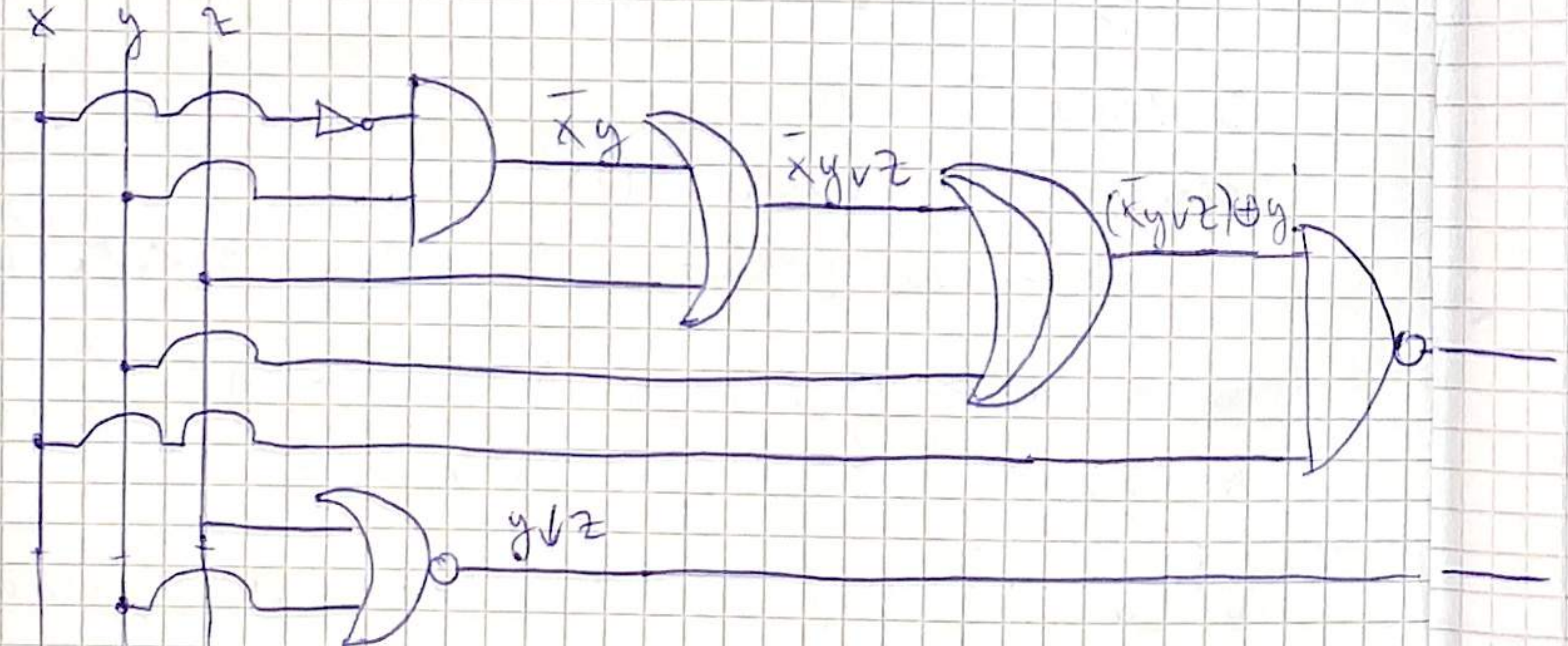
- Dacă arborele asociat negației unei formule predicative este finit, atunci se poate decide dacă formula respectivă este o tautologie sau nu, dar dacă arborele este infinit, nu se poate decide nimic asupra validității formulei.

I ③ Desenați un circuit logic având 3 var. de intrare și conținând toate porțile de bază și derivate. Scrieți funcția booleană corespunzătoare acestui circuit și simplificați-o. Implementați circuitul logic simplificat.



