Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)
Prof. Fredy Ruiz
Appello del 25 giugno 2021

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico non lineare e tempo invariante descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= \alpha x_1(t)x_2(t) - \beta x_1(t) \\
\dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\
y(t) &= x_1^2(t) + x_1(t)x_2(t),
\end{aligned}$$

con $\alpha > 0$, $\beta > 0$ parametri reali.
1.1 Si determinino stati e uscite di equilibrio associati all'ingresso $u(t) = \overline{u} = 0$, $t \geq 0$ in funzione di α e β.

1.2 Si scrivano le equazioni del sistema linearizzato attorno ai punti di equilibrio determinati al punto 1.1.

1.3 Si calcoli il movimento libero di stato e uscita del sistema linearizzato attorno al punto di equilibrio con $\overline{x_1} = 0$, determinato al punto 1.2, di fronte alle condizioni iniziali $(\delta x_{10}, \delta x_{20}) = (1, 1)$.

1.4 Si studi la stabilità del sistema linearizzato attorno al punto di equilibrio con $\overline{x_1} = 0$, determinato al punto 1.2, in funzione dei parametri α e β, se è possibile, si determinino le proprietà di stabilità dei movimenti di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

ESERCIZIO 2

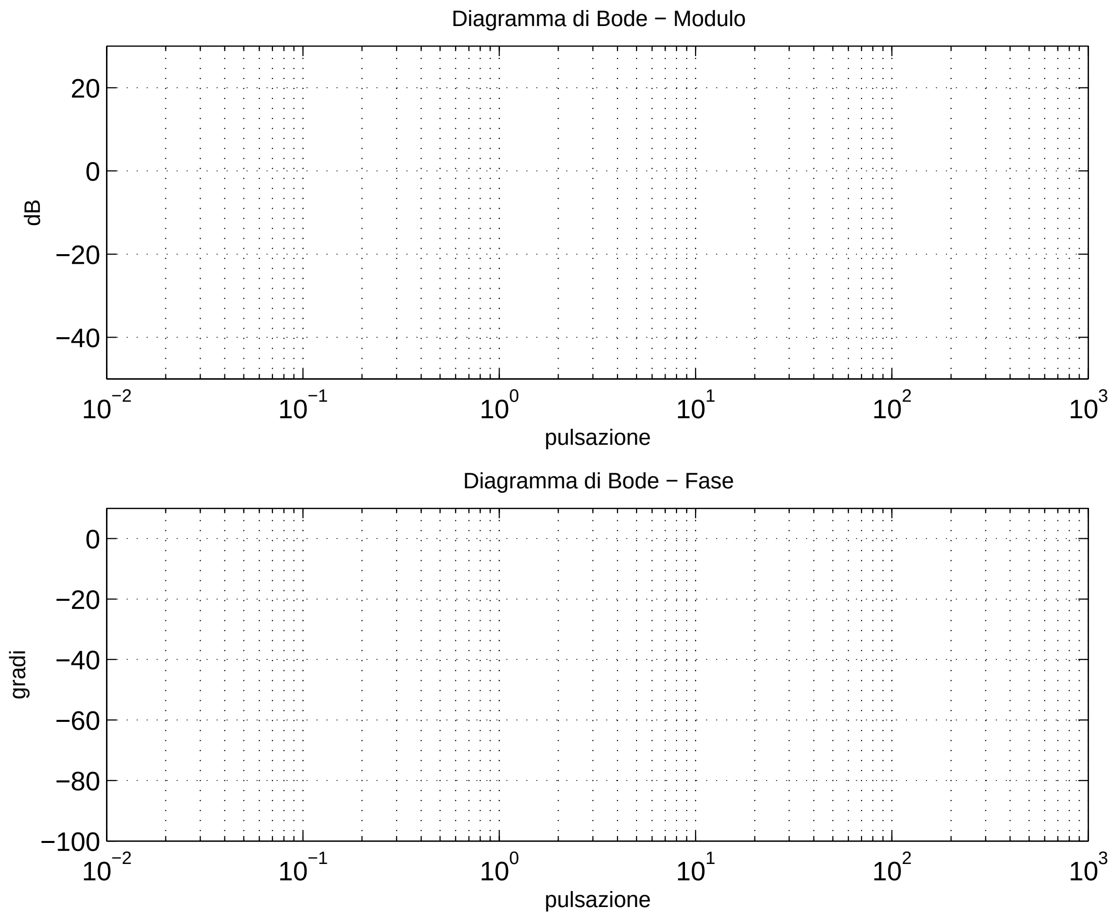
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = 10\frac{1-s}{(2s+1)(0.5s+1)}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.

2.1 Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2.2 Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$.

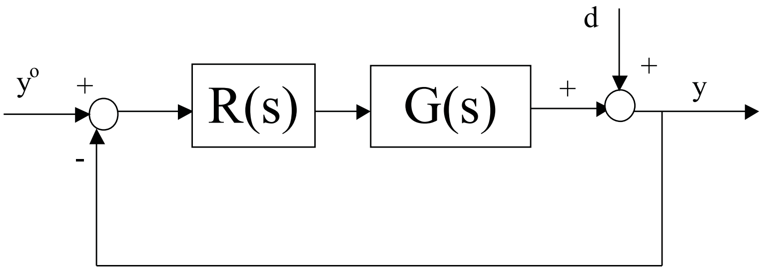


2.3 Tracciare qualitativamente il diagramma polare della risposta in frequenza associata a $G(s)$.

2.4 Dire, giustificando la risposta, quanto vale l'uscita $y(t)$ di regime del sistema lineare tempo invariante con funzione di trasferimento $G(s)$ associata all'ingresso $u(t) = 2sca(t) + 5\sin(0.1\,t) + 10\sin(100\,t)$.

