第四章 计算题

1．已知生产函数为 Q＝L0.5K0.5，证明：(1)该生产过程处于规模报酬不变阶段；(2)该生产过程受边际收益递减规律的支配。

2． 已知生产函数为 Q=KL 一 0.5L2—0.32K2，其中 Q 表示产量，K 代表资本，L 代表劳动。若 K＝10，求：(1)写出劳动的平均产量函数和边际产量函数。(2)分别计算出当总产量、平均产量和边际产量达到极大值时，厂商雇用的劳动量。(3)证明当 APL 达到极大值时，APL＝MPL＝2。

3．生产函数 Q=4LK2。(1)作出 Q＝100 时的等产量曲线；(2)推导出该生产函数的边际技术替代率；(3)求劳动的平均产量和边际产量函数。

4．已知某企业的生产函数为 Q＝ ，劳动的价格 ω=10，资本的价格 r＝20。当成本 C=4000 时，求企业实现最大产量时的 L、K 和 Q 的值。

5．OISK 个人电脑公司的生产函数为 Q＝10 ，式中，Q 是每天生产的计算机数量，K 是机器使用的时间，L 是投入的劳动时间。DISK 公司的竞争者 FLOPPY 公司的生产函数为 Q＝10 。(1)如果两家公司使用同样多的资本和劳动，哪一家的产量大？(2)假设资本限于 9 小时机器时间，劳动的供给是无限制的，哪一家公司的劳动的边际产出大？

6．填表：

Q	TFC	STC	TVC	AFC	AVC	SAC	SMC
0	120						
1		180					
2			80				
3							10
4		225					
5					28		
6							70

7．设生产函数 Q＝KL，K 和 L 分别是是资本和劳动的投入量，其价格分别为 PK 和 PL，

试求相应的成本函数。

8．一企业每周生产 100 单位产量，成本是机器 200 元，原料 500 元，抵押租金 400 元，保险费 50 元，工资 750 元，废料处理 100 元。求企业的总固定成本与平均可变成本。

9．企业总固定成本为 1000 美元，平均总成本为 50，平均可变成本是 10，求企业现在的产量。

10．假定某企业的短期成本函数是 STC(Q)=Q3-10Q2+17Q+66。(1)指出该短期成本函数中的可变成本部分和不变成本部分；(2)写出下列相应的函数：
TVC(Q)、SAC(Q)、AVC(Q)、AFC(Q)和 SMC(Q)；(3)求平均可变成本最小时的产量。

11．设某厂商的需求函数为 Q＝6750—50P，总成本函数为 TC=12000+0.025Q2。求：
(1)利润最大化时的产量和价格；(2)最大利润。

第四章 计算题答案

1.（1）在此 C-D 生产函数当中，L 的产出弹性为 0.5，K 的产出弹性为 0.5，其和为 1，故该生产过程处于规模报酬不变阶段。

证明如下：设 ，

即产量与所有要素同比例扩大，该生产过程处于规模报酬不变阶段。

（2）根据已知生产函数得

$$\frac{dQ}{dL}=0.5L^{-0.5}K^{0.5}>0 \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2}=-0.25L^{-1.5}K^{0.5}<0$$

$$\frac{dQ}{dK}=0.5L^{0.5}K^{-0.5}>0 \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial K^2}=-0.25L^{0.5}K^{-1.5}<0$$

