Problema 9.2.16.

Verificați dacă următoarea formula este teorema utilizând rezoluția generală:

$P(a) \wedge (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x))) \rightarrow (\forall x) P(x)$

$\vdash? \; P(a) \wedge (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x))) \rightarrow (\forall x) P(x)$

(aplicam ITD)

$P(a) \wedge (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x))) \vdash? \; (\forall x) P(x)$

$U_1 = P(a) = U_1^C = C_1$

$U_2 = (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x)))$

$U_2 = (\forall x)(\neg P(x) \vee P(f(x)))$

$U_2^{Sq} = \neg P(x) \vee P(f(x)) = U_2^C = C_2$

$V = (\forall x) P(x)$

$\neg V = \neg ((\forall x) P(x))$

$\neg V = (\exists x) \neg P(x)$

$x \leftarrow b$

$(\neg V)^{Sq} = \neg P(b) = (\neg V)^C = C_3$

$S = \{P(a), \neg P(x) \vee P(f(x)), \neg P(b)\}$

$\ominus = [x \leftarrow a]$
$Rez_{\ominus}^{Pr}(C_1, C_2) = P(f(a)) = C_4$

C_3 si C_4 nu rezolva pentru ca nici b si nici f(a) nu sunt variabile

$\ominus_1 = [x \leftarrow f(a)]$
$Rez_{\ominus 1}^{Pr}(C_4, C_2) = P(f(f(a))) = C_5$

Avem ciclu infinit => nu putem decide daca e Teorema sau nu

Varianta 2:

$\vdash P(a) \wedge (\forall x)(p(x) \rightarrow P(f(x))) \rightarrow (\forall x) P(x) = U$

$\neg U = \neg(P(a) \wedge (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x))) \rightarrow (\forall x) P(x))$

$\neg U = \neg(\neg(P(a) \wedge (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x)))) \vee (\forall x) P(x))$

$\neg U =(P(a) \wedge (\forall x)(P(x) \rightarrow P(f(x)))) \wedge \neg(\forall x) P(x))$

$\neg U = P(a) \wedge (\forall x)(\neg P(x) \vee P(f(x))) \wedge \neg(\forall x) P(x))$

$U_1 = P(a) = C_1$

$U_2 = (\forall x)(\neg P(x) \vee P(f(x)))$
$U_2 = \neg P(x) \vee P(f(x)) = C_2$

$U_3 = \neg(\forall x)\, P(x)$
$U_3 = (\exists x)\neg(P(x))$
$x \leftarrow b$
$U_3 = \neg P(b) = C_3$

$S = \{P(a), \neg P(x) \vee P(f(x)), \neg P(b)\}$