

第八章练习题参考答案

1. 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是两两垂直的单位向量, 且 $\mathbf{p} = \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c}$, 其中 α, β, γ 是常数, 则 $|\mathbf{p}| =$ _____.

A. $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

B. $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}$

C. $\sqrt{\gamma^2 + \beta^2}$

D. $\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$

2. 向量 $\mathbf{a} = \{4, -3, 4\}$ 在向量 $\mathbf{b} = \{2, 2, 1\}$ 上的投影为_____.

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

3. 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 两两垂直, 且 $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 2, |\mathbf{c}| = 3$. 则 $\mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ 与 \mathbf{c} 的夹角是_____.

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\arccos \frac{3}{\sqrt{14}}$

D. π

4. 已知向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 之间的夹角 $\varphi = 120^\circ$, $|\mathbf{a}| = 3, |\mathbf{b}| = 5$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$ _____.

A. 5

B. 3

C. 4

D. $\sqrt{19}$

5. 设 $\mathbf{a} = \{1, 2, \lambda\}, \mathbf{b} = \{2\lambda, 1, 1\}$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $\lambda =$ _____.

A. -2

B. -1

C. -6

D. $-\frac{2}{3}$

6. $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ 的几何意义是_____.

A. 以向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为相邻边平行四边形的面积的二分之一

B. 以向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为相邻边平行四边形的面积

C. 以向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为相邻边平行四边形的面积的二两倍

D. 以上答案都不对

7. 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 其中 $\mathbf{c} \perp \mathbf{a}, \mathbf{c} \perp \mathbf{b}$, 又 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{6}, |\mathbf{a}| = 6, |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = 3$, 则 $|(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}| =$ _____.

A. 54 B. 27

C. 36 D. 9

8. 三棱锥的四个顶点是 $A(1, 1, 1)$, $B(5, 4, -1)$, $C(2, 3, 5)$, $D(6, 0, -3)$, 则它的体积为 ____.

A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

9. 空间四个点 $A(1, 0, 1)$, $B(4, 4, 6)$, $C(2, 2, 3)$, $D(10, 14, 17)$, 的位置关系是_____.

A. 共线 B. 共面
C. 不共面 D. 以上答案都不对

10. 设 $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 2$, 则 $[(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{b} + \mathbf{c})] \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{a}) =$ _____.

A. 2 B. 4
C. 8 D. 16

11. 设向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 相互平行, 但方向相反, 则当 $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}| > 0$ 时必有_____.

A. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$ B. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| > |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$
C. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| < |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$ D. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

12. 已知向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 之间的夹角是 $\frac{\pi}{4}$, 且 $|\mathbf{a}| = 1$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{2}$. 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$ _____.

A. 1 B. $1 + \sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

13. 已知非零向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} , 满足 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则必有_____.

A. $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{0}$ B. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$
C. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ D. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$

14. 设三向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 满足关系式 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$ _____.

- A. $c \times b$ B. $b \times c$ C. $a \times c$ D. $b \times a$

15. 已知平行四边形四个顶点 A, B, C, D , 点 D 是与点 B 相对的点, O 是坐标原点, 记 $a = \overrightarrow{OA}, b = \overrightarrow{OB}, c = \overrightarrow{OC}$, 则 \overrightarrow{OD} 为_____.

- A. $c - b$ B. $a - b + c$ C. $a + b - c$ D. $b - c$

16. 已知向量 a 和 b 的模分别为 $|a| = 2, |b| = \sqrt{2}$, 且 $a \cdot b = 2$, 则 $|a \times b| =$ _____.

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

17. 设向量 d 与三个坐标面 xOy, yOz, zOx 的夹角分别为 α, β, γ ($0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \frac{\pi}{2}$), 则 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma =$ _____.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

18. 设 $\alpha = i + j + k$, 则垂直于 α 又垂直于 y 轴的单位向量为_____.

- A. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(i + j + k)$ B. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(i - j + k)$
C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(i - k)$ D. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(i + k)$

19. 已知非零向量 a, b 满足 $(a + 3b) \perp (7a - 5b); (a - 4b) \perp (7a - 2b)$, 则 a, b 之间的夹角为_____.

