Analisi Matematica 2 - 5 febbraio 2018

Prof. E. Maluta

Cognome: **Nome:**
Matricola: **Compito A**

1. (Punti 9) Data la funzione f definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} (e^{\arctan x} - 1)\frac{xy^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   - studiarne la continuità, l'esistenza delle derivate parziali, di tutte le derivate direzionali e la differenziabilità in $(x,y) = (0,0)$.
   - scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1,2,f(1,2))$.

2. (Punti 9) Sia f la funzione 2π periodica definita su $[-\pi,\pi)$ da $f(x) = \frac{x-|x|}{2}$:

   (a) disegnare il grafico e scrivere la serie di Fourier di f;

   (b) che cosa si può dire sulla convergenza puntuale e/o sulla convergenza in media quadratica di tale serie?

   (c) che cosa si può dire sulla convergenza totale di tale serie sull' intervallo $(-\pi,\pi)$?

3. (Punti 10) Data l'equazione differenziale

$$y''' - \alpha y'' + y' - \alpha y = 1$$

   a) determinare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, l'integrale generale dell'equazione omogenea associata;

   b) determinare, al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, l'integrale generale dell'equazione completa;

   c) stabilire per quali valori di α esistono soluzioni periodiche dell'equazione completa e determinarle;

   d) stabilire se esistono valori di α per cui tutte le soluzioni dell'equazione completa sono periodiche.

   (Nel caso si incontrassero difficoltá nell'uso del parametro, risolvere l'esercizio per $\alpha = 1$ e $\alpha = 0$.)