

# Fondamenti di Automatica (Ing. Gestionale)

Prof. Fredy Ruiz

Appello del 11 febbraio 2021

## ESERCIZIO 1

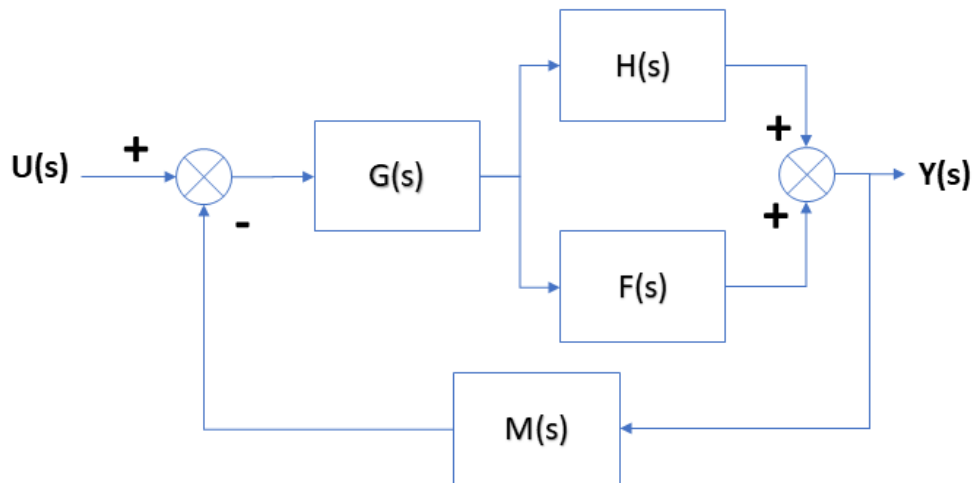
Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2px_1(t) + x_2(t) - u(t) \\ \dot{x}_2(t) = p(x_1(t) + u(t)) - 2x_2(t) \\ y(t) = x_2(t) \end{cases}$$

- 1.1 **(1 punti)** Classificare il sistema.
- 1.2 **(2 punti)** Studiare la stabilità interna del sistema al variare del parametro  $p$
- 1.3 **(2 punti)** Stabilire per quali valori del parametro  $p$  è possibile progettare un segnale di ingresso  $u(t)$  che porti gli stati  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  dal origine a una qualsiasi configurazione  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$  in tempo finito.
- 1.4 **(2 punti)** Determinare per quali valori del parametro  $p$  ci sono delle condizioni iniziali  $\tilde{x}_1(0)$  e  $\tilde{x}_2(0)$  tali che il movimento libero dello stato genera un'uscita  $y(t) = 0$  per tutto  $t \geq 0$
- 1.5 **(2 punti)** Calcolare gli equilibri dello stato e dell'uscita per un ingresso costante  $\bar{u}$ , fissato  $p = -3$ .

## ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente schema



- 2.1 **(2 punti)** Determinare la funzione di trasferimento da  $U(s)$  a  $Y(s)$
- 2.2 **(3 punti)** Posto  $G(s) = 1/(1 + s)$ ,  $F(s) = 4/(s + 2)$ ,  $H(s) = 3/(s + 2)$ ,  $M(s) = 1$ , valutare la funzione di trasferimento  $Y(s)/U(s)$  e studiare la stabilità del sistema
- 2.3 **(2 punti)** Per la funzione di trasferimento trovata al punto precedente tracciare *qualitativamente* la risposta scalino, specificando i valori di  $y(0)$ ,  $y'(0)$  e  $y(\infty)$ .

## ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema a tempo discreto:

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= -2x_2(k) + u(k) \\x_2(k+1) &= 2x_1(k) \\y(k) &= 2x_1(k) - u(k)\end{aligned}$$

- 3.1 **(2 punti)** Calcolare gli stati e l'uscita di equilibrio associati a  $u(k) = \bar{u} = 1$ .
- 3.2 **(2 punti)** Studiare la stabilità del sistema
- 3.3 **(2 punti)** Si calcolino i primi 4 campioni del movimento dello stato e dell'uscita del sistema associati a condizioni iniziali  $x(0) = [0, \quad 0]^T$  e all'ingresso  $u(k) = \text{imp}^*(k)$ ,  $k \geq 0$ .

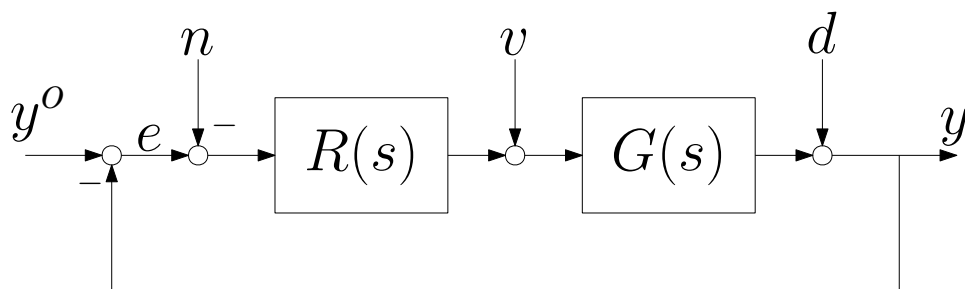
## ESERCIZIO 4

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = 10 \frac{s+1}{(100s+1)(0.1s+1)}$$

di un sistema lineare tempo invariante senza autovalori nascosti.

- 4.1 **(1 punti)** Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di  $G(s)$  e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento  $G(s)$ .
- 4.2 **(2 punti)** Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento  $G(s)$ .
- 4.3 **(2 punti)** Tracciare qualitativamente il diagramma polare della risposta in frequenza associata a  $G(s)$ .
- 4.4 **(3 punti)** Si supponga ora che il sistema con funzione di trasferimento  $G(s)$  venga retroazionato come in figura.



Si studi la stabilità del sistema in anello chiuso quando:

a)  $R(s) = 1$ ; b)  $R(s) = 1000$ ; c)  $R(s) = -1$ .

- 4.5 **(2 punti)** Considerando il sistema di cui al punto precedente con il regolatore a), si dica, motivando la risposta, quanto vale l'ampiezza di regime dell'uscita  $y(t)$  quando  $y^o(t) = 2 - \sin(0.01t) + 5 \sin(t)$ .