

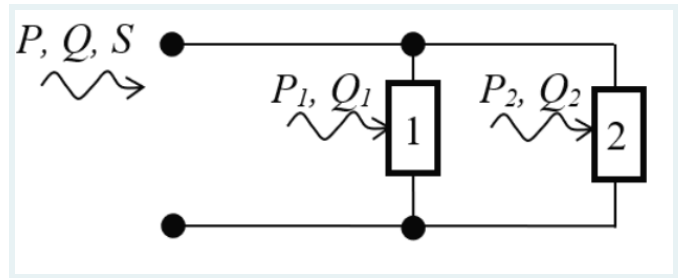
# Elettrotecnica (082742 – 082748 – 097245) - 11 gennaio 2022

Proff. Bizzarri – Gruosso – Linaro – Maffezzoni – Pignari

- 1) Un punteggio inferiore a 18/30 invalida la prova.
- 2) Un'eventuale prova orale è a esclusiva discrezione del docente e riservata ai casi in cui la valutazione sia incerta.
- 3) È possibile utilizzare un formulario sintetico, una pagina A4.
- 4) Occorre utilizzare carta, penna e calcolatrice per lo svolgimento dei conti.
- 5) Ciascuna domanda con risposta multipla ha una sola risposta esatta.
- 6) È **necessario** riportare nelle pagine finali del compito lo svolgimento dei quesiti dal **10** al **16**.

\* This form will record your name, please fill your name.

1



Un carico composto da due bipoli in parallelo ha potenza apparente entrante  $S=10$  VA con fattore di potenza 0.6 (rit.). Sapendo che  $P_2=0$  W e  $Q_2= 3$  VAR, **determinare la potenza reattiva  $Q$ , la potenza attiva  $P_1$  e la potenza reattiva  $Q_1$**  e non dimenticare le unità di misura.  
(3 Points)

$Q = \dots\dots\dots$ ;  $P_1 = \dots\dots\dots$ ;  $Q_1 = \dots\dots\dots$

Enter your maths answer

$$\cos \varphi = 0.6$$

$$P = S \cos(\varphi) = 6 \text{ W}$$

$$Q = S \sin(\varphi) = 8 \text{ VAR}$$

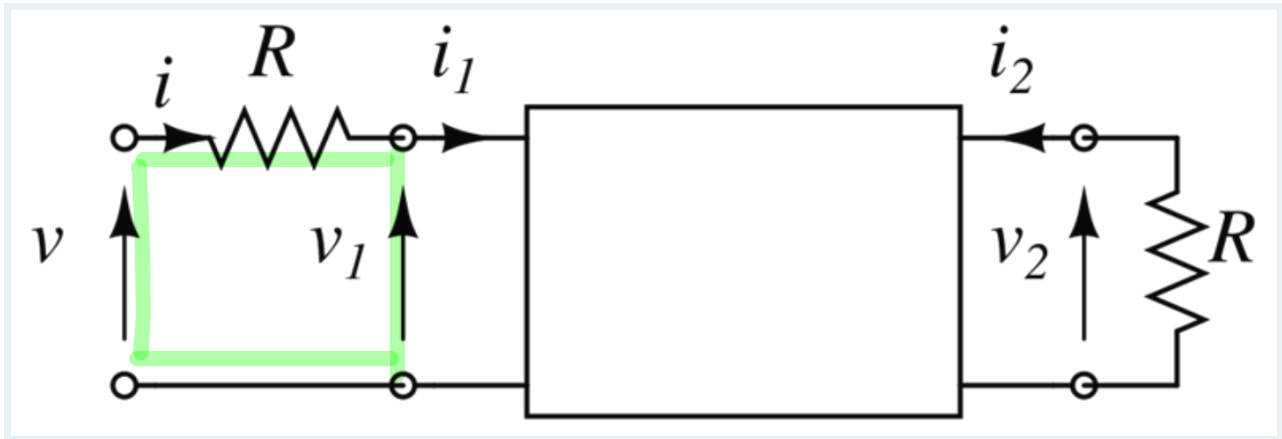
$$P_1 = P - P_2 = 6 \text{ W}$$

$$Q_1 = Q - Q_2 = 5 \text{ VAR}$$

2

Determinare la **resistenza equivalente del bipolo composito** in figura. Il doppio-bipolo è descritto dalla matrice  $[R]$  riportata nel seguito.

