6 SETTEMBRE 2021

Quale delle relazioni in figura è una possibile espressione della legge di Ampere nel vuoto?
(1 Point)

a)	$\oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S}$
b)	$\oint_{\gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI$
c)	$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
d)	$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = NI$
e)	$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = B$

La permeabilità magnetica relativa dei materiali ferromagnetici

(1 Point)

- E' significativamente maggiore di 1
- Può avere valori negativi
- Ha un valore dell'ordine dell'unità
- E' compresa tra 0 e 1

In un condensatore costituito da due superfici metalliche affacciate

(1 Point)

- la capacità della prima superficie è uguale e opposta a quella della seconda superficie
- nessuna delle precedenti
- il potenziale della prima superficie è uguale opposto a quello della seconda superficie
- la carica sulla prima superficie è uguale e opposta a quella sulla seconda superficie

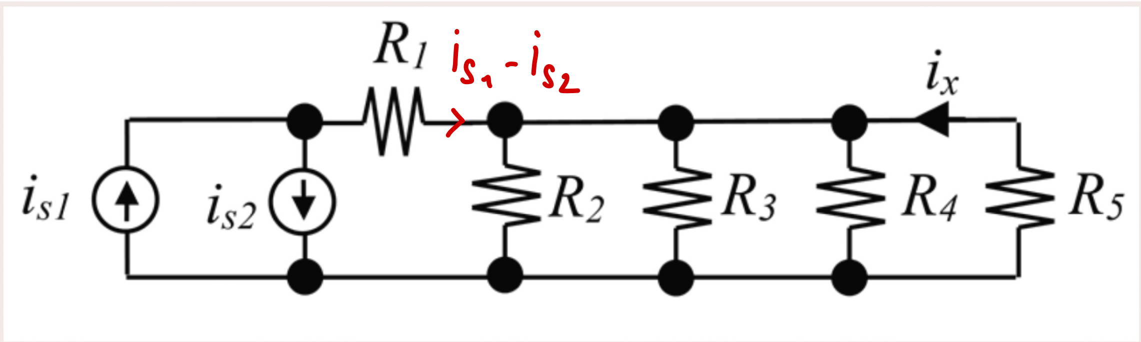
Due bipoli sono collegati in serie se e solo se
(1 Point)

- ◯ Sono percorsi dalla stessa corrente.
- ◯ Sono sottoposti alla stessa tensione.
- ◯ Un morsetto di ognuno dei due è collegato ad un nodo comune.

Un bipolo si dice "tempo-variante" se e solo se
(1 Point)

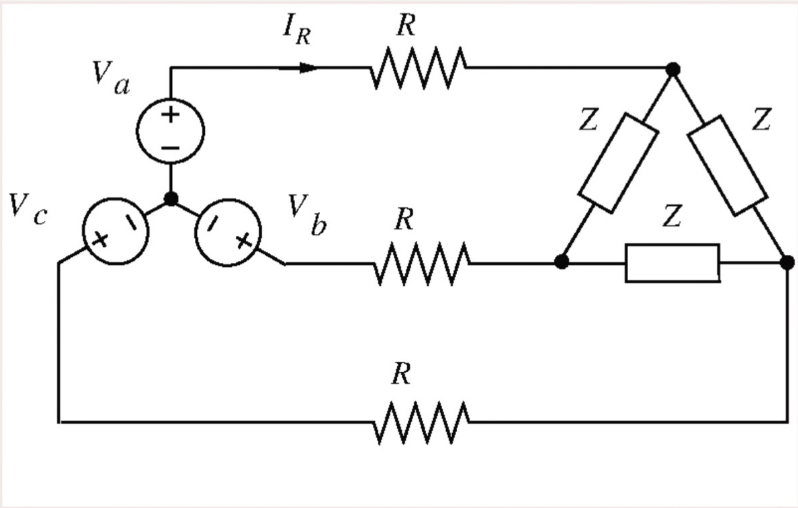
- ◯ La corrente che lo attraversa è una funzione del tempo.
- ◯ La tensione ai suoi morsetti è una funzione del tempo.
- ◯ La sua relazione costitutiva cambia nel tempo.

