

Analisi Matematica 2 - 18 luglio 2018

Prof. E. Maluta

Cognome:

Nome:

Matricola:

Compito A

1. (Punti 9) Sia $D \subset \mathbf{R}^3$ definito da

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 - y \leq 0 \wedge |z| \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Calcolare il volume di D .

2. (Punti 9) Dato il campo vettoriale \mathbf{F} definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y}{(x-2)^2 + y^2}, \frac{2-x}{(x-2)^2 + y^2} \right)$$

- (i) determinare il dominio Ω di \mathbf{F} e precisare le proprietà topologiche di Ω rilevanti per lo studio del campo;
- (ii) stabilire se \mathbf{F} é irrotazionale su Ω ;
- (iii) calcolare il lavoro di \mathbf{F} , separatamente, sulle circonferenze unitarie C_1 e C_2 centrate rispettivamente nell'origine e nel punto $(2, 0)$, entrambe percorse in senso antiorario partendo dal punto $(1, 0)$;
- (iv) stabilire se \mathbf{F} ammette potenziale su Ω .

3. (Punti 10) Data l'equazione differenziale

$$y' = \frac{1}{t}y + \frac{1}{t}y^{-1}, \quad (1)$$

- (a) si stabilisca per quali $(t_0, y_0) \in \mathbf{R}^2$ è applicabile il teorema di esistenza e unicità locale per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases};$$

- (b) si stabilisca se esistono soluzioni dell'equazione che cambiano segno nel loro insieme di definizione;
- (c) si risolva il problema di Cauchy con $y(1) = 1$, determinando il massimo intervallo di prolungabilità della soluzione;
- (d) si risolva il problema di Cauchy con $y(-1) = -1$, determinando il massimo intervallo di prolungabilità della soluzione.