第十章练习题及参考答案

1. 设 $f(t)=\int_1^{t^2} e^{-x^2}dx$，则 $\int_0^1 tf(t)dt=($　　$)$.

A. $\frac{1}{4}(1-e^{-1})$　　B. $\frac{1}{4}(e^{-1}-1)$　　C. $\frac{1}{2}(e^{-1}-1)$　　D. $e^{-1}-1$

2. 设 $D=\left\{(x,y)\middle| x\geq 0, 1\leq x^2+y^2\leq 4\right\}$，则 $\iint\limits_D \frac{\tan(y\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy=($　　$)$.

A. 0　　B. 2π　　C. $\pi\ln 2$　　D. $2\pi\ln 2$

3. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，$\int_0^1 f(x)dx=\sqrt{2}$，则 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy=($　　$)$.

A. 0　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

4. $\int_0^1 dx\int_0^{1-x} f(x,y)dy=($　$)$.

A. $\int_0^{1+x} dy\int_0^1 f(x,y)dx$　　B. $\int_0^1 dy\int_0^{1+x} f(x,y)dx$

C. $\int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$　　D. $\int_0^1 dy\int_0^{y} f(x,y)dx$

5. 设区域 D 为 $x^2+y^2\leq a^2$ 所围成的区域，当 $a=(\ )$时，$\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}dxdy=\pi$.

A. 1　　B. $\sqrt[3]{3/2}$　　C. $\sqrt[3]{3/4}$　　D. $\sqrt[3]{1/2}$

6. 当 D 是(　)围成的区域时，二重积分 $\iint\limits_D dxdy=1$.

A. x 轴，y 轴及 $2x+y-2=0$　　B. $|x|=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{3}$

C. x 轴，y 轴及 $x=4$，$y=3$　　D. $|x+y|=1$，$|x-y|=1$

7. 设 $I=\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$，其中 D 由 $x^2+y^2=a^2$ 围成，则 $I=($　　$)$.

A. $\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^a a^2 rdr=\pi a^4$　　B. $\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^a r^2 rdr=\frac{\pi a^4}{2}$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^a r^2 dr=\frac{2\pi a^3}{3}$　　D. $\int_0^{2\pi} d\theta\int_0^a a^2 adr=2\pi a^4$

8. 设 $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,-1\le y\le 0\}$， 则 $\iint\limits_D xe^{xy}dxdy=($ $)$.

A. $\frac{1}{e}$ B. e C. $-\frac{1}{e}$ D. 0

9. 球面 $x^2+y^2+z^2=R^2$ 和圆柱面 $x^2+y^2=Rx(R>0)$ 所围成立体的体积为( ).

A. $\frac{1}{6}\pi R^3$ B. $\frac{2}{3}\pi R^3$ C. $\frac{6\pi-8}{9}R^3$ D. $\frac{1}{3}\pi R^3$

10. 若区域 Ω 由曲面 $z=x^2+y^2$ 和平面 $z=1$ 所围成，则三重积分 $\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)dxdydz$ 化为三次积分为( ).

A. $\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}}dy\int_{x^2+y^2}^{1}f(x,y,z)dz$ B. $\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_{x^2+y^2}^{1}f(x,y,z)dz$

C. $\int_{0}^{1}dz\int_{0}^{\sqrt{z}}dy\int_{0}^{\sqrt{z-y^2}}f(x,y,z)dx$ D. $\int_{0}^{1}dz\int_{-\sqrt{z}}^{\sqrt{z}}dx\int_{-\sqrt{z-y^2}}^{\sqrt{z-y^2}}f(x,y,z)dy$

11. 三重积分 $\iiint\limits_\Omega \ln(1+x^2+y^2+z^2)\frac{z}{1+x^2+y^2+z^2}dxdydz$=( )，其中积分区域 Ω 为 $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 1\}$.

A. $\frac{1}{2}\pi$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ C. 0 D. $\frac{1}{4}\pi$

12. 若 Ω 由曲面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 和 $x^2+y^2+z^2=16$ 所围，则三重积分 $\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)dV$ 表示成直角坐标系下的三次积分为( ).

A. $2\int_{0}^{2}dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}dy\int_{\sqrt{3(x^2+y^2)}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}}f(x,y,z)dz$ B. $\int_{-2}^{2}dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}dy\int_{\sqrt{3(x^2+y^2)}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}}f(x,y,z)dz$

C. $2\int_{-2}^{2}dx\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}dy\int_{\sqrt{3(x^2+y^2)}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}}f(x,y,z)dz$ D. $\int_{-2}^{2}dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}dy\int_{0}^{\sqrt{16-x^2-y^2}}f(x,y,z)dz$

13. 若 Ω 由曲面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 和 $x^2+y^2+z^2=16$ 所围，则三重积分 $\iiint\limits_\Omega f(x,y,z)dV$ 表示成柱面坐标系下的三次积分为( ).

