第十二章练习题

1.若级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛于s, 则级数$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+u_{n+1})$收敛于 (　).

A. $2s$　　B. $2s+u_1$　　C. $2s-u_1$　　D. u_1-2s

2.若级数$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+2)^2$收敛，则$\lim_{n\to\infty}u_n=$ (　).

A. 1　　B. 2　　C. -1　　D. -2

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+2}+\sqrt{n}-2\sqrt{n+1})=$ (　).

A. $-\frac{1}{\sqrt{2}+1}$　　B. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$　　C. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$　　D. $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

4.设$a>0,b>0$,则级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(a+1)(2a+1)\cdots(na+1)}{(b+1)(2b+1)\cdots(nb+1)}$ 在(　)时收敛.

A. $a>b$　　B. $a<b$　　C. $a\ge b$　　D. $a\le b$

5.当 (　)时, 级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^a\ln n}$收敛.

A. $a>1$　　B. $a<1$　　C. $a>2$　　D. $a<2$

6.若两个级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$与$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$都收敛, 则 (　).

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$发散　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\max\{|u_n|,|v_n|\}$可能收敛也可能发散

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(|u_n|-|v_n|)$发散　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)^2$可能收敛也可能发散

7.设级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n=-1$, $\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n-1}=4$, 则级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=$ (　).

A. 7　　B. 4　　C. 9　　D. 6

8.设$u_n=(-1)^n\ln(1-\frac{1}{\sqrt{n}})(n\ge 2)$, 则 (　).

A. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$都收敛　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$和$\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$都发散

C. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，但$\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$发散　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$发散，但$\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$收敛

9.设$0\le u_n<\frac{1}{n}(n=1,2,\cdots)$，则下列级数中收敛的是（　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{u_n}$　B. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$　C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n^2$

10. 下列级数中条件收敛的是（　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n-1}{n+1}$　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^{3/2}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+a}{n^2}$(常数$a>0$)　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$

11.若幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$在$x=3$处条件收敛，则幂级数的收敛半径为(　).

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

12. 函数$f(x)=\frac{1}{(2-x)^2}$展开成$(x-1)$幂级数为(　).

A. $\sum_{n=1}^{\infty}n(x-1)^{n-1}$　B. $\sum_{n=1}^{\infty}n(x-1)^n$　C. $\sum_{n=1}^{\infty}(x-1)^n$　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(x-1)^{n-1}$

13. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$的收敛区间为(　).

A. $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$　B. $(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$　C. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$　D. $(-2,2)$

14. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x+1)^n$在$x=1$处收敛，则该级数在$x=-\frac{5}{2}$处(　).

A. 绝对收敛　B.条件收敛　C.发散　D. 敛散性不能确定

15.当$|x|<5$时，函数$f(x)=\frac{1}{5-x}$的麦克劳林展开式是(　).

A. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{5^n}x^n$　B. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{5^{n+1}}x^n$　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5^n}x^n$　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5^{n+1}}x^n$

16.级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}$的收敛域是(　).

A. $(-1,1)$　B. $(-1,1]$　C. $[-1,1)$　D. $[-1,1]$

17.设函数$f(x)=xe^x$展开成x幂级数为$\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$，则系数$a_3$=(　).

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

18. $f(x)=a^x(a>0,a\neq 1)$展开成幂级数是(　　).

A. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$　　B. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n!}$　　C. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\ln a)^n x^n}{n!}$　　D. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\ln a)^n x^n}{n}$

19.函数$\int_0^x t\cos t dt$在$x=0$处的幂级数展开式为(　　).

A. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!(2n)}$　　B. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+2}}{(2n)!(2n+2)}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n)!(2n+1)}$

20.级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$的和函数是(　　).

A. e^{-x^2}　　B. e^{x^2}　　C. $-e^{-x^2}$　　D. 不存在

21　若正项$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$级数收敛，则（　　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2$发散　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{a_n}}{n}$收敛

C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{1+a_n}$发散　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{\sqrt{n}}$发散

22　若级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则必收敛的级数是（　　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{u_n}{n}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(u_{2n-1}-u_{2n})$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+u_{n+1})$

23　设$f(x)=\begin{cases}2x, -\pi<x\le 0\\ 4x,\ 0<x\le\pi\end{cases}$，则将$f(x)$作周期延拓，展开的傅里叶级数在$x=\pi$点收敛于（　　）.

A. 2π B. 4π

C. π D. 0

24 已知$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{\pi}{4}, & -\pi < x \le 0\\ \dfrac{\pi}{4}, & 0 \le x < \pi\end{cases}$的傅里叶级数为$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$

则$1+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{11}+\dfrac{1}{13}+\dfrac{1}{17}+\cdots=$（ ）.

A. $\dfrac{\pi}{3}$ B. $\dfrac{\pi}{2}$

C. $\dfrac{\pi}{6}$ D. π

25 以为周期的函数$f(x)=x^2-1, x\in[-\pi,\pi)$，它的傅里叶级数为

$\dfrac{\pi}{3}-1-4\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^2}\cos nx$，则该级数的和函数为（ ）.

A. $s(x)\equiv f(x), x\in(-\infty,+\infty)$

B. $s(x)=\begin{cases}f(x), & x\neq k\pi\\ 1, & x=k\pi\end{cases}(k=0,\pm1,\ldots)$

C. $s(x)=\begin{cases}f(x), & x\neq k\pi\\ \dfrac{1}{2}, & x=k\pi\end{cases}(k=0,\pm1,\ldots)$

D. $s(x)=\begin{cases}f(x), & x\neq k\pi\\ \dfrac{\pi^2-1}{2}, & x=k\pi\end{cases}(k=0,\pm1,\ldots)$

26 $1.1+\dfrac{2}{\sqrt{5}}+\dfrac{4}{5}+\dfrac{8}{5\sqrt{5}}+\cdots=$（ ）.

A. $5+2\sqrt{5}$ B. $5-2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 5

27　设级数$\sum_{0}^{\infty}\frac{1}{1+a^n}(a>0)$收敛，则$a$满足（　　）．

A.　$a=1$　　B.　$a>1$　　C.　$a=0$　　D.　$a\le 1$

28 设级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_n x^n$的收敛区间为(−3, 3)，则$\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^{n+1}$的收敛区间为（　　）.

A.　$(2,4)$　　B.　$(-1,4)$　　C.　$(-2,4)$　　D.　$(-2,2)$

29　如果级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_n$绝对收敛，且$\lim_{n\to\infty}na_n$存在，则$\lim_{n\to\infty}na_n=$（　　）.

A.　1　　B.　-1　　C.　2　　D.　0

30　$f(x)=x^2+2x+1$在$x=1$处的幂级数展开式为（　　）.

A.　$4+4(x-1)+(x-1)^2$　　B.　$4-4(x-1)+(x-1)^2$

C.　$4+4(x-1)-(x-1)^2$　　D.　$4-4(x-1)-(x-1)^2$