Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Opracowanie wirtualnego środowiska do symulacji dynamiki lotu bezzałogowych statków powietrznych

Wojciech Gajda   Igor Faliszewski

28 listopada 2023

Politechnika Warszawska

Agenda

Motywacja

Motywacja

WAR THUNDER

Motywacja

Motywacja

Motywacja

ARDUPILOT

WAR THUNDER

BETAFLIGHT

Microsoft Flight Simulator

Motywacja

Motywacja

ARDUPILOT

JSBSim

Open Source Flight Dynamics

WAR THUNDER

BETAFLIGHT

Microsoft Flight Simulator

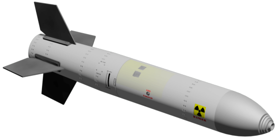
Motywacja

Motywacja

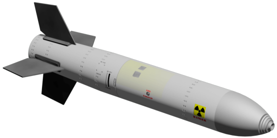
Motywacja

Motywacja

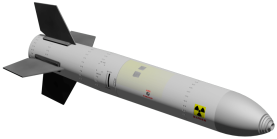
Motywacja



Motywacja



Motywacja



Cel projektu

- First item.

Cel projektu

- First item.
- Second item.

Cel projektu

- First item.
- Second item.
- Third item.

Cel projektu

- First item.
- Second item.
- Third item.
- Fourth item.

Cel projektu

- First item.
- Second item.
- Third item.
- Fourth item.
- Fifth item.

Cel projektu

- First item.
- Second item.
- Third item.
- Fourth item.
- Fifth item. Extra text in the fifth item.

Wstep teoretyczny

Wstep teoretyczny

> “There is nothing so practical as a good theory.
>
> Lewin Kurt

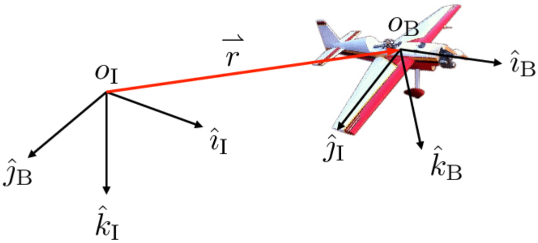
Wstep teoretyczny

> “There is nothing so practical as a good theory.
>
> Lewin Kurt

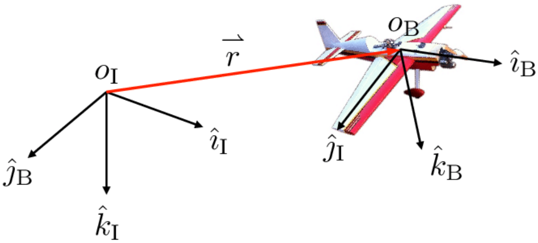
> “Nie ma osobnej ani teorii, ani praktyki inżynierskiej, jest tylko wspólna sztuka inżynierska.
>
> prof. Jan Oderfeld

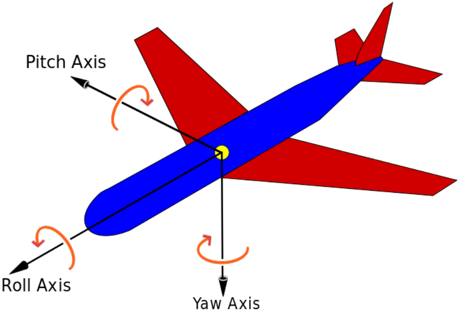
Dynamika lotu

Dynamika lotu



Dynamika lotu





Równania stanu

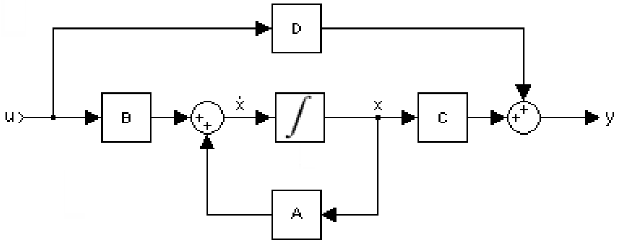
$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{g}(t, \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \end{cases}$$

Równania stanu

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{g}(t, \boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \end{cases}$$



Równania różniczkowe

- Przed zastosowaniem algorytmu obniżyć rząd równania różniczkowego.

