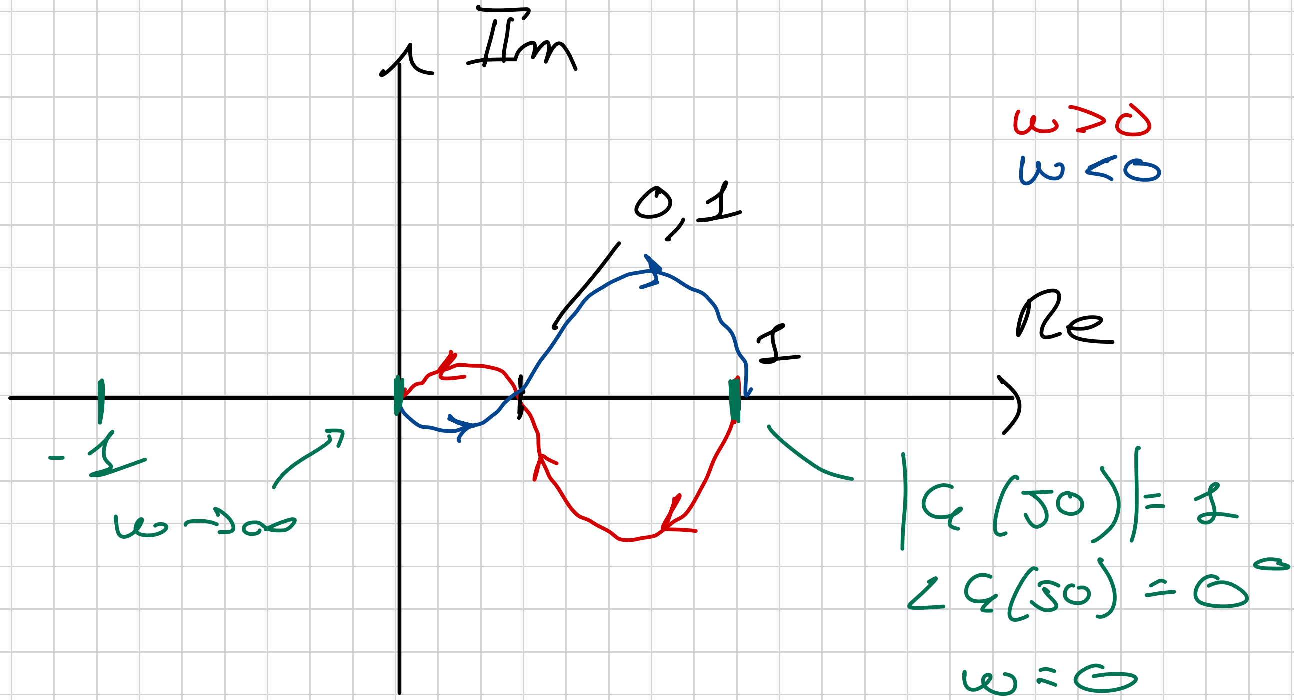
• guadagno: $\mu = G(0) = 1$

2) DIAGRAMMI DI BODE

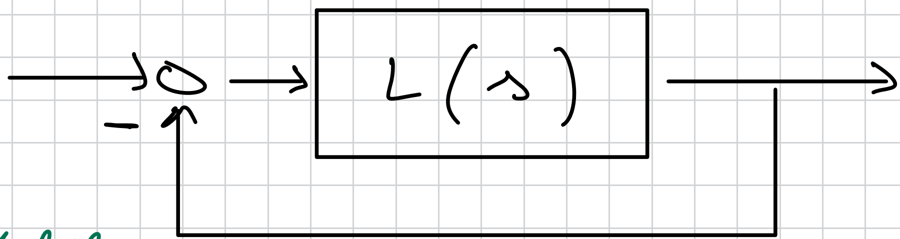




3) DIAGRAMMA DI NYQUIST



4) CRITERIO DI NYQUIST



n. poli instabili → P : 1

n. giri → N : 0

$\Rightarrow$ $P \neq N$ $\Rightarrow$ SISTEMA INSTABILE

Per l'asintotica stabilità del sistema retroazionato il numero di giri compiuti attorno al punto -1 (N) contati positivamente in senso antiorario deve essere uguale al numero di poli instabili di $L(s)$ (P)

