

Воспользуемся при доказательстве рекуррентного соотношения формулой включения-исключения $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C|$. В нашем случае мы "разобьем" множество всех вариантов на три множества, первое из которых содержит все варианты с использованием как минимум одной марки достоинством 4, второе - с использованием марки достоинством 6, третье - как минимум одной марки достоинством 10. По определению число таких вариантов равно $h(n - 4)$, $h(n - 6)$ и $h(n - 10)$ соответственно (после использования соответствующей марки нам остается набрать соответственно уменьшенную сумму). Но эти множества пересекаются, потому мы должны вычесть подобные варианты. Этими вариантами будут: одновременное использование минимум одной монеты достоинством 4 и одной монеты достоинством 6 ($h(n - 4 - 6) = h(n - 10)$), монет достоинством 4 и 10 ($h(n - 4 - 10) = h(n - 14)$) и монет достоинством 6 и 10 ($h(n - 6 - 10) = h(n - 16)$). Остается заметить, что мы также лишний раз вычли случай, соответствующий использованию по одной монете каждого достоинства ($h(n - 4 - 6 - 10) = h(n - 20)$), потому мы должны его добавить. В итоге мы получим $h(n) = h(n - 4) + h(n - 6) + h(n - 10) - h(n - 10) - h(n - 14) - h(n - 16) + h(n - 20) = h(n - 4) + h(n - 6) - h(n - 14) - h(n - 16) + h(n - 20)$, ч.т.д.