故保持 L 不变时，K 的变化满足边际收益递减；同样保持 K 不变，L 的变化也满足边际收益递减。因此该生产过程受边际收益递减规律的支配。

2.（1）当 K=10 时，总产量函数为： ，相应地，可得

劳动的平均产量函数为：$AP_L=\frac{Q}{L}=K-0.5L-0.32\frac{K^2}{L}=10-0.5L-\frac{32}{L}$

劳动的边际产量函数为：$MP_L=\frac{\partial Q}{\partial L}=K-L=10-L$

（2）由 $\frac{dQ_L}{dL}=0$ 得，总产量达到极大值时，L=10

由 $\frac{dAP_L}{dL}=0$ 得，平均产量达到极大值时，L=8

由于　　　　　　　　，故边际产量要到达极大值时，L=0

（3）结合（1）与（2）中结论得：L=8 时　　达到极大值，并且有

$AP_L=10-0.5L-\frac{32}{L}=2$　，

即当　　达到极大值，　　　　　　。

3.（1）（图略）

（2）劳动 L 对资本 K 的边际技术替代率为：

$$MRTS_{LK}=-\frac{\Delta K}{\Delta L}=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{4K^2}{8LK}=\frac{K}{2L}$$

（3）劳动的平均产量函数为：$AP_L=\frac{Q}{L}=4K^2$

劳动的边际产量函数为：$MP_L=\frac{\partial Q}{\partial L}=4K^2$

4. 当成本固定为 C=4000 时，实现最大产量的最优解满足：

$$\frac{MP_L}{\omega}=\frac{MP_k}{r}$$ 且

将已知条件代入，即可求解得：K=100，L=200，Q= 。

5.（1）当两个公司使用同样多的劳动和资本时，两公司产量比为 $\frac{Q_D}{Q_F}=\frac{10K^{0.5}L^{0.5}}{10K^{0.6}L^{0.4}}=\left(\frac{L}{K}\right)^{0.1}$ ，所以，当 $\frac{Q_D}{Q_F}>1$ 时，DISK 公司的产量高，此时 ，即投入的劳动时间大于资本时间；

当 $\frac{Q_D}{Q_F}=1$ 时，DISK 和 FLOPPY 公司的产量一样，此时 ，即投入的劳动时间等于资本时间；

当 $\frac{Q_D}{Q_F}<1$ 时，FLOPPY 公司的产量高，此时 ，即投入的劳动时间小于资本时间。

（2）可求得两家公司的劳动边际产量之比为 $\frac{MP_L(D)}{MP_L(F)}=\frac{5K^{0.5}L^{-0.5}}{4K^{0.6}L^{-0.6}}=\frac{5}{4}\left(\frac{L}{K}\right)^{0.1}$ ，

当 K=9 时，$L>9\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$ 时，DISK 公司的劳动边际产出大；

$L=9\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$ 时，两家公司劳动的边际产出相同；

$L<9\left(\frac{4}{5}\right)^{10}$ 时，FLOPPY 公司劳动的边际产出大。

6.（红色为原题目中已知数据）

Q	TFC	STC	TVC	AFC	AVC	SAC	SMC

0	120	120	0	—	—	—	—
1	120	180	60	120	60	180	60
2	120	200	80	60	40	100	20
3	120	210	90	40	30	70	10
4	120	225	105	30	26.25	56.25	15
5	120	260	140	24	28	52	35
6	120	330	210	20	35	55	70

7.设成本函数为　　　　　　　　，则产量为 Q 时的利润最大化条件为：

且 $\frac{MP_L}{P_L}=\frac{MP_K}{P_K}$，从而可解出：$K=\sqrt{\frac{QP_L}{P_K}}, L=\sqrt{\frac{QP_K}{P_L}}$

代入等成本方程　　　　　　　　，可求出成本函数为：

8. 总固定成本为：TFC=200+400+50=650

平均可变成本为：AVC=（500+750+100）/100=13.5

9. $Q=\frac{TFC}{AC-AVC}=\frac{1000}{50-10}=25$

10. （1）成本函数中的可变部分为　　　　　　　　，不可变部分为 66。

（2）

$$SAC(Q)=Q^2-10Q+17+\frac{66}{Q}$$

$$AFC(Q)=\frac{66}{Q}$$

（3）当 $\frac{dAVC(Q)}{dQ}=0$ 时，求得使平均可变成本最小的 Q 为 5。(但此时 AVC=-8)

11.（1）在已知需求函数和总成本函数的情况下，利润函数如下

由此求得利润最大化时的产量与价格分别为：Q=1500，P=150

（2）由（1）中答案可求得：