Esercizio 2

Si consideri la seguente funzione d'anello

$$L(s) = \frac{s-2}{(s+1)\,(s+10)}.$$

1) TIPO $g = 0$

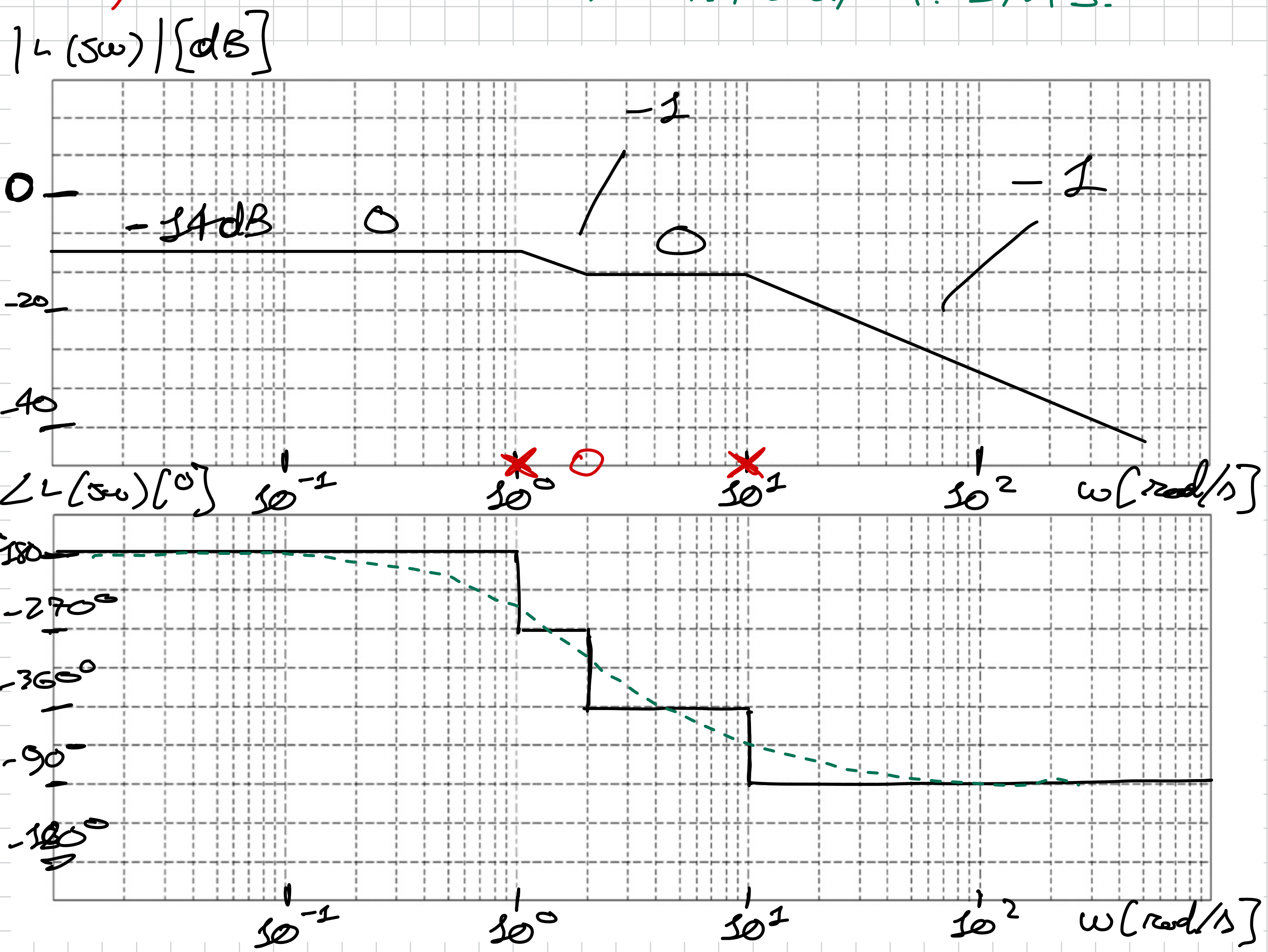
GUADAGNO: $\mu = G(0) = \frac{-2}{10} = -0,2 \simeq -14\,dB$

