第10章 流体力学

- §10-1. 流体的宏观物性
- §10-2. 理想流体的流动
- §10-3. 黏性流体的运动

§10-1. 流体的宏观物性

一 流体及其运动

- (经典)流体本质上是特殊的质点系，可用牛顿力学处理.
- 流体
  - 日常：液体和气体统称为流体，最鲜明的特征是形状不定，具有流动性。
  - 严格：在任何微小剪切力的持续作用下能连续不断变形的物质

液体：不易被压缩
气体：易被压缩

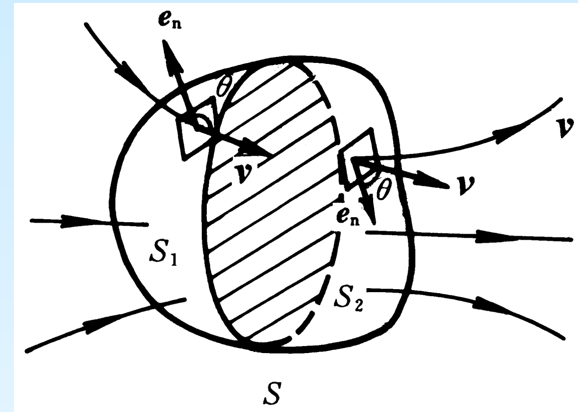
- 特征
  - 流动性(随器而容)
  - 可压缩性
  - 黏性
- 运动形态
  - 流体静力学(平衡规律)
    - 阿基米德原理
    - 帕斯卡原理
  - 流体动力学(运动规律) —— 伯努利方程

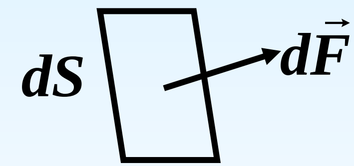
二 压强

$d\vec{S}$ 面积元

$d\vec{F}$ 两侧流体相互作用的弹性力

方向为面元内法线方向





$$p=\frac{d\vec{F}}{d\vec{S}}$$ 单位面积上的压力称为**压强**

- 流体各向同性：静流体内某点各方向上的压强值都相等.

或：在静流体中任何一点的压强与过该点的面元取向无关.

- 运动流体在黏性可忽略时，其内部压强仍具有各向同性.
- 两侧流体相互作用弹性力的方向为面元内法线方向.
- 地球表面附近静流体内压强公式： $\boxed{p(h) = p_0 + \rho g h}$

$\Rightarrow$ 密度均匀的流体中，不同水平面上的各点压强仅与h有关.

- 密度均匀的流体中，同一水平面上的各点压强相同。

三 流体的可压缩性

1.静态流体的可压缩性

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{\Delta p}{K}$$ K——体积模量

在中等压强下，液体压缩性不显著，气体压缩性十分显著。

2. 流动气体的压缩性很小

$$\frac{\rho}{\rho_0}\approx\left(1-\frac{1}{2}Ma^2+\frac{\gamma}{8}Ma^4\right)$$

$$Ma=\frac{\upsilon}{u}<1$$ ——马赫数

υ——流速

u——声速

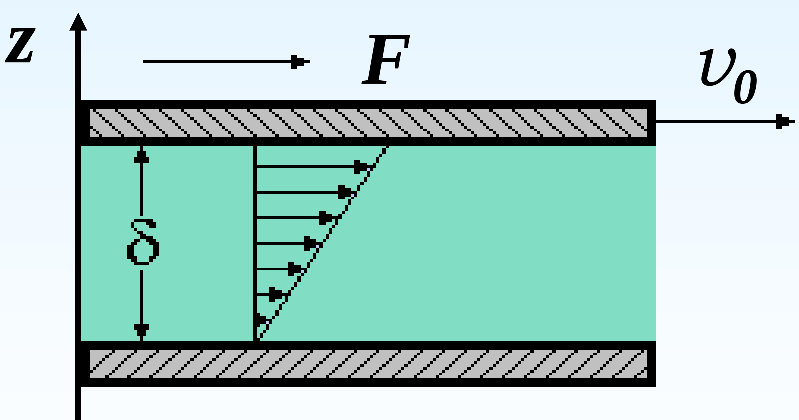
常温下，$\upsilon < 100\ \mathrm{m/s}$时，一般可将流动气体视为不可压缩。

