

**Analisi Matematica 2 - 10 gennaio 2019**

**Prof. E. Maluta**

**Cognome:**

**Nome:**

**Matricola:**

**Compito B**

1. (Punti 7) Sia  $f$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \log(x(x^2 + y^2 + 2y)).$$

Determinare e disegnare l'insieme di definizione  $A$  di  $f$  e precisarne le proprietà topologiche;

dire dove  $f$  è continua, dove è differenziabile; determinare  $\sup_A f$  e  $\inf_A f$ ;

scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(2, 1, f(2, 1))$ ;

verificare che l'unico punto stazionario di  $f$  su  $A$  è  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -1\right)$ ;

stabilire, possibilmente senza calcolare l'Hessiano, se il punto stazionario è punto di massimo, di minimo o di sella.

2. (Punti 6) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2t} + 2.$$

Data poi l'equazione differenziale

$$t^2 y'' - 2ty' + 2y = t^2 + 2,$$

(a) determinarne l'integrale generale, precisando l'insieme di definizione e l'eventuale prolungabilità a tutto  $\mathbf{R}$  delle soluzioni;

(b) stabilire quali sono i possibili valori di  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t)$  al variare di  $\psi$  nell'insieme delle soluzioni.

3. (Punti 5) Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq x^3 \wedge 0 \leq z \leq x\}$ . Calcolare

$$\int_{\Omega} e^y \sqrt{x^2 - z^2} \, dx dy dz.$$

(Si consiglia, dopo aver scritto la formula per l'integrale iterato, di utilizzare la sostituzione  $z = xt$ .)