POLITECNICO DI MILANO

FONDAMENTI DI AUTOMATICA
(Ingegneria Gestionale)
Prof. Fredy O. Ruiz-Palacios

Anno Accademico 2021/22

Appello del 24/06/2022

COGNOME...

NOME ....

CODICE PERSONA ....

FIRMA ....

- Consegnare esclusivamente il presente fascicolo.
- Utilizzare, per la minuta, i fogli bianchi forniti in aggiunta a questo fascicolo.
- Non si possono consultare libri, appunti, dispense, ecc.
- Si raccomandano chiarezza, precisione e concisione nelle risposte.

ESERCIZIO 1

Il movimento verticale di un sistema di levitazione magnetica, avente come ingresso la corrente applicata al magnete ($u(t)$) e come uscita la posizione del elemento levitante ($x(t)$), è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = v(t)$$

$$\dot{v}(t) = g - \frac{K}{m} \frac{u^2(t)}{x^2(t)}$$

$$y(t) = x(t)$$

dove g è la accelerazione della gravità, K è la costante magnetica del sistema, m è la massa e $v(t)$ è la velocità del elemento.

1. (1.0) Scrivere il sistema in forma di stato e classificarlo

2. (2.0) Tenendo conto che $x(t)$ può assumere solo valori positivi, determinare i punti di equilibrio del sistema per un ingresso costante $u(t) = \bar{u} \geq 0$.

3. (2.0) Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno agli stati di equilibrio corrispondenti a $\bar{u} = 3$, per $K = 10$, $g = 10$, $m = 1$.

4. (2.0) Studiare la stabilità del sistema linearizzato trovato al punto precedente e, se possibile, la stabilità del movimento di equilibrio del sistema non lineare di partenza.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema dinamico descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) = -x_1(k) - x_2(k) + u(k) \\ x_2(k+1) = 1.25x_1(k) + x_2(k) \\ y(k) = x_1(k) + x_2(k) + u(k) \end{cases}$$

1. (1.0) Scrivere il sistema in forma matriciale e classificare il sistema.

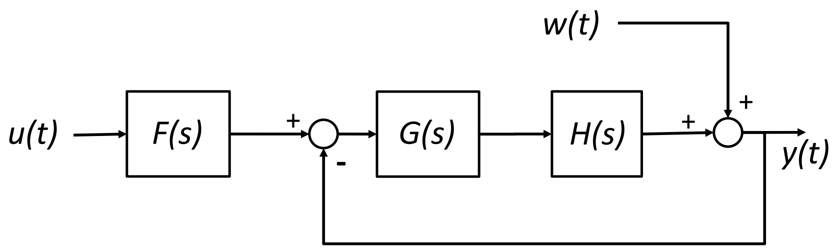
2. (2.0) Determinare gli stati di equilibrio per un ingresso costante $u(k) = \bar{u}$. è possibile trovare un valore del ingresso $\bar{u}$ per avere come stato di equilibrio il punto $\bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$? Giustificare la risposta.

3. (2.0) Studiare la stabilità del sistema.

4. (1.0) Calcolare i primi 5 campioni del movimento dello stato e dell'uscita per $u(k) = 0$ e $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente schema



1. (2.0) Determinare la funzione di trasferimento da $U(s)$ a $Y(s)$.

2. (3.0) Poste $F(s) = a/(1+a)$, $G(s) = k/s$, $H(s) = 1/(s+b)$, funzioni di trasferimento di sistemi lineari tempo invarianti senza poli nascosti, studiare la stabilità del sistema equivalente al variare dei parametri $a \in \mathcal{R}$, $b \in \mathcal{R}$, $k \in \mathcal{R}$. Per quali valori dei parametri il sistema equivalente è asintoticamente stabile?

3. (2.0) Per $a = 100$, $b = 10$, $k = 1$, trovare analiticamente la *trasformata di Laplace* $Y(s)$ della risposta a uno scalino applicato come ingresso $u(t)$, determinando i valori di $y(0)$, $y'(0)$ e $y(\infty)$. Tracciare *qualitativamente* la risposta. È possibile usare una approssimazione a polo dominante? giustificare la risposta.

4. (2.0) Determinare la funzione di trasferimento da $W(s)$ a $Y(s)$. E' possibile trarre conclusioni sulla stabilità del sistema complessivo guardando solo la funzione di trasferimento appena ricavata? giustificare la risposta.

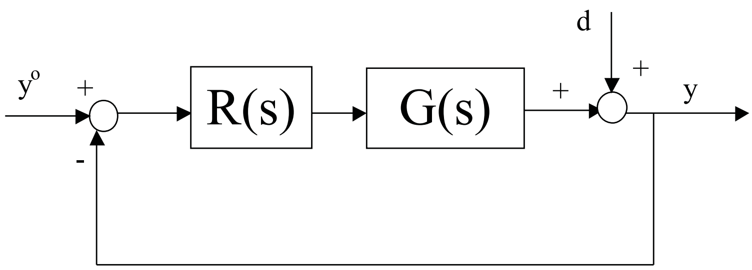
5. (2.0) È possibile affermare che una condizione sufficiente per ottenere un sistema equivalente asintoticamente stabile è avere $F(s)$, $G(s)$ e $H(s)$ asintoticamente stabili? giustificare la risposta.

