

(二) 完全信息动态博弈：子博弈精炼Nash均衡 (subgame perfect Nash equilibrium)

1. 问题的提出

(1) 如前述，在多个 Nash均衡中，究竟哪个均衡会成为最后的均衡？

(2) 在Nash均衡中，局中人不考虑自己的选择如何影响其他局中人的战略（因为是静态结构）。但在动态结构中，后者会根据前者的行动来调整自己的战略，因此，会考虑自己的选择对其他局中人的影响。

(3) 由于不考虑自己选择对其他局中人选择的影响，Nash均衡允许存在不可信威胁（在现实中这是不真实的）。

动态博弈的表述：

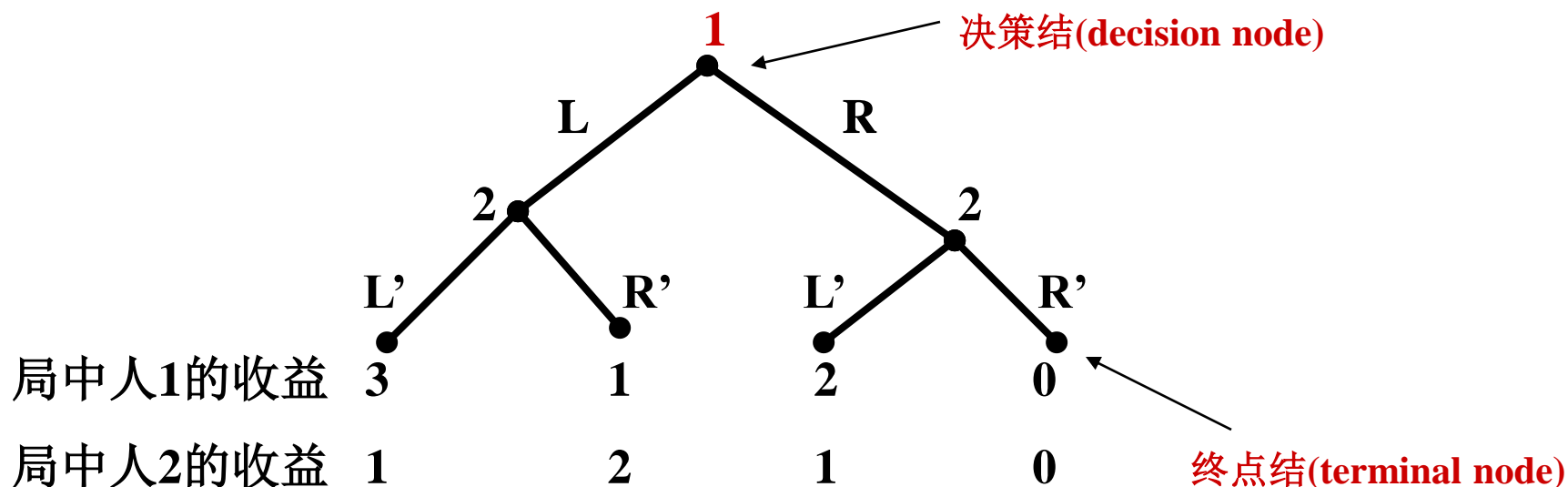
(1) 博弈中的局中人；

(2a) 每个局中人在何时行动； (2b) 每次轮到某一局中人行动时，可供他选择的行动； (2c) 每次轮到某一局中人行动时，他所了解的信息；

(3) 与局中人可能选择的每一行动组合相对应的各个局中人的收益。

——博弈树的描述（树型结构），这一结构早在200年前由托马斯·拜耶发明。

一个完全信息两阶段博弈的例子：



- 1) 局中人1从可行集 $A_1=\{L, R\}$ 中选择行动 a_1 ;
- 2) 局中人2观察到 a_1 , 然后从可行集 $A_2=\{L', R'\}$ 中选择行动 a_2 ;
- 3) 两个局中人的收益分别为 $u_1(a_1, a_2)$ 和 $u_2(a_1, a_2)$, 如博弈树所示。

在上例中，局中人2有两个行动，但有4个战略，因为存在两种不同的情况（即分别观察到局中人1选择L和观察到局中人1选择R后的情况），局中人2将可能在这两种情况下进行选择：