x	y	z	$\bar{x}y$	$\bar{x}y \vee z$	$(\bar{x}y \vee z) \oplus y$	$((\bar{x}y \vee z) \oplus y) \uparrow x$	$y \downarrow z$	$f(x,y,z)$	m
0	0	0	0	0	0	1	1	1	m_0
0	0	1	0	1	1	1	0	1	m_1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	m_2
0	1	1	1	1	0	1	0	1	m_3
1	0	0	0	0	0	1	1	1	m_4
1	0	1	0	1	1	0	0	0	
1	1	0	0	0	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	0	1	0	1	m_7

x / yz	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4		m_7	

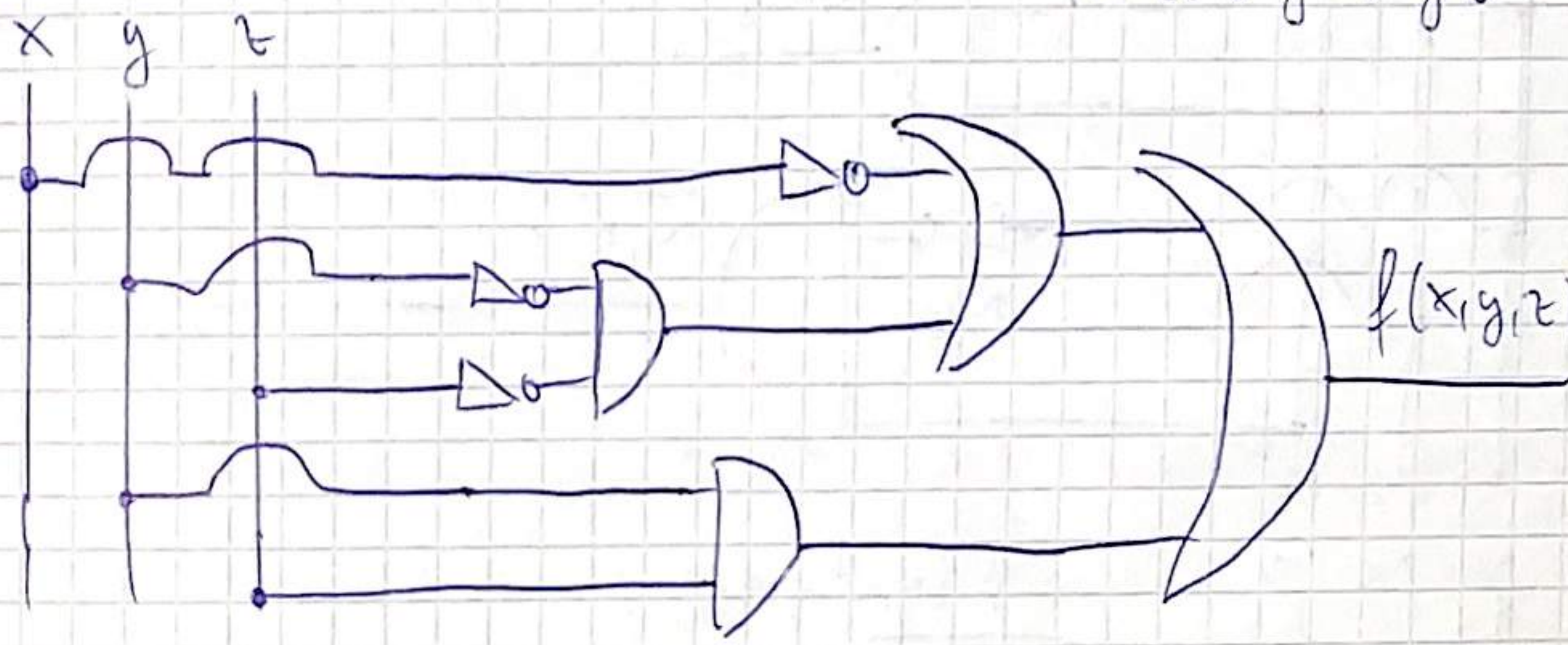
$max\,1 = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_2 = \bar{x}$

$max\,2 = m_0 \vee m_4 = \bar{y}\bar{z}$

$max\,3 = m_3 \vee m_7 = yz$

$$\left.\begin{array}{l} M(f) = \{max1, max2, max3\} \\ C(f) = \{max1, max2, max3\} \end{array}\right\} \overset{Caz\ I}{\Rightarrow} f(x,y,z) = max1 \vee max2 \vee max3$$

$= \bar{x} \vee \bar{y}\bar{z} \vee yz$



II ③ Simplificați următoarea funcție booleană, folosind metoda diagramelor Veitch:
$f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_3 \vee x_1x_2x_3 \vee \bar{x}_1x_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$. Implementați circuitul logic asociat formei inițiale a lui f și tuturor formelor sale simplificate.

	x_1		$\bar{x}_1$	
$y(x_2)$	m_7			m_3
$\bar{y}(\bar{x}_2)$	m_5			m_1
	$z(x_3)$	$\bar{z}(\bar{x}_3)$		$z(x_3)$

