Analyse : Convergence, semi-convergence, convergence absolue

· Convergence (pour les séries à termes positifs)

· Série géométrique ($\sum z^k$) cv ssi $|z|<1$

· Série Riemann ($\sum \frac{1}{n^\alpha}$) cv ssi $\alpha > 1$

· Si $\sqrt[n]{U_n}$ cv, alors $\sum U_n$ cv aussi (règle de Cauchy)

· Si $\left(\frac{U_{n+1}}{U_n}\right) \longrightarrow \ell \in [0;+\infty[$, si $\ell < 1$ alors $\sum U_n$ cv (règle d'alembert)

· - $\sum U_n$ et $\sum V_n$ avec $V_n \geqslant U_n$. Si $\sum V_n$ cv alors $\sum U_n$ cv

- Si $U_n = O(V_n)$ et si $\sum V_n$ cv alors $\sum U_n$ aussi.

$\hookrightarrow$ critère comparaison

Semi convergence, convergence absolue (série alternées $(-1)^n$)

Convergence absolue

· $\sum U_n$ est absolument convergente ssi $\sum |U_n|$ est convergente.

Semi convergence

· Si $\left(\sum_{k=0}^{n} U_k\right)$ cv mais $\sum U_n$ n'est pas absolument convergente, la série est semi-convergente

Théorème séries alternées

Si $\sum U_n$ est une suite alternée tq $(|U_n|)$ soit décroissante et tende vers 0 alors la série converge

On peut aussi utiliser les DL pour savoir si $\sum U_n$ cv ou pas.

Critère de Dirichlet

($\sum a_n b_n$ avec (a_n) la suite qui change de signe)

Si $\left(\sum_{k=0}^{n} a_k\right)$ est bornée

Si b_n est décroissante alors $\sum a_n b_n$ cv