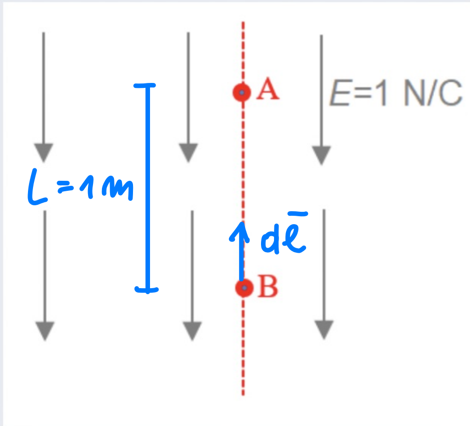
14 LUGLIO 2021

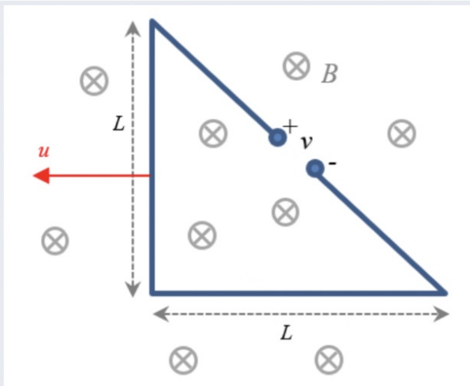
1




In una regione interessata da un campo elettrico E uniforme di modulo pari a 1 [N/C], diretto come in figura. I due punti A e B sono distanti fra loro 1 [m].
Determinare la tensione V_AB intesa come differenza di potenziale di A (+) rispetto a B (-)
(1.5 Points)

$$V_{AB} = -\int_B^A \bar{E}\cdot d\bar{l} = -(-EL) = 1\ V$$

2




Una spira di forma triangolare (triangolo rettangolo con cateti di uguale lunghezza L) presenta una piccola interruzione ai capi della quale si può misurare una tensione a vuoto v. La spira trasla rigidamente con moto uniforme di velocità u in una regione di spazio in cui è presente ovunque un campo induzione magnetica B uniforme e costante, ortogonale alla spira stessa. Quanto vale la tensione v?
(1.5 Points)

Il campo $\bar{B}$ è costante e la spira trasla senza ruotare: dalla legge di Faraday-Henry si ha che $v = 0\ V$.

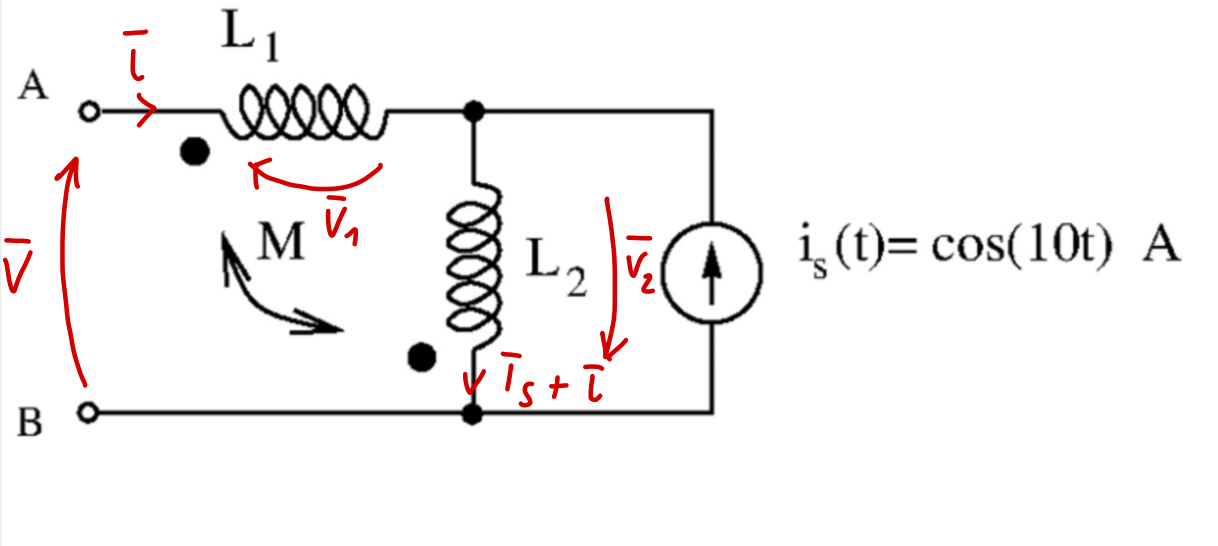
3

Un bipolo che opera in regime AC alla pulsazione omega è formato dal collegamento in parallelo di un resistore di resistenza R, un condensatore di capacità C ed un induttore di induttanza L. La suscettanza B del bipolo vale:
(1 Point)

$$B = B_{cond} + B_{ind} = \omega C - \frac{1}{\omega L}$$

4

Il bipolo in figura opera in regime sinusoidale e contiene una coppia di induttori mutuamente accoppiati.
I parametri del modello equivalente di Thévenin (per la tensione equivalente si assuma quella di A rispetto a B) valgono:
(2 Points)




