第九章　练习题及参考答案

选择题

1、极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{3xy}{\sqrt{xy+1}-1}=$【　　】.

A．6　　B.　3　　C.　1　　D.　2

2、设 $f(x,y)=\dfrac{x-y+x^2+y^2}{x+y}$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\lim\limits_{y\to 0}f(x,y)=$【　　】.

A.　-1　　B.　3　　C.　1　　D.　2

3、极限 $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}f(x,y)=A$ 的精确含义是【　　】.

A.　对任意给定的正数 ε，总存在正数 M，使当 $|x|>M$，$|y|>M$ 时，不等式 $|f(x,y)-A|<\varepsilon$ 恒成立

B.　对某些给定的正数 ε，总存在正数 M，使当 $|x|>M$，$|y|>M$ 时，不等式 $|f(x,y)-A|<\varepsilon$ 恒成立

C.　对任意给定的正数 ε，总存在正数 M，使当 $\sqrt{x^2+y^2}>M$ 时，不等式 $|f(x,y)-A|<\varepsilon$ 恒成立

D.　对某些给定的正数 ε，总存在正数 M，使当 $\sqrt{x^2+y^2}>M$ 时，不等式 $|f(x,y)-A|<\varepsilon$ 恒成立

4、极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x^2+y^2)^{x^2y^2}=$【　　】.

A.　0　　B.　1　　C.　2　　D.　e

5、设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，则【　　】.

A.　极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} f(x,y)$ 存在，但 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处不连续

B.　极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} f(x,y)$ 存在，且 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续

C.　极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} f(x,y)$ 不存在，故 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处不连续

D.　极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} f(x,y)$ 不存在，但 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续

6、函数 $f(x,y)=\sin(x^2+y)$ 在点 $(0,0)$ 处【　　】.

A.　无定义　　B.　无极限　　C.　有极限，但不连续　　D.　连续

7、设 $u=x^{y^z}\ (x>0,y>0)$，则 $\mathrm{d}u=$【　　】.

A.　$y^z x^{y^z-1}\mathrm{d}x+y^{z-1}x^{y^z}\ln x\,\mathrm{d}y+y^z x^{y^z}\ln x\ln y\,\mathrm{d}z$

B.　$y^z x^{y^z-1}\mathrm{d}x+zy^{z-1}x^{y^z}\ln x\,\mathrm{d}y+x^{y^z}\ln x\ln y\,\mathrm{d}z$

C.　$x^{y^z-1}\mathrm{d}x+z\,y^{z-1}x^{y^z}\ln x\,\mathrm{d}y+y^z x^{y^z}\ln x\ln y\,\mathrm{d}z$

D.　$y^z x^{y^z-1}\mathrm{d}x+zy^{z-1}x^{y^z}\ln x\,\mathrm{d}y+y^z x^{y^z}\ln x\ln y\,\mathrm{d}z$

8、设 $z=\dfrac{1}{x}f(xy)+y\varphi(x+y)$，　f，　φ 具有二阶连续导数，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$【　　】.

A.　$f''(x,y)+\varphi'(x+y)+y\varphi''(x+y)$　　B.　$yf''(x,y)+\varphi'(x+y)+\varphi''(x+y)$

C.　$yf''(x,y)+\varphi'(x+y)+y\varphi''(x+y)$　　D.　$y\,f''(x,y)+y\varphi''(x+y)$

9、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=f(x^2+y^2)+f(x+y)$ 所确定，$y(0)=2$，其中 f 是可导函数，且 $f'(2)=\dfrac{1}{2}$，　$f'(4)=1$，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}=$【　　】.

A.　$-\dfrac{1}{7}$　　B.　$\dfrac{1}{7}$　　C.　$\dfrac{1}{6}$　　D.　$-\dfrac{1}{6}$

10、设 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^{-xy}-2z+e^{z}=0$ 确定，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$【　　】.

A. $\frac{-y^2e^{-xy}(e^z-2)^2-y^2e^{-2xy+z}}{(e^z-2)^3}$　　B. $\frac{-y^2e^{-xy}(e^z-2)^2-y^2e^{-2xy+z}}{(e^z-2)^2}$

C. $\frac{y^2e^{-xy}(e^z-2)^2-y^2e^{-2xy+z}}{(e^z-2)^3}$　　D. $\frac{-y^2e^{-xy}(e^z-2)^2+y^2e^{-2xy+z}}{(e^z-2)^3}$

11、设 $w=x+y$，其中 x，y 是由 $\begin{cases} xy^2-uv=1 \\ x^2+y-u+v=0 \end{cases}$ 确定的 u，v 的函数，则 $\frac{\partial w}{\partial u}=$

【　　】.

A. $\frac{(2x-1)v-y^2+2xy}{4x^2y+y^2}$　　B. $\frac{(2x-1)v-y^2-2xy}{4x^2y-y^2}$

C. $\frac{(2x-1)v-y^2+2xy}{4x^2y-y^2}$　　D. $\frac{(2x-1)v-y^2+2xy}{x^2y-y^2}$

12、曲面 $z-e^z+2xy=3$ 在点 $(1,\ 2,0)$ 处的切平面方程为【　　】.

A. $2x+y+4=0$　　B. $2x+y-4=0$

C. $2x-y-4=0$　　D. $2x-y+4=0$

13、函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在点 $A(1,\ 0,1)$ 处沿点 A 指向点 $B(3,\ -2,\ 2)$ 方向的方向导数为【　　】.

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

14、抛物线 $y=x^2$ 到直线 $x-y-2=0$ 之间的最短距离是【　　】.