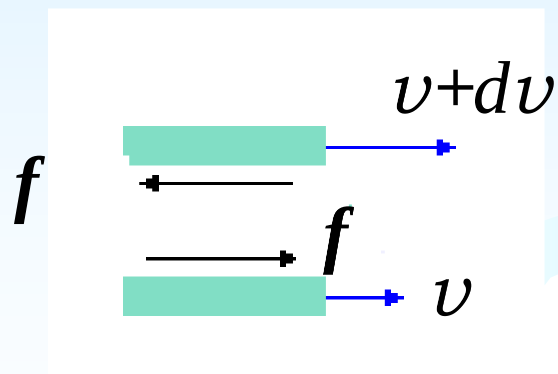
当流速接近声速或超过声速，气体的压缩性很显著.

四 粘性与粘度

粘性——流体流动时，在内部产生的切应力。

流体流动时，各层流体的流速不同。快层必然带动慢层，慢层必然阻滞快层。层与层之间的相对滑动，产生内摩擦力。





$$f=\eta\frac{dv}{dz}\Delta S$$

η——粘度系数或粘度

单位：牛 秒/米，N s/m^{2}或Pa s

流体的粘性

- 液体的粘度随温度的增加而减小。
- 气体的粘度随温度的增加而增大。

注意:

- 流体的粘性力与速度梯度相联系，即非弹性恢复力。

实际流体的流动性、可压缩性和粘性，构成了流体力学的物理基础，也预示著流体力学问题的复杂性。

静止流体内部压强分布规律:

1: 等高点的压强相等;

2: 高度差为h的两点的压强差为: ρgh

适用条件：同一静止流体内部

§10-2. 理想流体的流动

一 理想流体的概念

如何研究液体的动力学规律?

1. 理想流体(模型)

理想流体：无黏性且不可压缩的流体. ←对实际流体的理想化近似模型！

- 一般而言，液体在中等压强变化范围约10^2倍；气体在低速运动范围约10^2 m/s 以下，可视为不可压缩流体。
- 一般而言，流体静止或运动流体远离边界层且速度变化不大的区域，可视为无黏性。
- 实际流体：有黏性+可压缩+可流动

二 流速场 定常流动

牛顿质点系力学

拉格朗日法 ——流元、流块

欧勒法 ——流场(流速场)流体力学理论的主流方法。

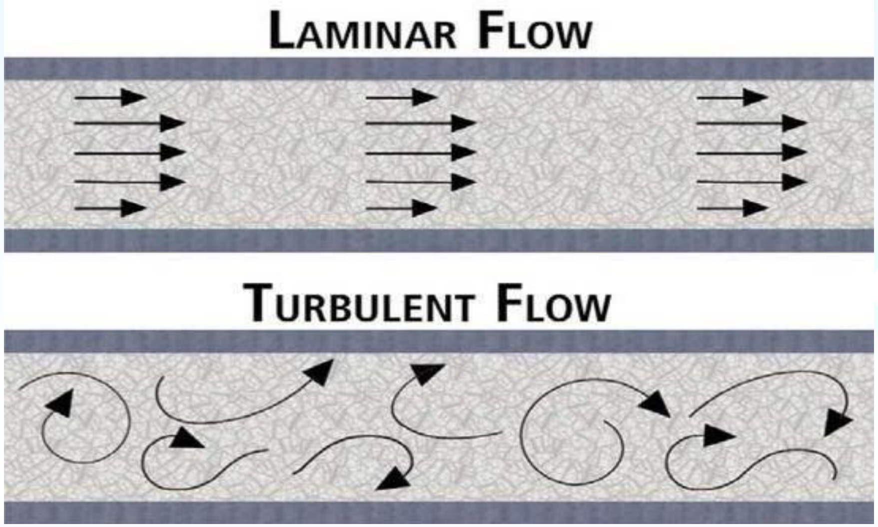
流速场 $\vec{v} \sim \vec{r}, t \quad \vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$

