

第九章 练习题

选择题

1、极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3xy}{\sqrt{xy+1}-1} = \text{【 } \quad \text{】} .$

- A. 6 B. 3 C. 1 D. 2

2、设 $f(x, y) = \frac{x - y + x^2 + y^2}{x + y}$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y) = \text{【 } \quad \text{】} .$

- A. -1 B. 3 C. 1 D. 2

3、极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} f(x, y) = A$ 的精确含义是 **【 】** .

- A. 对任意给定的正数 ε ，总存在正数 M ，使当 $|x| > M$ ， $|y| > M$ 时，不等式

$$|f(x, y) - A| < \varepsilon \text{ 恒成立}$$

- B. 对某些给定的正数 ε ，总存在正数 M ，使当 $|x| > M$ ， $|y| > M$ 时，不等式

$$|f(x, y) - A| < \varepsilon \text{ 恒成立}$$

- C. 对任意给定的正数 ε ，总存在正数 M ，使当 $\sqrt{x^2 + y^2} > M$ 时，不等式

$$|f(x, y) - A| < \varepsilon \text{ 恒成立}$$

- D. 对某些给定的正数 ε ，总存在正数 M ，使当 $\sqrt{x^2 + y^2} > M$ 时，不等式

$$|f(x, y) - A| < \varepsilon \text{ 恒成立}$$

4、极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2)^{x^2 y^2} = \text{【 } \quad \text{】} .$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. e

5、设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 则 【 】.

- A. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ 存在, 但 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处不连续
 B. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ 存在, 且 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续
 C. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ 不存在, 故 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处不连续
 D. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ 不存在, 但 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处连续

6、函数 $f(x, y) = \sin(x^2 + y)$ 在点 $(0, 0)$ 处 【 】.

- A. 无定义 B. 无极限 C. 有极限, 但不连续 D. 连续

7、设 $u = x^{yz}$ ($x > 0, y > 0$), 则 $du =$ 【 】.

- A. $y^z x^{yz-1} dx + y^{z-1} x^{yz} \ln x dy + y^z x^{yz} \ln x \ln y dz$
 B. $y^z x^{yz-1} dx + zy^{z-1} x^{yz} \ln x dy + x^{yz} \ln x \ln y dz$
 C. $x^{yz-1} dx + zy^{z-1} x^{yz} \ln x dy + y^z x^{yz} \ln x \ln y dz$
 D. $y^z x^{yz-1} dx + zy^{z-1} x^{yz} \ln x dy + y^z x^{yz} \ln x \ln y dz$

8、设 $z = \frac{1}{x} f(xy) + y\varphi(x+y)$, f, φ 具有二阶连续导数, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ 【 】.

- A. $f''(x, y) + \varphi'(x+y) + y\varphi''(x+y)$ B. $yf''(x, y) + \varphi'(x+y) + \varphi''(x+y)$
 C. $yf''(x, y) + \varphi'(x+y) + y\varphi''(x+y)$ D. $yf''(x, y) + y\varphi''(x+y)$

9、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y = f(x^2 + y^2) + f(x+y)$ 所确定, $y(0) = 2$, 其中 f 是可导

函数, 且 $f'(2) = \frac{1}{2}$, $f'(4) = 1$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ 【 】.

- A. $-\frac{1}{7}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

10、设 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^{-xy} - 2z + e^z = 0$ 确定, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ 【 】.

A. $\frac{-y^2 e^{-xy} (e^z - 2)^2 - y^2 e^{-2xy+z}}{(e^z - 2)^3}$

B. $\frac{-y^2 e^{-xy} (e^z - 2)^2 - y^2 e^{-2xy+z}}{(e^z - 2)^2}$

C. $\frac{y^2 e^{-xy} (e^z - 2)^2 - y^2 e^{-2xy+z}}{(e^z - 2)^3}$

D. $\frac{-y^2 e^{-xy} (e^z - 2)^2 + y^2 e^{-2xy+z}}{(e^z - 2)^3}$

11、设 $w = x + y$, 其中 x, y 是由 $\begin{cases} xy^2 - uv = 1 \\ x^2 + y - u + v = 0 \end{cases}$ 确定的 u, v 的函数, 则 $\frac{\partial w}{\partial u} =$ 【 】.

A. $\frac{(2x-1)v - y^2 + 2xy}{4x^2 y + y^2}$

B. $\frac{(2x-1)v - y^2 - 2xy}{4x^2 y - y^2}$

C. $\frac{(2x-1)v - y^2 + 2xy}{4x^2 y - y^2}$

D. $\frac{(2x-1)v - y^2 + 2xy}{x^2 y - y^2}$

12、曲面 $z - e^z + 2xy = 3$ 在点 $(1, 2, 0)$ 处的切平面方程为 【 】.

A. $2x + y + 4 = 0$

B. $2x + y - 4 = 0$

C. $2x - y - 4 = 0$

D. $2x - y + 4 = 0$

13、函数 $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$ 在点 $A(1, 0, 1)$ 处沿点 A 指向点 $B(3, -2, 2)$ 方向的方向导数为 【 】.

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

14、抛物线 $y = x^2$ 到直线 $x - y - 2 = 0$ 之间的最短距离是 【 】.