$L_1 = L_2 = 4H \qquad M = 1H$

$$\bar{V} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_1 = j\omega(L_1\bar{I}_1 + M\bar{I}_2) = j\omega(L_1\bar{I} - M\bar{I}_s - M\bar{I})$$

$$= j\omega[(L_1 - M)\bar{I} - M\bar{I}_s] = j10(3\bar{I} - 1)$$

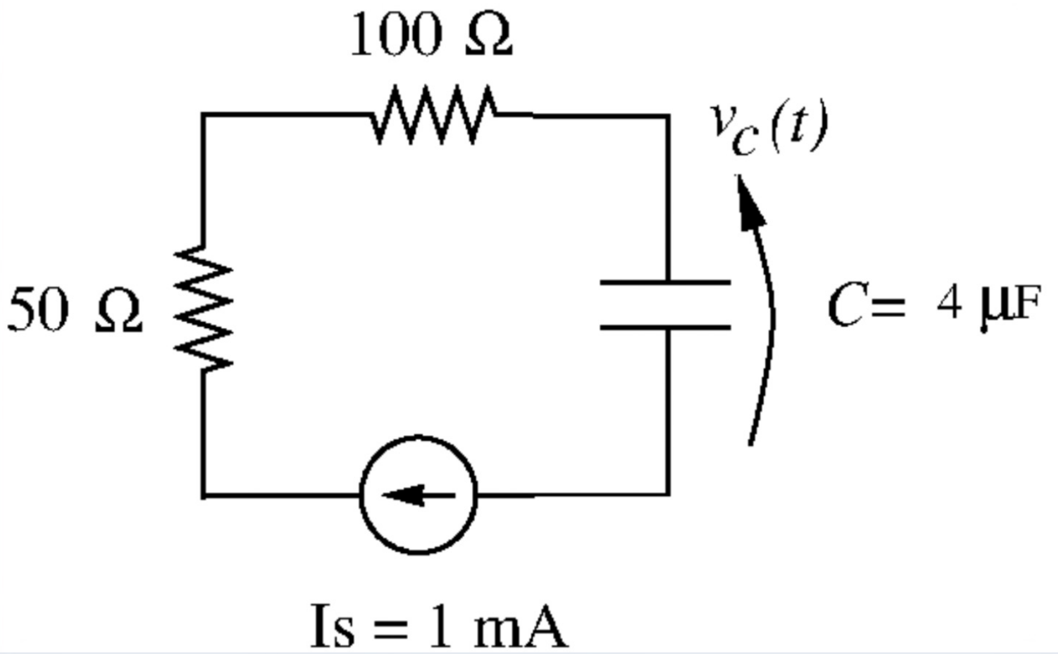
$$\bar{V}_2 = j\omega(M\bar{I}_1 + L_2\bar{I}_2) = j\omega(M\bar{I} - L_2\bar{I}_s - L_2\bar{I}) =$$

$$= j\omega[(M - L_2)\bar{I} - L_2\bar{I}_s] = -j10(3\bar{I} + 4)$$

$$\bar{V} = j10[3\bar{I} - 1 + 3\bar{I} + 4] = \underbrace{60j}_{Z_{TH}}\bar{I} + \underbrace{30j}_{\bar{E}_{TH}}$$

5

Sapendo che nell'istante iniziale t=0 [s] l'energia immagazzinata nel condensatore vale 0 [J], determinare l'istante di tempo tx in cui la tensione sul condensatore assume il valore di 2 [V].
(1 Point)




$$W_c(0) = \frac{1}{2} C V_c^2(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad V_c(0) = 0 \text{ V}$$

$$C \frac{dV_c}{dt} = i_s(t) \quad \Rightarrow \quad V_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_s(\tau)\, d\tau$$

