中国农业大学

2016 ~2017 学年春季学期（2017.6）

高等数学 A（下） 课程考试试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

（注意：本试卷共有八道大题，满分 100 分，考试时间 100 分钟）

一、填空题(本题共有 **5** 道小题，每小题 **3** 分，满分 **15** 分)，请将答案填在横线上.

1. 曲面 $x^2+y^2+z=9$ 在点 $P(1,2,4)$ 处的切平面方程为______________________.

2. 设 L 为圆周 $x^2+y^2=a^2\ \ (a>0)$，则曲线积分 $I=\oint_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}ds=$_______________.

3. 若曲线积分 $\int_L \dfrac{xdx-aydy}{x^2+y^2-1}$ 在区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2<1\right\}$ 内与路径无关，则 $a=$_____.

4. 函数 $u=\ln\left(x+\sqrt{y^2+z^2}\right)$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿方向 $\vec{l}=(2,-2,1)$ 的方向导数为_________.

5. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $(-\pi,\ \pi]$ 上的定义为 $f(x)=\begin{cases}x, & -\pi<x\le 0\\ x^3, & 0<x\le\pi\end{cases}$，

则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=3\pi$ 处收敛于___________________.

二、单项选择题(本题共 **5** 小题，每小题 **3** 分，满分 **15** 分)，请将合适选项填在括号内.

1. 对于二元函数 $z=f(x,y)$, 下列有关偏导数与全微分关系中正确的命题是【　　　】.

（A）偏导数不连续，则全微分必不存在；　（B）偏导数连续，则全微分必存在；

（C）全微分存在，则偏导数必连续；　　　（D）全微分存在，而偏导数不一定存在.

2. 已知函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点某邻域内有定义，且 $f(0,0)=0$， $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$，则下述四个选项中正确的是【　　　】.

（A）点 $(0,0)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值点；

（B）点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点；

（C）点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点；

（D）根据所给条件无法判断点 $(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值点.

3. 设 $f(x,y)$ 为连续函数，则 $\int_{-1}^{1}dx\int_{0}^{1-x^2}f(x,y)dy$ 等于【　　　】.

（A） $\int_{-1}^{0}dy\int_{0}^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$；　　（B） $\int_{-1}^{1}dy\int_{0}^{1-y^2}f(x,y)dx$；

（C） $\int_{0}^{1}dy\int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}}f(x,y)dx$；　　（D） $\int_{0}^{1}dy\int_{0}^{1}f(x,y)dx$.

4. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的模分别为 $|\vec{a}|=4,\ |\vec{b}|=2,$ 且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=4\sqrt{2},$ 则 $|\vec{a}\times\vec{b}|$ 等于【　　　】.

（A） $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；　　（B） $2\sqrt{2}$；　　（C） $4\sqrt{2}$；　　（D） 2.

5. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则此级数在 $x=2$ 处【　　　】.

（A）条件收敛；　　（B）绝对收敛；　　（C）发散；　　（D）无法判断.

三、计算下列各题（本题共有 **2** 道小题，每小题 **7** 分，满分 **14** 分）

1. 设 $z=f\left(e^{x+y},xy\right)$， f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算 $\iint\limits_{D}(y^2+3x+9)dxdy,$ 其中 $D=\left\{(x,y)\,\middle|\,x^2+y^2\le 4\right\}.$

四、（本题满分 10 分）计算 $I=\int_L 3x^2y\mathrm{d}x+(x^3+x-2y)\mathrm{d}y,$ 其中 L 为圆周 $x^2+y^2=2x$ 上由点 $A(2,0)$ 沿逆时针方向到点 $O(0,0)$ 的半圆弧.

五、（本题满分 **12** 分）计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{axdydz+(z+a)^2dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$ 其中 Σ 为下半球面 $z=-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧， a 为大于零的常数.

六、（本题满分 12 分）抛物面$z=x^2+y^2$被平面$x+y+z=1$截成一椭圆，求这椭圆上的点到原点的距离的最大值与最小值.

七、（本题满分 **10** 分）已知点$M(-1,0,$直线$L:\begin{cases}x+2y-z=0\\x+2y+2z+4=0\end{cases}$，平面$\Pi$：$3x-4y+z-10=$求过点$M$且与直线$L$垂直，又与平面$\Pi$平行的直线方程.

八、计算下列各题（本题共有 **2** 道小题，每小题 **6** 分，满分 **12** 分）

1. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}x^{2n}$的收敛域及和函数.

2. 在区间$[-\pi,\pi]$上证明等式$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}\cos nx=\frac{\pi^2}{12}-\frac{x^2}{4}$成立，并求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$的和.