05.02.2021

Pop Mihai-Daniel
Grupa 215

Examen scris
Logică computațională

① Metoda tabelelor semantice - tipul formulei

$U = p \lor \neg(q \land \neg r \to \neg p) \to p \land q \land \neg r$

	p	q	r	$q \land \neg r$	$q \land \neg r \to \neg p$	$p \lor \neg(q \land \neg r \to \neg p)$ ①	$p \land q$	$p \land q \land \neg r$ ②	① $\to$ ② ✓
i_1	1	1	1	0	1	1	1	0	0
i_2	1	1	0	1	1	1	1	1	1
i_3	1	0	1	0	1	1	0	0	0
i_4	1	0	0	0	1	1	0	0	0
i_5	0	1	1	0	1	0	0	0	1
i_6	0	1	0	1	0	1	0	0	0
i_7	0	0	1	0	1	0	0	0	1
i_8	0	0	0	0	1	0	0	0	1

din tabel $\Rightarrow$ formula U este consistentă și contingentă.

Modelele formulei sunt: i_2, i_5, i_7 și i_8

Anti-modelele formulei sunt: i_1, i_3, i_4 și i_6

Fie $U(p_1, p_2, ..., p_n) \in F_p$ o formulă propozițională.

- U se numește consistentă $\Leftrightarrow$ are cel puțin un model, deci poate fi evaluată ca „A":

$\exists\, i : \{p_1, p_2, ..., p_n\} \to \{T, F\},\ i(U) = T$

Examen scris de Pop Mihai-Dorel

- U se numește contingentă <=> este consistentă, dar nu validă.
- o interpretare $i : \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \to \{T, F\}$ care evaluează formula U ca adev., $i(U) = T$, se numește model al formulei
- o interpretare $i : \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \to \{T, F\}$ care evaluează formula U ca falsă, $i(U) = F$, se numește anti-model al formulei.

② Metodă sintactică dem., verif. dacă are loc prop. de distributiv. lui ∀ față de ∨. TCC - teorie

$(\forall x)(A(x) \vee B(x)) \equiv (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x)$?

$\vdash (\forall x)(A(x) \vee B(x)) \leftrightarrow (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x)$?

① ← ② →

$\text{I} \vdash (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x) \to (\forall x)(A(x) \vee B(x))$ $\overset{\text{iTD}}{\Longrightarrow}$

$(\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x) \vdash (\forall x)(A(x) \vee B(x))$

$U_1 = (\forall x) A(x) \vee (\forall y) B(y) = (\forall x)(\forall y)(A(x) \vee B(y)) =$
$= A(x) \vee B(y) = U_1^{Sk} = U_1^{C}$

$x \leftarrow a$

$\neg V = \neg ((\forall x)(A(x) \vee B(x))) = (\exists x)(\neg A(x) \wedge \neg B(x)) =$
$= \neg A(a) \wedge \neg B(a)$

$\left.\begin{array}{l} C_1 = A(x) \vee B(y) \\ C_2 = \neg A(a) \\ C_3 = \neg B(a) \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{C_1, C_2, C_3\}$

$\text{Res}^{P_1}_{\theta}(C_1, C_2) = B(y) = C_4$

$\theta = [x \leftarrow a]$

Examen scris de TCC Pop Mihai Daniel

$Rez_{x}^{Pr}(C_1, C_3) = \square$ => mulțimea de formule S este inconsistentă =>

$x = [y \leftarrow a]$ => relația are loc =>

$\Rightarrow \vdash (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x) \rightarrow (\forall x)(A(x) \vee B(x))$ are loc

II $\vdash (\forall x)(A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x) A(x) \vee (\forall x) B(x)$ nu are loc deoarece $\forall$ față de $\vee$ este semidistributiv

- Teorema de completitudine și corectitudine

Fie S o mulțime de formule predicative, iar A o formulă predicativă.

- completitudine: dacă $S \vDash A$ atunci $S \vdash A$
- corectitudine: dacă $S \vdash A$ atunci $S \vDash A$

- Teorema deducției / inversa

Dacă $S \cup \{A\} \vdash B$ atunci $S \vdash A \rightarrow B$ (analog inversa)

- Metoda aplicată numai

pas 1: se elimină $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

pas 2: legile lui De Morgan

pas 3: redenumirea var. legate

pas 4: legile de extragere

pas 5: eliminarea $\exists$ } Skolem

pas 6: eliminarea $\forall$

pas 7: Aducerea la forma normală clauzală

(3) Karnaugh - simplificați $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4$

Examen scris de Pop Mihai-Daniel

$f(x_1 x_2 x_3 x_4) = m_1 \vee m_{15} \vee m_{10} \vee m_{13} \vee m_3 \vee m_{12} \vee m_0 \vee m_{11} \vee$
$\vee m_{14} \vee m_2$

Diagrama Karnaugh

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01				
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10			m_{11}	m_{10}

Monoame maximale:

$max1 = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2$

$max2 = m_{12} \vee m_{13} \vee m_{15} \vee m_{14} = x_1 x_2$

$max3 = m_{11} \vee m_{10} \vee m_{15} \vee m_{14} = x_1 x_3$

$max4 = m_3 \vee m_2 \vee m_{11} \vee m_{10} = \bar{x}_2 x_3$

$M(f) = \{max1, max2, max3, max_4\}$ – monoame maximale

Caz 2

$C(f) = \{max1, max2\}$ – monoame centrale $\Rightarrow$

$\Rightarrow g = max1 \vee max2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2$

funcția g acoperă toți mintermii, mai puțin m_{11} și m_{10} $\Rightarrow m_{11} \vee m_{10} = x_1 \bar{x}_2 \Rightarrow$ ~~[illegible]~~

$\Rightarrow m_{11} \vee m_{10} \in \{max_3, max_4\} \Rightarrow h_1, h_2$

$\Rightarrow f = g \vee h = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2$ ~~$\vee \bar{x}_1 \bar{x}_2$~~

$f_1 = g \vee h_1 = g \vee max_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \vee x_1 x_3$

$f_2 = g \vee h_2 = g \vee max_4 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 \vee \bar{x}_2 x_3$

Examen scris de Pop Mihai-Daniel