zero: $z_1 = +2$

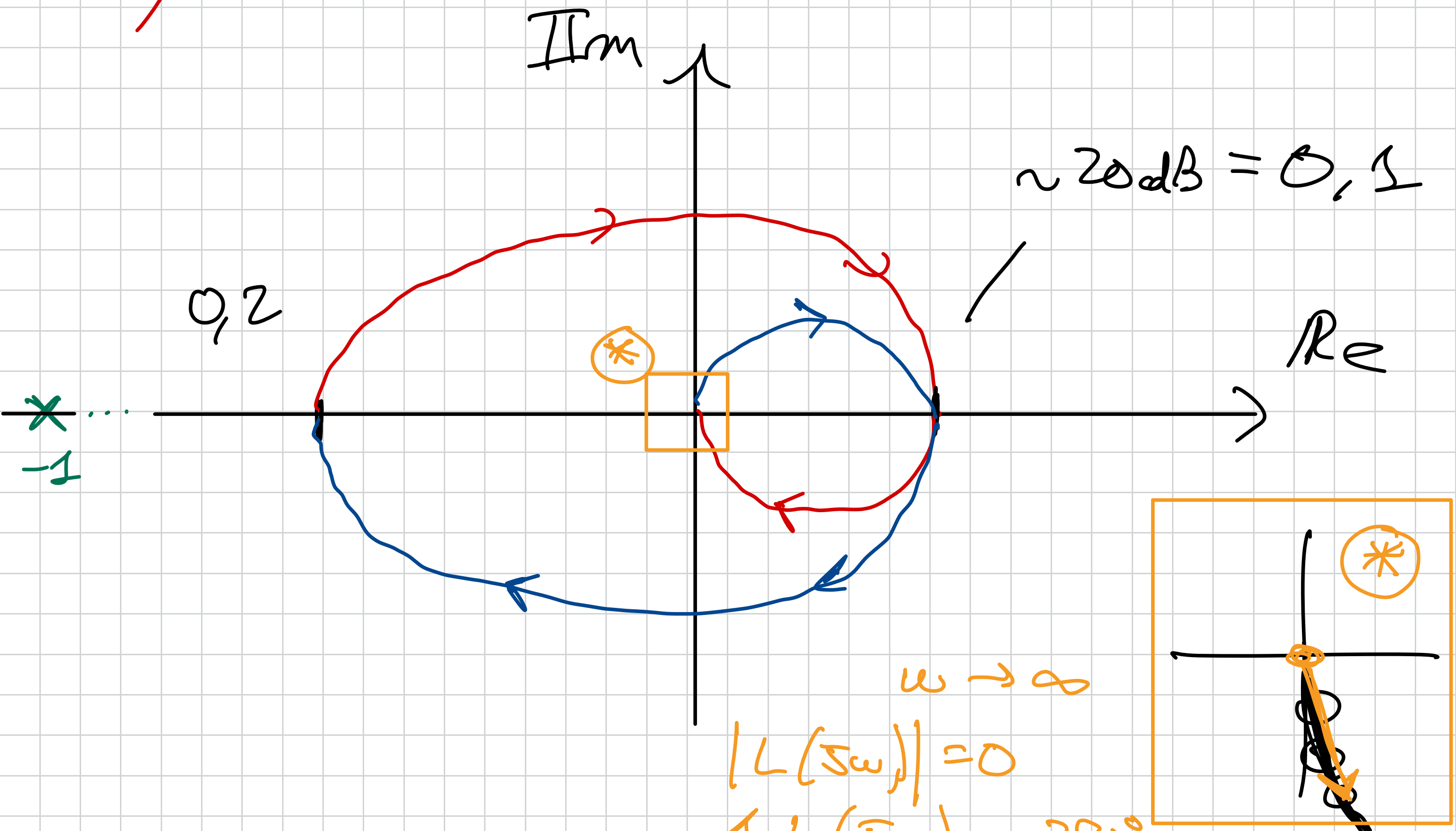
poli: $p_1 = -1 \qquad p_2 = -10$

↳ SISTEMA A. STAB.

2)



3) DIAG. DI NYQUIST



$\omega \to \infty$

$|L(j\omega)| = 0$

$\angle L(j\omega) = -270°$

$(= +90°)$

4) $N = 0$ (giri intorno a -1 ccw)

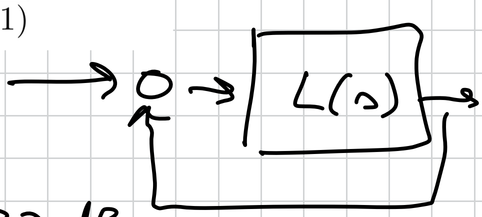
$P = 0$ (poli instabili)

