

## 第十章练习题

1. 设  $f(t) = \int_1^{t^2} e^{-x^2} dx$ , 则  $\int_0^1 t f(t) dt = ( \quad )$ .  
 A.  $\frac{1}{4}(1-e^{-1})$       B.  $\frac{1}{4}(e^{-1}-1)$       C.  $\frac{1}{2}(e^{-1}-1)$       D.  $e^{-1}-1$
2. 设  $D = \{(x, y) | x \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ , 则  $\iint_D \frac{\tan(y\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy = ( \quad )$ .  
 A. 0      B.  $2\pi$       C.  $\pi \ln 2$       D.  $2\pi \ln 2$
3. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续,  $\int_0^1 f(x) dx = \sqrt{2}$ , 则  $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x)f(y) dy = ( \quad )$ .  
 A. 0      B. 1      C.  $\sqrt{2}$       D. 2
4.  $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy = ( \quad )$ .  
 A.  $\int_0^{1+x} dy \int_0^1 f(x, y) dx$       B.  $\int_0^1 dy \int_0^{1+x} f(x, y) dx$   
 C.  $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx$       D.  $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$
5. 设区域  $D$  为  $x^2 + y^2 \leq a^2$  所围成的区域, 当  $a = ( \quad )$  时,  $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy = \pi$ .  
 A. 1      B.  $\sqrt[3]{3/2}$       C.  $\sqrt[3]{3/4}$       D.  $\sqrt[3]{1/2}$
6. 当  $D$  是  $( \quad )$  围成的区域时, 二重积分  $\iint_D dx dy = 1$ .  
 A.  $x$  轴,  $y$  轴及  $2x + y - 2 = 0$       B.  $|x| = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$   
 C.  $x$  轴,  $y$  轴及  $x = 4, y = 3$       D.  $|x + y| = 1, |x - y| = 1$
7. 设  $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , 其中  $D$  由  $x^2 + y^2 = a^2$  围成, 则  $I = ( \quad )$ .  
 A.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a a^2 r dr = \pi a^4$       B.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a r^2 r dr = \frac{\pi a^4}{2}$   
 C.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a r^2 dr = \frac{2\pi a^3}{3}$       D.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^a a^2 a dr = 2\pi a^4$

8. 设  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0\}$ , 则  $\iint_D x e^{xy} dx dy = ( \quad )$ .

- A.  $\frac{1}{e}$       B.  $e$       C.  $-\frac{1}{e}$       D.  $0$

9. 球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  和圆柱面  $x^2 + y^2 = Rx (R > 0)$  所围成立体的体积为  $( \quad )$ .

- A.  $\frac{1}{6} \pi R^3$       B.  $\frac{2}{3} \pi R^3$       C.  $\frac{6\pi-8}{9} R^3$       D.  $\frac{1}{3} \pi R^3$

10. 若区域  $\Omega$  由曲面  $z = x^2 + y^2$  和平面  $z = 1$  所围成, 则三重积分

$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$  化为三次积分为  $( \quad )$ .

- A.  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} dy \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz$       B.  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz$   
C.  $\int_0^1 dz \int_0^{\sqrt{z}} dy \int_0^{\sqrt{z-y^2}} f(x, y, z) dx$       D.  $\int_0^1 dz \int_{-\sqrt{z}}^{\sqrt{z}} dx \int_{-\sqrt{z-y^2}}^{\sqrt{z-y^2}} f(x, y, z) dy$

11. 三重积分  $\iiint_{\Omega} \ln(1+x^2+y^2+z^2) \frac{z}{1+x^2+y^2+z^2} dx dy dz = ( \quad )$ , 其中积分区域  $\Omega$

为  $\{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ .

- A.  $\frac{1}{2} \pi$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{3} \pi$       C.  $0$       D.  $\frac{1}{4} \pi$

12. 若  $\Omega$  由曲面  $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$  和  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  所围, 则三重积分

$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV$  表示成直角坐标系下的三次积分为  $( \quad )$ .

- A.  $2 \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{\sqrt{3(x^2+y^2)}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz$       B.  $\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{\sqrt{3(x^2+y^2)}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz$   
C.  $2 \int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_{\sqrt{3(x^2+y^2)}}^{\sqrt{16-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz$       D.  $\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{16-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz$

13. 若  $\Omega$  由曲面  $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$  和  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  所围, 则三重积分

$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV$  表示成柱面坐标系下的三次积分为  $( \quad )$ .