Równania różniczkowe

- Przed zastosowaniem algorytmu obniżyć rząd równania różniczkowego.
- Skorzystać z algorytmu jawnego lub niejawnego algorytmu całkowania RR

Równania różniczkowe

- Przed zastosowaniem algorytmu obniżyć rząd równania różniczkowego.
- Skorzystać z algorytmu jawnego lub niejawnego algorytmu całkowania RR
- Algorytmy jawne:

Równania różniczkowe

- Przed zastosowaniem algorytmu obniżyć rząd równania różniczkowego.
- Skorzystać z algorytmu jawnego lub niejawnego algorytmu całkowania RR
- Algorytmy jawne:
  - Euler: $\boldsymbol{x}\left(t+\Delta t\right)=\boldsymbol{x}\left(t\right)+\Delta t\cdot\dot{\boldsymbol{x}}$

Równania różniczkowe

- Przed zastosowaniem algorytmu obniżyć rząd równania różniczkowego.
- Skorzystać z algorytmu jawnego lub niejawnego algorytmu całkowania RR
- Algorytmy jawne:
  - Euler: $\boldsymbol{x}\left(t + \Delta t\right) = \boldsymbol{x}\left(t\right) + \Delta t \cdot \dot{\boldsymbol{x}}$
  - Rugge-Kutty 4 rzędu

Równania różniczkowe

- Przed zastosowaniem algorytmu obniżyć rząd równania różniczkowego.
- Skorzystać z algorytmu jawnego lub niejawnego algorytmu całkowania RR
- Algorytmy jawne:
  - Euler: $\boldsymbol{x}\left(t+\Delta t\right)=\boldsymbol{x}\left(t\right)+\Delta t\cdot\dot{\boldsymbol{x}}$
  - Rugge-Kutty 4 rzędu
- Algorytmy niejawne

Model matematyczny statku powietrznego I

Model matematyczny statku powietrznego I

Położenie i orientacja:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi \\ \Theta \\ \Psi \end{bmatrix}_W \quad \text{lub} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}_W$$

Model matematyczny statku powietrznego I

Położenie i orientacja:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi \\ \Theta \\ \Psi \end{bmatrix}_W \quad \text{lub} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}_W$$

Prędkości:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_B$$

Model matematyczny statku powietrznego I

Położenie i orientacja:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi \\ \Theta \\ \Psi \end{bmatrix}_W \quad \text{lub} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}_W$$

Prędkości:

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ P \\ Q \\ R \end{bmatrix}_B$$

Stan układu:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{x} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Model matematyczny statku powietrznego II

Model matematyczny statku powietrznego II

- Prędkość to pochodna położenia

Politechnika Warszawska

Model matematyczny statku powietrznego II

- Prędkość to pochodna położenia

$$\dot{\boldsymbol{y}} = T(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x})$$

Model matematyczny statku powietrznego II

- Prędkość to pochodna położenia

$$\dot{\boldsymbol{y}} = T(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x})$$

- Zasada zmienności pędu i krętu, czyli uogólniona II zasada dynamiki Newtona

$$\begin{bmatrix} \frac{d\vec{\boldsymbol{p}}}{dt} \\ \frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{F}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{f}$$

Model matematyczny statku powietrznego II

- Prędkość to pochodna położenia

$$\dot{\boldsymbol{y}} = T(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x})$$

- Zasada zmienności pędu i krętu, czyli uogólniona II zasada dynamiki Newtona

$$\begin{bmatrix} \frac{d\vec{\boldsymbol{p}}}{dt} \\ \frac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{F}} \\ \vec{\boldsymbol{M}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{f}$$

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\Omega}\left(\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{M}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}$$

