

L2/LD – TP 7 – Simplification de formules propositionnelles

Ce TP doit être fini avant la prochaine séance de TP, éventuellement sur votre temps de travail personnel.

Vous devez rendre sous la forme d'un unique fichier source compressé au format .zip avant 23h30 la veille de votre prochain TP l'ensemble des fonctions demandées dans ce TP

Objectif L'objectif de ce TP est d'implanter en Caml des règles de simplification de formules de la logique des propositions.

1 Introduction (rappels et compléments de cours)

Une formule propositionnelle est une *tautologie* si elle est vraie pour toute interprétation (valuation) de ses variables.

On peut détecter qu'une formule est une tautologie en construisant sa table de vérité, comme dans le TP 6, et en vérifiant que la dernière colonne ne contienne que des VRAI.

Cependant, cette méthode est souvent plus longue que nécessaire. En effet, on peut conclure plus vite, en observant la formule et en la simplifiant.

Par exemple, si une formule est de la forme $F \vee \neg F$, alors c'est une tautologie, quelle que soit la sous-formule F . Il est donc inutile d'interpréter F . Ce principe est à la base de certaines méthodes syntaxiques.

Dans ce TP, on va implanter des simplifications de formules issues d'équivalences entre formules propositionnelles. Quelques-unes de ces équivalences sont données dans la figure 1, où F est une formule quelconque.

$\neg \text{FAUX} \Leftrightarrow \text{VRAI}$	(1)	$\neg \text{VRAI} \Leftrightarrow \text{FAUX}$	(2)
$\text{FAUX} \vee F \Leftrightarrow F$	(3)	$\text{VRAI} \vee F \Leftrightarrow \text{VRAI}$	(4)
$\text{FAUX} \wedge F \Leftrightarrow \text{FAUX}$	(5)	$\text{VRAI} \wedge F \Leftrightarrow F$	(6)
$F \vee F \Leftrightarrow F$	(7)	$F \wedge F \Leftrightarrow F$	(8)

FIGURE 1 – Quelques tautologies

2 Elimination des constantes

Ecrire la fonction `elimVraiFaux : pf -> pf` qui applique les 6 premières équivalences de la figure 1 de gauche à droite pour éliminer toutes les constantes VRAI et FAUX dans une formule propositionnelle.

On considère à nouveau les formules propositionnelles suivantes :

- $f = P \wedge (\text{FAUX} \vee (\text{VRAI} \wedge Q))$
- $f1 = (\text{VRAI} \wedge \text{FAUX}) \vee (\text{VRAI} \wedge (\text{FAUX} \wedge ((\text{VRAI} \wedge \text{VRAI}) \wedge \text{FAUX})))$
- $f2 = (((P \wedge \text{FAUX}) \wedge (\text{FAUX} \vee \text{VRAI})) \wedge ((P \vee \text{VRAI}) \vee (\text{VRAI} \wedge Q))) \wedge \text{VRAI}$
- $f3 = \text{FAUX} \vee ((R \wedge \text{VRAI}) \wedge P$

Vous devez obtenir :

```
À taper :   elimVraiFaux f;;
Réponse :   - : pf = Et (Atome "P", Atome "Q")
À taper :   elimVraiFaux f1;;
Réponse :   - : pf = Faux
À taper :   elimVraiFaux f2;;
Réponse :   - : pf = Faux
À taper :   elimVraiFaux f3;;
Réponse :   - : pf = Et (Atome "R", Atome "P")
```

3 Idempotence

Ecrire une fonction qui applique les équivalences (7) et (8) à une formule quelconque et à toutes ses sous-formules.

```
À taper :   let f4 = Et(Ou(Faux,Et(Vrai,Atome("Q"))),Et(Ou(Faux,Et(Vrai,Atome("Q"))),Ou(Faux,Et(Vrai,Atome("Q"))))
Réponse :   val f4 : pf =
  Et (Ou (Faux, Et (Vrai, Atome "Q")),
    Et (Ou (Faux, Et (Vrai, Atome "Q")), Ou (Faux, Et (Vrai, Atome "Q"))))

À taper :   affichePF f4;;
Réponse :   (Faux v (Vrai ^ Q)) ^ ((Faux v (Vrai ^ Q)) ^ (Faux v (Vrai ^ Q)))- : unit = ()
À taper :   elimIdempotence f4;;
Réponse :   - : pf = Ou (Faux, Et (Vrai, Atome "Q"))
```