Dato il circuito in figura, selezionare l'espressione corretta per la corrente ix.
(2 Points)

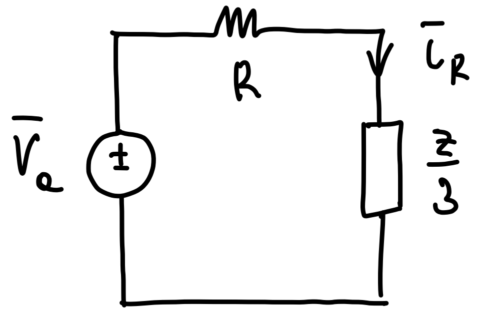


$$i_x = \frac{G_5}{G_2 + G_3 + G_4 + G_5} \left(i_{s_2} - i_{s_1} \right)$$

E' dato il circuito (AC) trifase simmetrico equilibrato, in cui il generatore è descritto dalla sequenza diretta di fasori **Va, Vb, Vc**. Qual è l'espressione del fasore della corrente di linea **IR** mostrata in figura?
(2 Points)



CIRCUITO MONOFASE EQUIVALENTE :



$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_a}{R + \frac{Z}{3}}$$

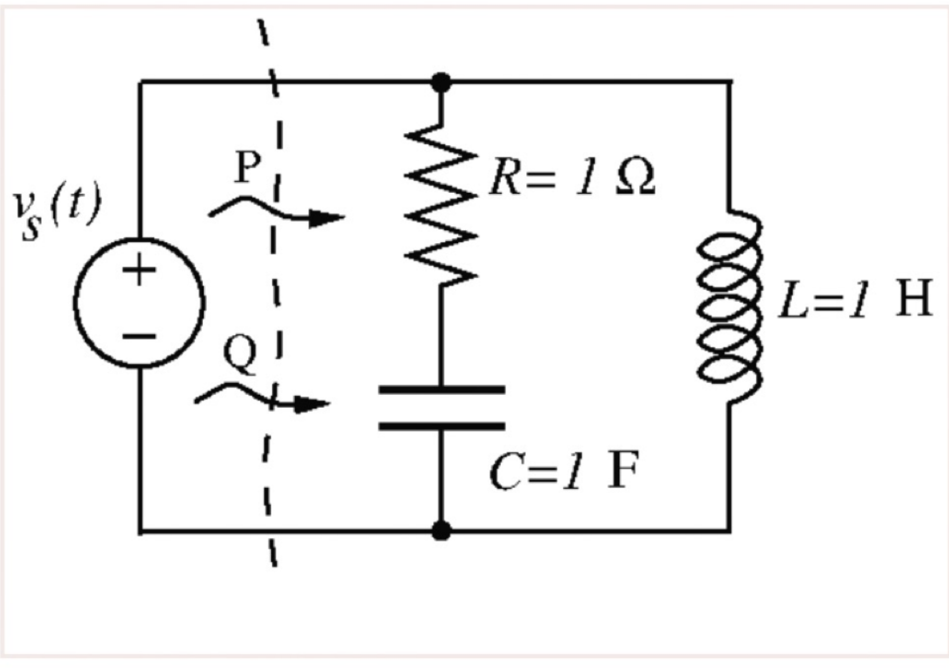
Il circuito in figura opera in regime sinusoidale (AC) con vs(t) indicata sotto. Si determinino:

- la potenza attiva **P**
- la potenza reattiva **Q**

assorbite (cioè entranti) nel bipolo collegato alla sorgente di tensione e

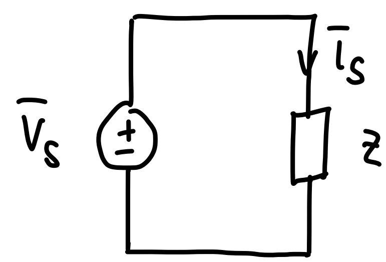
- il relativo fattore di potenza.

