Politecnico di Milano *Prof. E. Maluta* Ing. Informatica e Ing. delle Telecomunicazioni	*Analisi Matematica II* Prima Parte	5 febbraio 2018
Cognome e Nome:	Matricola:	P T 1 2 3 4

Ogni risposta va scritta nello spazio sotto il quesito e motivata con calcoli o/e spiegazioni.

1. Stabilire se il dominio della funzione f definita da $\log(3-xy)$ è aperto, chiuso, né aperto né chiuso, limitato o non limitato.

$3-xy>0$ $\quad \cancel{0<} y<\frac{3}{x}$ se $x>0$ $\quad \frac{3}{x}<y$ se $x<0$ $\quad$ e $x=0$ $\forall y$

aperto e illimitato

2. Sia f definita da $f(x,y)=y^2-x^2-xy$. Stabilire se la restrizione di f alla parabola di equazione $y=3x^2$ è limitata.

$f(x,3x^2)=9x^4-x^2-3x^3 \to +\infty$ per $x\to\pm\infty$ – NON limitata

3. Sia $f(x,y,z)=\sin(xy)+z^2$. Scrivere il differenziale di f, relativo a un incremento (dx,dy,dz), nel punto $(0,2,3)$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)=y\cos xy \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)=x\cos xy \quad \frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)=2z$

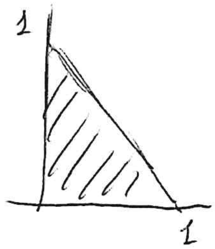
$df(0,2,3)=2\,dx+6\,dz$

4. Stabilire se la curva di equazione parametrica $\mathbf{r}(t)=\left((\sin t)^3,t,3t\right)$, con $t\in[0,2\pi]$, è piana, regolare, chiusa.

PIANA – SI $\quad z=3y$ $\quad \underline{r}'(t)=\left(3(\sin t)^2\cos t,1,3\right)\neq\underline{0}$ regolare

$\underline{r}(0)\neq\underline{r}(2\pi)$ NON CHIUSA

5. Determinare il massimo e il minimo assoluti di f definita da $f(x,y)=x-2y$ sull'insieme $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x\geq 0 \wedge 0\leq y\leq 1-x\}$.



Max e min sul bordo

$x=0$ $\quad f(0,y)\in[-2,0]$ $\qquad y=1-x$ $\quad f(x,1-x)=(3x-2)\in[-2,1]$

$y=0$ $\quad f(x,0)\in[0,1]$

Min $f=-2$

Max $f=1$

6. Calcolare il rotore del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (yz, x^2y, xz)$.

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ yz & x^2y & xz \end{vmatrix} = \underline{i}\,(0) - \underline{j}\,(z-y) + \underline{k}\,(2xy - z)$$

7. Calcolare $\int_0^1 \left(\sum_0^{+\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}\right) dx$.

Σ conv totalmente su $[0,1]$ - $\int \Sigma = \sum_0^{+\infty} \int_0^1 \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} dx = \sum_0^{+\infty} \left[\frac{x^{n+2}}{(n+2)!}\right]_0^1 =$

$= \sum_0^{+\infty} \frac{1^{n+2}}{(n+2)!} = e - 2 \qquad \left(\text{oppure } \int_0^1 (e^x - 1)\,dx = \left[e^x - x\right]_0^1 = e - 2\right)$

8. Determinare l'insieme A di convergenza puntuale della serie $\sum_1^{+\infty} (3x-3)^n$.

$\sum_1^{+\infty} 3^n (x-1)^n \qquad \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{3^n} = 3 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{3}$

$\{x \in R : |x-1| < \frac{1}{3}\}$ su $|x-1| = \frac{1}{3}$ $(3x-3)^n \not\to 0$ -

9. Scrivere un'equazione differenziale lineare omogenea a coefficienti costanti di ordine 2 che abbia $\phi_1 = e^{2t}$ e $\phi_2 = te^{2t}$ tra le proprie soluzioni.

2 radice doppia eq. caratteristica $(\lambda - 2)^2 = 0$

eq. $y'' - 4y' + 4y = 0$

10. Stabilire se il sistema di equazioni differenziali $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$, dove $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, ammette soluzioni non identicamente nulle Φ tali che $\lim_{t\to+\infty} \Phi(t) = 0$.

$\det(A - \lambda I) = (4-\lambda)(1-\lambda)$

$\lambda_1 = 4 \qquad \varphi_1(t) = e^{4t}\,\underline{h}_1 \not\to 0$

$\lambda_2 = 1 \qquad \varphi_2(t) = e^{t}\,\underline{h}_2 \not\to 0$ per $t \to +\infty$

risposta NO -