POLITECNICO
MILANO 1863

ELETTROTECNICA

Docenti: Bizzarri, Codecasa, Gruosso, Maffezzoni

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'informazione

Ing. Informatica

19 Luglio 2017

Cognome:	Nome:
Matricola/Codice Persona:	Firma

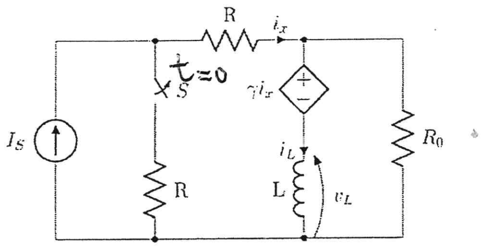
Avvertenze:

- Compilare il frontespizio del foglio della prova con i propri dati anagrafici.
- **Nota bene: Vanno svolti E1, E2 ed uno solo a scelta tra E3 e E4**
- I punteggi massimi per ogni esercizio sono riportati nella tabella sottostante
- Questo foglio è il foglio su cui riportare i risultati ed i passaggi principali e sarà quello oggetto della correzione.

E1 10 Punti	E2 10 Punti	E3 10 Punti	E4 10 punti

Valutazione

E1



L'interruttore S è chiuso da molto tempo, il circuito è a regime.
In $t = 0\ sec.$ l'interruttore S viene **aperto**.

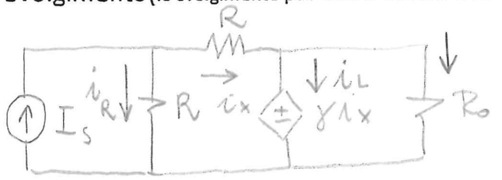
Determinare, considerando i valori numerici:

- l'equazione differenziale, il valore di $i_L(t)$ ed il relativo grafico;
- il valore di $v_L(t)$
- l'energia immagazzinata nell'induttore per $t = 0$ sec e $t = \infty$

$I_s = 15\,A$ $\quad L = 18\,mH$

$R = 1\,\Omega$ $\quad R_0 = 9\,\Omega$ $\quad \gamma = 3\,\Omega$

Svolgimento(lo svolgimento può essere continuato all'occorrenza sotto l'esercizio E___ non scelto per la valutazione):

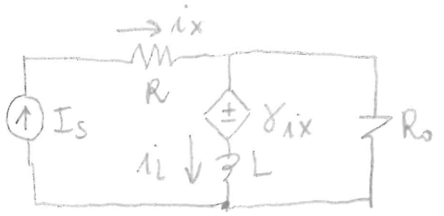


$i_R = (R i_x + \gamma i_x)\frac{1}{R}$

$I_s = i_x + i_R = i_x + i_x + \frac{\gamma}{R} i_x = 5 i_x$

$i_x = \frac{15}{5} = 3A \qquad i_L = i_x - \frac{\gamma i_x}{R_0} = 3 - \frac{3 \cdot 3}{9} = 2A$

$W_a^L(0) = \frac{1}{2} L i_L^2(0) = \frac{\cancel{4}}{\cancel{2}} \cdot 18m = 36mJ$



$i_x = I_s$

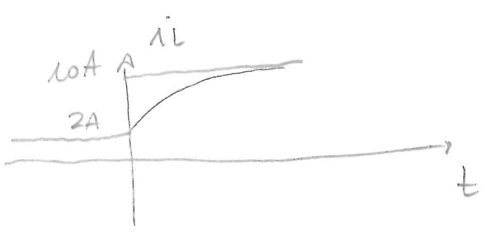
$L\frac{di_L}{dt} + \gamma I_s = R_0 (I_s - i_L) \qquad \frac{L}{R_0}\frac{di_L}{dt} = -i_L + I_s\left(1 - \frac{\gamma}{R_0}\right)$

$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_0}{L} i_L + I_s\left(\frac{R_0 - \gamma}{\cancel{R_0}} \cdot \frac{\cancel{R_0}}{L}\right) = -\frac{R_0}{L} i_L + \frac{R_0 - \gamma}{L} I_s$

$i_L(0^-) = i_L(0^+) \longrightarrow$ impresso è continuo, l'apertura del tasto non genera legami algebrici tra i_L e I_s.