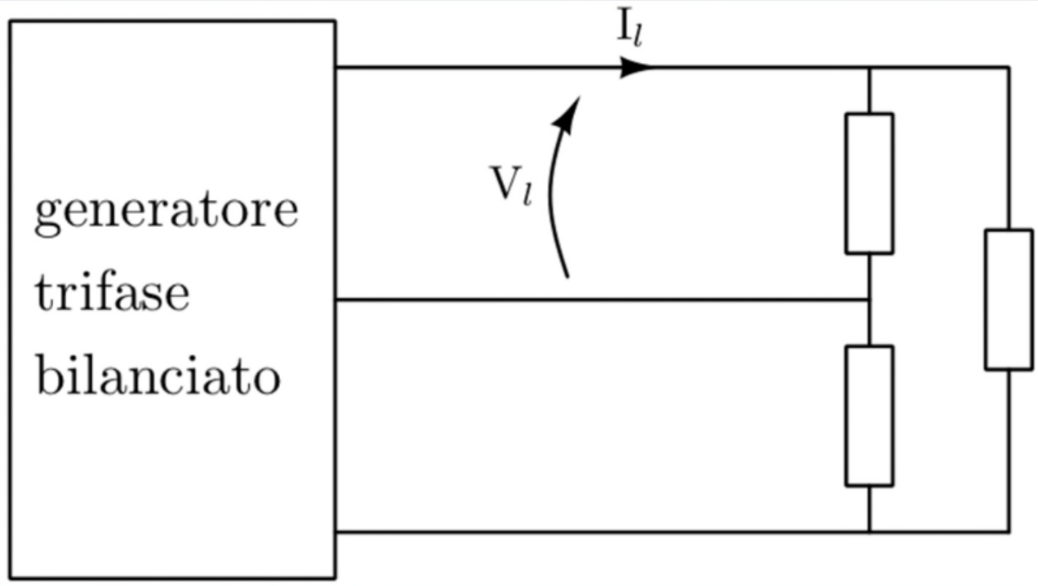
$$V_c(t) = \frac{10^6}{4} \cdot 10^{-3}\, t = 250\, t$$

$$V_c(t_x) - V_c(0) = 2 V = 250\, t_x$$

$$t_x = \frac{2}{250} = 8 \text{ ms}$$

6

Un carico trifase bilanciato connesso a triangolo assorbe una potenza attiva di 15kW a cos(phi) = 0.7 (induttivo). Se il modulo della tensione di linea Vl indicata in figura è pari a 400 [V] (in valore efficace), determinare il modulo della corrente di linea Il (anch'essa in valore efficace) e la potenza complessa trifase assorbita dal carico a triangolo.
(2 Points)

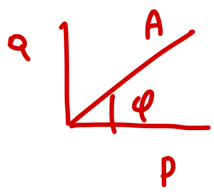



$I_l$ =......; $\hat{A}$ =.......

1) $V_\ell = 400\ V_{eff}$

$P = 15\ kW$

$\cos\varphi = 0.7$ (rit.)




$A\cos\varphi = P$

$A = \frac{P}{\cos\varphi}$

$A\sin\varphi = Q$

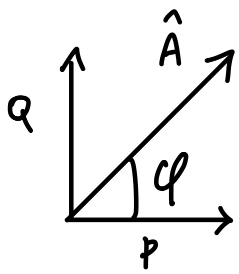
$Q = P\tan\varphi$

$$A_\ell = 3 V_p I_p = 3\frac{V_\ell I_\ell}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\, V_\ell I_\ell$$

$$P = A_\ell \cos\varphi \qquad A_\ell = \frac{P}{\cos\varphi} = \sqrt{3}\, V_\ell I_\ell$$

$$I_\ell = \frac{P}{\sqrt{3}\cos\varphi\, V_\ell} = \frac{15000}{\sqrt{3}\ 0.7\ 400} \simeq 30.93\ A$$

2)



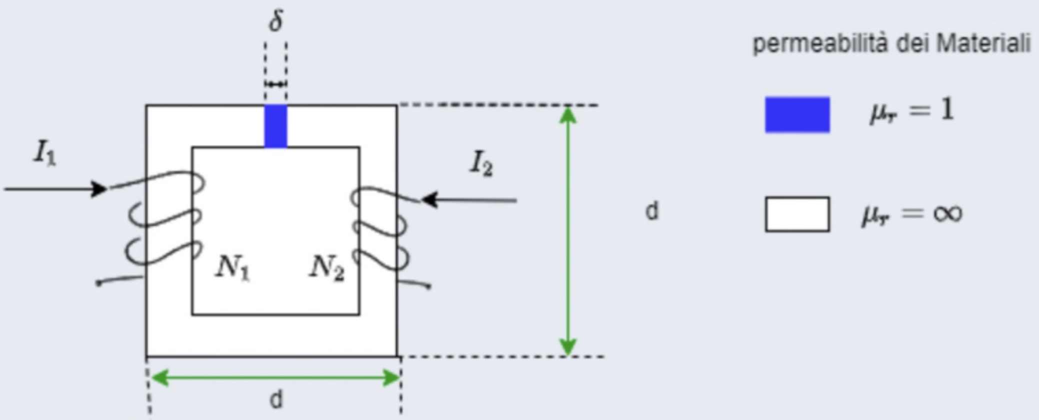

$$P = |\hat{A}| \cos\varphi$$

$$Q = |\hat{A}| \sin\varphi = P\tan\varphi$$

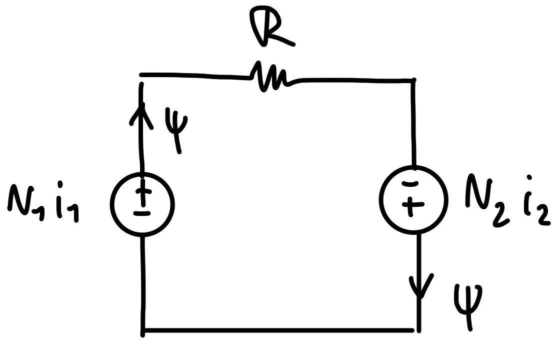
$$Q \simeq 15.3\ kVAR$$

7

Dato il circuito magnetico in figura, caratterizzato dalla matrice delle induttanze [L], determinare il valore del coefficiente di accoppiamento k?
(1 Point)




