POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Gestionale)
Prof. Fredy O. Ruiz-Palacios

Anno Accademico 2022/23

Appello del 09/06/2023

COGNOME..

NOME ....

CODICE PERSONA ....

FIRMA ....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)
Prof. Fredy Ruiz
Appello del 9 giugno 2023

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= \alpha x_2^2(t) - \beta x_1(t) + u(t) \\
\dot{x}_2(t) &= 3x_1(t) \\
\dot{x}_3(t) &= -5x_1(t) \\
y(t) &= x_2(t) + x_3(t)
\end{aligned}
$$

dove α e β e sono costanti reali diverse da zero.

1. Classificare il sistema

2. Determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u}$. È possibile trovare degli equilibri per un qualsiasi valore di $\bar{u}$?

3. Determinare le equazioni del sistema linearizzato attorno agli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{u} = 0$.

4. Studiare la stabilità del sistema linearizzato trovato al punto precedente al variare dei parametri α e β. Se possibile, determinare la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) = -\alpha x_2(k) + u_1(k) - u_2(k) \\ x_2(k+1) = -\alpha x_1(k) + u_2(k) \\ y_1(k) = x_1(k) + u_1(k) \\ y_2(k) = x_2(k) + u_2(k) \end{cases}$$

1. Scrivere in forma matriciale e classificare il sistema.

2. Studiare la stabilità del sistema al variare del parametro α.

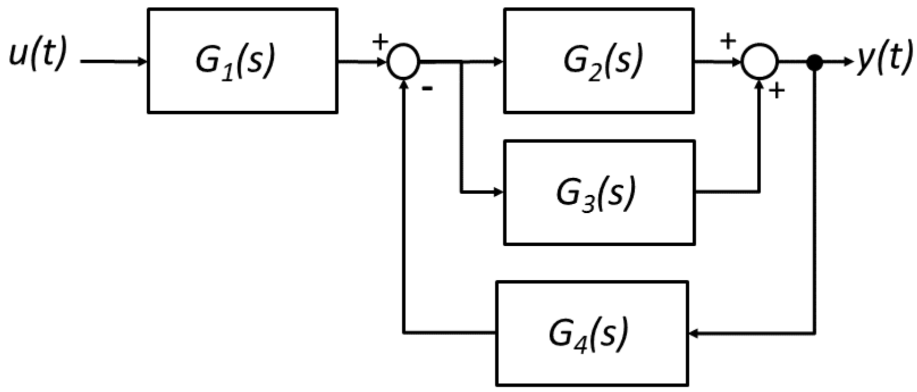
3. Posto $\alpha = 0.5$ determinare i modi del sistema.

4. Fissato $\alpha = 0.5$, determinare gli stati di equilibrio per un ingresso costante $u_1(k) = \bar{u}_1$ e $u_2(k) = 0$.

5. Fissato $\alpha = 0.5$, calcolare i primi 5 campioni del movimento dello stato e dell'uscita per $u_1(k) = 0, u_2(k) = 0, \forall k \geq 0$ e $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente schema:



1. Determinare la funzione di trasferimento equivalente $G_E(s)$ da $U(s)$ a $Y(s)$.

2. Posto $G_1(s) = 100/(s + 100)$, $G_2(s) = k/(s + 2)$, $G_3(s) = 5/(s + 2)$ e $G_4(s) = 1$, valutare la funzione di trasferimento e determinare i valori del parametro k per i quali la $G_E(s)$ è asintoticamente stabile.

3. È possibile trarre conclusioni sulla stabilità del sistema complessivo analizzando solo la funzione di trasferimento $G_E(s)$ appena ricavata? Giustificare.

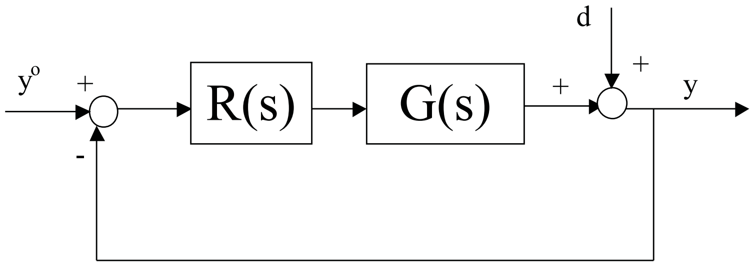
4. Posto $k = 5$, per un ingresso $u(t)$ tipo scalino determinare la trasformata di Laplace dell'uscita $Y(s)$ e i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* l'andamento dell'uscita. È possibile fare una approssimazione a poli dominanti? Giustificare la risposta.