战略1：无论局中人1选择L还是R，都选择L'；表示为（L'，L'）

战略2：如局中人选L，选L'；如局中人1选R，则选R'；表示为（L'，R'）

战略3：如局中人选L，选R'；如局中人1选R，则选L'；表示为（R'，L'）

战略4：无论局中人1选择L还是R，都选择R'；表示为（R'，R'）。

对于局中人1而言，有两个行动但同时也只有两个战略：选择L和选择R。因为局中人1行动时只有可能面临一种情况（即博弈开始时，自然由局中人1行动）。因此，局中人1的战略空间与其行动空间是相同的， $A_1=\{L, R\}$ 。

动态博弈的核心问题是

——可信性

手雷博弈模型

第一步：局中人A选择支付1000元给局中人B还是一分不给；

第二步：局中人B观察局中人A的选择，然后决定是否引爆手雷将两人一起炸死。

假设局中人B威胁局中人A，如果他不支付1000元就引爆手雷，如果局中人A相信这个威胁，其最优反应是支付1000元；如果局中人A不相信这个威胁，他认为即使给局中人B机会，让他将威胁付诸实施，局中人B也不会选择去实施，这样，局中人A就会一分不给。

2. 威胁与威慑

可信与不可信威胁

假设： $U1$ 为实施威胁的收益

$U2$ 为不实施威胁的收益

可信威胁： $U1 > U2$ ； 不可信威胁： $U2 > U1$

市场进入阻挠:

设局中人A为潜在市场进入者，局中人B为现有市场的占有者。博弈模型如下：

		局中人B：占有者	
		接 纳	竞 争
局中人A： 进入者	进入	20, 30	-10, 0
	不进入	0, 100	0, 100

3. 子博弈精炼Nash均衡的概念

Selten（1965）通过对动态博弈的分析完善了Nash均衡的概念，并定义了子博弈精炼Nash均衡的含义，将Nash均衡中包含不可信威胁的战略剔除出去，使均衡战略不再包含不可信的威胁。这样，就要求局中人的选择在任何时点上都是最优的，局中人需要“随机应变”或“随需而变”，而不能因循守旧。

由于剔除了不可信威胁的战略，因而在多数情况下精炼Nash均衡缩小了Nash均衡的数量，这对于预测具有重要意义。

通俗地说，子博弈（subgame）指包含在一个博弈模型中的一个或若干个阶段博弈。

子博弈的定义：

子博弈是一个对于所有局中人的信息集而言都是单结的结，这个结的后续结以及在相应的终点结处的支付三个要素所组成的博弈。

如果满足下列条件，一个战略组合就是一个子博弈精炼Nash均衡（subgame perfect Nash equilibrium）：

- 1) 它是整个博弈的Nash均衡；
- 2) 它的相关行动规则在每个子博弈上都是Nash均衡。

评论：一个精炼均衡首先必须是一个Nash均衡，但Nash均衡不一定是精炼均衡。只有那些剔除了不可信威胁的Nash均衡才是精炼Nash均衡。

（三）不完全信息静态博弈：贝叶斯Nash均衡

（Bayesian Nash equilibrium）

有时，人们将不完全信息博弈称为贝叶斯博弈。在完全信息博弈中，局中人的支付函数是共同知识。在不完全信息博弈中，至少有一个局中人不能确定另一局中人的支付函数。

密封报价拍卖、工程招标等都是常见的不完全信息静态博弈的例子。

1. 不完全信息的市场进入博弈

在市场进入博弈中，潜在进入企业决定是否进入一个新市场，但不了解现有企业的成本函数，不了解现有企业决定接纳还是竞争。

假设现有企业有两种可能的成本函数：高成本和低成本。
对应两种成本情况的不同战略组合的支付矩阵如下：

		现有企业			
		高成本情况		低成本情况	
		接纳	竞争	接纳	竞争
进入企业	进入	40, 50	-10, 0	30, 80	-10, 100
	不进入	0, 300	0, 300	0, 400	0, 400

在该模型中，进入企业对有关现有企业的成本信息掌握是不完全的，但现有企业了解进入企业的成本函数。如果现有企业是高成本，当进入企业进入时最优选择是**接纳**；如果是低成本，则最优选择是**竞争**。

在不完全信息条件下，进入企业的最优选择依赖于它在多大程度上认为现有企业是高成本还是低成本。

假设进入企业认为现有企业是高成本的概率是 p ，低成本的概率是 $1-p$ 。进入企业选择进入的期望利润是 $p(40) + (1-p)(-10)$ ，选择不进入的期望利润是0。