ESERCIZIO 4

Si consideri la seguente funzione di trasferimento

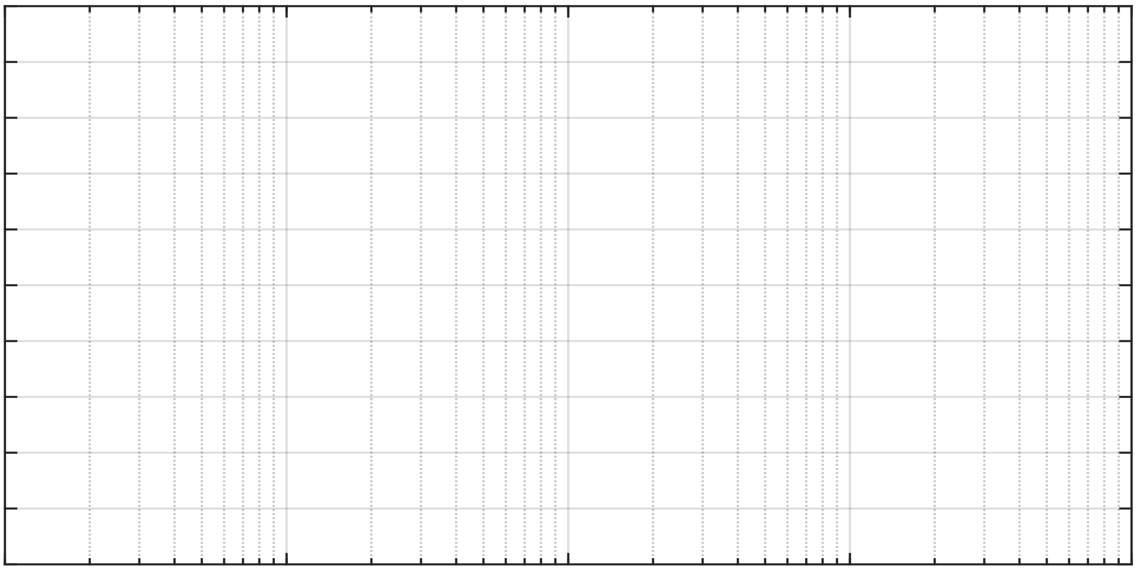
$$G(s) = \frac{(10 - s)}{(s+1)(s+10)}$$

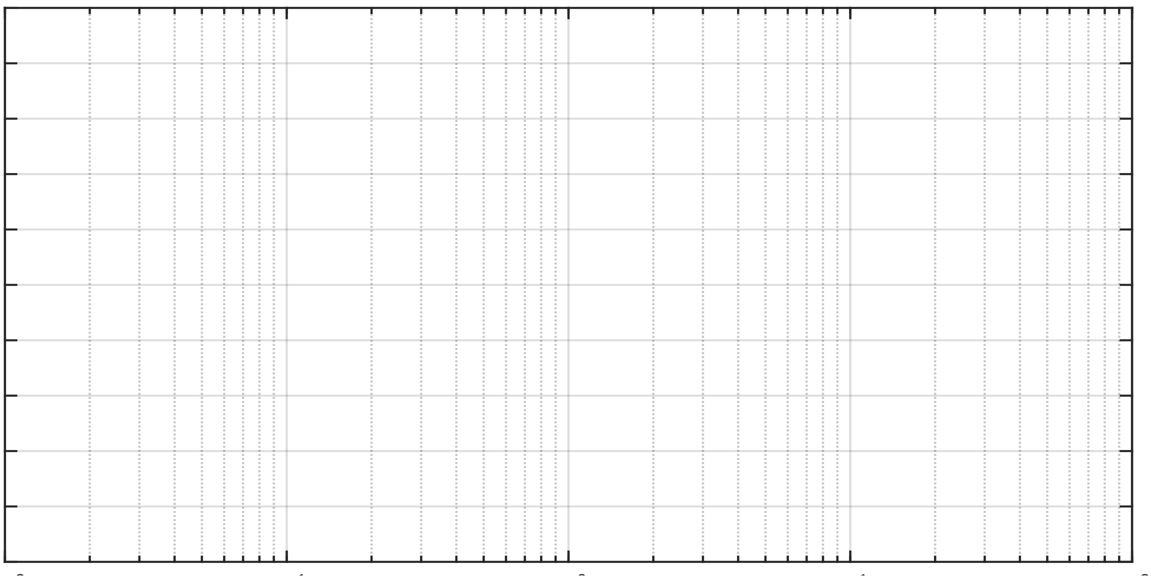
di un sistema lineare tempo invariante senza poli nascosti e il sistema di controllo in figura:



1. (1.0) Calcolare guadagno, tipo, poli e zeri di $G(s)$ e studiare la stabilità del sistema con funzione di trasferimento $G(s)$.