A. $\frac{7}{4\sqrt{2}}$

B. $\frac{7}{\sqrt{2}}$

C. $\frac{7}{4}$

D. $\frac{7}{8}$

15、函数 $u = x + y + z$ 在区域 $x^2 + y^2 \leq z \leq 1$ 的最大值为 【 】.

A. $1 + \sqrt{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $1 - \sqrt{2}$

D. $\frac{1}{2}$

16、考虑二元函数 $f(x, y)$ 的下面四个性质：

- (1) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续
- (2) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数连续
- (3) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微
- (4) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数存在

若用“ $P \Rightarrow Q$ ”表示可由性质 P 推出性质 Q ，则有【 】.

- A. $(2) \Rightarrow (3) \Rightarrow (1)$
- B. $(3) \Rightarrow (2) \Rightarrow (1)$
- C. $(3) \Rightarrow (4) \Rightarrow (1)$
- D. $(3) \Rightarrow (1) \Rightarrow (4)$

17、设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{xy}, & xy \neq 0 \\ x, & xy = 0 \end{cases}$ ，则 $f'_x(0, 1) = \text{【 】}$.

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 不存在

18、设 $\varphi(x - az, y - bz) = 0$ ，则 $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = \text{【 】}$.

- A. a
- B. b
- C. -1
- D. 1

19、函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$ ， $f'_y(x_0, y_0)$ 存在是 $f(x, y)$ 在该点连续的【 】.

- A. 充分而非必要条件
- B. 必要而非充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既非充分又非必要条件

20、函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处【 】.

- A. 连续，偏导数存在
- B. 连续，偏导数不存在
- C. 不连续，偏导数存在
- D. 不连续，偏导数不存在

21、可使 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2x - y$ 成立的函数是【 】.

A. $u = x^2 y + \frac{1}{2} xy^2$

B. $u = x^2 y - \frac{1}{2} xy^2 + e^x + e^y - 5$

C. $u = x^2 y - \frac{1}{2} xy^2 + e^{x+y} - 5$

D. $u = x^2 y + \frac{1}{2} xy^2 + e^x + e^y - 5$

22、设函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微, 且 $f'_x(x_0, y_0) = f'_y(x_0, y_0) = 0$, 则函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处【 】.

A. 必有极值, 可能是极大值, 也可能是极小值

B. 可能有极值, 也可能无极值

C. 必有极大值

D. 必有极小值

23、函数 $u = \sin x \sin y \sin z$ 满足 $x + y + z = \frac{\pi}{2}$ ($x > 0, y > 0, z > 0$) 的条件极值是【 】.

A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

24、平面 $2x + 3y - z = \lambda$ 是曲面 $z = 2x^2 + 3y^2$ 在点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 处的切平面, 则 $\lambda =$ 【 】.

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

25、设 a 为非零常数, 则极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow 0}} \frac{\ln(1-xy)}{y} =$ 【 】.

A. $-a$ B. 0 C. a D. 不存在

26、设 $u = \left(\frac{x}{y}\right)^z$ ，则 $\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{(1,2,3)} = \mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$.

- A. $-\frac{3}{8}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $-\frac{3}{16}$ D. $\frac{3}{8}$

27、设函数 $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ 在点 P 处的梯度为零向量，则点 P 的坐标 (x, y, z) 必满足方程 $\mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$.

- A. $x = y = z$ B. $x = y \neq z$
C. $x = z \neq y$ D. $y \neq z \neq x$

28、设 $f(x, y)$ 可微， $f(1, 1) = 1$, $f'_x(1, 1) = a$, $f'_y(1, 1) = b$ ，记

$\varphi(x) = f(x, f(x, f(x, x)))$ ，则 $\frac{d}{dx}\varphi^2(x)\bigg|_{x=1} = \mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$.

- A. $a + ab + ab^2 + b^3$ B. $2(a - ab + ab^2 + b^3)$
C. $2(a + ab + ab^2 + b^3)$ D. $2(a - ab - ab^2 + b^3)$

29、函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^3 + y^9}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点处 $\mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$.

- A. 极限不存在 B. 极限存在但不连续
C. 连续但不可微 D. 可微

30、设函数 $f(x, y)$ 在点 $M_0(x_0, y_0)$ 处二阶偏导数都存在，则此函数在点 M_0 处 $\mathbf{【 \quad \quad \quad 】}$.

- A. 一阶偏导数必连续 B. 一阶偏导数不一定连续
C. 可微 D. 所有方向导数都存在

31、设 $z = x \sin(x+y)$ ，则 $dz|_{(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})} = \text{【 】}$.

- A. $dx + dy$ B. $dx - dy$ C. dx D. dy

32、设 $y = y(x, z)$ 由方程 $xyz = e^{x+y}$ 所确定，则 $\frac{\partial y}{\partial x} = \text{【 】}$.

- A. $\frac{y(1-x)}{x(z-1)}$ B. $\frac{y(1-z)}{z(1-x)}$ C. $\frac{y(1-x)}{x(y-1)}$ D. $\frac{z(1-x)}{x(z-1)}$

33、设函数 $f(x, y) = y^2 - x^2 + 1$ ，则点 $(0, 0)$ **【 】** .

- A. 是 $f(x, y)$ 的极小值点 B. 是 $f(x, y)$ 的极大值点
C. 不是 $f(x, y)$ 的驻点 D. 是 $f(x, y)$ 的驻点但不是极值点