Model matematyczny statku powietrznego III

Siły i momenty działające na samolot:

Model matematyczny statku powietrznego III

Siły i momenty działające na samolot:

- Siła grawitacji $\boldsymbol{f_G}$

Model matematyczny statku powietrznego III

Siły i momenty działające na samolot:

- Siła grawitacji $\boldsymbol{f_G}$
- Ciąg silników i moment oporowy $\boldsymbol{f_R}$
- Ciąg silników marszowych $\boldsymbol{f_J}$

Model matematyczny statku powietrznego III

Siły i momenty działające na samolot:

- Siła grawitacji $\boldsymbol{f_G}$
- Ciąg silników i moment oporowy $\boldsymbol{f_R}$
- Ciąg silników marszowych $\boldsymbol{f_J}$
- Oddziaływanie aerodynamiczne $\boldsymbol{f_A}$

Model matematyczny statku powietrznego III

Siły i momenty działające na samolot:

- Siła grawitacji $\boldsymbol{f_G}$
- Ciąg silników i moment oporowy $\boldsymbol{f_R}$
- Ciąg silników marszowych $\boldsymbol{f_J}$
- Oddziaływanie aerodynamiczne $\boldsymbol{f_A}$
- Siły zewnętrzne $\boldsymbol{f_{OUT}}$

Model matematyczny statku powietrznego IV

Ciąg silnika i moment oporowy:

Model matematyczny statku powietrznego IV

Ciąg silnika i moment oporowy:

$$F = k_F \rho S R^2 \omega^2$$

Model matematyczny statku powietrznego IV

Ciąg silnika i moment oporowy:

$$F = k_F \rho S R^2 \omega^2$$

$$M = k_M \rho S R^3 \omega^2$$

Model matematyczny statku powietrznego IV

Ciąg silnika i moment oporowy:

$$F = k_F \rho S R^2 \omega^2$$

$$M = k_M \rho S R^3 \omega^2$$

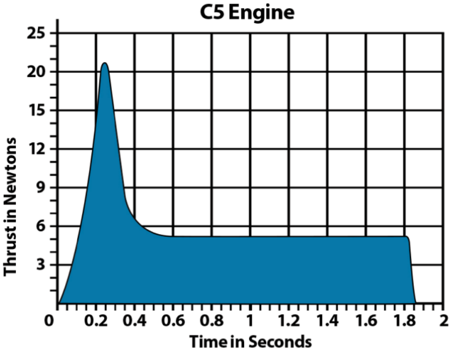
$$T \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_{ZADANA}$$

Model matematyczny statku powietrznego V

Ciąg silnika marszowego:

Model matematyczny statku powietrznego V

Ciąg silnika marszowego:



Model matematyczny statku powietrznego V

Oddziaływanie aerodynamiczne:

Model matematyczny statku powietrznego V

Oddziaływanie aerodynamiczne:

$$\boldsymbol{f_A} = \frac{1}{2}\rho V_T^2 \boldsymbol{SC}\left(\alpha, \beta, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta}, ...\right)$$

Model matematyczny statku powietrznego V

Oddziaływanie aerodynamiczne:

$$\boldsymbol{f_A} = \frac{1}{2}\rho V_T^2 \boldsymbol{S}\boldsymbol{C}\left(\alpha, \beta, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta}, ...\right)$$

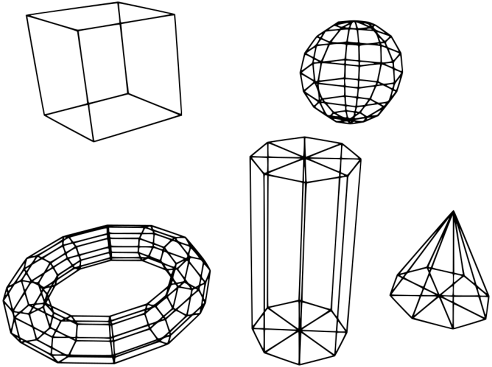
Model matematyczny statku powietrznego V