$N = P \Rightarrow$ X IL CRITERIO DI NYQUIST IL SISTEMA RETROAZIONATO È A. STABILE

Esercizio 3

Si consideri la seguente funzione di trasferimento

$$L(s) = G(s) = 10\frac{2s+1}{(200s+1)(0.02s+1)}$$



1) TIPO: $g = 0$

GUADAGNO: $\mu = G(0) = 10 = 20\,dB$

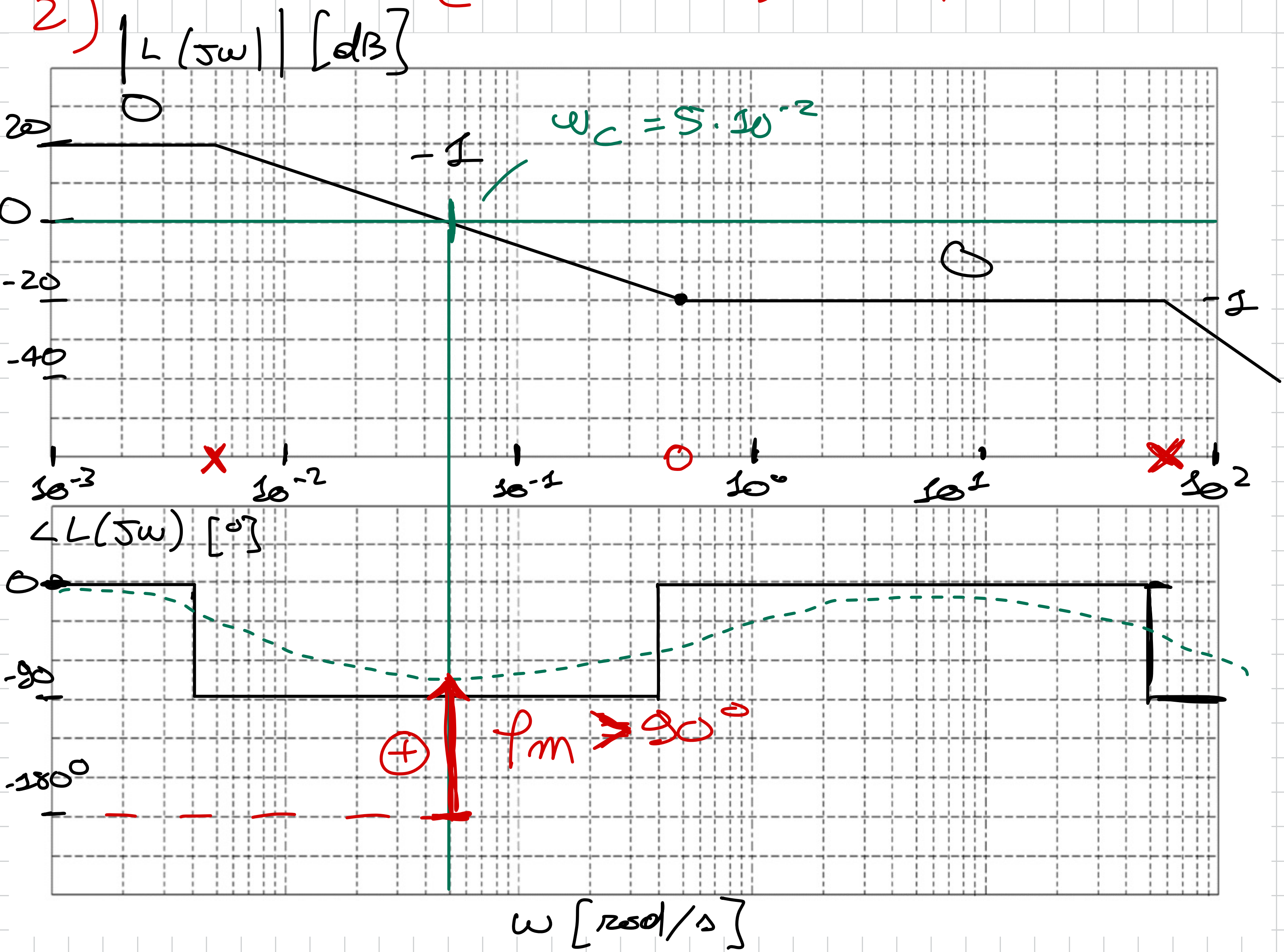
poli: $p_1 = -0{,}005$ $\quad p_2 = -50$

