

۱- (چگالی) لاگرانژی $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi$ را که متناظر با میدان آزاد بدون جرم است، در نظر بگیرید. (ترتیب پاسخ دادن به قسمت‌ها اهمیت ندارد).

الف) تقارن لاگرانژی را مشخص کنید.

ب) تکانه مزدوج میدان را بدست آورید.

پ) همیلتونی را بدست آورید.

ت) معادله حرکت (اویلر-لاگرانژ) را بدست آورید.

ث) چگالی جریان نوتر را بدست آورید.

ج) بار نوتر را بدست آورید.

چ) نشان دهید باری که بدست آورده‌اید بقا دارد.

(*) چنانچه تبدیلی در لاگرانژی در حالت کلی به گونه‌ای بدست آورید که در آخر بار بقادر داشته باشید، امتیازی اضافه بر نمره این پرسش خواهید داشت.

۲- لاگرانژی $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_a \partial^\mu \varphi_a + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_b \partial^\mu \varphi_b - \frac{1}{2} m_a^2 (\varphi_a)^2 - \frac{1}{2} m_b^2 (\varphi_b)^2 - g_1 (\varphi_a + g_2 \varphi_b)^2$ را با دو میدان حقیقی φ_a و φ_b

در نظر بگیرید، که در آن m_a, m_b, g_1 و g_2 مقادیر مثبت هستند. برای هر یک از میدان‌ها،

الف) تکانه مزدوج،

ب) معادله حرکت،

پ) جرم متناظر،

ت) منبع ایجاد (source) و

ث) ترم برهم‌کنشی

را بدست آورید.

ث) همیلتونی سیستم را حساب کنید.

حال فرض کنید که $g_2 = 0$. با این فرض که ذرات متناظر با این دو میدان، جز جرم ویژگی دیگری ندارند (و در نتیجه پادذره و ذره متناظر با هر میدان با

هم یکی هستند)،

ج) روابط (غیر صفر) جابه‌جاشونده‌های هم‌زمان را بنویسید.

د) تبدیل فوریه عمل‌گرهای $\hat{\varphi}_a(x)$ و $\hat{\varphi}_b(x)$ را مشخص کنید.

(*) همیلتونی کوانتیزه و نرمال مرتب را پیدا نمایید.

(**) چرا به نوشتن همیلتونی به این شکل کوانتیزه کردن میدان می‌گویند؟