Пусть мы разбиваем множество $\{x_1, x_2, ..., x_{n+1}\}$. Рассмотрим блок, в котором находится элемент x_1. Обозначим через i количество элементов кроме x_1, находящихся в этом блоке. (Так как при разбиении возможны блоки размером от 1 до $n+1$ $[\{x_1\}|\{x_1, x_2\}|...|\{x_1, ..., x_{n+1}\}|]$, то $i = 0...n$.) Эти i элементов могут быть выбраны из оставшихся n элементов $\binom{n}{i}$ способом. У нас осталось $n+1-(i+1) = n-i$ несостоящих в первом блоке элементов. По определению мы можем разделить эти оставшиеся эелементы B_{n-i} способом. Чтобы получить все возможные разбиения исходного множества, просуммируем теперь по $i = 0...n$. Получим $\sum\limits_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \cdot B_{n-i}$. Используя симметричность биномиального коэффициента перепишем как $\sum\limits_{i=0}^{n} \binom{n}{n-i} \cdot B_{n-i}$. Заметим, что при суммировании параметр $n-i$ в биномиальном коэффициенте и числе Белла меняется от n до 0. Таким образом полученная сумма эквивалентна $\sum\limits_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \cdot B_i$, ч.т.д.