第 7 章课外练习及答案

一．选择题

1． 已知 $y_1=\cos\omega x$ 与 $y_2=3\cos\omega x$ 是微分方程 $y''+\omega^2 y=0$ 的解，则 $y=C_1y_1+C_2y_2$（C_1 与 C_2 为任意常数）____________________．

（A）．是该方程的通解；　　（B）．是该方程的解，但不是通解；

（C）．是该方程的一个特解；　　（D）．不一定是该方程的解．

2. 设 $y_1(x)$ 与 $y_2(x)$ 是方程 $y''+P(x)y'+Q(x)y=0$ 的__________，则 $y=C_1y_1(x)+C_2y_2(x)$（C_1 与 C_2 为任意常数）是该方程的通解．

（A）．两个不同的解 ；　　（B）．任意两个解；

（C）．两个线性无关的解 ；　　（D）．两个线性相关的解．

3．微分方程 $y''-3y'+2y=3x-2e^x$ 的特解 y^* 的形式为 $y^*=$____________________**.**

（A）．$(ax+b)e^x$；　　（B）．$(ax+b)xe^x$；

（C）．$(ax+b)+ce^x$；　　（D）．$(ax+b)+cxe^x$．

4．具有特解 $y_1=e^{-x}, y_2=2xe^{-x}, y_3=3e^x$ 的三阶常系数齐次线性微分方程是(　　).

(A) $y'''-y''-y'+y=0$；　　(B) $y'''+y''-y'-y=0$;

(C) $y'''-6y''+11y'-6y=0$;　　(D) $y'''-2y''-y'+2y=0$.

二．填空题

1．设方程 $y''-2y'-3y=f(x)$ 有特解 y^*，则它的通解为__________________.

2．微分方程 $xy'=y\ln y$ 的通解为______________________________.

3. 微分方程 $y''=x+\sin x$ 的通解为 $y=$________________________.

4. 对于微分方程 $y''+3y'+2y=e^{-x}$，利用待定系数法求其特解 y^* 时，应设其特解

$y^*=$________________________ （只需列出特解形式，不必具体求出系数).

5. 若某个三阶常系数线性齐次微分方程的通解为 $\boldsymbol{y=C_1+C_2\ x+C_3e^x}$，其中 C_1,C_2,C_3 为独立的任意常数，则该方程为______________________.

三． 设 $y=e^x$ 是微分方程 $xy'+P(x)y=x$ 的一个解，求此微分方程满足初始条件 $y\big|_{x=\ln 2}=0$ 的特解.

四． 求微分方程 $x\dfrac{dy}{dx}=y(\ln y-\ln x)$ 的通解．

五． 求微分方程

$$y^2y''+1=0$$

的积分曲线，使该积分曲线过点$\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$，且在该点的切线斜率为$2$．

参考答案

一． 1.（B）； 2.（ C）； 3.（D）； 4.（B）；

二． 1. $y=C_1e^{-x}+C_2e^{3x}+y^*$； 2. $y=e^{Cx}$ （C 为任意常数）．

3. $\dfrac{1}{6}x^3-\sin x+C_1x+C_2$； 4. $y^*=Axe^{-x}$； 5. $y'''-y''=0$．

三． $y=e^x-e^{e^{-x}+x-\frac{1}{2}}$； **四．** $y=xe^{Cx+1}$；

五． $y^{\frac{3}{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}x+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ 或 $y^3=\dfrac{1}{2}\left(3x+\dfrac{1}{2}\right)^2$