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

20. 已知梯形 $OABC$, $\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{OA}, |\overrightarrow{CB}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}|$, 若 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OC} = b$, 则 $\overrightarrow{AB} =$ _____.

- A. $\frac{a}{2} - b$ B. $a - \frac{b}{2}$ C. $\frac{a}{2} + b$ D. $b - \frac{a}{2}$

21. 已知单位向量 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$, 则 $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a =$ _____.

- A. $-3/2$ B. -1 C. 1 D. $3/2$

22. 已知向量 a 的终点坐标是 $(2, -1, 0)$, 模 $|a| = 14$, 其方向与向量 $\{-2, 3, 6\}$ 同向, 则向量 a 的起点坐标是_____.

- A. $(-6, 7, 12)$; **B.** $(6, -7, -12)$
 C. $(6, 7, -12)$; D. $(6, -7, 12)$

23. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 为三个任意向量, 则下列等式正确的是_____.

- A. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{a}$ B. $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} = \mathbf{a}(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$
C. $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = \mathbf{c} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ D. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

24. 已知直线 L 过点 $M(0, -3, -2)$ 且与两条直线

$$L_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}, L_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 5 - 4t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, \text{ 都垂直, 则直线 } L \text{ 的方程是_____}.$$

(A) $\frac{x}{10} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+2}{-16}$

(B) $\frac{x}{10} = \frac{y+3}{-7} = \frac{z+2}{-16}$

(C) $\frac{x}{-10} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+2}{-16}$

(D) $\frac{x}{10} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+2}{16}$

25. 直线 $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$ 上与点 $(3, 2, 6)$ 的距离最近的点是_____.

(A) $(3, -1, 0)$

(B) $(3, -1, 1)$

(C) $(3, 1, 0)$

(D) $(-3, -1, 0)$

26. 直线 $\begin{cases} x+y-z-1=0, \\ 2x+y-z-2=0 \end{cases}$ 和直线 $\begin{cases} x+2y-z-2=0, \\ x+2y+2z+4=0 \end{cases}$ 间的最短距离是_____.

(A) 2

(B) 3

(C) 1

(D) 4

27. 曲线 $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \\ z = bt \end{cases}$ 在 xOy 坐标面上的投影曲线是_____.

(A) $x^2 + y^2 = a^2$

(B) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = a^2 \\ z = 0 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = a^2 \\ z = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ z = 0 \end{cases}$

28. 过点 $M(1, 2, -1)$ 且与直线 $\begin{cases} x = -t + 2, \\ y = 3t - 4, \\ z = t - 1 \end{cases}$ 垂直的平面是_____.

(A) $x - 3y - z + 4 = 0$

(B) $2x - 3y - z + 4 = 0$

(C) $x - 3y - 2z + 5 = 0$

(D) $2x - 3y - 2z + 1 = 0$

29. 已知直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$, $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$, 则过 L_1 且平行于 L_2 的平面方程为_____.

(A) $x + 3y + z + 2 = 0$

(B) $x - 3y + z + 2 = 0$

(C) $x + 3y + z + 10 = 0$

(D) $x + 3y + z - 10 = 0$

30. 已知直线 $L: \begin{cases} x+y-z-1=0, \\ 2x+y-z-2=0 \end{cases}$ 及平面 $\Pi: 4x-y+z-2=0$, 则直线 L 与平面 Π 的位置关系是_____.

(A) L 平行于 π , 但不在 π 上

(B) L 位于 π 内

(C) L 与 π 垂直

(D) 以上都不对

31. 在由平面 $2x + y - 3z + 2 = 0$ 和平面 $5x + 5y - 4z + 3 = 0$ 所决定的平面束内, 有两个相互垂直的平面, 其中一个平面经过点 $(4, -3, 1)$, 这两个平面的方程分别是_____.

(A) $3x + 4y - z + 1 = 0, x - 2y - 5z - 3 = 0$

(B) $3x + 4y - z + 1 = 0, x - 2y - 5z + 3 = 0$

(C) $3x + 4y + z + 1 = 0, x - 2y - 5z - 3 = 0$

(D) $3x + 4y + z - 1 = 0, x - 2y - 5z - 3 = 0$

32. 以曲线 $\begin{cases} f(y, z) = 0, \\ x = 0 \end{cases}$ 为母线, 以 z 轴为旋转轴的旋转曲面的方程为_____.