(3 Points)



$$v_s(t) = 8\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) \quad [V]$$

$$\bar{V}_s = 8j$$



$$j\omega L = j$$

$$-\frac{j}{\omega C} = -j$$

$$Z = \frac{(1-j)\,j}{1-j+j} = 1+j$$

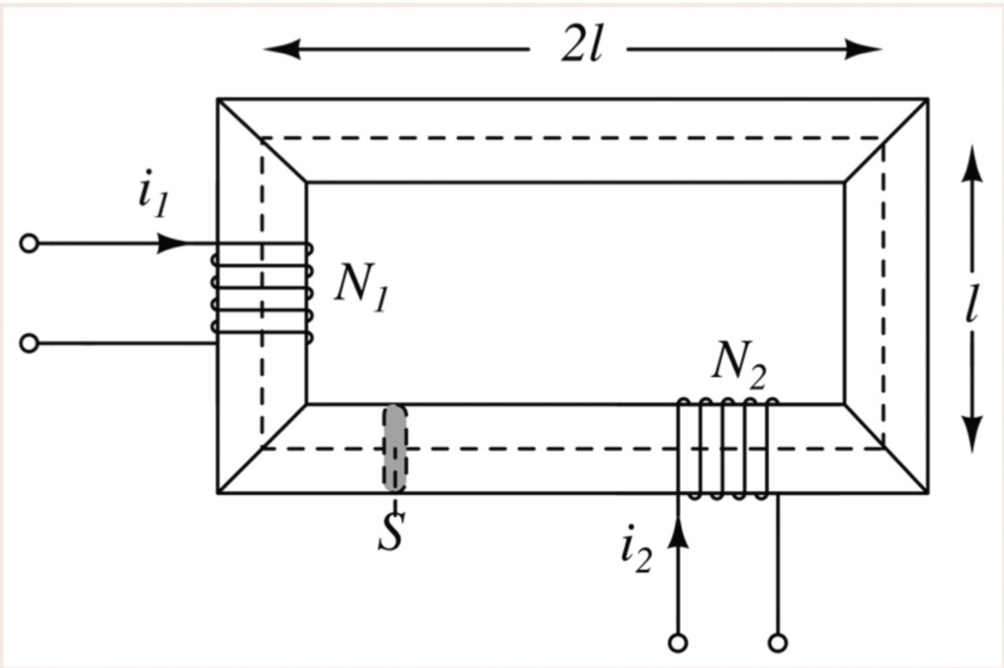
$$P + jQ = \frac{\bar{V}_s \bar{I}_s^*}{2} = \frac{|\bar{V}_s|^2}{2Z^*} = \frac{64}{2(1-j)} = 16(1+j)$$

$P = 16$ W

$Q = 16$ VAR

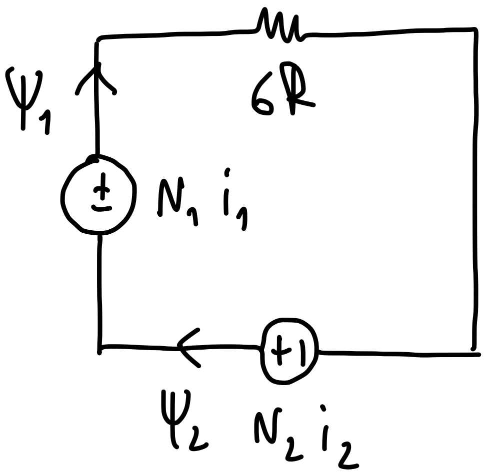
$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Dato il circuito magnetico in figura, utilizzando i valori numerici indicati sotto, calcolare il valore dei coefficienti di autoinduttanza L11 e di mutua induttanza M.
(2 Points)