zeri: $z_1 = -0{,}5$

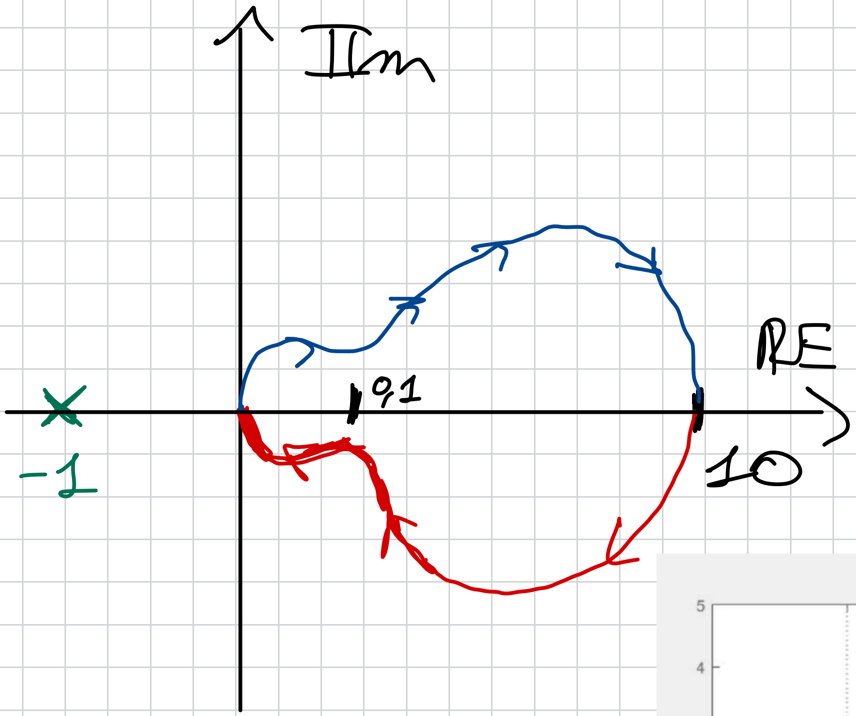
$\Rightarrow$ A. STAB. IN ANELLO APERTO

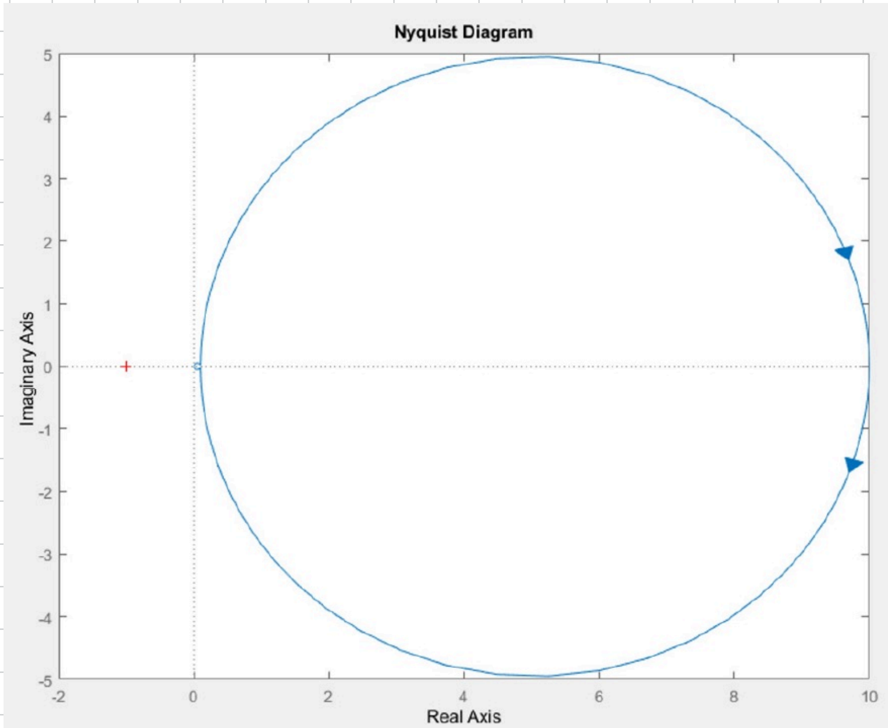
$\Rightarrow$ SISTEMA A FASE MINIMA $\begin{cases} \mu > 0 \\ Re(p_i, z_i) < 0 \\ \text{NO RITARDI PURI} \end{cases}$

2)



3) DIAGRAMMA DI NYQUIST di $L(s)$





4)

$N = 0$

$P = 0$

$N = P \Rightarrow$ A. STAB IN ANELLO CHIUSO x NYQUIST

IL CRITERIO DI BODE E' APPLICABILE?

SI!