ESERCIZIO 4

Si consideri la seguente funzione di trasferimento

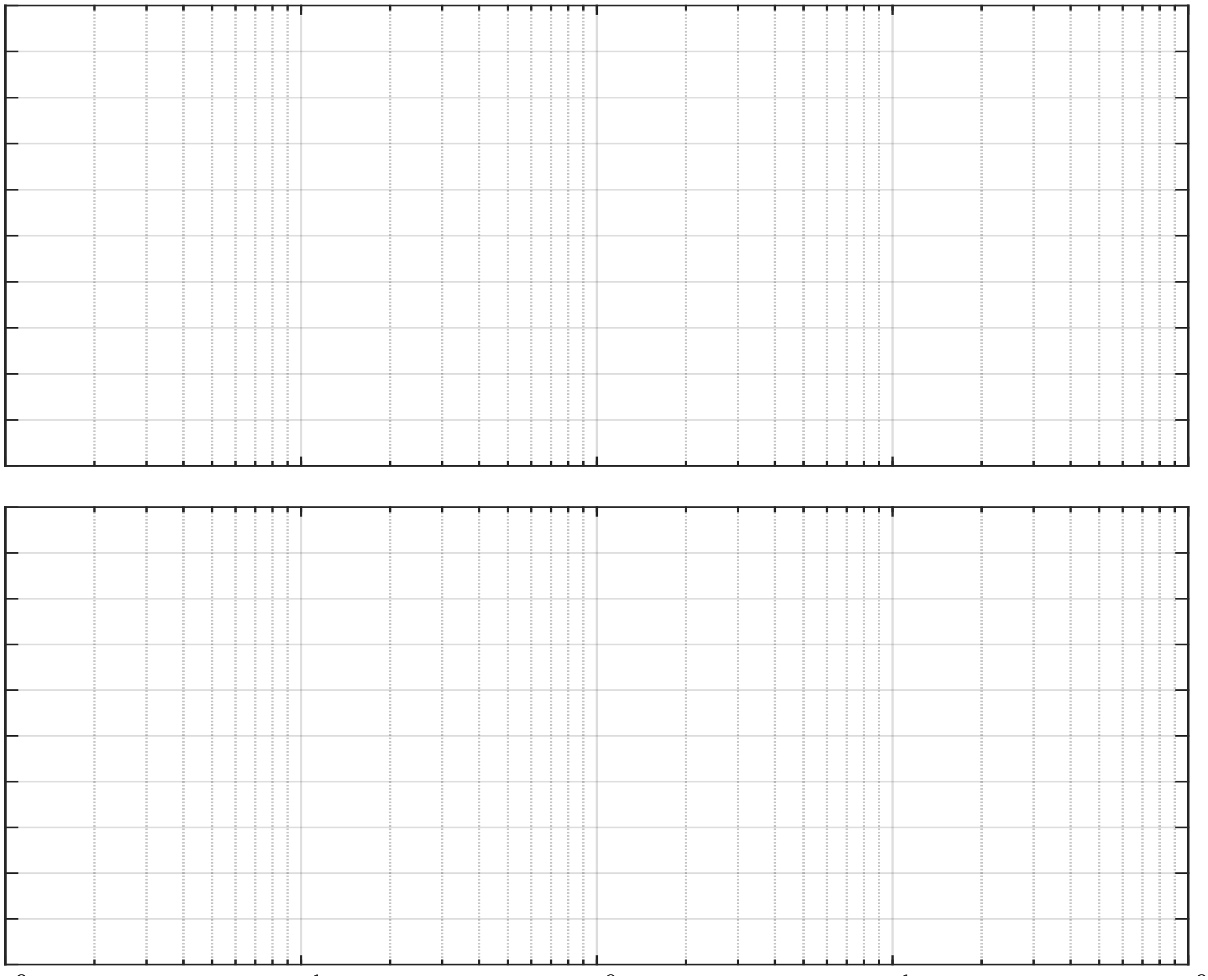
$$G(s) = \frac{3}{(s+1)(0.2s+1)}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti e il sistema di controllo in figura:



1. Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2. Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.

