Übungsblatt 10

Ausgabe 22.06.2015, Abgabe: 29.06.2015, 10:15 Uhr (vor der Vorlesung), Hörsaal AP

Übungsgruppe: Teilnehmer 1:

Gruppenleiter: Teilnehmer 2:

Aufgabe	22	23	Σ
mögliche Punkte	5	5	10
erreichte Punkte			

Aufgabe 20: p n – Diode

Eine pn-Diode bestehe aus einem Silizium-Kristall, der im Bereich $z > 0$ eine n-Dotierung (mit 10^{17} cm^{-3} Arsen-Atomen) und im Bereich $z < 0$ eine p-Dotierung (mit $5 \cdot 10^{16}$ cm^{-3} Bor-Atomen) hat. In Silizium ist die Akzeptorenergie von Bor $E_{A,B} = 0{,}045$eV und die Donatorenergie von As-Donatoren $E_{D,\mathrm{As}} = 0{,}054$eV. Die Energielücke ist bei Raumtemperatur $E_g = 1{,}12$ eV und die Dielektrizitätskonstante ist $\varepsilon = 12$. Es sollen Bandverlauf und Ausdehnung W der Verarmungszone (oft auch Raumladungszone genannt) in der einfachsten Näherung (abrupter Übergang) berechnet werden.

a) Berechnen Sie dazu zunächst das chemische Potential in einem p- bzw. n-dotierten Siliziumkristall bei Raumtemperatur. Nehmen Sie hierfür die Literaturwerte für die Effektiven Zustandsdichten in Silizium $N_C(T) = 2{,}8 \cdot 10^{19}$ cm^{-3} bzw. $P_V(T) = 1{,}0 \cdot 10^{19}$ cm^{-3}, und gehen Sie davon aus, dass Störstellenerschöpfung vorliegt ($n = N_D$ bzw. $p = N_A$). Die Differenz der chemischen Potentiale ergibt die Diffusionsspannung V_D.

b) An der Grenzfläche zwischen einem n- und einem p-dotierten Bereich eines Siliziumkristalls entsteht durch Ladungsträgeraustausch die sogenannte Verarmungszone. In der Näherung des abrupten Übergangs sind dort alle Dotierstoffatome ionisiert und es befinden sich keine freien Ladungsträger in den Bändern (daher der Name), d. h. in der n-dotierten Hälfte der Verarmungszone ist die Ladungsdichte $\rho = eN_D$ und in der p-dotierten Hälfte $\rho = -eN_A$. Liegt keine Spannung an der Diode an, so ist die Ausdehnung der Verarmungszone gerade so groß, dass die chemischen Potenziale links und rechts von der Verarmungszone gleich sind. Berechnen Sie den Bandverlauf an der Grenzfläche und die Ausdehnung der Verarmungszone. Hinweis: Hierzu integrieren Sie einfach die eindimensionale Poissongleichung

$$\frac{d^2V}{dz^2} = -\frac{\rho(z)}{\varepsilon\varepsilon_0}\,.$$

Die Verarmungszone bildet eine Dipolschicht, die insgesamt neutral ist.

c) Wie verändern sich Bandverlauf und Verarmungszone, wenn eine Spannung ΔV an der Diode anliegt? Diskutieren Sie beide mögliche Polungen.

(2 + 2 + 1 = 5 Punkte)

Aufgabe 21: Magnetisierung eines zweidimensionalen Elektronensystems

Ein zweidimensionales Elektronensystem befinde sich in einem Magnetfeld B, das senkrecht zur Ebene des Elektronensystems orientiert sei. Die Elektronenzustände sind dann in Landau-niveaus mit den Energien $\hbar\omega_c\,(\lambda + 1/2)$. Dabei ist $\lambda = 0, 1, 2,\ldots$ der Landau-Index und $\omega_c = \dfrac{eB}{m^*}$ die Zyklotronfrequenz.

(a) Zeigen Sie, dass die innere Energiedichte U des freien, zweidimensionalen Elektronengases mit der Elektronendichte n bei tiefen Temperaturen ($k_B T \ll E_F$, nehmen Sie an: $T = 0$) und in hohen Magnetfeldern ($k_B T \ll \hbar\omega_c$) wie folgt angegeben werden kann:

$$U = \hbar\omega_c\left[n\left(s+\frac{1}{2}\right) - s n_L (s+1)\right] .$$

Dabei ist $n_L = \dfrac{eB}{h}$ die Landau-Entartung (wegen der hier angenommenen Spinentartung passen $2n_L$ Elektronen pro Volumeneinheit in ein Landau-Niveau) und s die Anzahl der vollständig besetzten Landau-Niveaus ($n \geq 2s\, n_L$).

(b) Berechnen Sie die Magnetisierung aus $M = -\dfrac{\partial U}{\partial B}$! Betrachten Sie dabei jeweils Magnetfeldbereiche, in denen sich s nicht ändert.

(c) Zeigen Sie, dass die Magnetisierung in den Bereichen

$$\frac{h}{2e}\frac{n}{s+1} < B < \frac{h}{2e}\frac{n}{s} \qquad (s > 0)$$

linear von $-n\,\mu_B$ auf $+n\,\mu_B$ ansteigt. Dabei ist $\mu_B = \dfrac{\hbar e}{2m^*}$ das effektive Bohrsche Magneton.

Punkte: 2 + 2 + 1 = 5