(2 Points)



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2R & R \\ R & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Enter your maths answer



$$V = Ri + v_1$$

$$i = i_1$$

$$v_2 = Ri_1 = -Ri_2 \Rightarrow i_1 = -i_2$$

$$v_1 = 2Ri_1 + Ri_2 = Ri$$


$$\frac{V}{i} = 2R$$

3

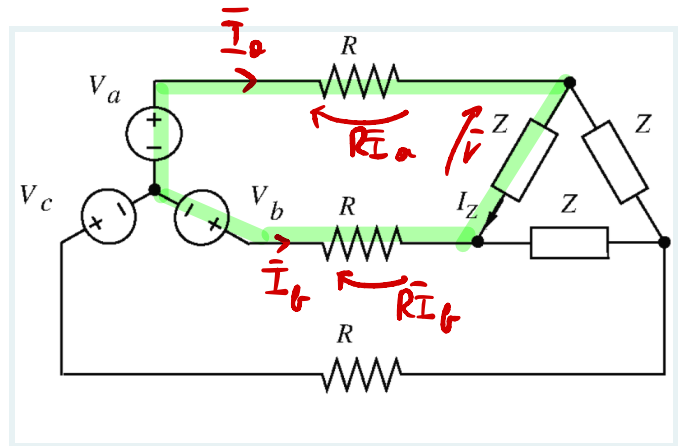
Un bipolo operante in continua (DC) è descritto **dall'equazione costitutiva in forma implicita** riportata sotto, dove  $V$  ed  $I$  sono misurate con la convenzione degli utilizzatori.

Quale delle seguenti affermazioni è vera:  
(1.5 Points)

$$V \cdot 0 + I \cdot 2 + 10 = 0$$

- ☐ Il bipolo è equivalente ad un resistore di resistenza  $R = -5 \text{ ohm}$
- ☐ Il bipolo è passivo
- ☐ Il bipolo è controllabile in corrente
- ☐ Il bipolo ammette l'equivalente Thévenin
- ☒ Il bipolo ammette l'equivalente Norton 

4



E' dato il circuito (AC) **trifase simmetrico equilibrato** in cui il generatore è descritto dalla sequenza diretta di fasori **Va, Vb, Vc**.

Qual è l'espressione del fasore della corrente nel carico

**Iz** mostrata in figura?

(2.5 Points)

CIRCUITO MONOFASE EQUIVALENTE :

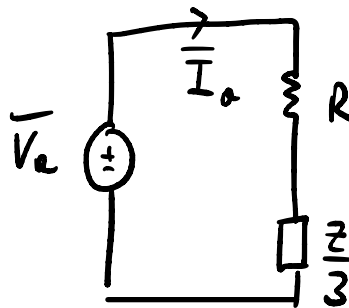
☐  $I_z = (V_a + V_b) \frac{1}{R + \frac{Z}{3}}$

☐  $I_z = V_a \frac{\sqrt{3}}{R + \frac{Z}{3}}$

☐  $I_z = (V_a + V_b) \frac{1}{3R + Z}$

☐  $I_z = (V_a - V_b) \frac{1}{3R + Z}$

☐  $I_z = (V_a - V_b) \frac{\frac{Z}{3}}{R + \frac{Z}{3}}$



$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_a}{R + \frac{Z}{3}}$$

analogamente, per la fase b:

$$\bar{I}_b = \frac{\bar{V}_b}{R + \frac{Z}{3}}$$

☒  $\bar{V}_a - R\bar{I}_a - \bar{V} + R\bar{I}_b - \bar{V}_b = 0$

$$\bar{V} = \bar{V}_a - \bar{V}_b - R(\bar{I}_a - \bar{I}_b)$$


$$\bar{V} = (\bar{V}_a - \bar{V}_b) \left( 1 - \frac{R}{R + \frac{Z}{3}} \right) = (\bar{V}_a - \bar{V}_b) \frac{\frac{Z}{3}}{3R + Z}$$

$$\bar{I}_z = \frac{\bar{V}}{\frac{Z}{3}} = \frac{\bar{V}_a - \bar{V}_b}{3R + Z}$$

