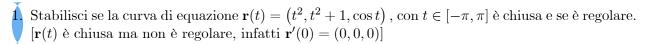
Esercitazioni di Analisi 2

CURVE - INTEGRALI DI LINEA

Curve chiuse, regolari, lunghezza di una curva, integrali curvilinei.



- 2. Calcola la lunghezza della curva $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$, con $t \in [0, 2\pi]$.
- 3. Data la curva $2x + y^2 = 3$, scrivi una rappresentazione parametrica dell'arco che congiunge i punti (1,1) e $(0,-\sqrt{3})$ in senso orario. $\left[\mathbf{r}(t) = \left(-\frac{t^2}{2} + \frac{3}{2},t\right), \ t = 1 - \left(1 + \sqrt{3}\right)\vartheta, \ \vartheta \in [0,1]\right]$
- 4. Stabilisci se la curva $\gamma(t) = (\cos^2 t, \sin t \cos t)$, con $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ è regolare e calcolane la lunghezza. $\left[\operatorname{si}, \frac{\pi}{2}\right]$
- 5. Dopo aver verificato che i seguenti archi di curva assegnati in forma parametrica sono regolari, calcolane la lunghezza:
 - (a) $\mathbf{r}(t) = (a(1-\cos t), a(t-\sin t)), \ t \in [0, 2\pi], \ a > 0$

 - (b) $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t), \ t \in [0, 2] \quad \left[\sqrt{2} (e^2 1)\right]$ (c) $\mathbf{r}(t) = (a(\cos t + t \sin t), a(\sin t t \cos t)), \ t \in [0, 2\pi], \ a > 0$
 - (d) $\mathbf{r}(t) = (t, 3t^2, 6t^3), t \in [0, 2]$
- 6. Scrivi l'integrale che rappresenta la lunghezza della curva grafico della funzione $f(x) = \sqrt{x}$, $1 \le x \le 2. \quad \left| \mathbf{r}(t) = (t, \sqrt{t}), \ t \in [1, 2]; \ \mathbf{r}'(t) = (1, \frac{1}{2\sqrt{t}}); \ |\mathbf{r}'(t)| = \sqrt{\frac{4t+1}{4t}}; \ l = \int_{-\infty}^{2} \sqrt{\frac{4t+1}{4t}} dt \right|$
- Calcola l'integrale curvilineo della funzione $f(x,y,z) = \frac{x^2(1+8y)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}$ sulla curva $\gamma(t) =$ $(t, t^2, \log t), \text{ con } t \in [1, 2].$ $\left[\frac{63}{2}\right]$
- 8. Dopo aver verificato che il sostegno della curva è contenuto nel dominio della funzione integranda, calcola $\int_{\gamma} \frac{x}{1+y^2} ds$, con $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$ e $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. $\left[\frac{\pi}{4}\right]$
- 9. Valuta $\int_r (2+x^2y) ds$, dove r è la semicirconferenza di equazioni: $x^2+y^2=1; y\geq 0$, percorsa in senso antiorario. $\left|2\pi + \frac{2}{3}\right|$
- 10. Calcola $\int_{r} xyds$, dove r ha equazione: $\mathbf{r}(t) = R(1-\sin t)\mathbf{i} + R(1-\cos t)\mathbf{j}$, $0 \le t \le 2\pi$. $\left[2\pi R^{3}\right]$
- 11. Calcola $\int_{r} (x+y) ds$, dove r è il triangolo di vertici O(0,0), A(1,0), B(0,1), percorso in senso antiorario. $\lceil -\sqrt{2} \rceil$
- 12. Calcola $\int_{r} (x^2 + xy^2) ds$, dove r è il quadrato di vertici O(0,0), A(1,0), B(1,1), C(0,1), percorso in senso antiorario. $\left[\frac{5}{6}\right]$

1