Riluttanze del traferro: $\mathcal{R} = \dfrac{\delta}{\mu S}$




$$\psi = \frac{N_1 I_1}{\mathcal{R}} + \frac{N_2 i_2}{\mathcal{R}}$$

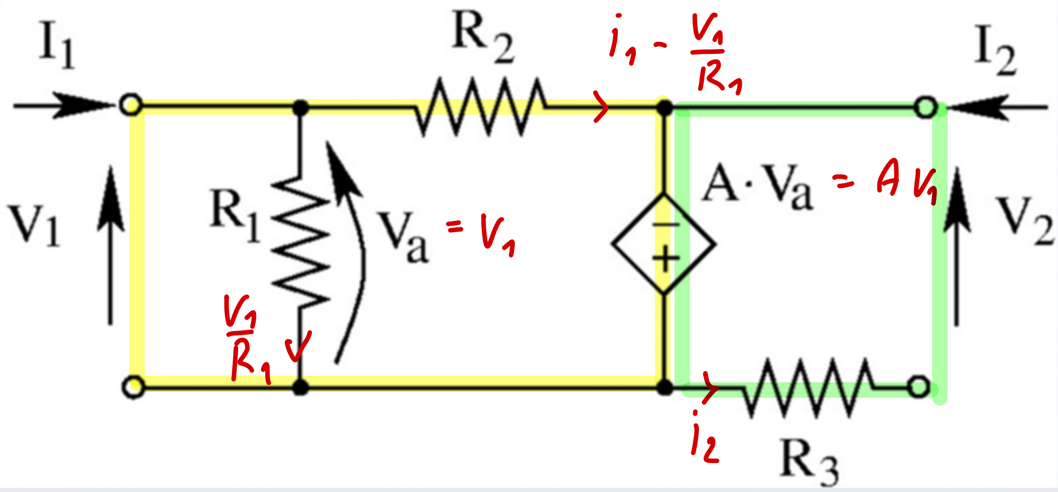
$$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{N_1^2}{\mathcal{R}} i_1 + \dfrac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} i_2 \\[2ex] \Phi_2 = \dfrac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} i_1 + \dfrac{N_2^2}{\mathcal{R}} i_2 \end{cases}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\dfrac{N_1 N_2}{\mathcal{R}}}{\sqrt{\dfrac{N_1^2 N_2^2}{\mathcal{R}^2}}} = 1$$

8

Dato il doppio bipolo in figura calcolare la matrice di conduttanza [G].
(4 Points)

*Indicare la soluzione come g11 = ... ; g12 = ... ; g21 = ... ; g22 = ...*




$$V_1 = R_2 i_1 - \frac{R_2}{R_1} V_1 - A V_1$$

$$i_1 = \frac{1}{R_2}\left(1 + A + \frac{R_2}{R_1}\right) V_1$$

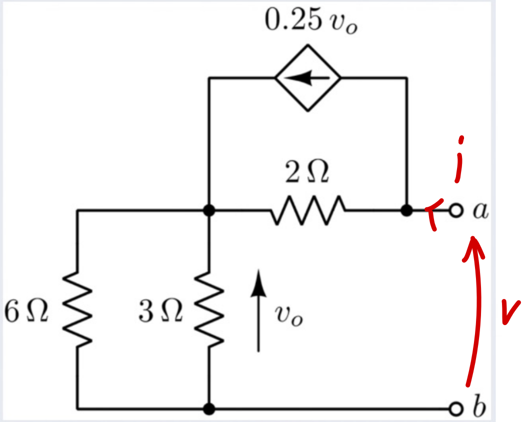
$$g_{11} = \frac{R_1 + R_2 + A R_1}{R_1 R_2} \qquad g_{12} = 0$$

$$R_3 i_2 = V_2 + A V_1$$

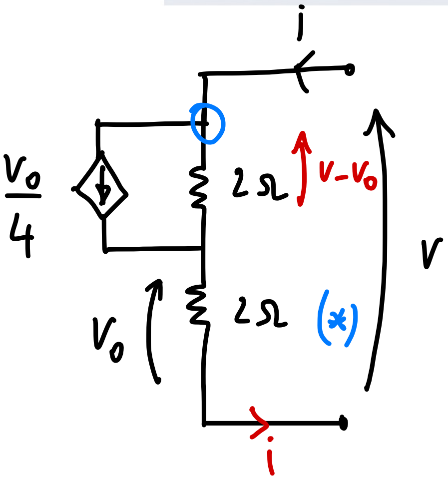
$$i_2 = \frac{A}{R_3} V_1 + \frac{1}{R_3} V_2$$