定常流动 $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$ 流速与时间无关

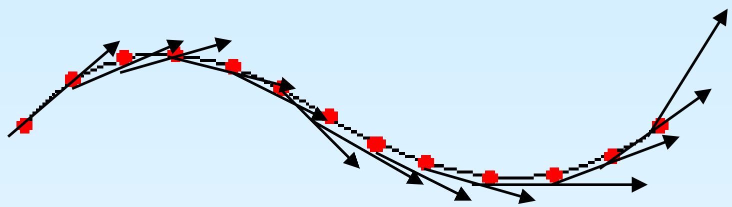
三 层流与湍流 流线与流管

层流: 流体运动规则，各层流动互不掺混，质点运动轨线是光滑，而且流场稳定。

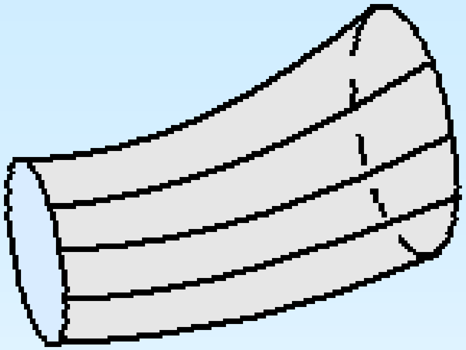
湍流: 流体运动极不规则，各部分激烈掺混，质点运动轨线杂乱无章，而且流场极不稳定。



在层流中，可引入流线和流管



流 线



流 管

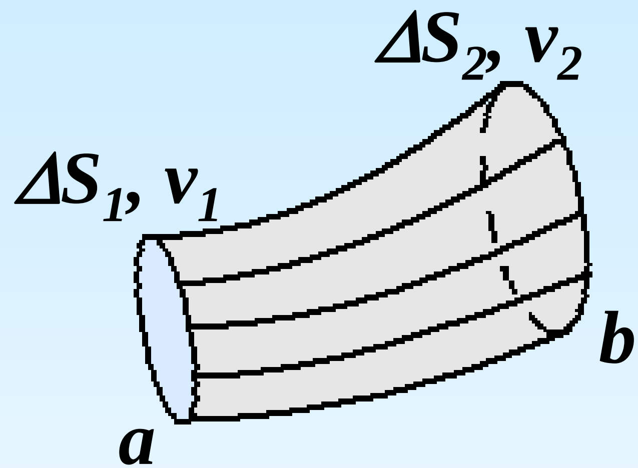
流线：流速场中的一系列假想的曲线。在每一瞬时，曲线上每一点的切线方向与该处流体质元的速度方向一致。

流管：通过流体内闭合曲线上各点的流线所围成的细管。

由于每一点都有唯一确定的流速，因此流线不会相交，流管内外的流体都不会穿越管壁，流管像固定的管道。

四 连续性方程

a处 $\Delta S_1, v_1$ b处 $\Delta S_2, v_2$



Δt 时间内

$$\Delta m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1(\Delta S_1 v_1 \Delta t)$$

$$\Delta m_2 = \rho_2 \Delta V_2 = \rho_2(\Delta S_2 v_2 \Delta t)$$

由质量守恒律和理想流体的不可压缩性

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \qquad \rho_1 = \rho_2$$

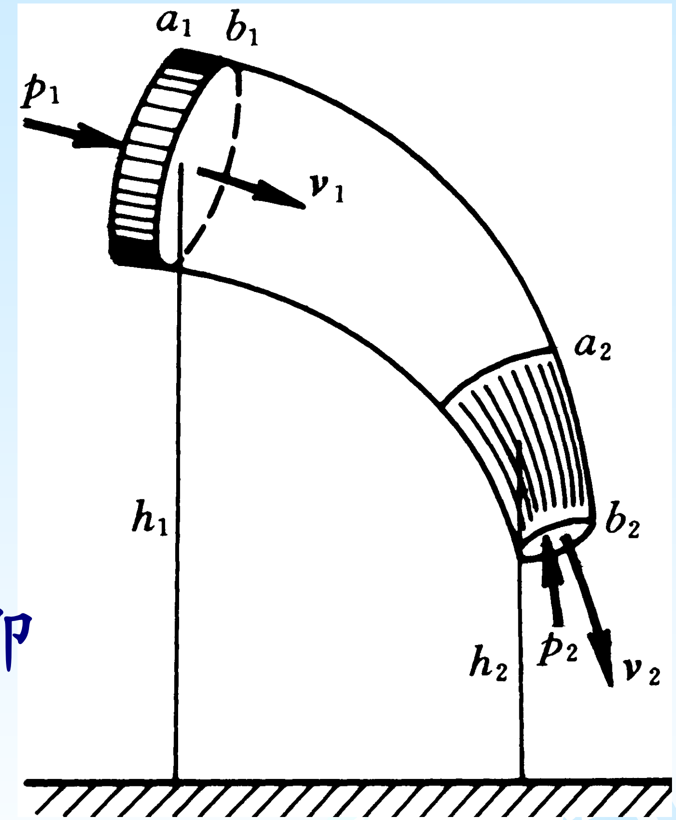
$$\Rightarrow \boxed{\Delta S_1 v_1 = \Delta S_2 v_2}$$ ——连续性方程 (连续性定理)

