Analisi Matematica 2 - prof. E.Maluta - 17 luglio 2020

Ogni risposta va scritta nello spazio individuato dal numero del corrispondente quesito sul foglio delle risposte e va motivata con calcoli o/e spiegazioni sintetiche.

1. Data la funzione f definita da $f(x,y) = \sin|x^3y^5|$ calcolarne il gradiente in $(0,0)$ e stabilire se f è differenziabile in $(0,0)$.

2. Per la funzione f del punto precedente, calcolare, dopo averne giustificata l'esistenza, la derivata nella direzione del generico versore $\mathbf{v}$ nel punto $(1,-1)$.

3. Scrivere il polinomio di MacLaurin di grado 2 della funzione f definita da $f(x) = \log(1+x^2+3xy)+x^{10}y^8$;

4. Data la curva di equazione parametrica $r(t) = (t^3, t^2)$ $0 \le t \le 2$, dire se è chiusa, se è semplice e calcolarne la lunghezza.

5. Calcolare il rotore e la divergenza del campo $\mathbf{F}$ definito da $\mathbf{F}(x,y,z) = (x, xy, xyz)$.

6. Calcolare il volume del solido compreso tra il piano xy e la superficie d'equazione $z = x^2y$ che si proietta ortogonalmente nella regione piana
$$\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x \le 2 \wedge 0 \le y \le \frac{1}{x}\}$$

7. Trovare i punti di massimo e minimo assoluto della funzione $f(x,y) = \frac{3}{\sqrt{x^2+y^2}}$ sul vincolo $x^2+y^2-4(x+y) = 10$;

8. Sviluppare in serie di Mc Laurin la funzione $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{1}{1-t^4}\,dt$ precisando il raggio di convergenza;

9. Sia f la funzione 2π periodica che coincide con $f(x) = x\sin x$ in $(-\pi,\pi]$. Disegnarne un grafico qualitativo e calcolare i suoi coefficienti di Fourier a_1 e b_2.

10. Considerata la serie di Fourier della funzione f dell'esercizio precedente, dire se essa converge in media quadratica e/o puntualmente ad f, giustificando la risposta.

11. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, tutte le soluzioni dell'equazione differenziale
$$y'' - 10\alpha\, y' + 16\alpha^2\, y = 0 \tag{1}$$

12. Risolvere, per $\alpha = 3$ l'equazione
$$y'' - 10\alpha\, y' + 16\alpha^2\, y = e^{6t} + 5 \tag{2}$$

13. Scrivere un esempio di problema di Cauchy per un'equazione a variabili separabili che soddisfi le ipotesi del teorema di esistenza ed unicità delle soluzioni, precisando l'enunciato di tale teorema.