2. (2.0) Tracciare i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$. Usare la carta semilogaritmica fornita.

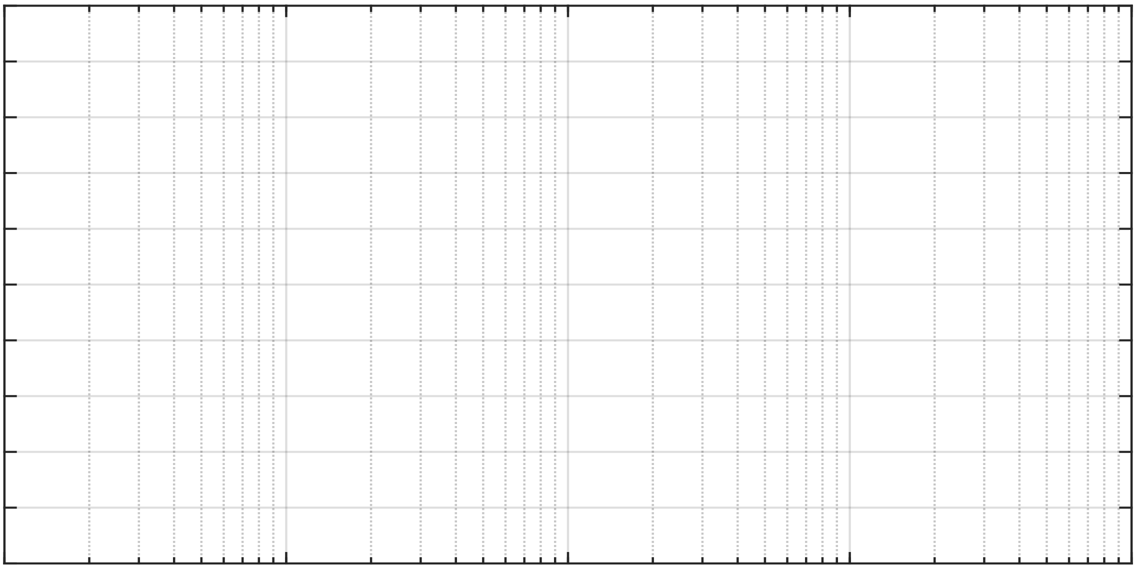


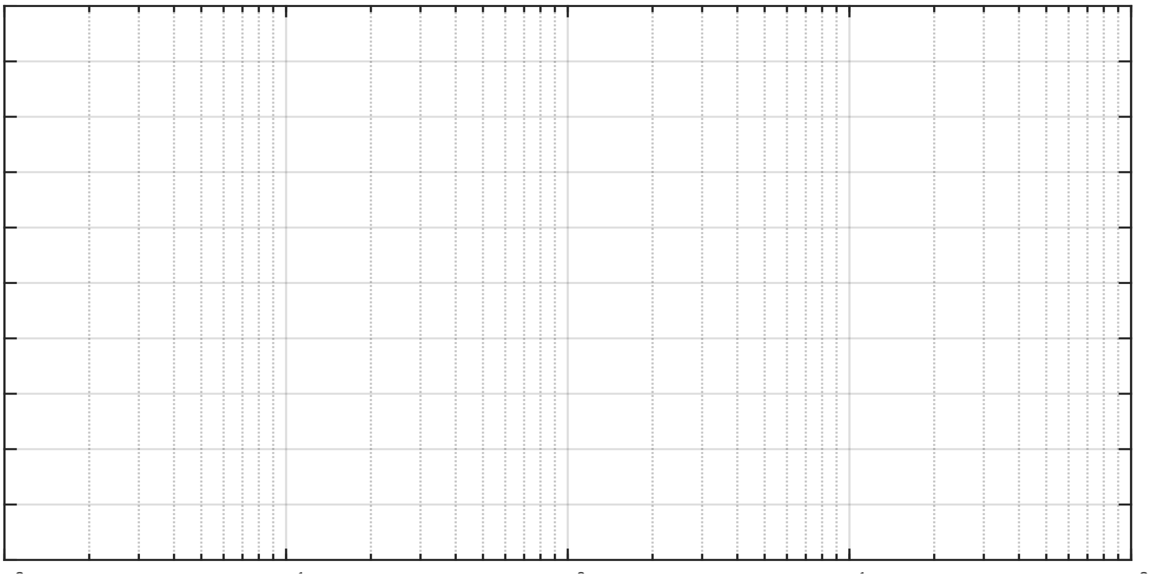


3. (3.0) Per il regolatore

$$R(s) = \frac{(s+1)}{s}$$

Verificare che il sistema in anello chiuso sia asintoticamente stabile e determinare il margine di fase e di guadagno.





Considerando il sistema retroazionato descritto al punto precedente rispondere:

4. (1.0) Determinare il valore di regime dell'errore $|e_\infty|$ a fronte di un ingresso a scalino del disturbo $d(t) = sca(t)$.

5. (2.0) Determinare quanto vale l'ampiezza di regime dell'uscita $y(t)$ quando $y^0(t) = 1 - 2\sin(0.1t) + 5\sin(100t)$.