

## 2021 年春季《大学计算机基础》（理科）第 2 章研讨题目

2021-3-17

### 一、课前准备

- 1、自学教材和课件上“**2.1 科学抽象过程与方法**”和“**2.2 数学模型的定义和分类**”的内容
- 2、复习课件上“**2.3 数学建模的基本过程和方法**”，掌握数学建模的一般步骤和三种主要方法。
- 3、自学教材“**2.4 建模的综合案例分析**”，认真体会每个案例的抽象过程和建模思路。
- 4、通过网络查阅相关资料，了解必要的图论知识，如顶点、边、无向图、有向图、路径、权值等概念。进一步了解图论中求两点间最短路径问题的一般方法。
- 5、在图书馆文献库或百度文库或其他站点中检索与本次研讨题目所涉及知识点相关的论文，了解最优化问题、最短路径问题、组合优化问题、线性规划问题的概念。
- 6、完成研讨题目中的第 1 题，其他题任意选择一道题完成，并根据每道题的具体要求，**撰写“《大学计算机基础》第 2 章研讨题解决方案”**。**打印**出来，下周上课时带到教室，供课堂上讨论和展示。同时用优盘或其他存储介质将电子版带到教室，以备展示需要。
- 7、分组。做同一道题的同学，组成一个小组（每个小组 3~4 人），推选出小组长。由课代表采用 Excel 表统计分组情况，上课的前一天将分组名单提交给任课教师。各小组长提前打印**讨论记录表**（每小组 1 份，模板如表 1 所示），上课时带到教室，用于课上以小组为单位记录讨论情况，研讨课结束后交给教师。

表 1 讨论记录表模板

选做题： 廉价航班问题

班号：2077xx

序号	姓名	学号	角色	发言是否积极	方案是否完整详细	互评等级
1	张三	203773xx	组长			
2	李四	203773xx	组员			
3	王五	203773xx	组员			
4	赵六	203773xx	组员			

说明：

“发言是否积极”选项包括：踊跃发言、较积极、话很少、没有发言。

“方案是否完整详细”选项包括：完整详细、较完整详细、较完整但过于简略、不完整。

“互评等级”：由小组成员讨论达成一致按研讨综合优异程度从高到低给出 A, B, C, D。

## 二、课堂讨论交流

1、第一节课，小组讨论。

(1) 每人介绍对题目所涉及的主要知识点的理解，介绍自己的建模思路，以及建立的模型。比较不同建模方法的区别。

(2) 小组长负责详细记录每人的发言及题目完成情况。

(3) 根据每人完成情况和发言情况，大家讨论确定每人的分数等级。评出做得好的同学。

2、第二节课，总结。

(1) 每个小组的组长总结本组完成情况，介绍优秀建模方案。每个小组不超过 4 分钟。

(2) 教师讲解本次讨论课的重点和难点，并进行点评。

## 三、研讨题目

**第 1 题每个人必须都做；并在 2~4 题中任选一道题完成。**

1、(必做) 任务分配问题。设有 4 项任务 B1、B2、B3、B4，派 4 个人 A1、A2、A3、A4 去完成。每个人都可以承担 4 项任务中的任何一项，但所消耗的资金不同。设  $A_i$  完成  $B_j$  所需资金为  $c_{ij}$ 。问如何分配任务，使总费用最少？

假定每个数据  $c_{ij}$  具体的数值如表 2 所示。其中列表示任务  $B_j$ ，行表示人员  $A_i$ ，表格中的每个数据  $c_{ij}$  表示  $A_i$  完成  $B_j$  所需资金。

表 2 任务分配问题的费用

	B1	B2	B3	B4
A1	6	7	11	2
A2	4	5	9	8
A3	3	1	10	4
A4	5	9	8	2

**要求：**

(1) 查阅资料，解释什么是最优化问题？最优化问题包含哪些概念？哪些问题属于最优化问题？通常采用什么方法求解最优化问题？

(2) 分析问题，建立相应的数学模型。要求给出数学建模的主要步骤，给出所有变量的定义、目标函数和约束条件。说明你采用的是什么建模方法。

(3) 利用现有的数学知识，你认为一共有多少种可能的情况？试列表给出所有可能，并求出最佳分配方案，此时总费用为多少？

**提示：**

① 本题涉及最优化问题和穷举法等知识。**穷举法（枚举法，Enumeration）**就是按问题本身的性质，通过多重循环一一列举出该问题所有可能的解（不能遗漏，也不能重复），并在逐一列举的过程中，检验每个可能的解是否是问题的真正解，若是，则采用这个解，否则抛弃它。

