中国农业大学

2014 ~2015 学年秋季学期（2015.01 ）

高等数学 A（上） 课程考试试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

（注意：本试卷共有八道大题，满分 100 分，考试时间 100 分钟）

一、填空题（本题共有 5 道小题，每小题 3 分，满分 15 分），请将合适的答案填在横线上.

1．设 $f(x)=\ln\sin x$，则微分 $\mathrm{d}y=$__________________.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+x}{x}\right)^{2x}=$__________________.

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, x>0 \\ a+x^2, x\le 0 \end{cases}$，要使 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，则 $a=$_______.

4. 设 $\int f(x)dx=e^{-x^2}+C$，则 $f'(x)=$__________________________.

5. $\int_{-1}^{1}(\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}+\sqrt{1-x^2})dx=$__________________.

二、单项选择题（本题共有 5 道小题，每小题 3 分，满分 15 分），请将所选答案填在括号内.

1. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin x$，则 $\int x f'(x)dx=$【　　　　】

(A) $x\cos x-\sin x+C$；　　（B）$x\sin x+\cos x+C$；

（C）$x\cos x+\sin x+C$；　　（D）$x\sin x-\cos x+C$.

考生诚信承诺

1． 本人清楚学校关于考试管理、考场规则、考试作弊处理的规定，并严格遵照执行。

2． 本人承诺在考试过程中没有作弊行为，所做试卷的内容真实可信。

学院：______________ 班级：__________ 学号：____________姓名： __________

2. 设 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1,$ 则在点 $x=a$ 处，【　　　】

(A) $f(x)$ 的导数存在，且 $f'(a)\neq 0$；　　（B） $f(x)$ 取得极大值；

（C） $f(x)$ 取得极小值；　　（D） $f(x)$ 的导数不存在.

3. 设 $f(x)$ 连续，$x>1$ 时，$\int_0^{x^2} f(t)dt=x^2(1+x)$，则 $f(2)=$【　　　】

(A) 4;　　（B） $2\sqrt{2}+12$；

（C） $1+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$；　　（D） $12-2\sqrt{2}$.

4. 方程 $z=2(x^2+y^2)$ 表示【　　　】

（A) xoz 平面上曲线 $z=2x^2$ 绕 y 轴旋转所得曲面；

(B) yoz 平面上曲线 $z=2y^2$ 绕 y 轴旋转所得曲面；

（C) yoz 平面上曲线 $z=2y^2$ 绕 x 轴旋转所得曲面；

(D) xoz 平面上曲线 $z=2x^2$ 绕 z 轴旋转所得曲面.

5. 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导，且 $f'_+(a)>0,\ f'_-(b)<0$，则下列结论不正确的是【　　　】

（A) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使 $f(x_0)>f(a)$；

（B) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使 $f(x_0)>f(b)$；

（C) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使 $f(x_0)=\dfrac{1}{2}(f(a)+f(b))$；

（D) 至少存在一点 $x_0\in(a,b)$，使 $f'(x_0)=0$.

三、求解下列各题（本题共有 5 道小题，每小题 5 分，满分 25 分）.

1.设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x-y+\sin y$ 确定，求 $\dfrac{dy}{dx}$ 和 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

2.计算 $\displaystyle\int\frac{\arctan e^x}{e^{2x}}dx$.

3. 计算 $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\left(\int_0^x e^{t^2}dt\right)^2}{\int_0^x te^{2t^2}dt}$.

4. 已知 $f(0)=m,\ f(\pi)=n,$ 且 $f''(x)$ 连续，求 $\displaystyle\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x dx$.

5. 计算反常积分 $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{1}{x\sqrt{x-1}}dx$.

四、（本题满分 10 分）讨论函数 $f(x)=\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}x$ 的连续性，若有间断点，判别其类型.

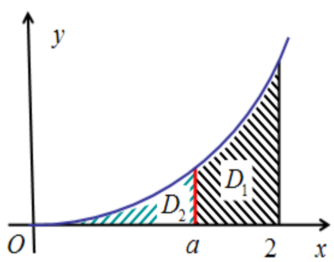
五、（本题满分 10 分）证明：当 $x>0$ 时，$(x-4)e^{\frac{x}{2}}<(x-2)e^x-2$ 成立.

六、（本题满分 10 分）求过点 $M_1(1,1,1),\ M_2(0,1,-1)$ 且与平面 $x+y+z=0$ 垂直的平面方程.

七、（本题满分 10 分）设 D_1 是抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a,\ x=2$ 及 $y=0$ 所围成的平面区域；D_2 是抛物线 $y=2x^2$ 和直线 $x=a$，$y=0$ 所围成的平面区域，其中 $0<a<2$.

(1) 设 D_1 绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积为 V_1；D_2 绕 y 轴旋转而成的旋转体的体积为 V_2，求 V_1 和 V_2；

(2) 当 a 为何值时，V_1+V_2 取得最大值，并求出最大值.



八、（本题满分 5 分）设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[-1,\ 1]$ 上具有三阶连续导数，且 $f(-1)=0$，$f(1)=1$，$f'(0)=0$. 证明：在 $(-1,\ 1)$ 内至少存在一点 ξ，使 $f'''(\xi)=3$.