$x_1x_3 = m_5 \vee \underline{m_7} = 1\frac{0}{1}1$

$x_1x_2x_3 = \underline{m_7}$

$\bar{x}_1x_3 = m_3 \vee \underline{m_1} = 0\frac{0}{1}1$

$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3 = \underline{m_1}$

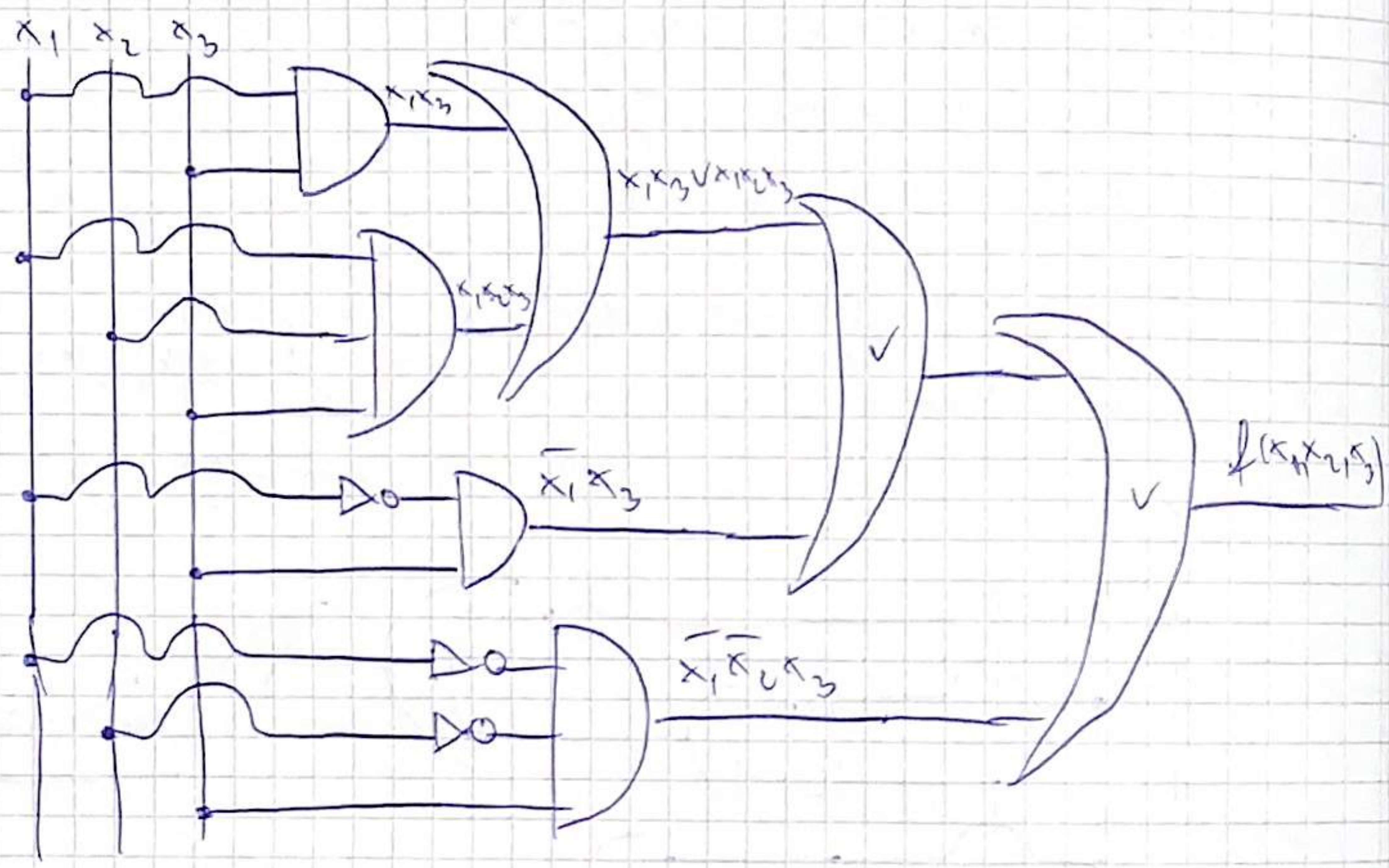
$f(x_1,x_2,x_3) = m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_7$