② 仔细阅读教材【案例 2.7】“学生选课”，体会该案例是如何进行模型假设和模型建立的。

③ 分配问题也称为指派问题，它是典型的最优化问题。一般是引入一个 0-1 变量  $x_{ij}$ ， $x_{ij}=1$  表示指派  $A_i$  完成任务  $B_j$ ； $x_{ij}=0$  表示不指派  $A_i$  去完成任务  $B_j$ 。然后根据题意写出目标函数和约束条件，再选取合适的方法求解。

除了采用**穷举法**求解，还可以采用**匈牙利算法**求解。匈牙利算法由匈牙利数学家 Edmonds 于 1965 年提出，因而得名。利用该算法求解任务分配问题，简单易行。

或者采用组合问题中的**分支限界法**求解。

④ 根据题意，约束条件可以用文字描述为：某项任务只能由 4 个人中的一个来完成；每个人只能承担 4 项任务中的一项。将它们表达为与  $x_{ij}$  有关的两个等式即可。

2、（选做）廉价航班问题。某公司在六个城市  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$ 、 $C_5$ 、 $C_6$  都有分公司，公司成员经常往来于它们之间，已知从  $C_i$  到  $C_j$  的直达航班票价由

$$\begin{bmatrix} 0 & 50 & \infty & 40 & 25 & 10 \\ 50 & 0 & 15 & 20 & \infty & 25 \\ \infty & 15 & 0 & 10 & 20 & \infty \\ 40 & 20 & 10 & 0 & 10 & 25 \\ 25 & \infty & 20 & 10 & 0 & 55 \\ 10 & 25 & \infty & 25 & 55 & 0 \end{bmatrix}$$

图 1 所示赋权矩阵的第  $i$  行、第  $j$  列元素给出（ $\infty$  表示无直达航班），试计算

任意两个城市之间的最廉价路线及最小航费。

假设：天气等一些客观因素不影响交通运输，飞机航班不存在延误现象，公司员工转机过程中不存在逗留现象。

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1	0	50	$\infty$	40	25	10
C2	50	0	15	20	$\infty$	25
C3	$\infty$	15	0	10	20	$\infty$
C4	40	20	10	0	10	25
C5	25	$\infty$	20	10	0	55
C6	10	25	$\infty$	25	55	0

图 1 廉价航班问题的赋权矩阵

**要求：**

(1) 查阅资料，解释什么是最短路径问题？最短路径问题包含哪些概念？哪些问题属于最短路径问题？最短路径问题分为哪几类？通常采用什么方法求解最短路径问题？

(2) 分析问题，建立合理的数学模型。请问本题属于哪一类最短路径问题？要求给出数学建模的主要步骤，画出相应的无向图，给出所有变量的定义、目标函数和约束条件。

(3) 想一想，如果采用穷举法求解，如何做？试给出求解思路。列表给出从 C1 到 C2 的所有路线和相应的权值，其中最廉价的路线是什么？航费为多少？

**提示：**参考教材【案例 2.8】“导航地图中的最短路径”。

3、(选做) 货车运输问题。如图 2 所示的交通网络，每条弧（边）上的数字代表车辆在该路段行驶所需的时间（单位为小时），有向边表示单行道，无向边表示可双向行驶。若有一批货物要从 1 号顶点运往 9 号顶点，问运货车应沿哪条线路行驶，才能最快地到达目的地？

假设：货物从起点 1 运输到终点 9，不存在货物往返运输的可能；货车在行驶中是按匀速行驶；货车在路途中无意外发生，无需返回原地；假设天气等一些客观因素不会影响交通运输。