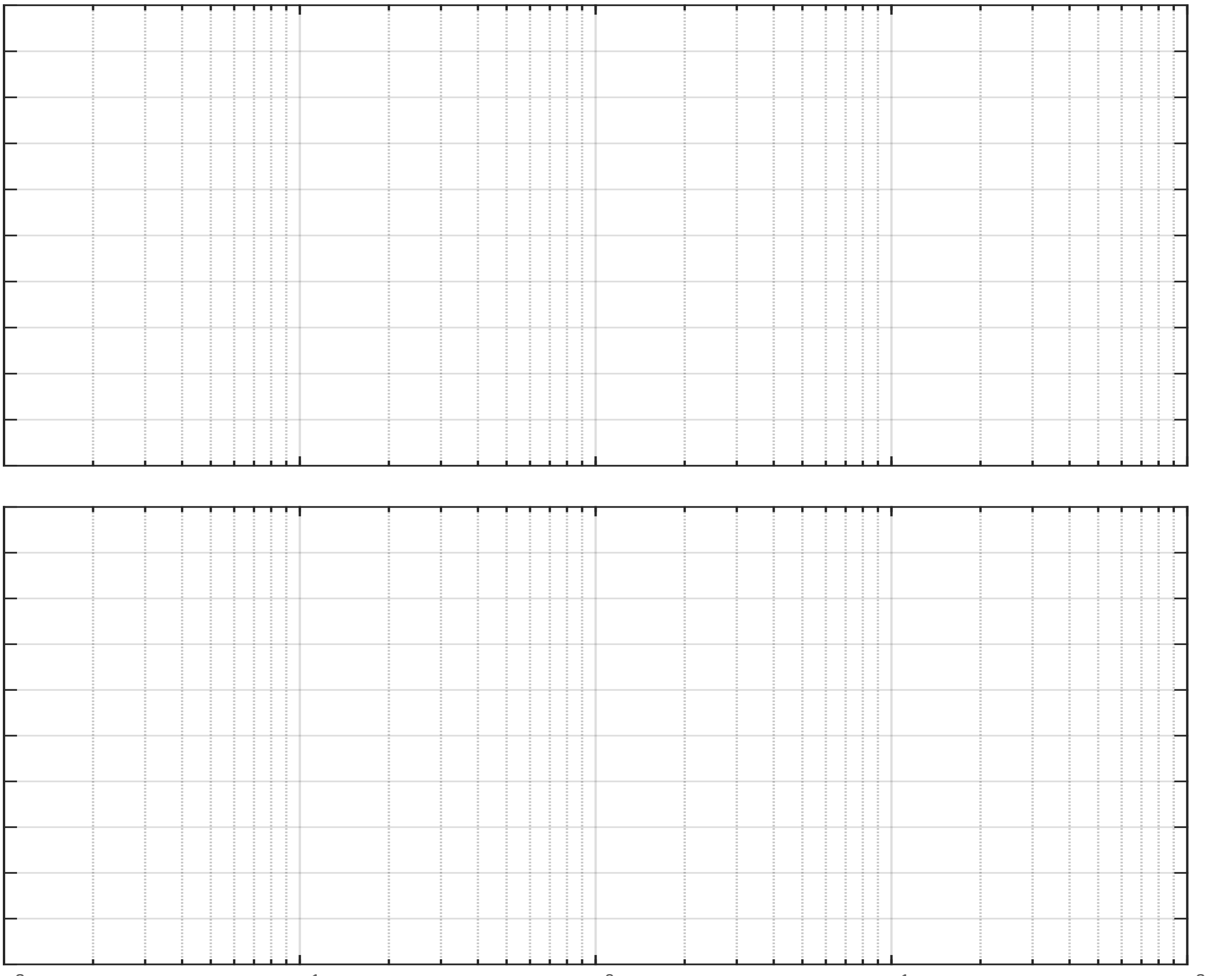


3. Per un regolatore $R_1(s) = 1$, determinare le proprietà di stabilità del sistema retroazionato e trovare in maniera approssimata i margini di fase e di guadagno.

4. Per un regolatore

$$R_2(s) = \frac{1}{3}\frac{s+1}{s},$$

determinare le proprietà di stabilità del sistema retroazionato e trovare in maniera approssimata i margini di fase e di guadagno.



5. Considerando i due regolatori analizzati in precedenza, discutere quale dei due sistemi di controllo garantisce un minore errore a regime $|e_\infty|$ a fronte di:

   a) Un ingresso di riferimento tipo scalino $y^0(t) = sca(t)$.

   b) Un ingresso di disturbo $d(t) = sin(0.1t)$.