

复变函数 1-3 章测试题

一、单项选择题

1. 当 $z = \frac{1+i}{1-i}$ 时, $z^{100} + z^{75} + z^{50}$ 的值等于 ()

- (A) i (B) $-i$ (C) 1 (D) -1

2. 设 $f(z) = \begin{cases} \frac{z^2}{z}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$, 则 $f(z)$ 的连续点集合为 ().

- (A) 单连通区域 (B) 多连通区域
(C) 开集非区域 (D) 闭集非闭区域

3. 设 $c_1: |z|=1$ 为负向, $c_2: |z|=3$ 正向, 则 $\oint_{c=c_1+c_2} \frac{\sin z}{z^2} dz = ()$

- (A) $-2\pi i$ (B) 0 (C) $2\pi i$ (D) $4\pi i$

4. 设 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 那么 $u(x, y)$ 与 $v(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 可微是

$f(z)$ 在点 $z_0 = x_0 + iy_0$ 可微的 ().

- (A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分也非必要条件

5. 设 c 为正向圆周 $|z| = \frac{1}{2}$, 则 $\oint_c \frac{z^3 \cos \frac{1}{z-2}}{(1-z)^2} dz = ()$

- (A) $2\pi i(3\cos 1 - \sin 1)$ (B) 0 (C) $6\pi i \cos 1$ (D) $-2\pi i \sin 1$

6. $\int_{|z|=2} \frac{\cos z}{(1-z)^2} dz = ()$

- (A) $-\pi i \sin 1$ (B) $\pi i \sin 1$ (C) $-2\pi i \sin 1$ (D) $2\pi i \sin 1$

7. 设 $f(z)$ 在单连通域 B 内处处解析且不为零, c 为 B 内任何一条简单闭曲线, 则积分

$$\oint_c \frac{f''(z) + 2f'(z) + f(z)}{f(z)} dz \quad ()$$

- (A) 于 $2\pi i$ (B) 等于 $-2\pi i$ (C) 等于 0 (D) 不能确定

8. 设 c 是从 0 到 $1 + \frac{\pi}{2}i$ 的直线段, 则积分 $\int_c ze^z dz = (\quad)$

(A) $1 - \frac{\pi e}{2}$ (B) $-1 - \frac{\pi e}{2}$ (C) $1 + \frac{\pi e}{2}i$ (D) $1 - \frac{\pi e}{2}i$

9. 设 c 是 $z = (1+i)t$, t 从 1 到 2 的线段, 则 $\int_c \arg z dz = (\quad)$.

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{4}i$ (C) $\frac{\pi}{4}(1+i)$ (D) $1+i$

10. 下列命题不正确的是 ().

(A) $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$;

(B) 如果 $f(z)$ 在 z_0 可导, 那么 $f(z)$ 在 z_0 连续;

(C) $\oint_{|z|=1} \frac{1}{\cos z} dz = 0$;

(D) 如果 $f'(z_0)$ 存在, 那么 $f(z)$ 在 z_0 解析.

二、填空题

1、 $\text{Ln}(1-i)$ 的主值为_____.

2、函数 $f(z) = z \text{Re}(z) + \text{Im}(z)$ 仅在点 $z =$ _____ 处可导.

3、函数 $w = z^3$ 把 z 平面上的区域 $0 < \arg z < \frac{\pi}{3}$ 映成 w 平面上的区域_____.

4、计算 $(3 - \sqrt{3}i)^{\frac{1}{5}} =$ _____, $i^i =$ _____, $\text{Re}\left(e^{\frac{1}{z}}\right) =$ _____.

5、 $\oint_C \frac{1}{z - z_0} dz =$ _____, 其中 C 是简单闭曲线.

三、求 $\int_c (x^2 + iy) dz$, 其中 C 是沿曲线 $y = x^2$ 由点 $z = 0$ 到点 $z = 1 + i$.

四、 $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z(z+1)(z-3)}$. (积分曲线指正向)

设 c 为负向圆周 $|z| = 4$, 则 $\oint_c \frac{e^z}{(z - \pi i)^5} dz =$

五、