Logica computationala
Tema - Seminar nr. 9

Moldovan Bogdana Maria
Grupa 215

Problema 9.2.7.

Aduceti la o forma normala prenexa şi la o forma normala clauzala urmatoarea formula:

5. $(\forall x)(\exists y) ((\exists z) P(z) \wedge (\forall u) (Q(x,u) \rightarrow (\exists z) Q(y,z)))$

$U = (\forall x)(\exists y) ((\exists z) P(z) \wedge (\forall u) (Q(x,u) \rightarrow (\exists z) Q(y,z)))$

Pasul 1: Se inlocuiesc conectivele $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ cu $\neg$, $\wedge$, $\vee$.

$Q(x,u) \rightarrow (\exists z) Q(y,z)) \equiv \neg Q(x,u) \vee (\exists z) Q(y,z))$

$U \equiv (\forall x)(\exists y) ((\exists z) P(z) \wedge (\forall u)(\neg Q(x,u) \vee (\exists z) Q(y,z)))$

Pasul 2: Se aplica legile lui De Morgan astfel incat cuantificatorii sa nu fie precedati de negatie.

Nu este cazul deoarece nu avem cuantificatori precedati de negatii.

$U \equiv (\forall x)(\exists y) ((\exists z) P(z) \wedge (\forall u)(\neg Q(x,u) \vee (\exists z) Q(y,z)))$

Pasul 3: Se redenumesc variabilele legate astfel incat ele sa fie distincte.

$U \equiv (\forall x)(\exists y)\ (\ (\exists z)\ P(z) \wedge (\forall u)(\neg Q(x,u) \vee (\exists z)\ Q(y,z)))$

$U \equiv (\forall x)(\exists y)\ (\ (\exists z)\ P(z) \wedge (\forall u)(\neg Q(x,u) \vee (\exists t)\ Q(y,t)))$

Pasul 4: Se utilizeaza echivalentele logice care reprezinta legile de extragere a cuantificatorilor in fata formulei. Se ajunge la forma normala prenexa.

$$U^{P1} = (\forall x)(\exists y)(\exists z)(\forall u)(\exists t)(P(z) \wedge (\neg Q(x,u) \vee Q(y,t)))$$

Se pot obtine 20 de forme normale prenexe pentru formula U.

Continuam algoritmul pentru a ajunge la forma normala clauzala, folosind U^{P1} .

Pasul 5: Se elimina cuantificatorul existential. Se ajunge la forma normala Skolem si se pastreaza doar inconsistenta.

$y \leftarrow f(x)$

$z \leftarrow g(x)$

$t \leftarrow h(x,u)$

$U^{S1} \equiv (\forall x)(\forall u)(P(g(x)) \wedge (\neg Q(x,u) \vee Q(f(x),h(x,u))))$

Pasul 6: Se elimina cuntificatorul universal. Se obtine forma normala Skolem fara cuantificatori.

$$U^{Sq1} \equiv P(g(x)) \wedge (\neg Q(x,u) \vee Q(f(x),h(x,u)))$$

Pasul 7: Se aplica distributivitatea lui $\vee$ fata de $\wedge$. Se obtine forma normala clauzala.

Nu este cazul. Formula ramane neschimbata.

$$U^{C3} \equiv P(g(x)) \wedge (\neg Q(x,u) \vee Q(f(x),h(x,u)))$$