$\binom{n+m}{k}$ - это количество k элементных подмножеств $n+m$ элементного множества. Запишем это множество: $\{x_1, x_2, ..., x_{n-1}, x_n, x_{n+1}, ..., x_{n+m-1}, x_{n+m}\}$ Будем рассматривать в виде условной границы множества x_n элемент. Тогда при получении k элементного подмножества из $n+m$ элементного множества мы можем рассмотреть следующее разбиение: мы берем 0 элементов из подмножества $\{x_1, ..., x_n\}$ и k элементов из подмножества $\{x_{n+1}, ..., x_{n+m}\}$, затем 1 элемент из подмножества $\{x_1, ..., x_n\}$ и $k-1$ элементов из подмножества $\{x_{n+1}, ..., x_{n+m}\}$ и т.д. до ситуации, где мы берем k элементов из первого подмножества и 0 элементов из второго Тогда мы по правилу суммы получим $\binom{n}{0} \cdot \binom{m}{k} + \binom{n}{1} \cdot \binom{m}{k-1} + ... + \binom{n}{k} \cdot \binom{m}{0} = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot \binom{m}{k-i} = \binom{n+m}{k}$, что и требовалось доказать.