$\mu = \mu_r \mu_0 = 6000\ \mathrm{Hm}^{-1};\ l = 10^{-2}\ \mathrm{m};\ S = 10^{-4}\ \mathrm{m}^2;\ N_1 = 10;\ N_2 = 100$

$$R = \frac{l}{\mu S}$$



$$\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{6R}$$

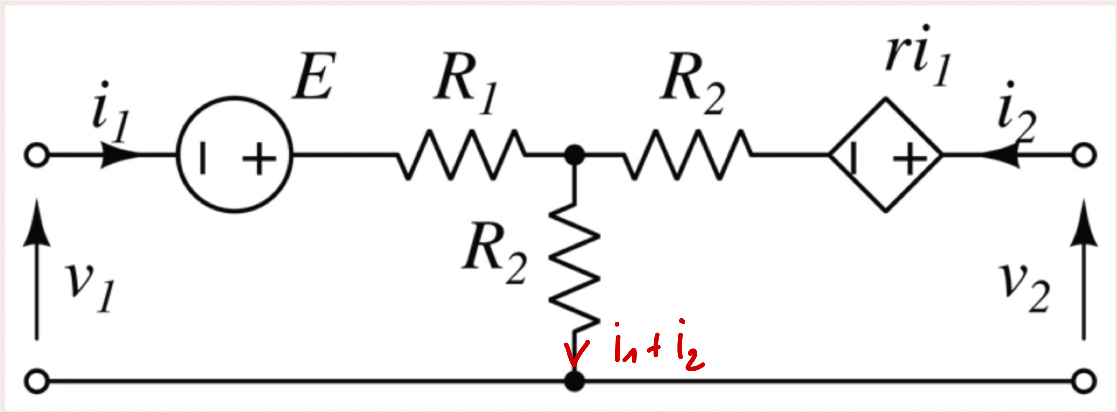
$$\Phi_1 = N_1 \psi = \frac{N_1^2}{6R} i_1 + \frac{N_1 N_2}{6R} i_2$$

$$\Phi_2 = N_2 \psi = \frac{N_1 N_2}{6R} i_1 + \frac{N_2^2}{6R} i_2$$

$$L_{11} = \frac{\mu N_1^2 S}{6\ell} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-2}} = 1000\ H$$

$$M = \frac{\mu N_1 N_2 S}{6\ell} = \frac{6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}}{6 \cdot 10^{-2}} = 10000\ H$$

Dato il doppio bipolo lineare affine in figura, ricavare i parametri della rappresentazione tramite matrice di resistenza indicata sotto.
(6 Points)



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = (R_1 + R_2)\, i_1 + R_2\, i_2 - E$$

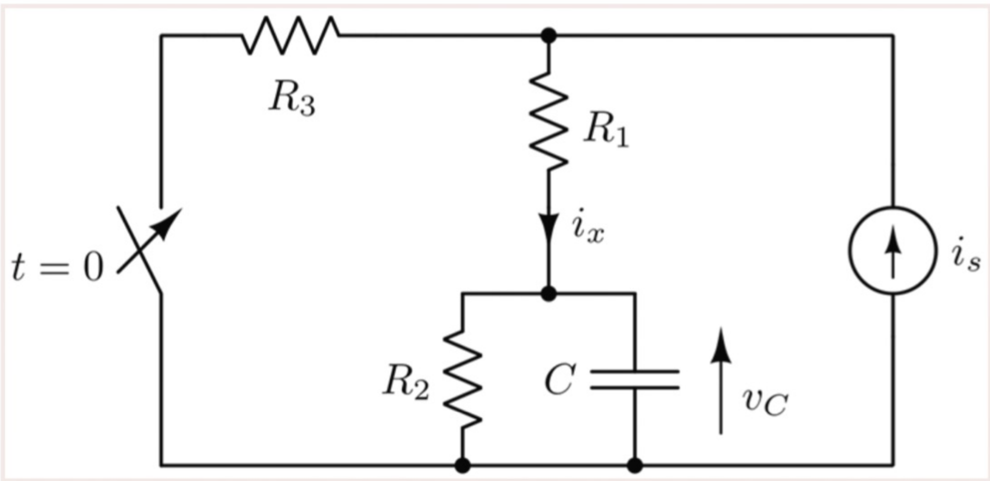
$$v_2 = (R_2 + r)\, i_1 + 2R_2\, i_2$$

$$[R] : \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 + r & 2R_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Il circuito in figura è a regime per t<0 e l'interruttore si chiude in t=0. Utilizzando i valori numerici indicati sotto, determinare:

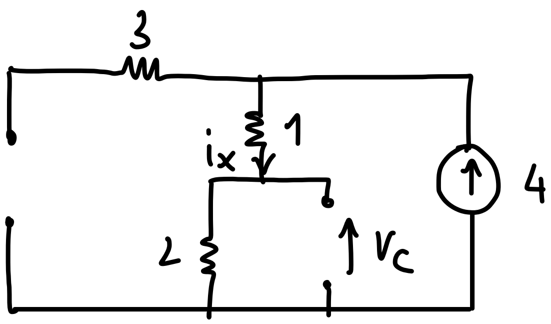
- la corrente ix in t=0-.
- l'equazione di stato che governa la dinamica del circuito per t > 0.
- la costante di tempo del circuito per t>0
- l'espressione di ix(t) per t > 0
- l'energia immagazzinata nel condensatore per t -> +infinito

(6 Points)



$i_s = 4$ A; $R_1 = 1\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$; $R_3 = 3\ \Omega$; $C = 6$ mF

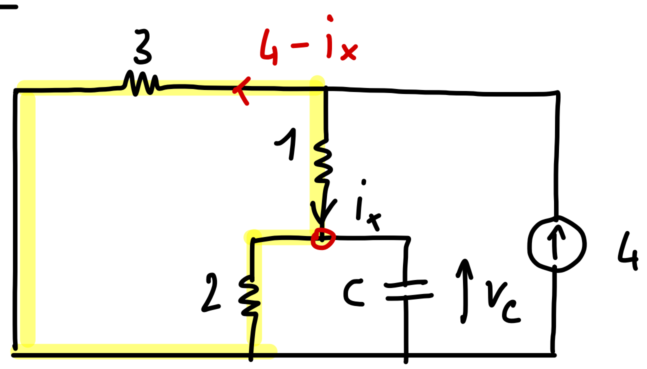
t<0



$I_x(0^-) = 4\ A$

$V_c(0^-) = 2 \cdot 4 = 8\ V$

t>0



$$i_x = C\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{2}$$

$$3(4 - i_x) = i_x + V_c$$

$$4 i_x = 12 - V_C$$

$$4C \frac{dV_C}{dt} + 2V_C = 12 - V_C$$

$$\frac{dV_C}{dt} = -\frac{3}{4C} V_C + \frac{3}{C}$$

- $$\frac{dV_C}{dt} = -125 V_C + 500$$ EQ. NE DI STATO

- $$\tau = \frac{1}{125} = 8 \text{ ms}$$

$$V_C(t) = K e^{-125t} + 4$$

$$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 8 = K + 4 \Rightarrow K = 4$$

$$V_C(t) = 4\left(1 + e^{-125t}\right)$$

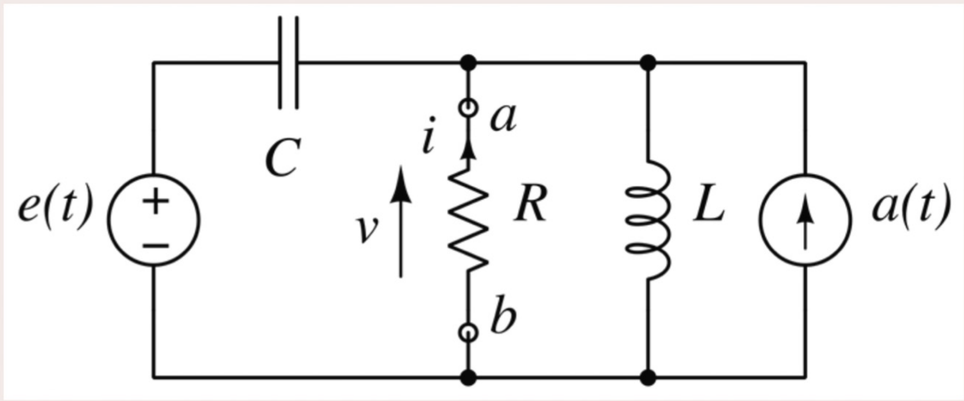
$$i_x(t) = -\frac{3}{4} V_C(t) + 3 + \frac{V_C(t)}{2} =$$