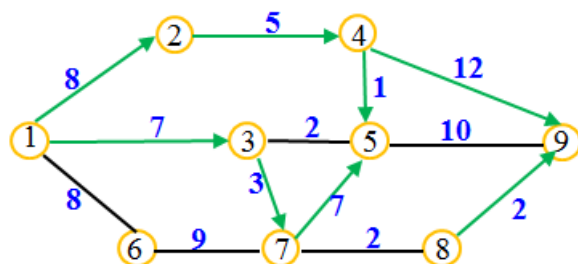


图 2 货车运输交通网络图

要求：

(1) 查阅资料，解释什么是最短路径问题？最短路径问题包含哪些概念？哪些问题属于最短路径问题？通常采用什么方法求解最短路径问题？

(2) 分析问题，建立合理的数学模型。请问本题属于哪一类最短路径问题？要求给出数学建模的主要步骤，将原图转化为有向图，并画出赋权矩阵，给出所有变量的定义、目标函数和约束条件。

(3) 想一想，如果采用穷举法求解，如何做？试给出求解思路，耗时最短的路线是什么？需要多长时间？

**提示：**根据题目要求和假设，首先将原图(一个有向图与无向图相结合的图)转化为有向图，并画出赋权矩阵。然后建立数学模型，即给出目标函数和约束条件。

4、(选做) 一架货机有三个货舱：前舱、中舱和后舱。三个货舱所能装载的货物的最大重量和体积有限制(如表 3 所示)。现有四类货物用该货机进行装运，货物的规格以及装运后获得的利润如表 4 所示。并且为了飞机的平衡，三个货舱装载的货物重量必须与其最大的容许量成比例。问应如何装运，使货机飞行利润最大？

假设：

每种货物可以无限细分；

每种货物可以分布在一个或者多个货舱内；

不同的货物可以放在同一个货舱内，并且可以保证不留空隙。

表 3 各货舱重量和体积最大值

	前舱	中舱	后舱
重量限制(吨)	10	16	8
体积限制(立方米)	6800	8700	5300

表 4 货物规格及利润

	重量（吨）	空间（立方米/吨）	利润（元/吨）
货物 1	18	480	3100
货物 2	15	650	3800
货物 3	23	580	3500
货物 4	12	390	2850

**要求：**

（1）查阅资料，解释什么是组合优化问题？现实生活中哪些问题属于组合优化问题？通常采用什么方法求解组合优化问题？

（2）分析问题，建立合理的数学模型。要求给出数学建模的主要步骤，给出所有变量的定义、目标函数和约束条件。

（3）线性规划问题通常采用什么方法求解？给出主要思路。

**提示：**

① 本题涉及组合优化问题、线性规划模型、线性规划方法等知识。

② 本题中，各变量可取值的范围为连续值，不同于前面三题中变量取值均为离散整数量或者 0、1 量的情况，本题属于线性规划问题，模型为线性规划模型。

线性规划问题参考书籍：**实用线性规划方法及其支持系统. 清华大学出版社，江道琪、何建坤、陈松华编著**）

③ 本题需要解决的问题是在安排飞机装载的货物时，找到三个货舱装载的各种货物的重量，使飞机获得的利润最大。在装载货物时需要考虑每个货舱的重量限制，同时还要考虑货舱的体积限制，以及保证飞机平衡的限制。即在若干线性约束条件下，求得目标函数的最大值。

## 四、作业提交要求

1. 根据课堂上讨论情况，继续完善“《大学计算机基础》第 2 章研讨题解决方案”，并在**提交截止时间（2021 年 3 月 31 日 23 点）**之前，以附件形式在课程网站上提交电子版。

2. 作业采用 Word 文档书写，格式如下：

## 《大学计算机基础》第 2 章研讨题解决方案

班 级 \_\_\_\_\_ 学 号 \_\_\_\_\_ 姓 名 \_\_\_\_\_

题目 1:

答: .....

题目 2:

答: .....

3. 文件名务必按下面的形式命名:

班号\_学号\_姓名\_第 2 章作业, 例: **207719\_20377301\_张三\_第 2 章研讨题**