因此，进入企业的最优选择是：

1) 如果 p 大于等于 $1/5$ ，则进入；

2) 如果 p 小于 $1/5$ ，则不进入（当 $p=1/5$ 时，进入企业在进入与不进入之间无差异，假定其进入）。

评论：在该模型中，进入企业似乎是在与两个不同的现有企业博弈，一个是高成本的现有企业，另外一个低成本的现有企业。一般地，如果现有企业有 T 种可能的不同成本函数，进入企业似乎是在与 T 个不同的现有企业博弈。在1967年以前，博弈论学者认为这样的不完全信息博弈无法分析，因为当一个局中人了解他在与谁博弈时，博弈的规则是无法确定的。

2. Bayes博弈模型

设博弈中有 N 个局中人，每个局中人 i 都有一个行动集 C_i ，一个可能的类型集 T_i ，一个概率函数 p_i 以及一个效用函数 u_i ，那么，这就构成了一个Bayes博弈的模型。

这种Bayes博弈的典型例子是商业谈判。局中人是买方和卖方，商品对双方都有个底价，但这一点并不为对方所掌握。假设商品的价格可能是10元直到100元。

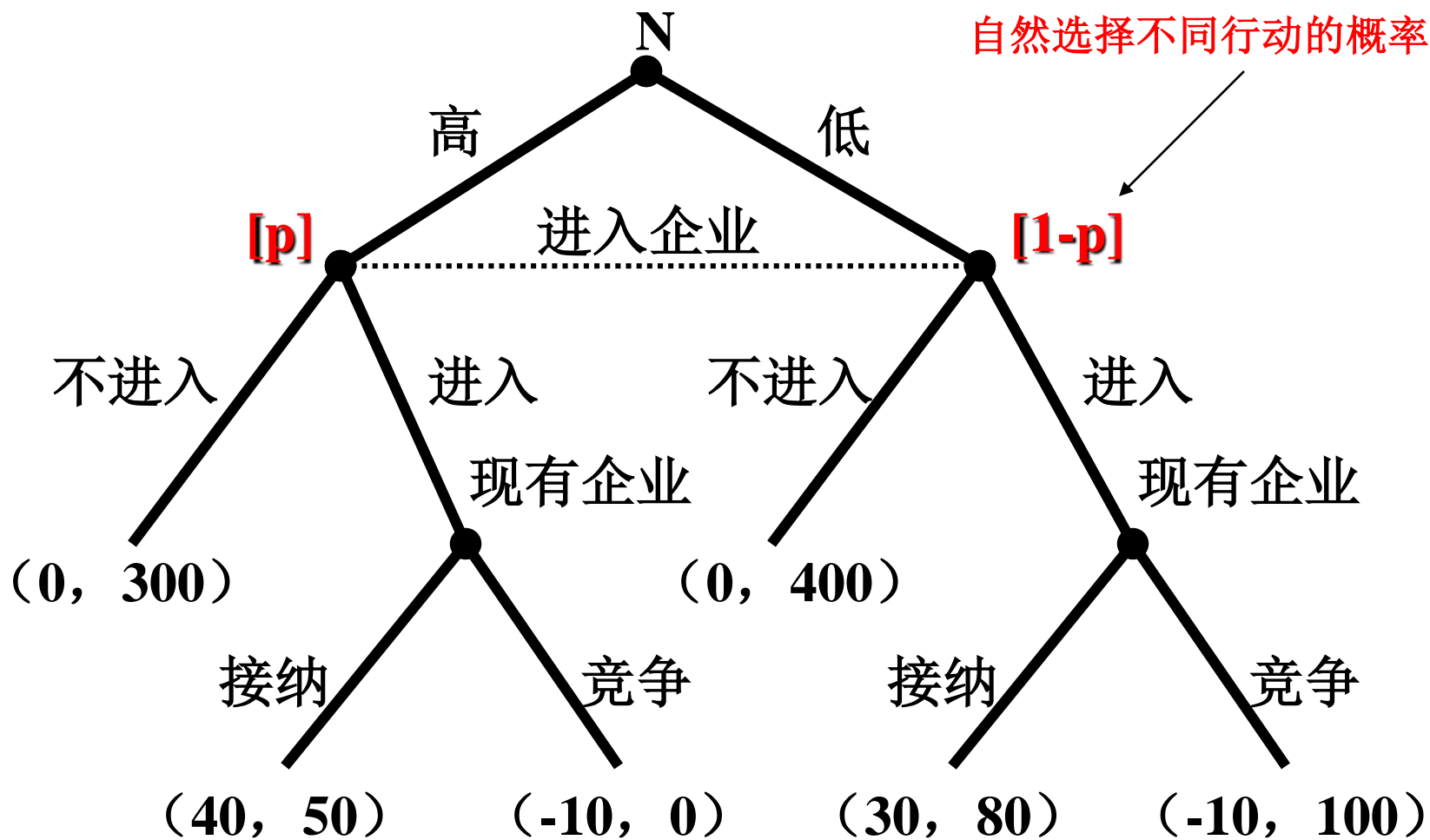
如果双方报价，按常规，如果买方的报价高于卖方的报价，那么，他们就成交；否则，就不成交。于是，这就构成了一个Bayes博弈。