Oddziaływanie aerodynamiczne:

$$\boldsymbol{f_A} = \frac{1}{2}\rho V_T^2 \boldsymbol{S}\boldsymbol{C}\left(\alpha, \beta, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{\delta}, ...\right) \qquad \boldsymbol{C} \approx \boldsymbol{C0} + \frac{d\boldsymbol{C}}{d\alpha}\alpha + \frac{d\boldsymbol{C}}{d\beta}\beta + \frac{d\boldsymbol{C}}{d\beta}\beta + \frac{d\boldsymbol{C}}{d\boldsymbol{x}}\boldsymbol{x} + \frac{d\boldsymbol{C}}{d\boldsymbol{\delta}}\boldsymbol{\delta}$$

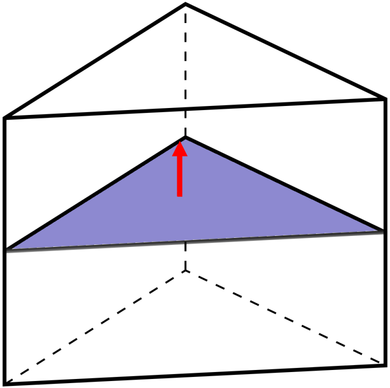
Kolizje I

Kolizje I

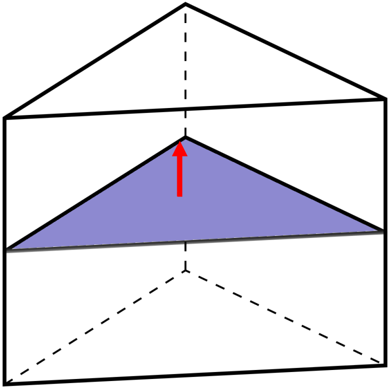


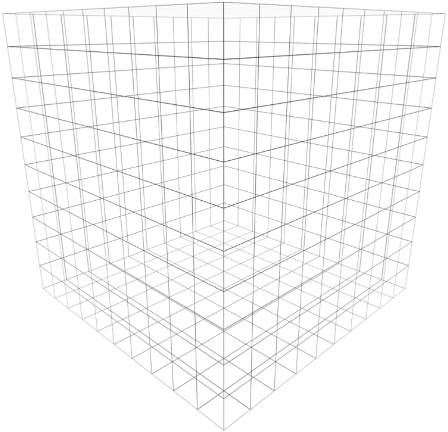
Kolizje II

Kolizje II



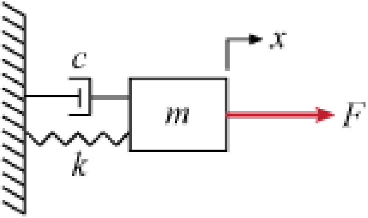
Kolizje II



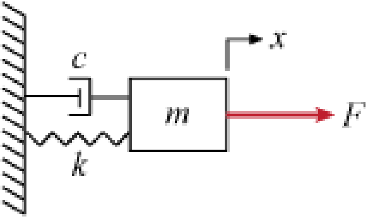


Kolizje III

Kolizje III



Kolizje III



Kolizje IV

$$\vec{\boldsymbol{j}} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{\boldsymbol{F}} dt$$

Kolizje IV

$$\vec{\boldsymbol{j}} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{\boldsymbol{F}} dt$$

$$j_r\left(\boldsymbol{M}, \vec{\boldsymbol{v}}, ..., COR\right)$$

Kolizje IV

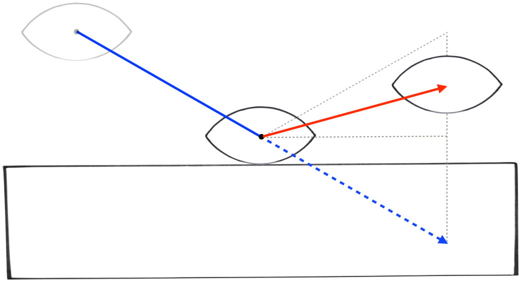
$$\vec{\boldsymbol{j}} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{\boldsymbol{F}} dt$$

