

第五章定积分练习题（25 分钟）

1. 计算 $\int_0^{\pi} \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x} dx$. (2005 秋)

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} t \sin \frac{1}{t} dt}{x^2}$ (2004 秋)

3. 证明 $\frac{1}{2} \leq \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$. (2006 秋)

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上具有二阶连续导数 ($a > 0$), 且 $f(0) = 0$,

(1). 写出 $f(x)$ 的带有拉格朗日型余项的一阶麦克劳林公式;

(2). 证明至少存在一点 $\eta \in [-a, a]$ 使 $a^3 f''(\eta) = 3 \int_{-a}^a f(x) dx$. (2006 秋)