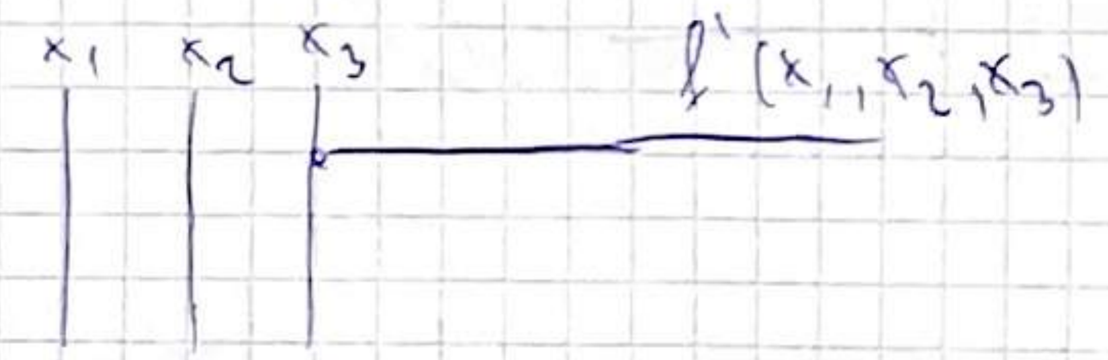
$max_1 = m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_7 = x_3$

Caz I

$M(f) = \{max_1\} = C(f) \Rightarrow$ o singură formă

$f'(x_1, x_2, x_3) = max_1 = x_3$





III ③ Folosind metoda Quine, simplificați funcția booleană: $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1x_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee$ $\vee\, x_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4$.

Implementați circuitul logic asociat unei forme simplificate ale funcției f.

$x_1x_2x_3 = x_1x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 = m_{15} \vee m_{14}$

$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = m_{15} \vee m_{14} \vee m_{10} \vee m_{13} \vee m_8 \vee m_6$

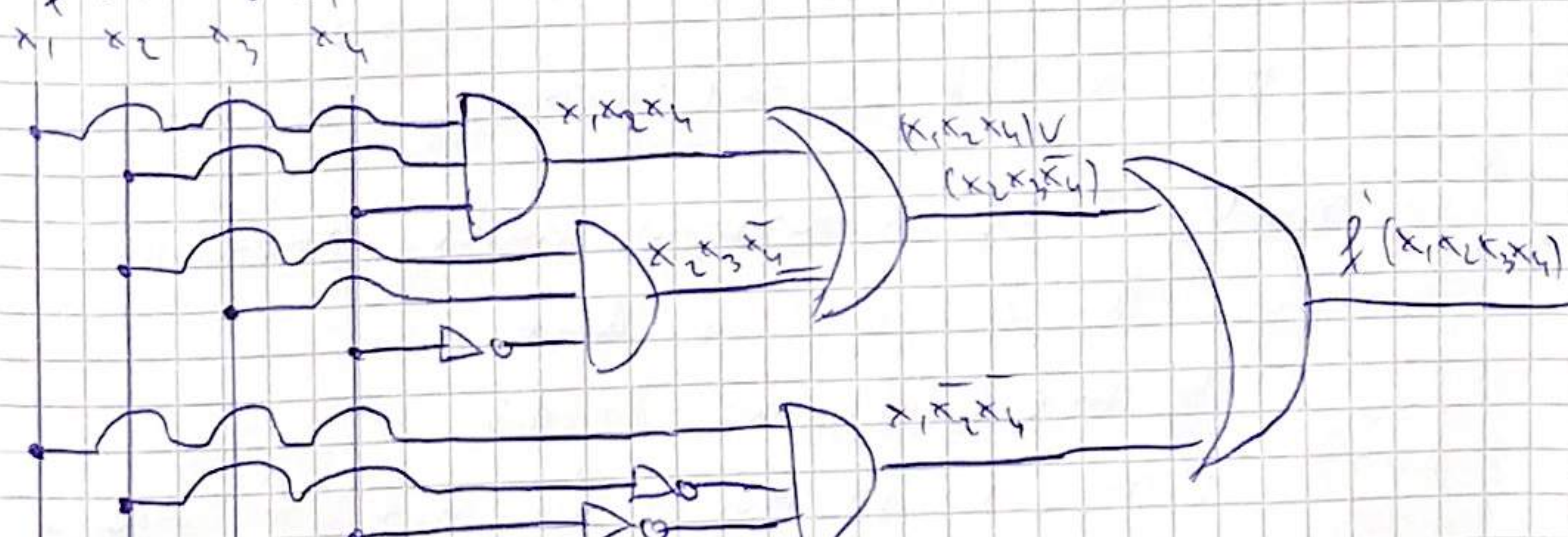
Metoda Mc'Quine:

Grupul	x_1	x_2	x_3	x_4		
$\bar{I}$	1	1	1	1	m_{15}	✓
$\bar{II}$	1	1	0	1	m_{13}	✓
	1	1	1	0	m_{14}	✓
$\bar{III}$	0	1	1	0	m_6	✓
	1	0	1	0	m_{10}	✓
$\bar{IV}$	1	0	0	0	m_8	✓
$\bar{V} = \bar{I} + \bar{II}$	1	1	–	1	$m_{15} \vee m_{13}$	$= max_1$
	1	1	1	–	$m_{15} \vee m_{14}$	$= max_2$
$\bar{VI} = \bar{II} + \bar{III}$	–	1	1	0	$m_{14} \vee m_6$	$= max_3$
	1	–	1	0	$m_{14} \vee m_{10}$	$= max_4$
$\bar{VII} = \bar{III} + \bar{IV}$	1	0	–	0	$m_{10} \vee m_8$	$= max_5$

mintermi \ monoame max	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5
m_6			⊛		
m_8					⊛
m_{10}				*	*
m_{13}	⊛				
m_{14}		*	*	*	
m_{15}	*	*			

$g(x_1,x_2,x_3,x_4) = max_1 \vee max_3 \vee max_5 = f'(x_1,x_2,x_3,x_4)$

$f'(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1x_2x_4 \vee x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_4$



IV ③ Definiții pt noțiunile: minterm, maxterm, monom central, monom maximal, factorizare. Exemple de 4 mintermi și 4 maxtermi de 3 variabile: expresii, notații și tabele de valori. Construiți circuitul logic asociat funcției booleene: $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = m_1 \vee m_{13} \vee m_9 \vee m_5$

Fie $f:(B_2)^n \to B_2$, $n \in \mathbb{N}^*$ o fct. booleană cu n variabile

- o conjuncție de variabile se numește monom
- un monom care conține toate cele n var. se numește minterm de n var. (Forma: $x_1^{\alpha_1} \wedge \dots \wedge x_n^{\alpha_n}$, $\alpha_i \in B_2$)
- disjuncția care conține toate cele n var., având forma $x_1^{\alpha_1} \vee \dots \vee x_n^{\alpha_n}$, $\alpha_i \in B_2$ se numește maxterm de n variabile
- factorizarea monoamelor m și m' este operația prin care se obține, eliminând variabila cu indicele „k_i", monomul $m \vee m' = x_{k_1}^{\alpha_{k_1}} \wedge \dots \wedge x_{k_j}^{\alpha_{k_j}} \wedge x_{k_l}^{\alpha_{k_l}} \wedge \dots \wedge x_{k_s}^{\alpha_{k_s}}$ mai mare decât m și m'

$$m = x_{k_1}^{\alpha_{k_1}} \wedge \dots \wedge x_{k_i}^{\alpha_{k_i}} \wedge \dots x_{k_s}^{\alpha_{k_s}}$$
$$m' = x_{k_1}^{\alpha_{k_1}} \wedge \dots \wedge \overline{x_{k_i}} \wedge \dots x_{k_s}^{\alpha_{k_s}}$$

- mulțimea $M(f)$ se numește mulț. monoamelor maximale ale fc. booleene $f: B_2^n \to B_2$ dacă:
  - $\forall m \in M(f)$, $m \in FB(n)$, $m \le f$
  - $\forall m \in M(f)$, $\nexists m' \in FB(n)$, a.î. $m < m' \le f$
- mult. $C(f)$ se numește mult. monoamelor centrale ale fc. $f: B_2^n \to B_2$ dacă:
  - $\forall m \in C(f)$, $m \in M(f)$
  - $\forall m \in C(f)$, nu are loc $m \le \vee m'$, unde $m' \in M(f) \setminus \{m\}$

- exemple - 4 variabile!

4 mintermi

	x_1	x_2	x_3	x_4	m
$x_1x_2x_3x_4 = m_{15}$ =	1	1	1	1	m_{15}
$\bar{x}_1x_2x_3x_4 = m_7$	0	1	1	1	m_7
$x_1\bar{x}_2x_3x_4 = m_{11}$	1	0	1	1	m_{11}
$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 = m_3$	0	0	1	1	m_3

