Linear Programming

郝淼 202328013229045

1. Question 1

$$\min c^T x$$
$$\text{s.t. } Ax \geq b^T,$$
$$x \geq 0$$
$$\text{where } A = (a_{ij}),$$
$$b = (b_1, b_2, \ldots b_m),$$
$$c = (c_1, c_2, \ldots, c_n),$$
$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

2. Question 2

假设 x_{ij} 为 0 表示未使用第 i 个盒子，为 1 表示使用了第 i 个盒子；a_{ij} 为 0 表示第 i 个盒子中未放第 j 个物品，为 1 表示第 i 个盒子中放了第 j 个物品。满足关系 $x_i = (\Sigma_{j=0}^m a_{ij} == 0)?0 : 1$

$$\min \Sigma_{i=1}^n x_i$$
$$\text{s.t. } AC - S \leq 0,$$
$$V = \{1\}^n,$$
$$A \in \{0,1\}^{n \times m},$$
$$x_i \in \{0,1\},$$
$$\text{where } A = (a_{ij}),$$
$$C = (C_1, C_2, \ldots, C_m),$$
$$S = (S_1 x_1, S_2 x_2, \ldots, S_n x_n),$$
$$V = (\Sigma_{i=1}^n a_{i1}, \Sigma_{i=1}^n a_{i2}, \ldots, \Sigma_{i=1}^n a_{im})$$

3. Question 3

假设种植 x_1 亩小麦，x_2 亩黄豆。

$$\max 150x_1 + 120x_2$$
$$\text{s.t. } 5x_1 + 3x_2 \leq 30$$
$$2x_1 + 4x_2 \leq 20$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

4. Question 4

假设 $x = (x_1, x_2, x_3)$ 分别表示 A_1, A_2, A_3 的生产数量，$Y = (y_1, y_2, y_3)$ 分别表示 A_1, A_2, A_3 是否生产。

$$\max 40,000x_1 + 50,000x_2 + 60,000x_3 - 1,000,000y_1 - 1,500,000y_2 - 2,000,000y_3$$
$$\text{s.t. } 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 500$$
$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 300$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 100$$
$$x_1 - 100y_1 \leq 0$$
$$x_2 - 50y_2 \leq 0$$
$$x_3 - 33y_3 \leq 0$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$
$$y_1, y_2, y_3 \in \{0, 1\}$$

5. Question 5

假设 $x = (x_1, x_2, \ldots, x_{10})$ 分别表示是否开设 $A_1, A_2, \ldots, A_{10}$。

$$\max c^T x$$
$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + x_3 \leq 2$$
$$x_4 + x_5 \geq 1$$
$$x_6 + x_7 \geq 1$$
$$x_8 + x_9 + x_{10} \geq 2$$
$$b^T x \leq 720$$
$$x \in \{0, 1\}^{10}$$
$$\text{where } c = (36, 40, 50, 22, 20, 30, 25, 48, 58, 61)$$
$$b = (100, 120, 150, 80, 70, 90, 80, 140, 160, 180)$$