$$j_r\left(\boldsymbol{M}, \vec{\boldsymbol{v}}, ..., COR\right)$$

Kolizje IV

$$\vec{\boldsymbol{j}} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{\boldsymbol{F}} dt$$

$$j_r \left(\boldsymbol{M}, \vec{\boldsymbol{v}}, ..., COR \right)$$

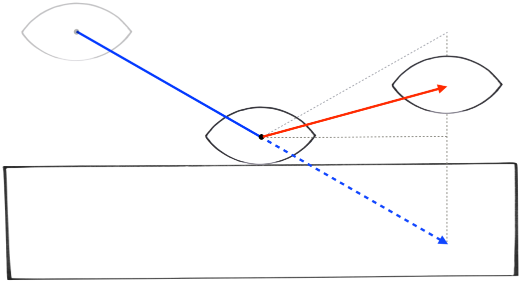


Kolizje IV

$$\vec{\boldsymbol{j}} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{\boldsymbol{F}} dt$$

$$j_r \left(\boldsymbol{M}, \vec{\boldsymbol{v}}, ..., COR\right)$$

$$j_f \left(\boldsymbol{M}, \vec{\boldsymbol{v}}, ..., \mu_s, \mu_d\right)$$



Politechnika
Warszawska

Odrzut

.

Odrzut

Zasada zachowania pędu $\vec{\boldsymbol{p}}$ i zasada zachowania momentu pędu (krętu) $\vec{\boldsymbol{L}}$.

Odrzut

Zasada zachowania pędu $\vec{\boldsymbol{p}}$ i zasada zachowania momentu pędu (krętu) $\vec{\boldsymbol{L}}$.

$$\begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{p}}_{przed} \\ \vec{\boldsymbol{L}}_{przed} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{p}}_{po} \\ \vec{\boldsymbol{L}}_{po} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{p}}_{pocisku} \\ \vec{\boldsymbol{L}}_{pocisku} \end{bmatrix}$$

Odrzut

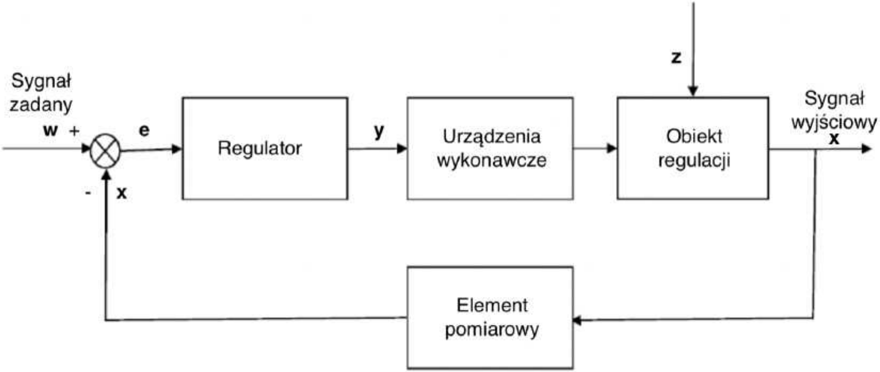
Zasada zachowania pędu $\vec{\boldsymbol{p}}$ i zasada zachowania momentu pędu (krętu) $\vec{\boldsymbol{L}}$.

$$\begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{p}}_{przed} \\ \vec{\boldsymbol{L}}_{przed} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{p}}_{po} \\ \vec{\boldsymbol{L}}_{po} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{p}}_{pocisku} \\ \vec{\boldsymbol{L}}_{pocisku} \end{bmatrix}$$