$$g_{21} = \frac{A}{R_3} \qquad g_{22} = \frac{1}{R_3}$$

9




Quanto vale la resistenza equivalente del bipolo di morsetti a-b?
(2 Points)




$$i = \frac{V_o}{4} + \frac{V}{2} - \frac{V_o}{2}$$

$$4i = 2V - V_o$$

$$V_o = 2V - 4i$$

$$V_o = 2i$$ eq. costitutiva del resistore (*)

$$2V - 4i = 2i$$

$$V = 3i \qquad R_{eq} = 3\ \Omega$$

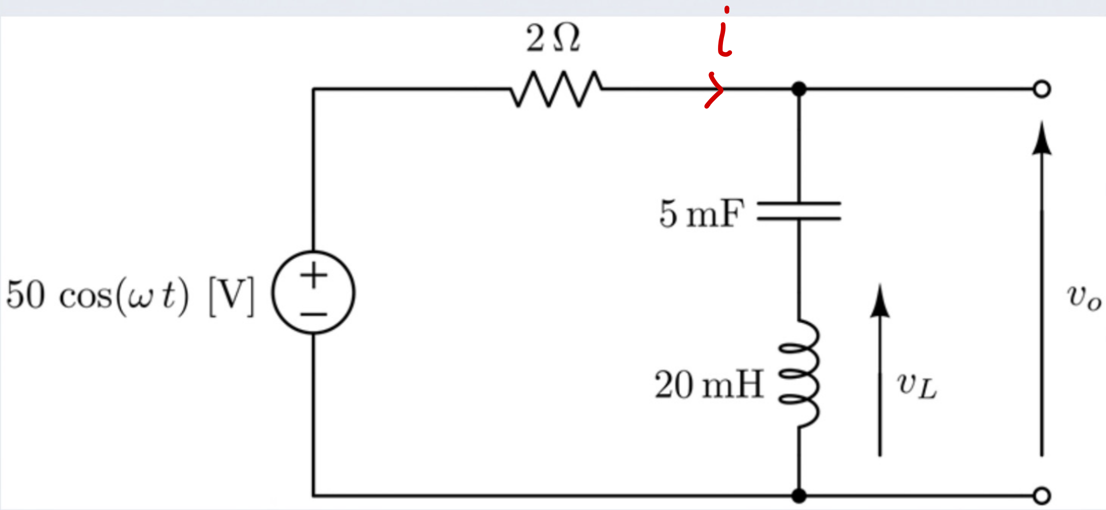
10

Sia dato un circuito che evolve in regime sinusoidale permanente (AC) e sia H(jw) una sua generica funzione di rete. È possibile affermare che (w = omega)
(1 Point)

- H(jw) può essere adimensionale. ✔
- H(jw) è sempre espressa in [Ω].
- H(jw) è sempre il rapporto tra due tensioni.
- H(jw) non è mai reale.
- H(jw) è un fasore.

11

Dato il circuito in figura operante in regime sinusoidale, determinare il valore di omega tale per cui la tensione vo(t) sia nulla. In tale condizione determinare poi vL(t).
(2 Points)




$v_o(t) = 0$ se $\bar{V}_o = 0$

$\bar{V}_o = 0$ se l'impedenza $\frac{1}{j\omega C} + j\omega L = 0$

$j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$ $\qquad \omega^2 LC - 1 = 0$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{10^6}{10^2}} = 100$ rad/s