A. $\frac{7}{4\sqrt{2}}$　　B. $\frac{7}{\sqrt{2}}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{7}{8}$

15、函数 $u=x+y+z$ 在区域 $x^2+y^2\le z\le 1$ 的最大值为【　　】.

A. $1+\sqrt{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $1-\sqrt{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

16、考虑二元函数 $f(x,y)$ 的下面四个性质：

(1) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续

(2) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数连续

(3) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微

(4) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数存在

若用“$P \Rightarrow Q$”表示可由性质 P 推出性质 Q，则有【　　】.

A. $(2) \Rightarrow (3) \Rightarrow (1)$　　B. $(3) \Rightarrow (2) \Rightarrow (1)$

C. $(3) \Rightarrow (4) \Rightarrow (1)$　　D. $(3) \Rightarrow (1) \Rightarrow (4)$

17、设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\sin(x^2y)}{xy}, & xy \neq 0 \\ x, & xy=0 \end{cases}$，则 $f_x'(0,\ 1)=$【　　】.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 不存在

18、设 $\varphi(x-az, y-bz)=0$，则 $a\dfrac{\partial z}{\partial x}+b\dfrac{\partial z}{\partial y}=$【　　】.

A. a　　B. b　　C. -1　　D. 1

19、函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f_x'(x_0,y_0)$, $f_y'(x_0,y_0)$ 存在是 $f(x,y)$ 在该点连续的【　　】.

A. 充分而非必要条件　　B. 必要而非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

20、函数 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2}, x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处【　　】.

A. 连续，偏导数存在　　B. 连续，偏导数不存在

C. 不连续，偏导数存在　　D. 不连续，偏导数不存在

21、可使 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2x - y$ 成立的函数是【　　】.

A. $u = x^2 y + \frac{1}{2} xy^2$　　B. $u = x^2 y - \frac{1}{2} xy^2 + e^x + e^y - 5$

C. $u = x^2 y - \frac{1}{2} xy^2 + e^{x+y} - 5$　　D. $u = x^2 y + \frac{1}{2} xy^2 + e^x + e^y - 5$

22、设函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微，且 $f_x'(x_0, y_0) = f_y'(x_0, y_0) = 0$，则函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处【　　】.

A. 必有极值，可能是极大值，也可能是极小值

B. 可能有极值，也可能无极值

C. 必有极大值

D. 必有极小值

23、函数 $u = \sin x \sin y \sin z$ 满足 $x + y + z = \frac{\pi}{2}$　$(x > 0, y > 0, z > 0)$ 的条件极值是【　　】.

A. 1　　B. 0　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{8}$

24、平面 $2x + 3y - z = \lambda$ 是曲面 $z = 2x^2 + 3y^2$ 在点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 处的切平面，则 $\lambda =$【　　】.

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

25、设 a 为非零常数，则极限 $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ y \to 0}} \frac{\ln(1 - xy)}{y} =$【　　】.

A. $-a$　　B. 0　　C. a　　D. 不存在

26、设$u=\left(\dfrac{x}{y}\right)^z$，则$\left.\dfrac{\partial u}{\partial y}\right|_{(1,2,3)}$ =【　　　】.

A. $-\dfrac{3}{8}$　　B. $\dfrac{3}{16}$　　C. $-\dfrac{3}{16}$　　D. $\dfrac{3}{8}$

27、设函数$u=x^3+y^3+z^3-3xyz$在点P处的梯度为零向量，则点P的坐标$(x,\ y,\ z)$必满足方程【　　　】.

A. $x=y=z$　　B. $x=y\neq z$

C. $x=z\neq y$　　D. $y\neq z\neq x$

28、设$f(x,y)$可微，$f(1,\ 1)=1$, $f_x'(1,\ 1)=a$,　$f_y'(1,\ 1)=b$, 记

$\varphi(x)=f(x,\ f(x,\ f(x,x)))$，则$\left.\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\varphi^2(x)\right|_{x=1}$ =【　　　】.

A. $a+ab+ab^2+b^3$　　B. $2(a-ab+ab^2+b^3)$

C. $2(a+ab+ab^2+b^3)$　　D. $2(a-ab-ab^2+b^3)$

29、函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^3}{x^3+y^9}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$在$(0,\ 0)$点处【　　　】.

A. 极限不存在　　B. 极限存在但不连续

C. 连续但不可微　　D. 可微

30、设函数$f(x,y)$在点$M_0(x_0,y_0)$处二阶偏导数都存在，则此函数在点M_0处

【　　　】.

A. 一阶偏导数必连续　　B. 一阶偏导数不一定连续

C. 可微　　D. 所有方向导数都存在

31、设 $z = x\sin(x+y)$，则 $\mathrm{d}z|_{(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4})} =$【　　　】.

A. $\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$　　B. $\mathrm{d}x-\mathrm{d}y$　　C. $\mathrm{d}x$　　D. $\mathrm{d}y$

32、设 $y = y(x,z)$ 由方程 $xyz = e^{x+y}$ 所确定，则 $\frac{\partial y}{\partial x} =$【　　　】.

A. $\frac{y(1-x)}{x(z-1)}$　　B. $\frac{y(1-z)}{z(1-x)}$　　C. $\frac{y(1-x)}{x(y-1)}$　　D. $\frac{z(1-x)}{x(z-1)}$

33、设函数 $f(x,y) = y^2 - x^2 + 1$，则点 $(0,0)$【　　　】.

A. 是 $f(x,y)$ 的极小值点　　B. 是 $f(x,y)$ 的极大值点

C. 不是 $f(x,y)$ 的驻点　　D. 是 $f(x,y)$ 的驻点但不是极值点