A. $\int_{0}^{2\pi}d\theta\int_{0}^{2}rdr\int_{\sqrt{3}r}^{\sqrt{16-r^2}}f(r\cos\theta,r\sin\theta,z)dz$

B. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 rdr \int_0^{\sqrt{16-r^2}} f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)dz$

C. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^2 rdr \int_{\sqrt{3}r}^{\sqrt{16-r^2}} f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)dz$

D. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^2 rdr \int_0^{\sqrt{16-r^2}} f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)dz$

14. 若 Ω 由曲面 $z=\sqrt{3(x^2+y^2)}$ 和 $x^2+y^2+z^2=16$ 所围，则三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dV$ 表示成球面坐标系下的三次积分为（ ）.

A. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r\cos\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\theta\sin\varphi)r^2\sin\varphi dr$

B. $\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r\cos\theta\sin\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\varphi)r^2\cos\varphi dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r\cos\theta\sin\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\varphi)r^2\sin\varphi dr$

D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\theta\sin\varphi, r\cos\varphi)r^2\cos\varphi dr$

15. 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} \frac{e^z}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdydz$=( )，其中积分区域 Ω 为 $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=1, z=2$ 围成.

A. $2\pi e^2$ B. $2\pi e^2 - e$ C. $4\pi e^2$ D. πe^2

16. 计算 $I=\iiint\limits_{\Omega} zdV$，其中 Ω 为由 $z^2=x^2+y^2, z=1$ 围成的立体，则正确的解法为（ ）.

A. $I=\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 rdr \int_0^1 zdz$ B. $I=\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 rdr \int_r^1 zdz$

C. $I=\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dz \int_r^1 rdr$ D. $I=\int_0^1 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^z zrdr$

17. Ω 为六个平面 $x=0, x=2, y=1, x+2y=4, z=x, z=2$ 围成的区域，$f(x,y,z)$ 在 Ω 上连续，则累次积分（ ）$=\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)dV$.

A. $\int_0^2 dx \int_{2-\frac{x}{2}}^1 dy \int_2^x f(x,y,z)dz$ B. $\int_0^2 dx \int_1^{2-\frac{x}{2}} dy \int_2^x f(x,y,z)dz$

C. $\int_0^2 dx\int_{2-\frac{x}{2}}^{1} dy\int_x^2 f(x,y,z)dz$　　D. $\int_0^2 dx\int_1^{2-\frac{x}{2}} dy\int_x^2 f(x,y,z)dz$

18. $f(x,y,z)$ 为连续函数，则极限 $\lim\limits_{\rho\to 0}\frac{1}{\pi\sin(\rho^3)}\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le\rho^2} f(x,y,z)dV=$ (　　).

A. 等于 $f(0,0,0)$　　B. 不能断定其是否存在

C. 等于 $\frac{4}{3}f(0,0,0)$　　D. 不存在

19. Ω 是由三个坐标面与平面 $x+2y-z=1$ 所围成的空间区域，则 $\iiint\limits_{\Omega} xdxdydz=$ (　　).

A. $\frac{1}{48}$　　B. $-\frac{1}{48}$　　C. $\frac{1}{24}$　　D. $-\frac{1}{24}$

20. $\Omega=\left\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le 1\right\}$，则积分 $I_1=\iiint\limits_{\Omega}\frac{z\ln(x^2+y^2+z^2+1)}{x^2+y^2+z^2+1}dxdy$

$I_2=\iiint\limits_{\Omega}\left[\cos^4(x+y+z)+z^3\right]dxdydz$，$I_3=\iiint\limits_{\Omega}\left[\ln(x^2+y^2+z^2)\sin(x^2 y^3)z^4\right]d$

之间的大小关系为(　　).

A. $I_1<I_2<I_3$　　B. $I_1>I_2>I_3$

C. $I_2>I_1>I_3$　　D. $I_2<I_1<I_3$

21. 曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 包含在圆柱 $x^2+y^2=2x$ 内部的那部分面积为(　　).

A. $\sqrt{3}\pi$　　B. $\sqrt{2}\pi$　　C. 5π　　D. $2\sqrt{2}\pi$

22. 锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $z^2=2x$ 所割下部分的曲面面积为（　　）.

A. $\sqrt{2}\pi$　　B. $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$　　C. 2π　　D. π