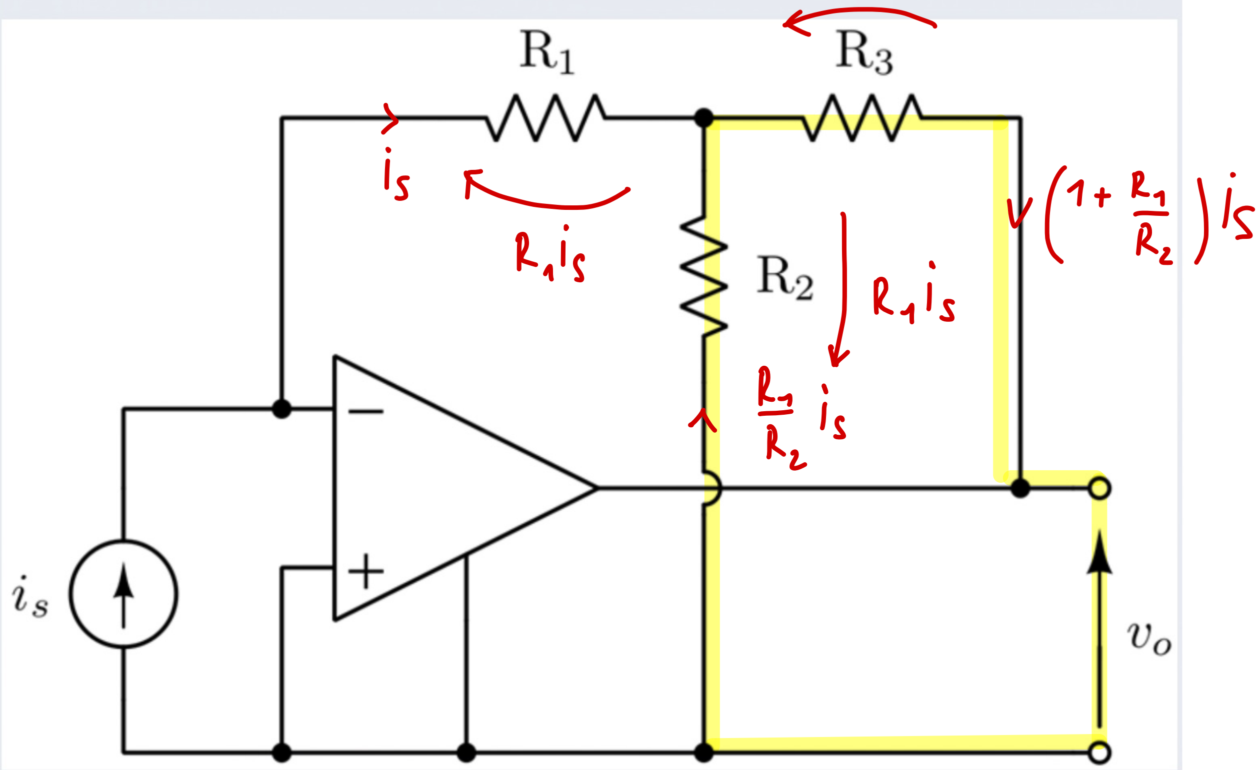
a questo valore di $\omega$, $\bar{I} = \frac{50}{2} = 25$ A

$\bar{V}_L = j\omega L \bar{I} = j\,100 \cdot 20 \cdot 10^{-3}\; 25 = j\,50$ V

$v_L(t) = -50 \sin(100t) = 50 \cos\left(100t + \frac{\pi}{2}\right)$

12

Dato il circuito in figura, determinare il rapporto vo / is.
(2 Points)



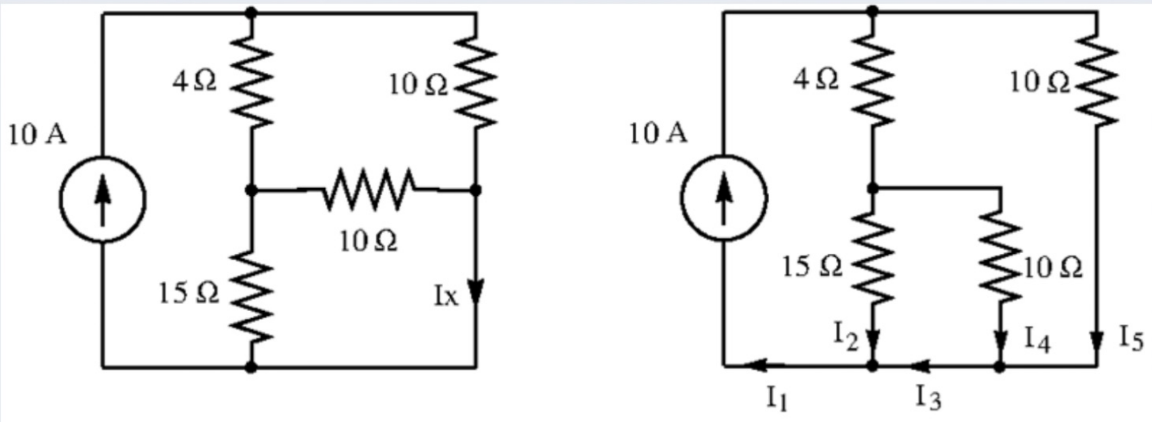

$$v_o = -\left[R_1 + R_3\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)\right] i_s$$

$$\frac{v_o}{i_s} = -\frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$$

13

Il circuito (A) viene ridisegnato nello schema circuitale (B). A quale corrente di (B) corrisponde la corrente Ix mostrata in (A) ?
(0.5 Points)

$I_x = I_3$

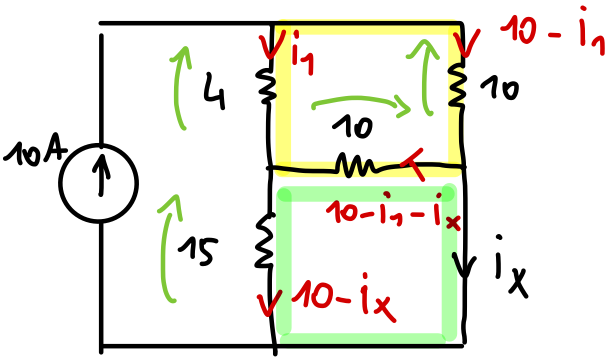



(A) (B)