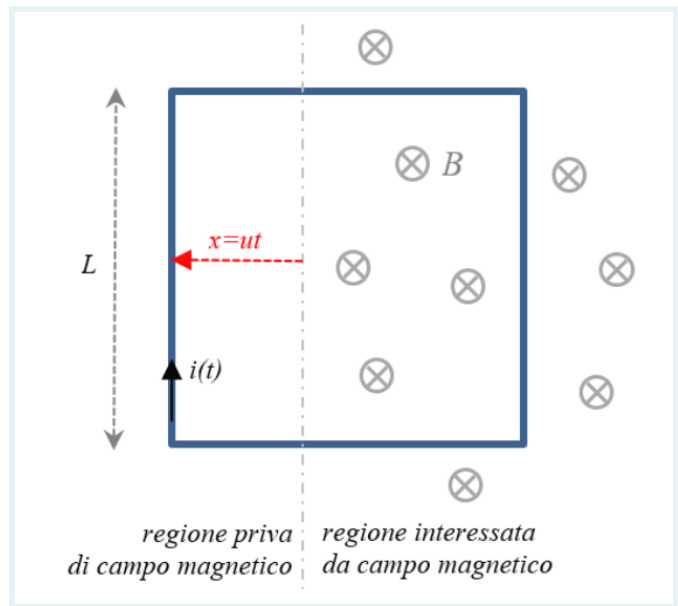
5

Quale delle seguenti condizioni è sufficiente affinché un bipolo composito ammetta il circuito equivalente di **Norton**?

(1 Point)

- ☒ Il bipolo è dinamico, lineare e comandabile in tensione ma non in corrente 
- ☐ Il bipolo è dinamico, lineare e comandabile in corrente ma non in tensione
- ☐ Il bipolo è dinamico, non lineare e comandabile in corrente
- ☐ Il bipolo è dinamico, non lineare e comandabile in tensione
- ☐ Il bipolo è dinamico, lineare e non ammette il circuito equivalente di Thevenin

6



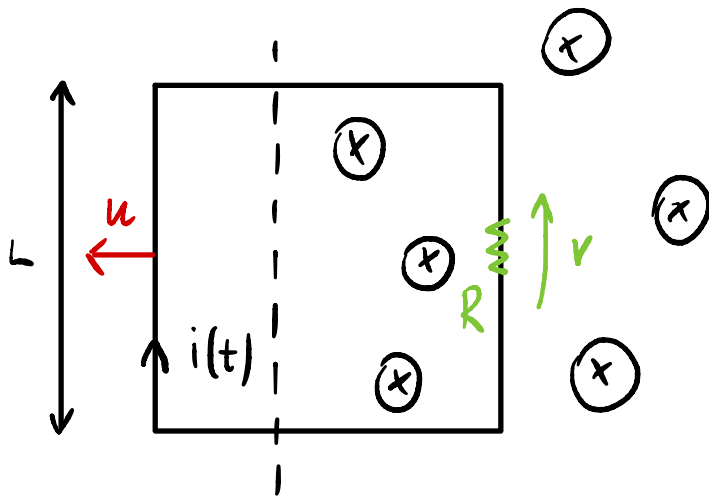
Una spira metallica quadrata di lato  $L$  trasla rigidamente con moto uniforme di velocità  $u$  uscendo da una regione di spazio in cui è presente un campo induzione magnetica  $B$  uniforme, costante e ortogonale alla spira stessa (con il verso in figura), ed entrando in una regione priva di campo magnetico. La sezione del filo è pari a  $S$ , la conduttività del metallo è pari a  $\sigma$  (lettera greca).

**Quanto vale la resistenza  $R$  della spira?**

(1.5 Points)

- ☐  $R = \frac{4}{\sigma SL}$
- ☐  $R = \frac{\sigma S}{4L}$
- ☐ La spira non può avere resistenza in questo problema
- ☐  $R = \frac{4\sigma S}{L}$
- ☐  $R = \frac{4\sigma L}{S}$
- ☒  $R = \frac{4L}{\sigma S}$  ✓

7)



$$-\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{u}_n ds$$

$$-v = -Ri = \frac{d}{dt} [BL(L - ut)] = -BLu$$

$$i(t) = \begin{cases} \frac{BLu}{R} & 0 < t < \frac{L}{u} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



7

Con riferimento al problema e alla figura al numero precedente, qual è **l'espressione della corrente  $i(t)$** ?