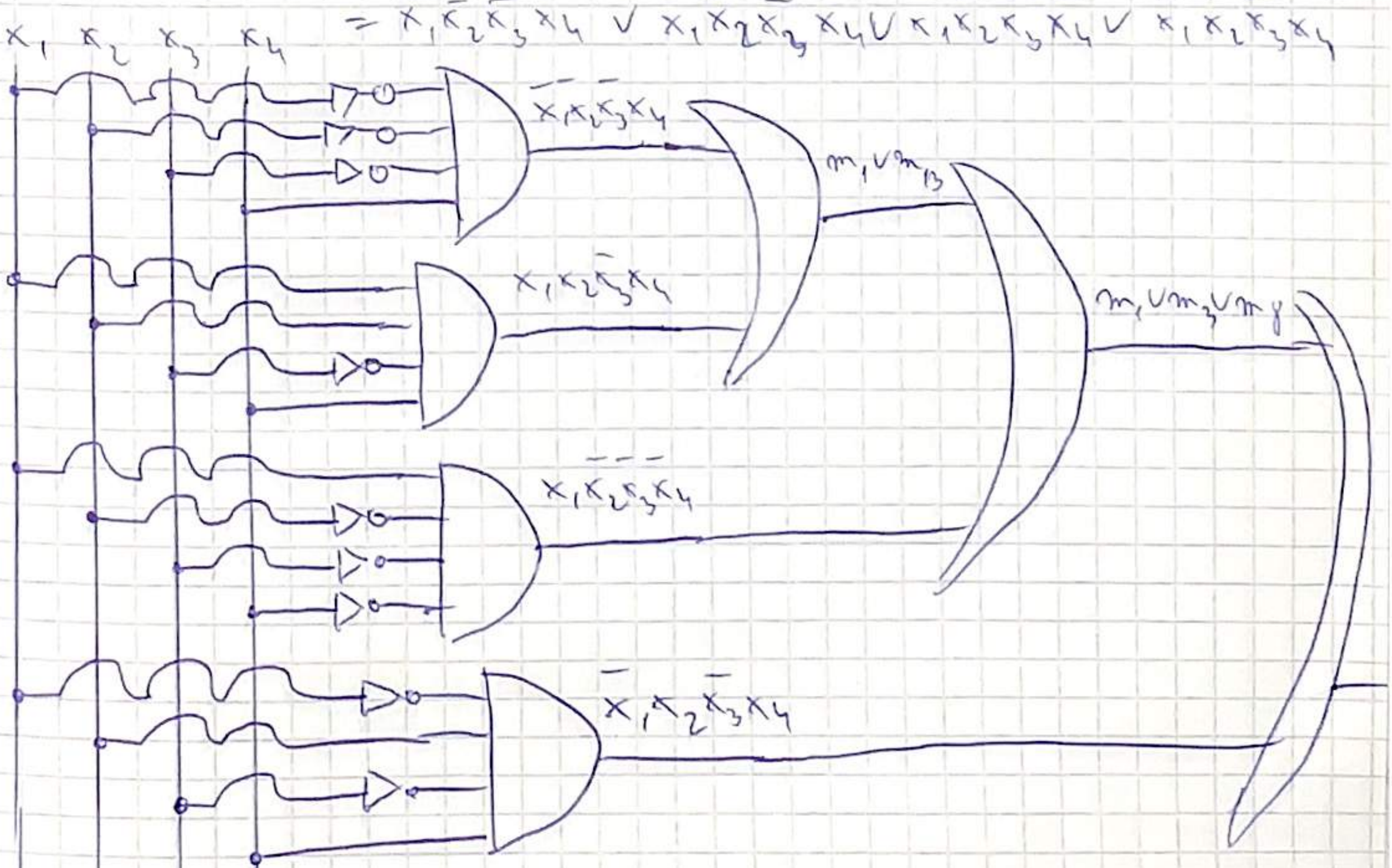
4 maxtermi

	x_1	x_2	x_3	x_4	M
$x_1x_2x_3x_4 = M_0$	0	0	0	0	M_0
$\bar{x}_1x_2x_3x_4 = M_8$	1	0	0	0	M_8
$x_1\bar{x}_2x_3x_4 = M_4$	0	1	0	0	M_4
$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4 = M_{12}$	1	1	0	0	M_{12}

3 variabile

	x_1	x_2	x_3				
$x_1x_2x_3 = m_7$ =	1	1	1	$= M_0$	0	0	0
$\bar{x}_1x_2x_3 = m_3$ =	0	1	1	$= M_4$	1	0	0
$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3 = m_1$ =	0	0	1	$= M_6$	1	1	0

$$f(x_1x_2x_3x_4) = m_1 \vee m_{13} \vee m_9 \vee m_5$$
$$= \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4$$



$f(x_1x_2x_3x_4)$