$$= 3 - \frac{1}{4} V_C(t) = 3 - 1 - e^{-125t}$$

- $$i_x(t) = 2 - e^{-125t}$$

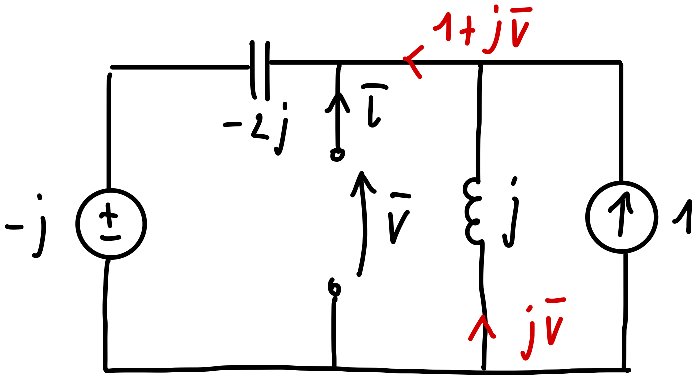
- $$W_C(+\infty) = \frac{1}{2} C V_C^2(+\infty) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 16 = 48 \text{ mJ}$$

Il circuito in figura evolve a regime sinusoidale permanente alla pulsazione omega = 1000 rad/s. Utilizzando i valori numerici indicati sotto, determinare i valori dell'impedenza equivalente Zth e della tensione equivalente Eth del modello di Thévenin ai morsetti (a,b), avendo rimosso il resistore R. Avendo poi ricollegato il resistore R, determinare l'ampiezza I e la fase phi della corrente i(t) = I cos (omega t + phi) indicata in figura.
(6 Points)



$\omega = 1000\ \frac{\text{rad}}{\text{s}},\ R = 2\Omega,\ C = 0.5\ \text{mF},\ L = 1\ \text{mH},\ e(t) = \sin(\omega t)\ [\text{V}],\ a(t) = \cos(\omega t)\ [\text{A}]$

$\bar{e} = -j \qquad \bar{a} = 1 \qquad j\omega L = j \qquad -\frac{j}{\omega C} = -2j$



$$\bar{V} = -j - 2j(1 + j\bar{V} + \bar{I}) = -3j + 2\bar{V} - 2j\bar{I}$$

$$\bar{V} = 2j\bar{I} + 3j$$

- $Z_{TH} = 2j$
- $\bar{E}_{TH} = 3j$

$$\bar{I} = -\frac{\bar{E}_{TH}}{R + Z_{TH}} = -\frac{3j}{2+2j} = -\frac{3j(1-j)}{4} = -\frac{3}{4}(1+j)$$

$$\bar{I} = \frac{3\sqrt{2}}{4} e^{j\frac{5}{4}\pi} \qquad i(t) = \frac{3\sqrt{2}}{4}\cos\left(1000t + \frac{5}{4}\pi\right)$$

- $I = \frac{3\sqrt{2}}{4}$
- $\varphi = \frac{5}{4}\pi$

In alternativa, il fasore $\bar{I}$ può anche essere scritto come

$$i(t) = -\frac{3\sqrt{2}}{4} \cos\left(1000t + \frac{\pi}{4}\right)$$

e quindi anche i seguenti valori di I e φ sono corretti:

- $I = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$
- $\varphi = \frac{\pi}{4}$