(1.5 Points)

- ☐  $i(t) = -4\frac{BLu}{R}$  per  $0 < t < \frac{L}{u}$ ;  $i(t) = 0$  altrimenti
- ☐  $i(t) = -\frac{BLu}{R}$  per  $t > 0$
- ☒  $i(t) = \frac{BLu}{R}$  per  $0 < t < \frac{L}{u}$ ;  $i(t) = 0$  altrimenti ✓
- ☐  $i(t) = -\frac{BLu}{R}$  per  $0 < t < \frac{L}{u}$ ;  $i(t) = 0$  altrimenti
- ☐  $i(t) = 0$
- ☐  $i(t) = -\frac{BL^2u}{R}$  per  $t < \frac{L}{u}$ ;  $i(t) = \frac{BL^2u}{R}$  per  $t > \frac{L}{u}$

8

Una sola di queste affermazioni è corretta:  
La potenza istantanea trifase  
(1 Point)

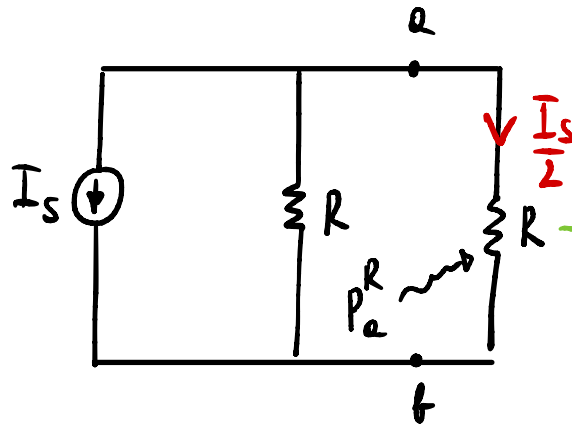
- ☐ è una sinusoide con ampiezza pari alla potenza apparente trifase.
- ☐ oscilla con frequenza doppia rispetto alla frequenza di tensione e corrente.
- ☐ coincide con la radice quadrata della somma dei quadrati di P e Q.
- ☐ non può essere definita, al contrario della potenza istantanea monofase.
- ☒ è costante nel tempo. ✓

9

La massima potenza che un bipolo, composto da un generatore ideale di corrente  $I_s$  in parallelo ad una resistenza  $R$ , può erogare all'esterno è

(1 Point)

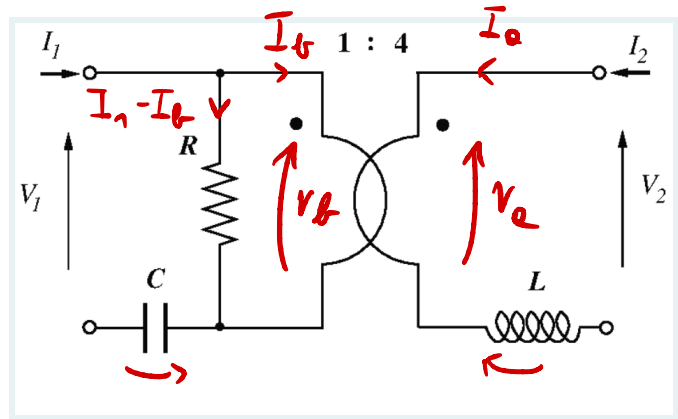
- ☐  $P_{\max} = RI_s^2$
- ☐ *Non esiste un Limite massimo alla potenza erogata*
- ☐  $P_{\max} = \frac{RI_s^2}{4}$
- ☐  $P_{\max} = \frac{RI_s^2}{2}$
- ☐  $P_{\max} = 0$
- ☐  $P_{\max} = 2RI_s^2$



valore di resistenza necessario affinché si abbia il max trasferimento di potenza

$$P_{\max} = P_R = R \left( \frac{I_s}{2} \right)^2 = R \frac{I_s^2}{4}$$

10



Il doppio-bipolo in figura, che contiene **un trasformatore ideale**, opera in regime sinusoidale (AC) alla pulsazione  $\omega$  (omega).

