

第三章中值定理不等式练习题（15 分钟）

1. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上可微, 对于 $[0, 1]$ 上的每一个 x , 函数 $f(x)$ 的值都在开区间 $(0, 1)$ 内, 且 $f'(x) \neq 1$, 证明在 $(0, 1)$ 区间内有且仅有一个 x 使得 $f(x) = x$ 成立. (2004 秋)

2. 证明: 当 $x > 1$ 时, 有 $\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}$ 成立. (2005 秋)

3. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = f(1) = 0$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$,

试证至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = 1$. (2006 秋)