14

Con riferimento al circuito del precedente quesito 13, determinare il valore della corrente Ix indicata in figura.
(1.5 Points)

$Ix = \ldots \quad [A]$




$$4 i_1 = 10(10 - i_1) + 10(10 - i_1 - i_x)$$

$$4 i_1 = 100 - 10 i_1 + 100 - 10 i_1 - 10 i_x$$

$$24 i_1 = 200 - 10 i_x$$

$$i_1 = \frac{50}{6} - \frac{5}{12} i_x$$

$$15(10 - i_x) + 10(10 - i_1 - i_x) = 0$$

$$150 - 15 i_x + 100 - 10 i_1 - 10 i_x = 0$$

$$250 - 25 i_x - 10\left(\frac{50}{6} - \frac{5}{12} i_x\right) = 0$$

$$250 - 25 i_x - \frac{250}{3} + \frac{25}{6} i_x = 0$$

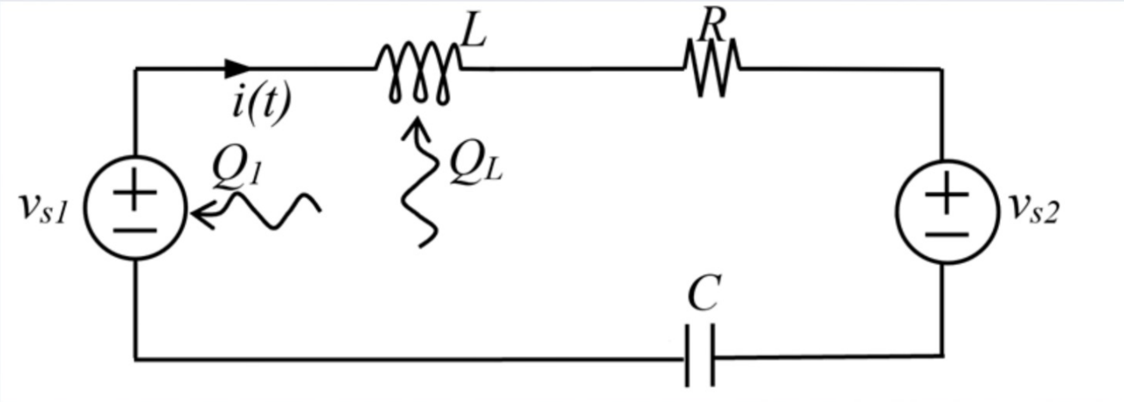
$$1500 - 150 i_x - 500 + 25 i_x = 0$$

$$125 i_x = 1000$$

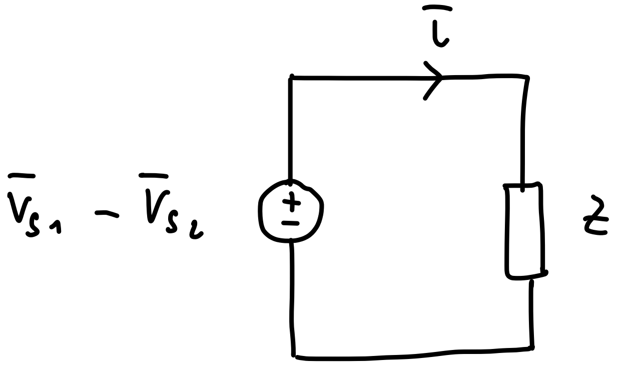
$$i_x = 8A$$

15

Il circuito in figura opera in regime sinusoidale: determinare l'espressione della corrente i(t).
(1 Point)




$v_{S1}(t) = 5\cos\left(200t + \frac{\pi}{2}\right)$; $v_{S2}(t) = 10\cos(200t)$; $L = 50\ mH$; $R = 10\ \Omega$; $C = 1\ mF$




$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$Z = 10 + j\left(200 \cdot 50 \cdot 10^{-3} - \frac{10^3}{200}\right) =$$

$$Z = 10 + j5 = 5(2+j)$$

$$\bar{i} = \frac{\bar{V}_{s1} - \bar{V}_{s2}}{Z} = \frac{j5 - 10}{5(2+j)} = -\frac{2-j}{2+j}$$

$$\bar{I} = -\frac{(2-j)^2}{5} = -\frac{3-4j}{5} \simeq e^{j\,126.87}$$

$$i(t) \simeq \cos(200t + 126.87°)$$

16

Con riferimento al circuito del precedente quesito 15, determinare, indicando le unità di misura, le potenze reattive assorbite dai bipoli indicati in figura.
(2 Points)