Determinare i quattro parametri della rappresentazione Z (controllata in corrente), nell'ordine:

**$z_{11}$**  = ...;  **$z_{21}$**  = ...;  **$z_{12}$**  = ...;  **$z_{22}$**  = ...

(4 Points)

Enter your maths answer

$$\bar{V}_1 = R \bar{I}_1 - R \bar{I}_2 - j \frac{\bar{I}_1}{\omega C}$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_2 + j \omega L \bar{I}_2$$

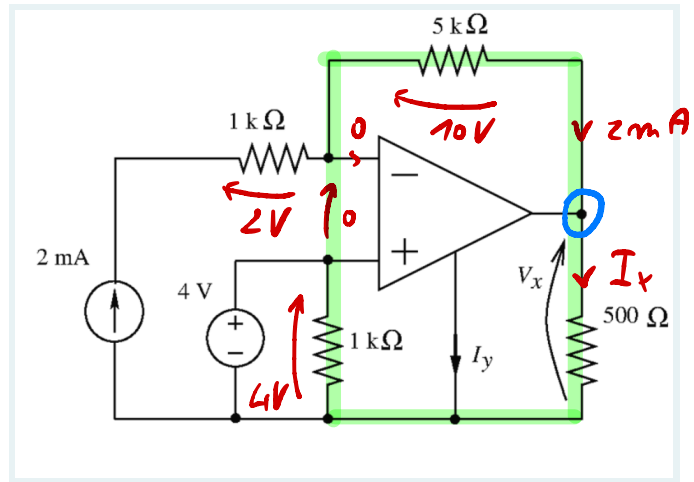
$$\bar{I}_2 = -\frac{1}{4} \bar{I}_1 \Rightarrow \bar{I}_1 = -4 \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \underbrace{\left( R - \frac{j}{\omega C} \right)}_{z_{11}} \bar{I}_1 + \underbrace{4R}_{z_{12}} \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_2 = 4 \bar{V}_1 = 4R \bar{I}_1 + 16R \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_2 = \underbrace{4R}_{z_{21}} \bar{I}_1 + \underbrace{(16R + j \omega L)}_{z_{22}} \bar{I}_2$$

11



Il circuito in figura contiene un **amplificatore operazionale ideale**.  
Si determinino:

- il valore della tensione  $V_x$
- della corrente  $I_y$
- e la *potenza erogata* dall'amplificatore operazionale.

(5 Points)

$V_x = \dots\dots\dots$ ;  $I_y = \dots\dots\dots$ ;  $P_{AO} = \dots\dots\dots$

Enter your maths answer



$$V_x + 10 - 4 = 0 \quad V_x = -6V$$

0

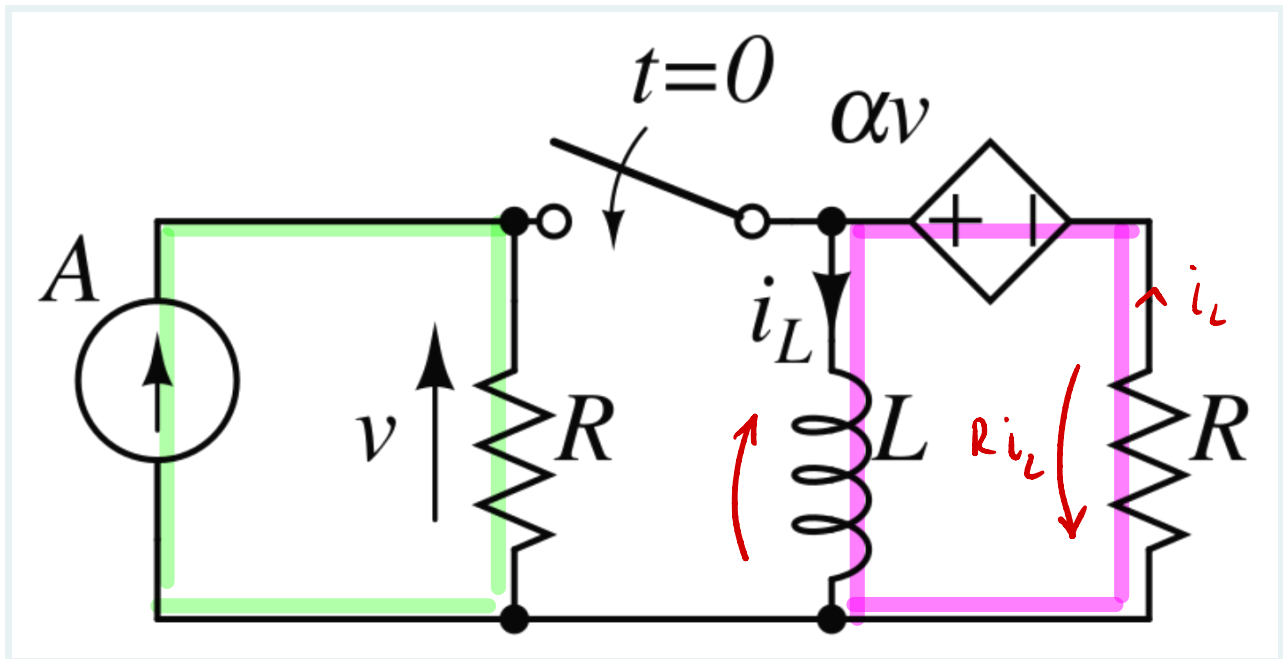
$$I_y = 2mA - I_x = 2mA + \frac{6V}{500\Omega} = 14mA$$