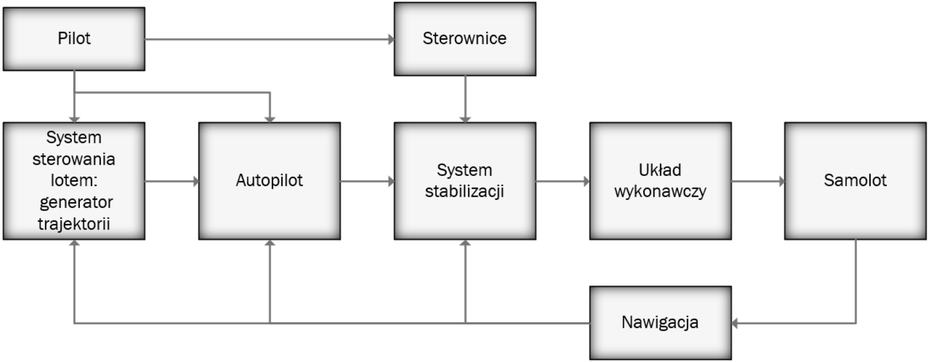
$$\boldsymbol{M} \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{v}}_{przed} \\ \vec{\boldsymbol{\omega}}_{przed} \end{bmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{v}}_{po} \\ \vec{\boldsymbol{\omega}}_{po} \end{bmatrix} + m_{pocisku} \begin{bmatrix} \vec{\boldsymbol{v}}_{pocisku} \\ \vec{\boldsymbol{r}}_{pocisku} \times \vec{\boldsymbol{v}}_{pocisku} \end{bmatrix}$$