- A.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r dr \int_{\sqrt{3}r}^{\sqrt{16-r^2}} f(r \cos \theta, r \sin \theta, z) dz$

- B.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r dr \int_0^{\sqrt{16-r^2}} f(r \cos \theta, r \sin \theta, z) dz$   
 C.  $\int_0^\pi d\theta \int_0^2 r dr \int_{\sqrt{3}r}^{\sqrt{16-r^2}} f(r \cos \theta, r \sin \theta, z) dz$   
 D.  $\int_0^\pi d\theta \int_0^2 r dr \int_0^{\sqrt{16-r^2}} f(r \cos \theta, r \sin \theta, z) dz$

14. 若  $\Omega$  由曲面  $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$  和  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  所围, 则三重积分  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV$  表示成球面坐标系下的三次积分为( ).

- A.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta \sin \varphi) r^2 \sin \varphi dr$   
 B.  $\int_0^\pi d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r \cos \theta \sin \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \varphi) r^2 \cos \varphi dr$   
 C.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r \cos \theta \sin \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \varphi) r^2 \sin \varphi dr$   
 D.  $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\varphi \int_0^4 f(r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta \sin \varphi, r \cos \varphi) r^2 \cos \varphi dr$

15. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} \frac{e^z}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz = ( )$ , 其中积分区域  $\Omega$  为  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,

$z=1, z=2$  围成.

- A.  $2\pi e^2$       B.  $2\pi e^2 - e$       C.  $4\pi e^2$       D.  $\pi e^2$

16. 计算  $I = \iiint_{\Omega} z dV$ , 其中  $\Omega$  为由  $z^2 = x^2 + y^2, z=1$  围成的立体, 则正确的解法为( ).

- A.  $I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr \int_0^1 z dz$       B.  $I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr \int_r^1 z dz$   
 C.  $I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dz \int_r^1 r dr$       D.  $I = \int_0^1 dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^z z r dr$

17.  $\Omega$  为六个平面  $x=0, x=2, y=1, x+2y=4, z=x, z=2$  围成的区域,  $f(x, y, z)$  在  $\Omega$  上连续, 则累次积分( ) =  $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV$ .

- A.  $\int_0^2 dx \int_{2-\frac{x}{2}}^1 dy \int_2^x f(x, y, z) dz$       B.  $\int_0^2 dx \int_1^{2-\frac{x}{2}} dy \int_2^x f(x, y, z) dz$

C.  $\int_0^2 dx \int_{2-\frac{x}{2}}^1 dy \int_x^2 f(x, y, z) dz$

D.  $\int_0^2 dx \int_1^{2-\frac{x}{2}} dy \int_x^2 f(x, y, z) dz$

18.  $f(x, y, z)$  为连续函数, 则极限  $\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{1}{\pi \sin(\rho^3)} \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq \rho^2} f(x, y, z) dV = ( \quad )$ .

A. 等于  $f(0, 0, 0)$

B. 不能断定其是否存在

C. 等于  $\frac{4}{3} f(0, 0, 0)$

D. 不存在

19.  $\Omega$  是由三个坐标面与平面  $x+2y-z=1$  所围成的空间区域, 则

$\iiint_{\Omega} x dx dy dz = ( \quad )$ .

A.  $\frac{1}{48}$

B.  $-\frac{1}{48}$

C.  $\frac{1}{24}$

D.  $-\frac{1}{24}$

20.  $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ , 则积分  $I_1 = \iiint_{\Omega} \frac{z \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1)}{x^2 + y^2 + z^2 + 1} dx dy dz$

$I_2 = \iiint_{\Omega} [\cos^4(x + y + z) + z^3] dx dy dz$ ,  $I_3 = \iiint_{\Omega} [1 \ln(x^2 + y^2 + z^2 + 1) \sin^2(y)] dx dy dz$ .

之间的大小关系为( ).

A.  $I_1 < I_2 < I_3$

B.  $I_1 > I_2 > I_3$

C.  $I_2 > I_1 > I_3$

D.  $I_2 < I_1 < I_3$

21. 曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  包含在圆柱  $x^2 + y^2 = 2x$  内部的那部分面积为( ).

A.  $\sqrt{3}\pi$

B.  $\sqrt{2}\pi$

C.  $5\pi$

D.  $2\sqrt{2}\pi$

22. 锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  被柱面  $z^2 = 2x$  所割下部分的曲面面积为 ( ).

A.  $\sqrt{2}\pi$

B.  $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$

C.  $2\pi$

D.  $\pi$