3. Harsanyi转换

1967年，海萨尼（John Harsanyi）指出，所有在原来定义下的不完全信息博弈都可以在不改变其本质的前提下被重新模型化为一个完全但不完备的信息博弈。这一切只需要增加一个由自然在不同规则集合中进行选择的初始行动就可以了。在转换后的博弈中，全体局中人都了解新的可变的规则。

Harsanyi的思想可以表述为：

引入一个虚拟的局中人——“**自然**”，自然首先行动决定局中人的特征，局中人了解自己的特征，但其他局中人了解。



Harsanyi转换后的市场进入博弈

通过海萨尼转换，可以将不完全信息博弈转换成不完备信息博弈。这里，不完备信息指自然作出了它的选择，但其他局中人并不知道它的具体选择是什么，仅仅知道各种选择的概率分布。

在此基础上，海萨尼定义了贝叶斯纳什均衡的概念。具体解释为：

在不完全信息静态博弈中，局中人同时行动，没有机会观察到其他局中人的选择。给定其他局中人的战略选择，每个局中人的最优战略依赖于自己的类型。由于**每个局中人仅知道其他局中人的类型的概率分布而不知道其真实的类型**，他不可能准确地知道其他局中人实际会选择什么战略。但他能准确地预测到其他局中人的选择是如何依赖于其各自的类型的。这样，他决策的目标就是在给定自己的类型和其他局中人的类型依从战略的情况下，最大化自己的预期效用。

贝叶斯纳什均衡就是这样一种类型依从战略组合：

在给定自己的类型和其他局中人类型的概率分布的情况下，每个局中人的预期效用达到最大化，即没有人有积极性再选择其他战略。

贝叶斯纳什均衡是完全信息静态博弈纳什均衡概念在不完全信息静态博弈上的扩展。

不完全信息静态博弈又称为静态贝叶斯博弈。

4. 贝叶斯纳什均衡：求爱博弈

假设当有人向你求爱时，你是否接受依赖于对求爱者品德的判断。假设如果你准确知道求爱者品德良好，则选择接受；反之则不接受。但是，你可能并不准确地知道求爱者的品德。这时，你的决策依赖于你在多大程度上相信他是一个品德优良（或恶劣）的人。下面分别是两种情况下的支付矩阵。

		被求爱者	
		接受	不接受
求爱者	求爱	100, 100	-50, 0
	不求爱	0, 0	0, 0

求爱博弈：品德优良者求爱

		被求爱者	
		接受	不接受
求爱者	求爱	100, -100	-50, 0
	不求爱	0, 0	0, 0

求爱博弈：品德低劣者求爱

假设：无论求爱者品德如何，只要他求爱你接受，他就得到100。但你的支付依赖于求爱者的类型，接受一个品德良好的求爱者得100，反之则损失100。求爱者（不论类型如何）在你拒绝时损失50。

讨论：假设你认为求爱者品德优良的概率为 p 。求爱者也知道这个 p 为多少，那么，他求爱你接受时你的预期效用为 $100p + (-100)(1-p)$ ，不接受时的预期效用为零。当 $p > 1/2$ 时，接受才是最优选择。如果 p 确实大于 $1/2$ ，贝叶斯（纳什）均衡是：求爱者求爱，你接受。反之，如果 $p < 1/2$ 时，贝叶斯（纳什）均衡为：求爱者不求爱，你不接受。

现实生活中的贝叶斯纳什均衡：

- 赌博
- 企业招投标
- 拍卖市场（密封报价）

(四) 不完全信息动态博弈：精炼贝叶斯均衡 (perfect Bayesian equilibrium)