Sterowanie statkiem powietrznym

Sterowanie statkiem powietrznym

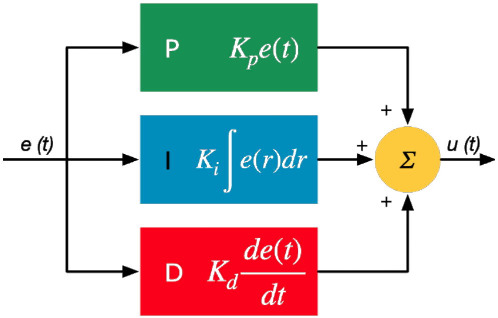


Sterowanie statkiem powietrznym

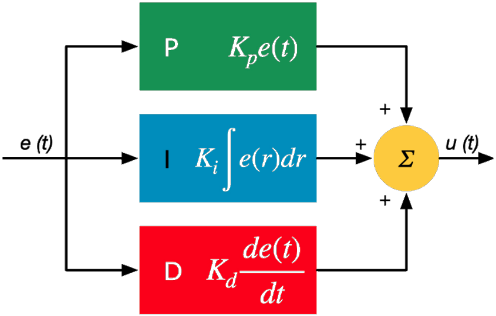


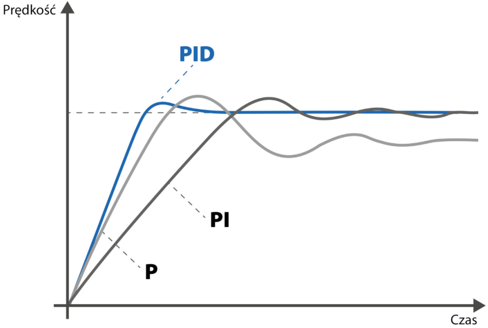
Regulator PID

Regulator PID

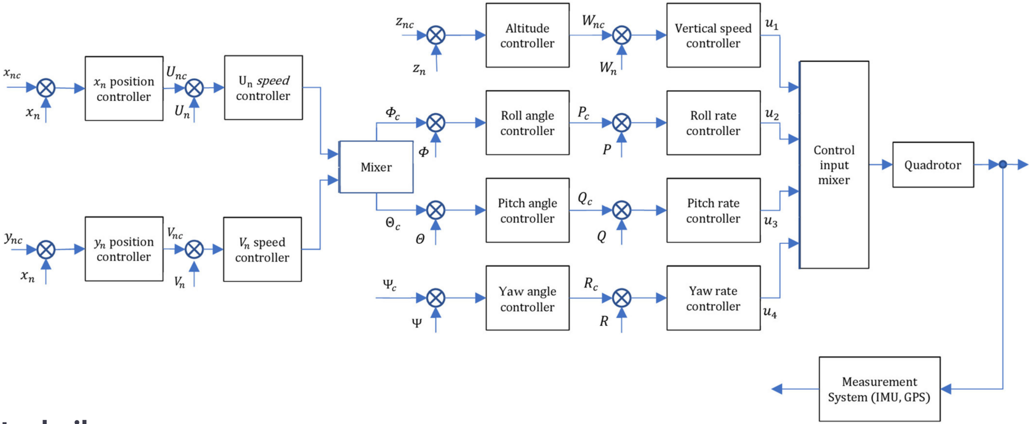


Regulator PID





Sterowanie statkiem powietrznym



Politechnika Warszawska

Nawigacja

Czujniki:

- Żyroskop

Nawigacja

Czujniki:

- Żyroskop
- Akcelerometer

Nawigacja

Czujniki:

- Żyroskop
- Akcelerometer
- Barometer

Nawigacja

Czujniki:

- Żyroskop
- Akcelerometer
- Barometer
- Czujnik prędkości powietrza

Nawigacja

Czujniki:

- Żyroskop
- Akcelerometer
- Barometer
- Czujnik prędkości powietrza
- Nawigacja satelitarna

Nawigacja

Czujniki:

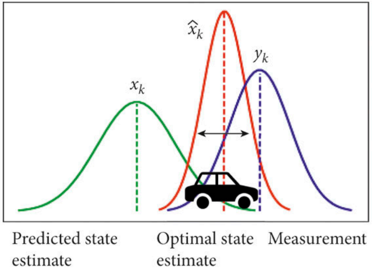
- Żyroskop
- Akcelerometer
- Barometer
- Czujnik prędkości powietrza
- Nawigacja satelitarna
- Radar, sonar, lidar

Nawigacja

Czujniki:

- Żyroskop
- Akcelerometer
- Barometer
- Czujnik prędkości powietrza
- Nawigacja satelitarna
- Radar, sonar, lidar

Filtr Kalmana:



Potok renderowania I

Shadery I

GPU I

Cieniowanie i model oświetlenia I

Renderowanie interfejsu I

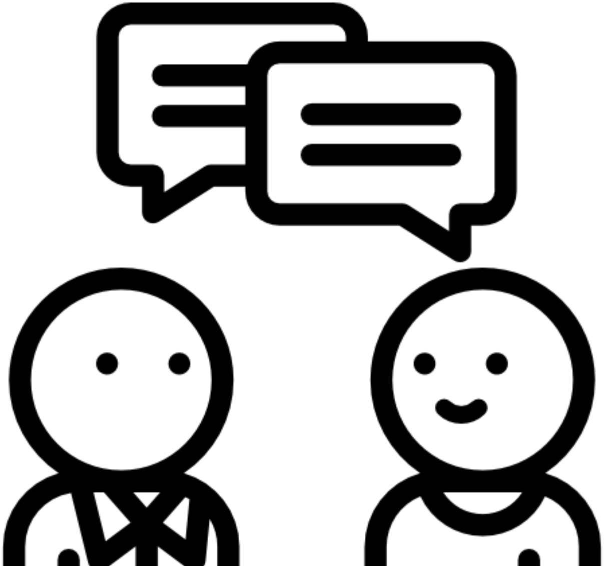
Obsługa kontrolera I

Krzywa łańcuchowa I

Demo

Testy α

Dyskusja



Literatura

- [Energies, 2022] Quadrotor Model for Energy Consumption Analysis
  Jacewicz, Mariusz and Żugaj, Marcin and Głębocki, Robert and Bibik, Przemysław
- Collision Response and Coulomb Friction
  https://gafferongames.com/post/collision_response_and_coulomb_friction/

Dziękuje za uwagę!