- $L(s)$ non ha poli instabili
- ω_c ben definito (un solo taglio a 0dB del diag dell modulo di $L(s)$)

x BODE $\mu_L > 0$, $\varphi_m > 0$ $\Rightarrow$ A. STAB. IN ANELLO CHIUSO (concorde con NYQUIST C.V.D.)

Esercizio 4 TE: 250621

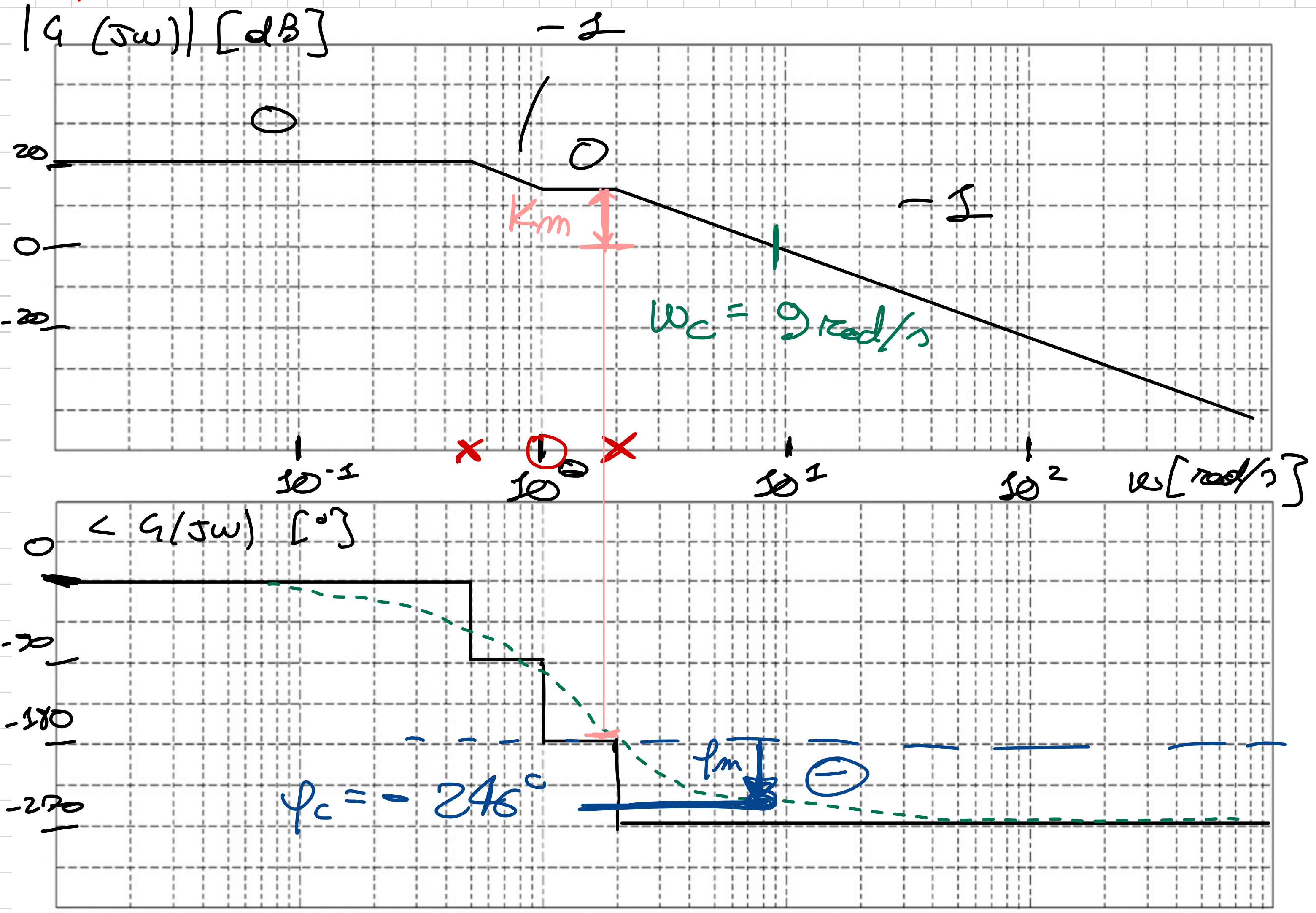
Si consideri la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = 10\frac{1-s}{(2s+1)(0.5s+1)}$$