(A) $f(\pm\sqrt{y^2 + z^2}, x) = 0$

(B) $f(y, \pm\sqrt{x^2 + z^2}) = 0$

(C) $f(z, \pm\sqrt{x^2 + y^2}) = 0$

(D) $f(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0$

33. 方程 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, \\ y = 2 \end{cases}$ 在空间 $Oxyz$ 中的图形是_____.

(A) 平行于 y 轴的椭圆柱面

(B) 平行于 z 轴的椭圆柱面

(C) 平行于 z 轴的两条直线

(D) 平行于 xOy 面的椭圆

34. 设空间两直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$, $L_2: x+1 = y-1 = z$ 相交于一点, 则 $\lambda =$ _____.

(A) 1

(B) 0

(C) $\frac{5}{4}$

(D) $\frac{5}{3}$

35. 空间三直线

$$L_1: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z}{3}, \quad L_2: \begin{cases} x = 3t, \\ y = -1 + 3t, \\ z = 2 + 7t, \end{cases} \quad L_3: \begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0, \\ 2x + y - z = 0, \end{cases} \quad \text{则必有}$$

有_____.

(A) $L_1 // L_3$

(B) $L_1 // L_2$

(C) $L_2 \perp L_3$

(D) $L_1 \perp L_2$

36. 空间直线 $L_1: \begin{cases} 4x + y + 3z = 0, \\ 2x + 3y + 2z = 9 \end{cases}$ 与 $L_2: \begin{cases} 3x - 2y + z = -5, \\ x - 3y - 2z = 3 \end{cases}$ 的位置关系为_____.

(A) 平行不重合

(B) 相交于一点

(C) 重合

(D) 异面

37. 过点 $(0, 2, 4)$ 且与平面 $x + 2z = 1$ 及 $y - 3z = 2$ 都平行的直线是_____.

(A) $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{2}$

(B) $\frac{x}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-3}$

(C) $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{1}$

(D) $-2x + 3(y - 2) + z - 4 = 0$

38. 曲线 $\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{5} = 1, \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$ 在 xOy 坐标面上的投影柱面是_____.

(A) $x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0$

(B) $20y^2 + 4z^2 - 60z - 35 = 0$

(C) $\begin{cases} x^2 + 20y^2 - 24x - 116 = 0, \\ z = 0 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 20y^2 + 4z^2 - 60z - 35 = 0, \\ x = 0 \end{cases}$

39. 已知 $|a| = 3$, $|b| = 26$, $|a \times b| = 72$, 则 $a \cdot b =$ _____.

A. 30

B. -20

C. ± 30 D. ± 20

40. 过点 $(-1, 0, 4)$, 平行于平面 $3x - 4y + z - 10 = 0$, 且与直线 $x + 1 = y - 3 = \frac{z}{2}$

相交的直线方程为_____.

A. $\frac{x+1}{-16} = \frac{y}{19} = \frac{z-4}{28}$

B. $\frac{x+1}{16} = \frac{y}{19} = \frac{z-4}{28}$

C. $\frac{x+1}{16} = \frac{y}{-19} = \frac{z-4}{28}$

D. $\frac{x+1}{16} = \frac{y}{19} = \frac{z-4}{-28}$

41. 设一平面过原点和点 $(6, -3, 2)$, 且与平面 $4x - y + 2z - 8 = 0$ 垂直, 则此平

面方程为_____.

A. $\frac{x-6}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{3}$

B. $2x + 2y - 3z = 0$

C. $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-3}$

D. $2x - 2y + 3z = 0$

42. 曲线 $L: z = x^2 + 2y^2, z = 2 - x^2$, 关于 xOy 平面的投影柱面方程是_____.

A. $x^2 + y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

43. 平面 $x - y + z + 5 = 0$ 和 $5x - 8y + 4z + 36 = 0$ 确定的直线的对称式方程为

_____.

A. $\frac{x}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-3}$

B. $\frac{x}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x}{4} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

D. $\frac{x}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{-3}$

44. 两平行平面 $19x - 4y + 8z + 21 = 0$ 和 $19x - 4y + 8z + 42 = 0$ 之间的距离为

_____.

A. $1/2$ B. 1 C. 2 D. 21