流量: $\boxed{Q = v\Delta S = \dfrac{\Delta m}{\rho \Delta t}}$

流管入口端的流量等于出口端的流量，流管周壁的流量为零。

五 伯努力方程

理想流体在重力场中作定常流动时的一根细流管。



设在某时刻t，该流管中的一段流体处在a_1a_2位置；经过Δt时间，这段流体达到了b_1b_2位置。

a_1b_1和a_2b_2两段流体的体积相等，即

Δt时间：$S_1v_1\Delta t = S_2v_2\Delta t = \Delta V$

对理想流体来说，内摩擦力为零，压力p_1作正功，压力p_2作负功。外力所作的总功为

$$A = (p_1S_1)v_1\Delta t - (p_2S_2)v_2\Delta t = (p_1 - p_2)\Delta V$$

a_1b_1和a_2b_2两段流体的机械能的改变，即

$$E_2 - E_1 = \rho\,\Delta V\,[(\frac{1}{2}v_2^2 + gh_2) - (\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1)]$$

外力所作的功A等于流体机械能的增量，即

$$A = E_2 - E_1$$

由此可得:

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \rho\,\Delta V\,[(\frac{1}{2}v_2^2 + gh_2) - (\frac{1}{2}v_1^2 + gh_1)]$$

即 $$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

或 $$\boxed{p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gh=\text{常量}}$$ ——伯努利方程

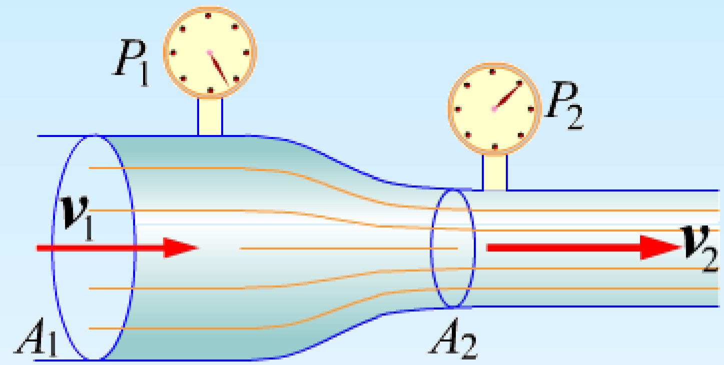
表明压强、动能体密度、势能体密度三项之和在流线上各点处处相等，保持为一恒量。

注意:

- 严格上说伯努利方程是理想流体定常流动在一根流线上的动力学方程。
- 伯努利方程适用于惯性系。
- 伯努利方程实质上是能量守恒定律在理想流体定常流动中的表现，它是流体动力学的基本规律。

六 伯努利方程的应用

(1) 流速与压强的关系



由于水平放置，流体的平均高度相同，故

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2$$

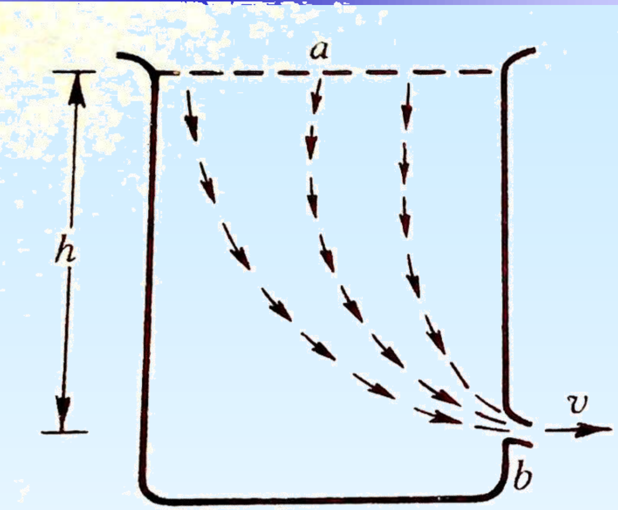
连续性方程的结果 $\upsilon_1 = \frac{A_2}{A_1}\upsilon_2$

