Vector Calculus HW7

เขียน by หมาน

9/6/2026

ในแบบฝึกหัดชุดนี้เราจะฝึกการใช้ **Divergence theorem (Gauss theorem)** และ **Stokes' theorem**

1. ให้ V เป็นบริเวณที่ถูกครอบคลุมโดยพื้นผิว $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ กำหนดฟังก์ชั่นค่าเวกเตอร์

$$\mathbf{A} = (x\,, 2x - y\,, 4xy + z) \tag{1}$$

   (a) จงหา $\int_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$

   (b) จงหา $\int_V \nabla \cdot \mathbf{A}\, dV$

2. ให้ S เป็นพื้นผิวที่ติดอยู่กับเส้นโค้งปิด $C : x^2 + y^2 = 4$ กำหนดฟังก์ชั่นค่าเวกเตอร์

$$\mathbf{A} = (-2y\,, 3 - x\,, z) \tag{2}$$

   (a) จงหา $\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$

   (b) จงหา $\int_S (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{S}$

3. กำหนดฟังก์ชันค่าเวกเตอร์

$$\mathbf{A} = (-y^3\,, x^3\,, 0) \tag{3}$$

   กำหนดให้เส้นโค้งปิด C คือวงกลมรัศมี 1 มีจุดกำเนิดเป็นจุดศูนย์กลางวงกลม หมุนทวนเข็มนาฬิกาหนึ่งรอบ

   (a) จงหา $\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ โดยไม่ใช้ Stoke's Theorem

   (b) จงหา $\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ โดยใช้ Stoke's Theorem

4. กำหนดบริเวณ $V = \{(x, y, z) \,|\, 0 \leq x, y, z \leq 1\}$ และฟังก์ชันค่าเวกเตอร์

$$\mathbf{A} = (x^2\,, y^2\,, xyz) \tag{4}$$

   (a) จงหา $\int_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$

   (b) จงหา $\int_V \nabla \cdot \mathbf{A}\, dV$