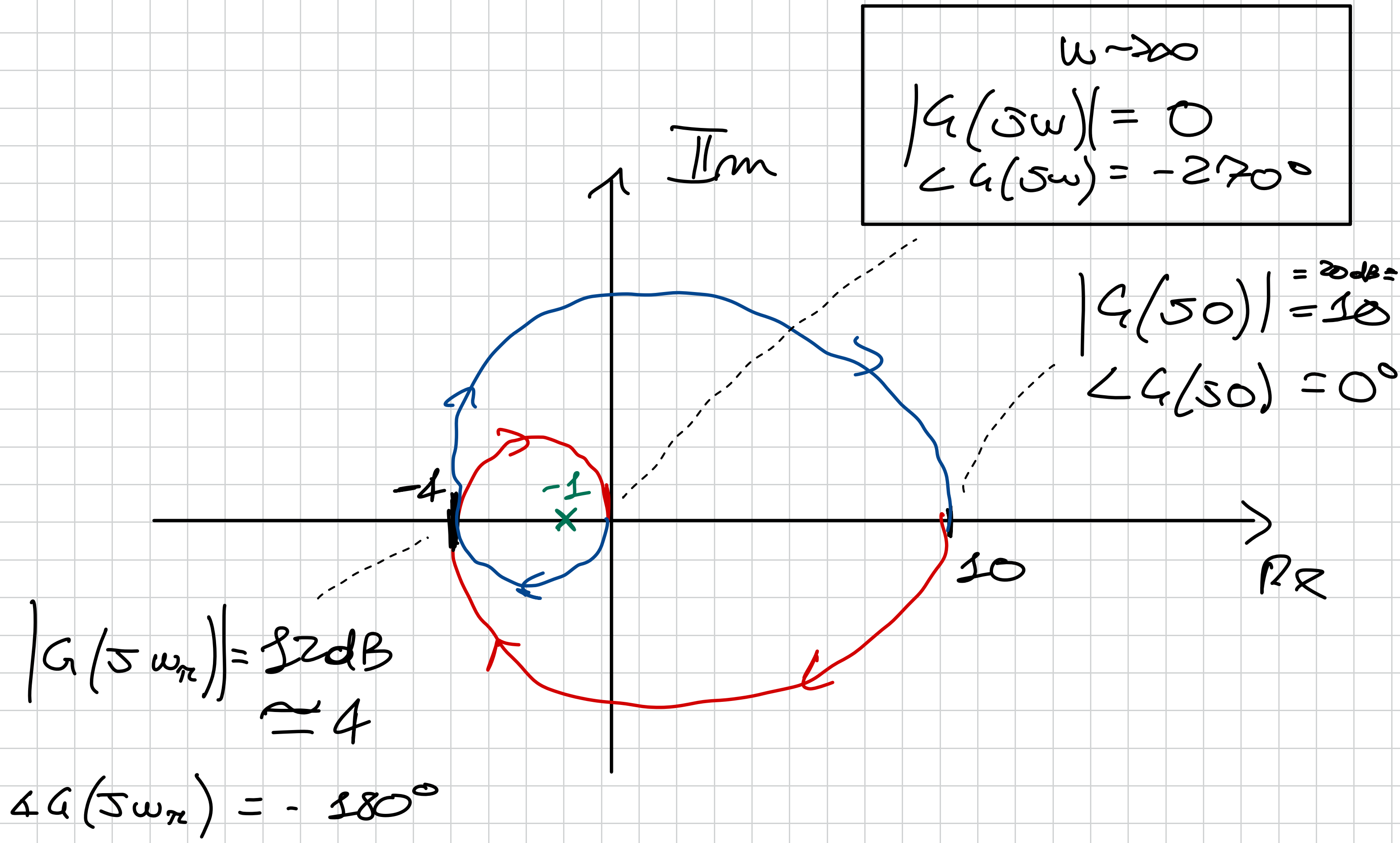
1)
- TIPO: $g = 0$
- poli: $p_1 = -0{,}5$ $p_2 = -2$
- zero: $z_1 = 1$
- GUADAGNO (STATICO) $\mu = G(0) = 10 = 20\,dB$

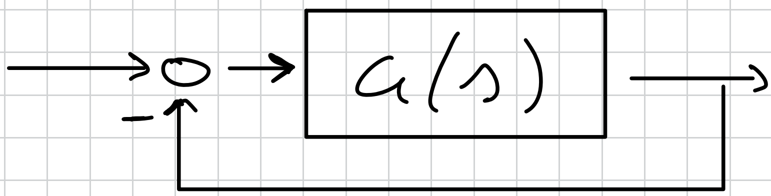
$\Rightarrow$ SIST. A. STAB IN ANELLO APERTO $\big(Re(p_i) < 0\big)$ $\rightarrow \boxed{G(s)} \rightarrow$

