

$c(n + 1, k)$ - это количество перестановок порядка $n + 1$ с k циклами. Разобьем данное множество на две части. В первый мы рассмотрим все случаи, где мы поместили последний элемент в отдельный цикл. В таком случае по определению число перестановок будет равно $c(n, k - 1)$ (мы уже заняли одну группу одним $n + 1$ элементом). Второй случай, это когда мы помещаем последний элемент в одну из уже существующих групп. Число таких групп по определению равно $c(n, k)$, и мы можем вставить последний элемент n различными способами (имея уже существующую перестановку $a_i (i = 1..n)$ элементов, мы можем поместить наш элемент после любого из указанных элементов, чтобы получить новую уникальную циклическую перестановку). В итоге мы получим $c(n + 1, k) = n \cdot c(n, k) + c(n, k - 1)$.