第六章课外练习及参考答案

一、 选择题：

1、 曲线 $y=|\ln x|$ 与直线 $x=\frac{1}{e}$， $x=e$ 及 $y=0$ 所围成的区域的面积 $S=$（ ）；

（A）$2(1-\frac{1}{e})$； （B）$e-\frac{1}{e}$；

（C）$e+\frac{1}{e}$； （D） $\frac{1}{e}+1$.

2、曲线 $r=\sqrt{2}\sin\theta$ 与 $r^2=\cos 2\theta$ 所围图形公共部分的面积 $S=$（ ）；

（A）$\frac{\pi}{12}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}$； （B）$\frac{\pi}{24}+\frac{\sqrt{3}-1}{4}$；

（C）$\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}$； （D）$\frac{\pi}{6}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

3、曲线 $x=a\cos^3\theta, y=a\sin^3\theta$ 所围图形的面积 $S=$（ ）；

（A）$\frac{3}{32}\pi a^2$； （B）$\frac{3}{8}\pi a^2$；

（C）$\frac{1}{2}a^2$； （D）$\frac{1}{16}\pi a^2$.

4、由球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 与旋转锥面 $x^2+y^2=8z^2$ 之间包含 z 轴的部分的体积 $V=$（ ）；

（A）144π； （B）36π；

（C）72π； （D）24π .

5、用一平面截半径为 r 的球，设截得的部分球体高为 $h\ (0<h<2r)$ 体积为 V，则 $V=$（ ）；

（A）$\frac{\pi h^2}{3}(2r-h)$； （B）$\frac{\pi h^2}{3}(3r-h)$；

（C）$\pi h^2(2r-h)$； （D）$\frac{\pi h^2}{4}(3r-h)$.

6、曲线$y=x^2-2x+4$上点$M_0(0,4)$处的切线 M_0
与曲线$y^2=2(x-1)$所围图形的面积$S=$（　　）；

（A）$\frac{9}{4}$;　　　　（B）$\frac{4}{9}$；

（C）$\frac{13}{12}$；　　　　（D）$\frac{21}{4}$.

7、抛物线$y^2=2px,(p>0)$自点$(0,0)$至点$\frac{p}{2},p$
的一段曲线弧长$L=$（　　　）；

(A) $\frac{p}{2}\left[\sqrt{2}+\ln(1+\sqrt{2})\right]+p\ln p$；

(B) $\frac{1}{p}[\frac{p}{2}\sqrt{2}+\frac{p^2}{2}\ln(1+\sqrt{2})$；

(C) $\frac{p}{2}[\sqrt{2}+\ln p(1+\sqrt{2})]$；

(D) $\frac{p}{2}[\sqrt{2}+\ln(1+\sqrt{2})]$.

二、在区间$[1,e]$内求x_0，使$y=\sqrt{\ln x}$, $y=0$,
$y=1$及$x=x_0$所围成两块面积之和为最小 .

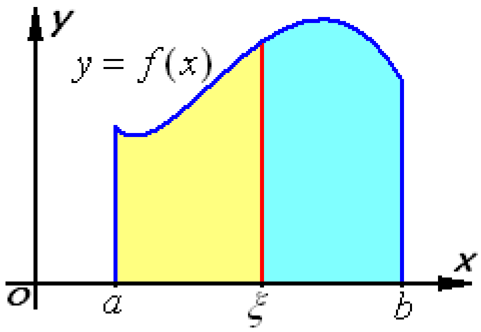
三 、设曲边梯形是由连续曲线$y=f(x)$　$f(x)>0$，
x轴与两直线$x=a$, $x=b$所围成的，求证：存在
直线$x=\xi$　$(\xi\in(a,b))$将曲边梯形的面积平分 .

参考答案

一、1. A；2. D；3. B；4. D；5. B；6. D；7. A

二、$x_0=e^{\frac{1}{4}}$。

三、证 (如图)设 $F(x)=\int_a^x f(t)dt\quad x\in[a,b]$,



$\because F'(x) = f(x) > 0$，$\therefore F(x)$在$[a,b]$上连续且单增，所以

$$m = \min\{F(x)\} = F(a) = 0,$$

$$M = \max\{F(x)\} = F(b) = \int_a^b f(x)dx > 0$$

于是 $$0 < \frac{1}{2}\int_a^b f(x)dx < M.$$

由介值定理可知在(a,b)内至少存在一点ξ，使

$$F(\xi) = \int_a^\xi f(x)dx = \frac{1}{2}\int_a^b f(x)dx,$$

故直线$x = \xi$将曲边梯形的面积平分。（证毕）