2)



3) DIAG. DI NYQUIST di $G(s)$





$\Downarrow$

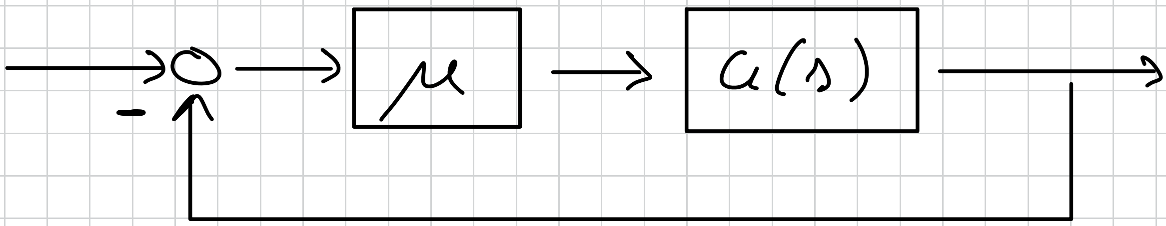
CRIT. DI NYQUIST: $N = -2$

$P = 0$

$\hookrightarrow$ $N \neq P$ SIST. E' INSTABILE IN ANELLO CHIUSO

N.B.: Un sistema a stab. (in anello aperto) può essere instabile se posto in retroazione!

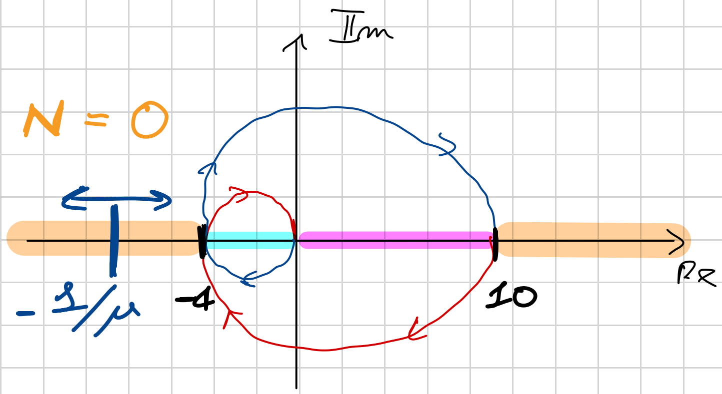
4) Studia la stabilità in condizione $L(s) = \mu \cdot G(s)$ al variare di μ



⟹ Possiamo avvalerci del corollario del criterio di NYQUIST "per guadagno incerto" per studiare questa configurazione

⟹ Possiamo fare uno studio parametrico con il solo diagramma di Nyquist già disegnato di $G(s)$!!

⟹ Il criterio è lo stesso di Nyquist ma anziché valutare i giri attorno -1 li valutiamo attorno a $-1/\mu$



$N = -2$

$N = -1$

$N \neq P \rightarrow$ SIST. RETROAZIONATO INSTAB.

per $-\frac{1}{\mu} > 10$ o $-\frac{1}{\mu} < -4$ $[\mu \neq 0]$

$N = P = 0 \Rightarrow$ IL SISTEMA RETROAZ. E' A. STAB.

$\hookrightarrow \mu > -0,1 \quad \vee \quad \mu < \frac{1}{4}$

$$\boxed{\mu \in \left(-0.1, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{4}\right)}$$

5) MARGINI

MARGINE DI FASE φ_m

$\omega_c \simeq 9 \ rad/s$ (preso dal diag di bode)

PULSAZIONE CRITICA

$\varphi_c = \measuredangle G(j\omega_c) =$

FASE CRITICA

$= \underbrace{\cancel{\measuredangle \mu}}_{=0} + \measuredangle(j9+1) - \measuredangle(2j9+1) - \measuredangle(0,5j9+1) =$

$= \operatorname{atan}(-9) - \operatorname{atan}(18) - \operatorname{atan}(4,5) =$

$= -83^\circ - 86^\circ - 77^\circ = -246^\circ$

$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = -66^\circ$

MARGINE DI GUADAGNO

$\omega_\pi = 1,87 \ rad/s \rightarrow$ ω_π : pulsazione alla quale la fase vale -180°

$K_m = \frac{1}{|L(j\omega_\pi)|} = \frac{1}{4}$, $|K_m|_{dB} = -12 dB$