*Scrivere: QL=...; Q1=.... e indicare l'unità di misura.*

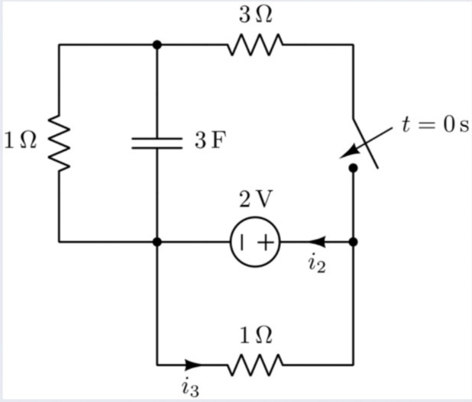
$$\hat{A}_a^{V_{s1}} = -\frac{1}{2}\bar{V}_{s1}\,\bar{i}^* = \frac{5}{2}j\,\frac{3+4j}{5} = \frac{3j-4}{2}$$

$$Q_1 = \frac{3}{2}\ VAR$$

$$\hat{A}_a^L = \frac{1}{2} j\omega L \bar{I} \bar{I}^* = j \frac{200 \; 50 \cdot 10^{-3}}{2} \left| \frac{4j-3}{5} \right|^2$$

$$Q_L \approx 5 \text{ VAR}$$

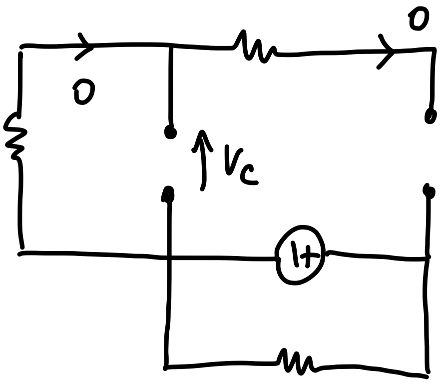
17




Il circuito in figura opera a regime per t<0 e l'interruttore si chiude per t=0. Determinare le grandezze indicate nel riquadro sottostante.
(3 Points)

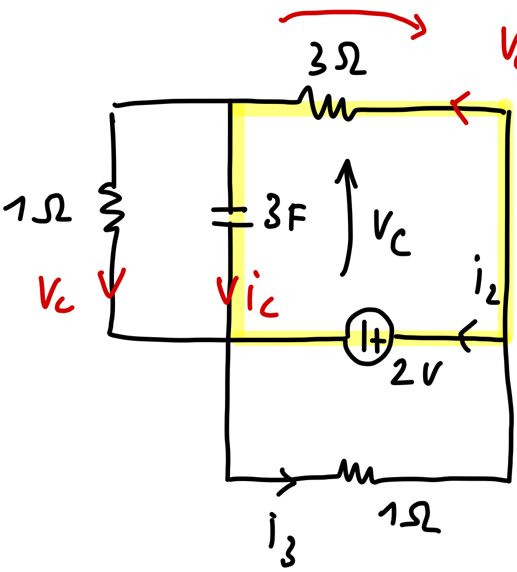
$\tau(0^+)$ = ......; $i_2(0^+)$ =.....; $i_3(0^+)$ =.....;

$t<0$




$$V_c(0^-) = 0\,V$$

$t>0$




$$V_c + 3\frac{dV_c}{dt}$$

$$V_c + 3V_c + 9\frac{dV_c}{dt} = 2$$

$$\frac{dV_c}{dt} = -\frac{4}{9}V_c + \frac{2}{9}$$

$$\tau(0^+) = \frac{9}{4}\,s$$

$$i_3(t) = -\frac{2V}{1\Omega} = -2A \qquad i_3(0^+) = -2A$$

$$v_c(t) = K e^{-\frac{4}{9}t} + \frac{1}{2}$$

$$V_c(0^+) = v_c(0^-) = 0 = K + \frac{1}{2} \qquad K = -\frac{1}{2}$$

$$V_c(t) = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-\frac{4}{9}t}\right)$$

$$i_c(t) = 3\frac{dv_c}{dt} = 3 \cdot \frac{2}{9} e^{-\frac{4}{9}t} = \frac{2}{3} e^{-\frac{4}{9}t}$$

$$i_2(0^+) = i_3(0^+) - \frac{V_c(0^+)}{1\Omega} - i_c(0^+) =$$

$$= -2 - 0 - \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} A$$

18

Con riferimento al circuito del precedente quesito 17, calcolare:
(1) la potenza erogata dal generatore di tensione per t>0;
(2) l'energia immagazzinata nel condensatore per t=2 [s].
(3 Points)

(1) $$p_e(t) = -2\, i_2(t) = -2\left(i_3(t) - \frac{V_c(t)}{1\Omega} - i_c(t)\right) =$$

$$= 1 - e^{-\frac{4}{9}t} + \frac{4}{3} e^{-\frac{4}{9}t} + 4 =$$

$$= 5 + \frac{1}{3} e^{-\frac{4}{9}t}$$

(2) $$V_c(2s) = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-\frac{8}{9}}\right)$$

$$W_c(2s) = \frac{3}{8}\left(1 - e^{-\frac{8}{9}}\right)^2 \simeq 0.13\ J$$