$i_L(t) = K e^{\lambda t} + H \qquad H = \frac{R_0 - \gamma}{R_0} I_s \qquad K = 2A - H = 2A - \frac{9-3}{9} \cdot 15 = 2A - \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{9}_3} \cancel{15}^5 A = -8A$

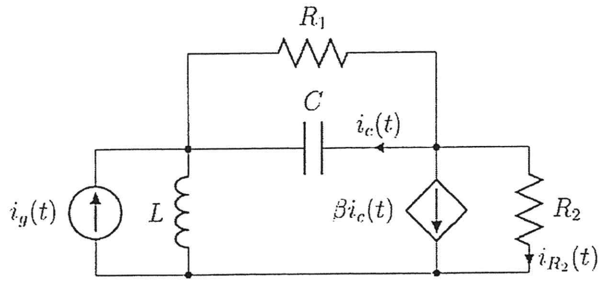
$H = \frac{9-3}{9} \cdot 15\,A = \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{9}_3} \cdot \cancel{15}^5 = 10A$



$v_L(t) = 18mH \cdot \frac{d}{dt} i_L(t) = \cancel{18m}\left[+8 \cdot \frac{9}{\cancel{18m}} e^{-\frac{9}{18m}t}\right] = 72 e^{-\frac{t}{2m}}\ V$

$W_a^L(\infty) = \frac{1}{2} \cdot 18m \cdot 10^2 = 9 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 = 0{,}9\,J$

E2



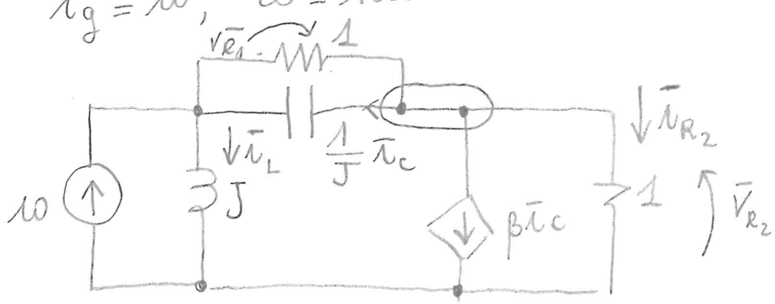
$i_g(t) = 10\cos(1000t)$

$R_1 = 1\,\Omega$ $R_2 = 1\,\Omega$ $L = 1\,\mathrm{mH}$ $C = 1\,\mathrm{mF}$
$\beta = -2$

- Calcolare $i_c(t)$ e $i_{R_2}(t)$
- Calcolare la potenza attiva e reattiva assorbita dal generatore controllato

Svolgimento:

$\bar{I}_g = 10, \quad \omega = 1000$



$$\bar{I}_{R_2} = -(1+\beta)\bar{I}_c - \underbrace{\frac{\bar{I}_c}{J}}_{\bar{V}_{R_1}/R_1}$$

$$\bar{V}_{R_2} = R_2\bar{I}_{R_2} = -(1+\beta)\bar{I}_c - \frac{\bar{I}_c}{J}$$

$$\bar{I}_L = 10 + \bar{I}_c + \underbrace{\frac{\bar{I}_c}{J}}_{\bar{V}_{R_1}/R_1}$$

$$\bar{V}_{R_2} - \frac{\bar{I}_c}{J} - J\bar{I}_L = 0$$

$$\underbrace{-\frac{\bar{I}_c}{J} - (1+\beta)\bar{I}_c}_{\bar{I}_{R_2}R_2} - \frac{\bar{I}_c}{J} - J\left(10 + \bar{I}_c + \frac{\bar{I}_c}{J}\right) = 0$$

$$J\bar{I}_c - (1+\beta)\bar{I}_c + \cancel{J\bar{I}_c} - 10J - \cancel{J\bar{I}_c} - \bar{I}_c = 0$$

$$i_c(t) = \mathrm{Re}\left\{\bar{I}_c\, e^{J1000t}\right\}$$

$$\bar{I}_c(1+1+\beta) - J\bar{I}_c = -10J$$

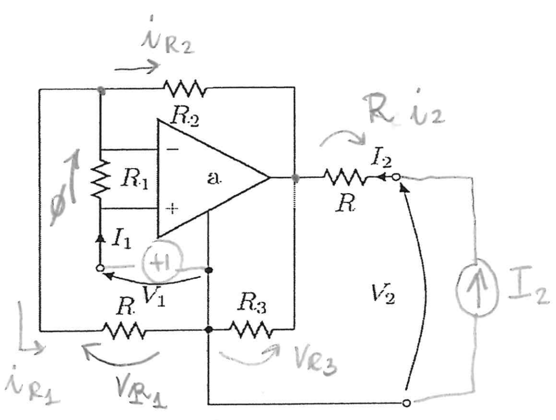
$$\bar{I}_c\,\cancel{(2-2)} - J\bar{I}_c = -10J \qquad \bar{I}_c = 10 \qquad i_c(t) = 10\cos(1000t)$$

$$\bar{I}_{R_2} = -\beta\bar{I}_c - \bar{I}_L + 10 = \underbrace{+2\cdot 10}_{-\beta\bar{I}_c}\ \underbrace{-10 - 10 - \frac{10}{J}}_{-\bar{I}_L} + 10 = 10(1+J)$$

$$\bar{I}_{R_2} = 10(1+J) \qquad i_{R_2}(t) = 10(\cos\omega t - \sin\omega t) = 10(\cos 1000t - \sin 1000t)$$

$$\hat{P}_a^{CCCS} = \frac{\bar{V}_{R_2}(\beta\bar{I}_c)^*}{2} = \frac{1}{2}\left(-(1-2)10 - \frac{10}{J}\right)(-2)10 = -10(10+10J) = -100(1+J)$$