1. 基本概念

精炼贝叶斯均衡是完全信息动态博弈的精炼纳什均衡与不完全信息静态博弈的贝叶斯纳什均衡的结合。

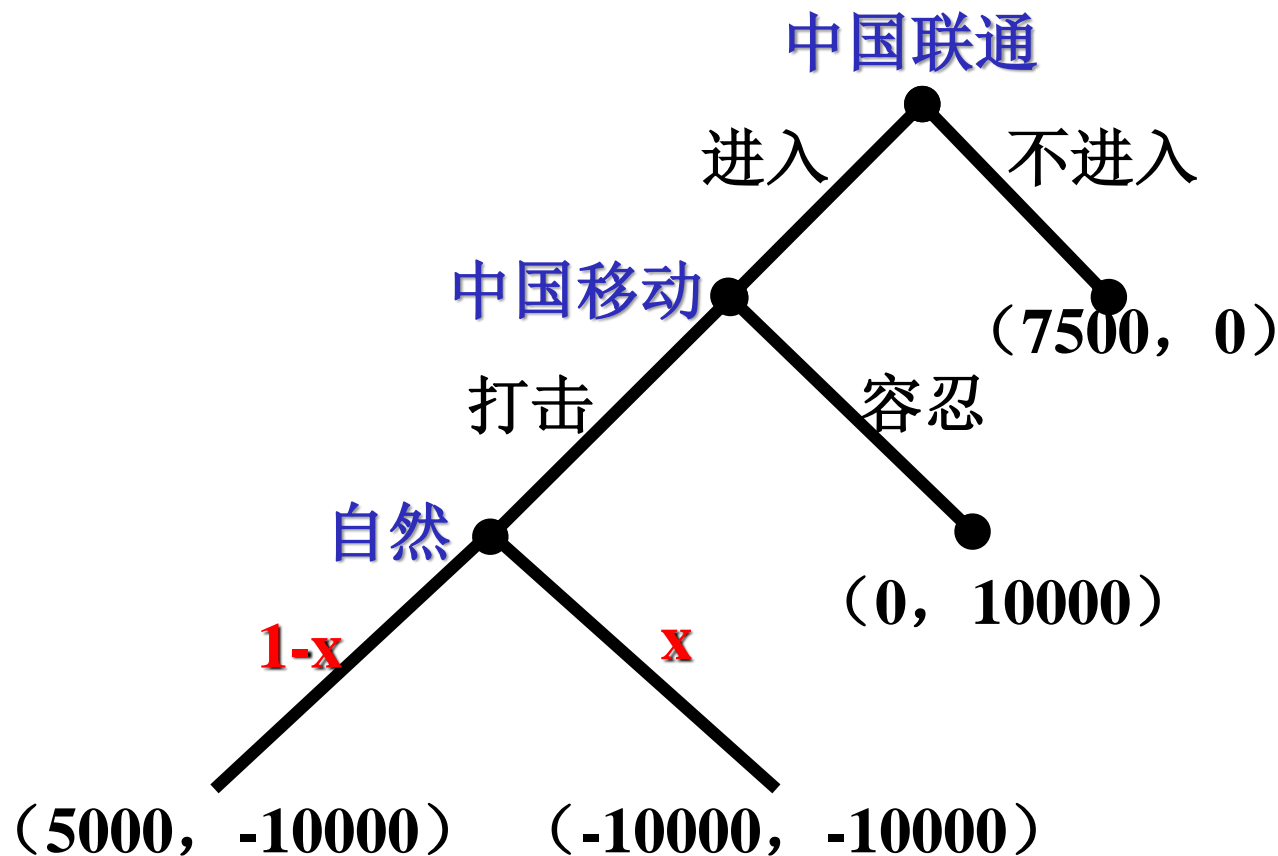
一个精炼贝叶斯均衡是一个战略组合 s 和一组信念 μ ，使得在博弈的每一个结点上都有：

(1) 给定其他局中人的信念和战略，博弈剩余部分的战略是纳什均衡战略；

(2) 给定博弈到目前为止的历史，局中人在每一个信息集上的信念都是理性的（这意味着只要有可能，局中人就会根据观察到的行动，通过贝叶斯法则来修正后验概率）。

2. 求精炼贝叶斯均衡解:

假设在移动通信的市场上，中国移动面临着潜在竞争对手中国联通。在博弈树中，收益数值第一个代表移动收益，第二个代表联通收益。



市场进入博弈树

移动的期望收益: $x \cdot (-10000) + (1-x) \cdot 5000 = 5000 - 15000x$

联通的期望收益: $x \cdot (-10000) + (1-x) \cdot (-10000) = -10000$

用逆推归纳法分析第二阶段中国移动的选择: 由于中国移动在第二阶段打击的期望得益是 $5000 - 15000x$, 容忍的得益是0, 由此, 当 $5000 - 15000x > 0$ 时, 就是 $x < \frac{1}{3}$ 时, 中国移动肯定会选择打击。当 $5000 - 15000x < 0$ 时, 就是 $x > \frac{1}{3}$ 时, 中国移动应该选择容忍。