代入上式就得到 $p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(1 - \frac{A_2^{\ 2}}{A_1^{\ 2}})\upsilon_2^{\ 2}$

如果 $A_1 > A_2$　即 $\upsilon_1 < \upsilon_2$　则 $p_1 > p_2$

即：流速大，压强小；流速小，压强大。

(2) 小孔流速



如图，一大容器下部有一小孔，试求出小孔处的流速.

解：视为理想流体定常流动，
应用伯努利方程于流线ab

$$p_a + \frac{1}{2}\rho \upsilon_a^2 + \rho g h_a = p_b + \frac{1}{2}\rho \upsilon_b^2 + \rho g h_b$$

因为 $p_a = p_0$，$p_b \approx p_0$，(p_0为大气压)

$\upsilon_a \approx 0$ (容器大而孔小)； $h_a - h_b = h$

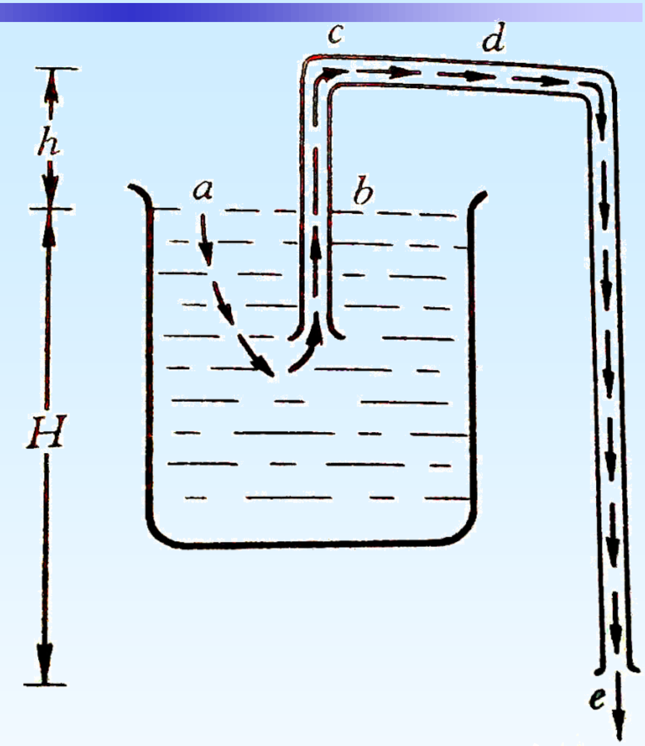
所以：小孔流速为： $\boxed{\upsilon_b \approx \sqrt{2gh}}$ (如同自由落体从$a \to b$运动)

注： $p_b \approx p_0$ 的理由：流体元出口后应力释放而匀速直线运动（若不考虑重力的话）。

(3) 虹吸现象

如图,一大容器中插入一弯管. 最初弯管内充满液体,液体便从e 端源源流出——虹吸现象.

解释如下:



应用伯努利方程于流线$abcde$。

$$p_a+\frac{1}{2}\rho\upsilon_a^2+\rho g h_a=p_e+\frac{1}{2}\rho\upsilon_e^2+\rho g h_e$$

因为 $p_a=p_0$, $p_e\approx p_0$,(p_0为大气压)

$\upsilon_a\approx 0$ (容器大而孔小); $h_a-h_e=H$

液体从e 端流出速度为: $\upsilon_e\approx\sqrt{2gH}$

- 若管径均匀, $bcde$ 各处速率相等, $p_a>p_b>p_c=p_d<p_e$

  $p_b=p_e-\rho gH$, $p_c=p_d=p_e-\rho g(h+H)$

10.2，10.4，10.5，10.8