$$P_{AO} = -V_x I_y = 84mW$$

12

Il circuito in figura è a regime per  $t < 0$  quando nell'istante di tempo  $t = 0$  l'interruttore ideale viene chiuso. Determinare la costante di tempo del circuito per  $t > 0$ .

(1 Point)



$$t < 0 : v = RA$$

Enter your maths answer

$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L = \alpha RA$$

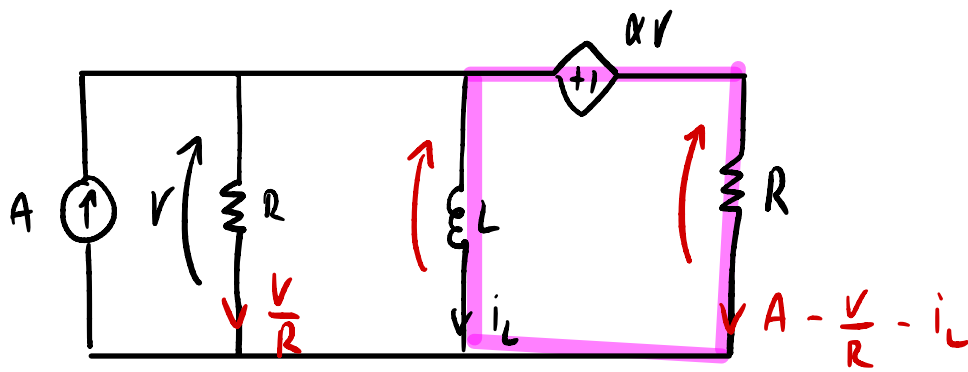
$$13 \quad \frac{di_L}{dt} = -\frac{R}{L} i_L + \frac{\alpha RA}{L} \Rightarrow \tau = \frac{L}{R} \quad i_L(0^-) = \alpha A$$

Per il circuito al quesito 12, determinare l'equazione di stato del circuito per  $t > 0$

(2 Points)

Enter your maths answer

13)



$$V = L \frac{di_L}{dt}$$

$$L \frac{di_L}{dt} = \alpha V + RA - V - Ri_L$$

$$L [1 + 1 - \alpha] \frac{di_L}{dt} = -Ri_L + RA$$

$$(2 - \alpha)L \frac{di_L}{dt} = -Ri_L + RA$$

$$\frac{di_L}{dt} = - \underbrace{\frac{R}{(2 - \alpha)L}}_{\lambda} i_L + \frac{RA}{(2 - \alpha)L}$$

eq. mc di  
stato mc  
t > 0

15)  $i_L(t) = k e^{\lambda t} + A$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \alpha A = k + A$$

$$k = (\alpha - 1) A$$

$$i_L(t) = A \left[ 1 + (\alpha - 1) e^{-\frac{Rt}{(2 - \alpha)L}} \right]$$

14

Per quali valori del parametro alpha il circuito al quesito 12 ammette il regime stazionario per  $t > 0$ ?

(1 Point)

$$2 - \alpha > 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha < 2$$

Enter your maths answer

15

Per il circuito al quesito 12, determinare la corrente  $i_L(t)$  per  $t > 0$

(2 Points)

vd. pagine precedenti

Enter your maths answer

16

Per il circuito al quesito 12, determinare le seguenti grandezze:

(2 Points)

$$v(0^-) \text{ e } v(0^+) \quad v(0^-) = RA$$

Enter your maths answer

$$v(0^+) = v_L(0^+)$$

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = \frac{RA(1-\alpha)}{2-\alpha} e^{-\frac{Rt}{(2-\alpha)L}}$$

$$v_L(0^+) = \frac{RA(1-\alpha)}{2-\alpha}$$