因此, 该博弈的均衡有三种可能性:

- (1) 当 $x < \frac{1}{3}$ 时, 均衡结果为 (移动打击, 联通不进入), 双方得益为 (7500, 0);
- (2) 当 $x > \frac{1}{3}$ 时, 均衡结果为 (移动容忍, 联通进入), 双方得益为 (10000, 0);
- (3) 在 $x = \frac{1}{3}$ 时, 存在混合策略纳什均衡, 联通依据移动打击概率判断是否进入。

小结：四类博弈模型的关键内容

1. 完全信息静态博弈。纳什均衡：指由全部局中人的最优战略组成的均衡。例如：囚徒困境。

2. 完全信息动态博弈。子博弈精炼纳什均衡：即局中人的战略在每一个子博弈中都构成Nash均衡，即组成精炼Nash均衡的战略必须在每一个子博弈中都是最优的。例如：手雷博弈。

3. 不完全信息静态博弈。贝叶斯纳什均衡：在给定自己的类型和其他局中人类型的概率分布的情况下，每个局中人的预期效用达到最大化，即没有人有积极性再选择其他战略。例如：进入市场博弈。

4. 不完全信息动态博弈。精炼贝叶斯均衡：即局中人根据观察到的其他局中人的行为来修正自己有关后者类型的信念，并由此选择自己的行动。例如：黔驴博弈。

(五) 博弈论前沿——演化博弈 (Evolutionary Game)

演化理论是一种生命科学理论，该理论以达尔文的生物进化论和拉马克的遗传基因理论为思想基础。演化理论与博弈论结合产生了演化博弈例论。经济学家运用演化博弈分析社会习惯、规范、制度或体制形成的影响因素及解释其形成过程，取得了令人瞩目的成绩。

演化博弈与传统博弈论的区别：

1.在方法论上，不同于传统博弈将重点放在静态均衡和比较静态均衡上，**演化博弈强调的是动态的均衡。**

2.在假设条件上，传统的博弈论强调参与者必须是理性的，而且在博弈的过程中不允许犯错误，每个决策阶段都保持理性。这种严格理性的要求限制了博弈论的应用，原因在于，在现实的决策问题中，人通常难以做到完全理性，更不可能每个决策阶段都理性。**演化博弈放松了传统博弈论完全理性的假设**，不仅能够更好地解释生物进化过程中的大量现象，同时，也能更好地解释和分析现实中的经济和管理问题。

基本概念:

演化稳定策略(Evolutionary Stable Strategy, ESS)

——用来表示演化博弈的稳定状态

1973年, Smith and Price在其发表的开创性论文中首次提出演化稳定策略概念, 标志着演化博弈理论的正式诞生。

模仿者动态(Replicator Dynamic, RD)

——用来表示趋向这种稳定状态的动态收敛过程

1978年, 生态学家Taylor and Jonker在考察生态演化现象时首次提出了演化博弈理论的基本动态概念——模仿者动态, 是演化博弈理论的又一次突破性发展。

举例: 以鹰鸽博弈为例, ESS表示博弈的均衡结果——鹰鸽以一定比例共存, RD表示博弈达成均衡的过程——当苞谷场中的鹰数量较少时, 不断有新鹰飞来; 苞谷场中鹰数量超过承载时, 多余的鹰会被驱逐。

第三节 非线性规划理论

非线性规划在信息经济学中的应用：

从本质上说，经济学中充满了有约束的最大化或最小化问题的应用，这主要源于经济学考虑的稀缺性问题，稀缺性可以通过约束函数来表示。这种稀缺性在信息经济学中主要体现在委托代理理论中的参与约束和信息甄别理论中的分离条件上。

委托代理理论中代理人要选择最优行动使自身收益尽可能高，也要使委托人收益尽可能高。同时，又会考虑到其它局外委托人给他的外部机会是否更好。这样，委托代理问题也就表现为非线性规划问题。

在保险市场信息甄别理论中，非线性规划也成为问题的核心。由于保险市场上客户的风险类别不同，保险公司期望提供价格不同的保险合同来区别客户的风险类别。此时，如何划分价格档次就成为保险政策的首要问题。为追求保险利润最大化，保险公司期望提供的合同使高风险客户没有激励去假装低风险类型。