E3



Considerando i parametri

$R_1 = 2\ \Omega\ R_2 = 0.5\,\Omega\ R_3 = 3\,\Omega\, R \quad = 1\,\Omega$

- Ricavare la formulazione,
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{H}' \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$
- Dire se esiste la formulazione **R** (motivando)
- Calcolare la potenza complessivamente eroga dal doppio bipolo quando si collega $V_1 = 1\,V$ $I_2 = 1\,A$

Svolgimento:

$i_1 \equiv 0 \rightarrow \nexists$ base $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \longrightarrow \nexists\ [R]$ $\qquad H'_{11} = H'_{12} = \emptyset$

$V_{R_1} = V_1 \qquad i_{R_1} = -\,i_{R_2} \qquad i_{R_1} = \dfrac{V_1}{R} = \dfrac{V_1}{1} \qquad i_{R_2} = -\dfrac{V_1}{1}$

$V_{R_3} + V_{R_2} - V_1 = 0 \qquad\qquad V_{R_2} = i_{R_2} R_2 = -\dfrac{V_1}{2}$

$V_{R_3} = V_1 - V_{R_2} = \dfrac{3}{2} V_1$

$V_2 - R i_2 + i_{R_2} \cdot R_2 - V_1 = 0$

$V_2 = V_1 + R i_2 - V_{R_2} = V_1 + \dfrac{1}{2} V_1 + i_2 = \dfrac{3}{2} V_1 + i_2$

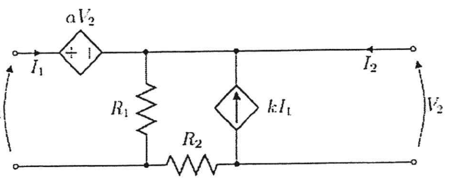
$$H' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3/2 & 1 \end{bmatrix}$$

con $V_1 = 1V$ e $i_2 = 1A$

$i_1 = 0 \qquad V_2 = \dfrac{3}{2} \cdot 1 + 1 = \dfrac{5}{2}$

$P^e_{DB} = -V_1 i_1 - V_2 i_2 = 0 - \dfrac{5}{2} = -2.5\ W$

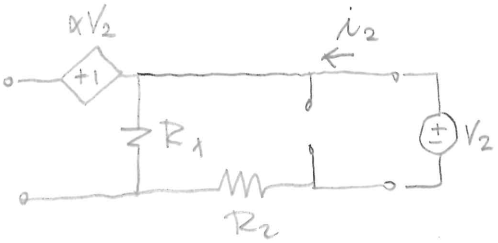
E4



- Ricavare la formulazione, in forma letterale
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$
- Indicare, giustificandolo in modo opportuno, se esiste la rappresentazione **R** se $k = -\frac{R_1}{R_1+R_2}$

Svolgimento:

$i_1 = 0,\ V_2 \neq 0$



$$i_2 = \frac{V_2}{R_1+R_2}$$

$$V_1 = \alpha V_2 + \frac{R_1 V_2}{R_1+R_2}$$

$i_1 \neq 0,\ V_2 = 0$

$$i_{R_1} = i_1 + k i_1 + i_2$$

$$i_{R_2} = k i_1 + i_2$$

$$R_1 \cdot i_{R_1} + R_2 i_{R_2} = 0 \qquad R_1(k+1) i_1 + R_1 i_2 + R_2 k i_1 + R_2 i_2 =$$

$$(R_1(k+1) + R_2 k)\, i_1 = -(R_2 + R_1)\, i_2 \qquad i_2 = \boxed{-\frac{R_1(k+1) + kR_2}{R_1+R_2}}\, i_1 \quad H_{21}$$

$$H_{21} = -\frac{R_1}{R_1+R_2} - k \qquad \text{se } k = -\frac{R_1}{R_1+R_2} \rightarrow H_{21} = \emptyset$$

con $H_{21} = 0$
$V_2 = H_{22}^{-1} i_2$
$V_1 = H_{11} i_1 + H_{21} \cdot H_{22}^{-1} i_2$
$H_{22}^{-1} \neq 0 \rightarrow$ [R] è definita

$$V_1 = -R_2 i_{R_2} = = -R_2(k i_1 + i_2) =$$

$$= -R_2\left(\cancel{k i_1} - \frac{R_1}{R_1+R_2} i_1 - \cancel{k i_1}\right) = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_1$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} & \alpha + \frac{R_1}{R_1+R_2} \\ -k - \frac{R_1}{R_1+R_2} & 1/R_1+R_2 \end{bmatrix}$$