

## 复变函数测试题

### 一、判断题

1. 若  $f(z)$  在  $z_0$  解析, 则  $f(z)$  在  $z_0$  处满足柯西-黎曼条件. ( )
2. 函数  $\sin z$  在整个复平面内有界. ( )
3. 若函数  $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$  在  $D$  内连续, 则  $u(x,y)$  和  $v(x,y)$  都在  $D$  内连续. ( )
4. 若  $f(z)$  在区域  $D$  内解析, 则  $|f(z)|$  在  $D$  内也解析. ( )
5.  $w = e^z$  在复平面内为多值解析周期函数. ( )
6.  $w = e^z$  的周期为  $2k\pi$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ . ( )
7. 函数  $f(z) = \operatorname{Re} z$  在复平面上处处可微. ( )
8. 设  $f(z) = \ln z$ , 则  $f(z)$  的定义域为除去原点和负实轴的复平面. ( )
9. 如果  $z_0$  是  $f(z)$  的奇点, 那么  $f(z)$  在  $z_0$  不可导. ( )
10. 如果  $u(x,y)$  和  $v(x,y)$  可导(偏导数存在), 则  $f(z) = u + iv$  亦可导. ( )

### 二、填空题

1. 设  $e^z = -1$ , 则  $z =$ \_\_\_\_\_.
2. 复函数  $\operatorname{Ln}(1+z)$  在\_\_\_\_\_上处处解析.
3. 当  $z =$ \_\_\_\_\_时,  $e^z$  为实数.
4. 设  $z = 1 - \sqrt{3}i$ , 则  $|z| =$ \_\_\_\_\_,  $\arg z =$ \_\_\_\_\_,  $\bar{z} =$ \_\_\_\_\_.
5. 设  $f(z) = \frac{1}{\sin z}$ , 则  $f(z)$  的定义域为\_\_\_\_\_.

### 三、计算题

1.  $\operatorname{Ln}(-2-2i)$
2.  $\cos i$
3. 解方程  $z^3 + 8 = 0$
4.  $e^{\frac{1}{3}i}$
5.  $3^{3-i}$
6.  $\int_1^i \frac{1 + \tan z}{\cos^2 z} dz$  (沿1到i的直段)
7. 如果  $C$  为正向圆周  $|z| = 3$ , 计算积分  $\int_C \frac{e^z}{z(z-1)^3} dz$ .
8. 设  $u = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3$ , 求解析函数  $f(z) = u + iv$ , 使得  $f(0) = 0$ .

### 四、讨论 $f(z) = |z|^2$ 的可导性和解析性.

### 五、设函数 $f(z)$ 在区域 $D$ 内解析。

试证:  $f(z)$  在  $D$  内为常数的充要条件是  $\overline{f(z)}$  在  $D$  内解析。