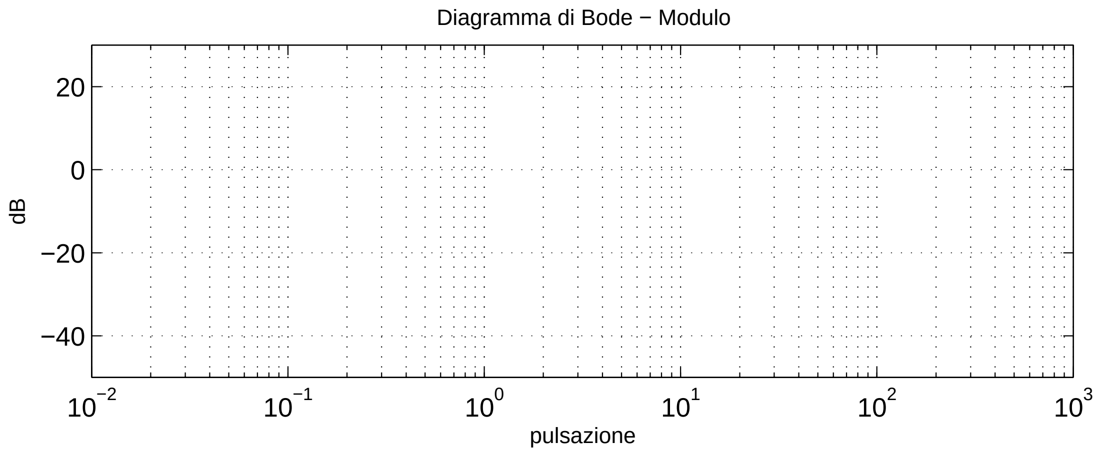
ESERCIZIO 3

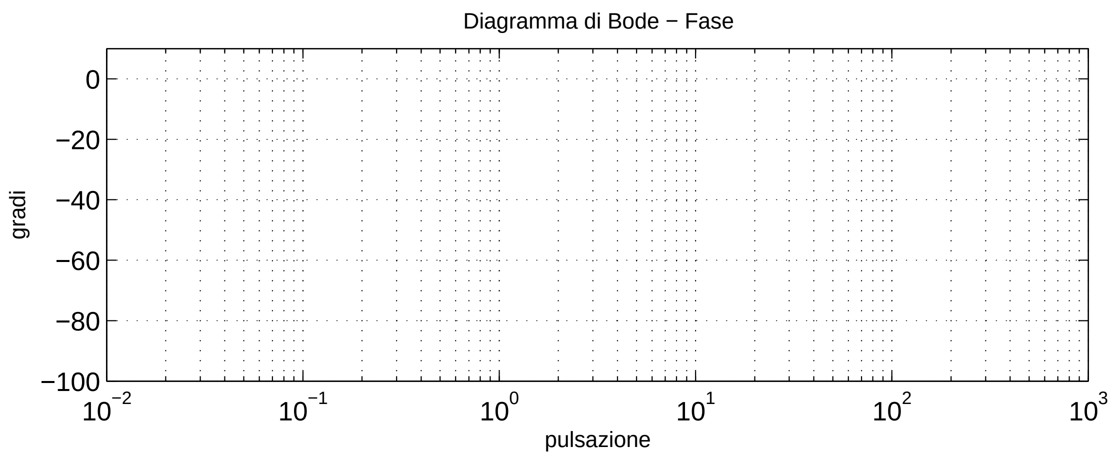
Si consideri il sistema di controllo in figura



dove $G(s) = \frac{50}{(s+0.1)(s+50)}$ e $R(s) = 10\frac{s+0.1}{s+1}$.

3.1 Verificare che il sistema in anello chiuso è asintoticamente stabile e determinare la pulsazione critica e il margine di fase.





3.2 Determinare l'errore a transitorio esaurito a fronte di $y^o(t) = \mathrm{sca(t)}$.

3.3 Determinale il modulo dell'errore a transitorio esaurito a fronte di $d(t) = \sin(\omega t), \omega \in [0.1, 1]$rad/s.

3.4 Dire, giustificando la risposta, quanto vale l'ampiezza dell'uscita $y(t)$ di regime associata all'ingresso $y^o(t) = 1 + 4\sin(0.1t) - 10\sin(100\,t)$ con $d(t) = 0$.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\
y(k) &= Cx(k) + Du(k)
\end{aligned}
$$

con

$$
A = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}, D = 0.
$$

4.1 Classificare il sistema.

4.2 Calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio associati a $u(k) = \bar{u} = 2$.

4.3 Studiare la stabilità del sistema.

4.4 Calcolare i primi 5 campioni del movimento dello stato con $u(k) = \bar{u} = 2$ e $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.