

9.1.9.5.

Demonstrați că următoarele formule sunt inconsistente folosind forma normală adecvată:

$$U \wedge (V \rightarrow Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z))$$

Teorema:

~ O formula in forma normala disjunctiva (FND) este inconsistentă dacă și numai dacă toate cuburile sale sunt inconsistente.

Pasul 1:

~ Aplicăm algoritmul de normalizare: $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

$$U \wedge (V \rightarrow Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z))$$

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z))$$

Pasul 2:

~ Aplicăm legile lui DeMorgan: $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z))$$

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge (\neg U \vee \neg Z))$$

Pasul 3:

~ Aplicăm legile distributivității:

$$U \wedge (\neg V \vee Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge (\neg U \vee \neg Z))$$

$$((U \wedge \neg V) \vee (U \wedge Z)) \wedge ((U \wedge V) \wedge (\neg U \vee \neg Z))$$

$$((U \wedge \neg V) \vee (U \wedge Z)) \wedge ((U \wedge V) \wedge (\neg U \vee \neg Z))$$

$$((U \wedge \neg V) \vee (U \wedge Z)) \wedge ((U \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge V \wedge \neg Z))$$

$$((U \wedge \neg V) \vee (U \wedge Z)) \wedge ((U \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge V \wedge \neg Z))$$

$$(U \wedge \neg V \wedge U \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge \neg V \wedge U \wedge V \wedge \neg Z) \vee (U \wedge Z \wedge U \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge Z \wedge U \wedge V \wedge \neg Z)$$

Rezultat final:

$$(U \wedge \neg V \wedge U \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge \neg V \wedge U \wedge V \wedge \neg Z) \vee (U \wedge Z \wedge U \wedge V \wedge \neg U) \vee (U \wedge Z \wedge U \wedge V \wedge \neg Z): \text{FND cu 4 cuburi inconsistente} \Rightarrow \text{formula este inconsistentă}$$

