13 风险资产

- 均值-方差模型
- 风险与报酬的权衡：资产组合的选择
- 风险的测度
- 风险资产的市场均衡
- 资产报酬的调整

均值、方差、标准差

- 假设随机变量 w 取值 $w_i(i=1,2,\ldots,n)$ 的概率为 ρ_i，那么概率分布的均值就是它的加权平均值：

$$\mu_w = \sum_{i=1}^{n} \rho_i w_i$$

- 概率分布的方差就是：

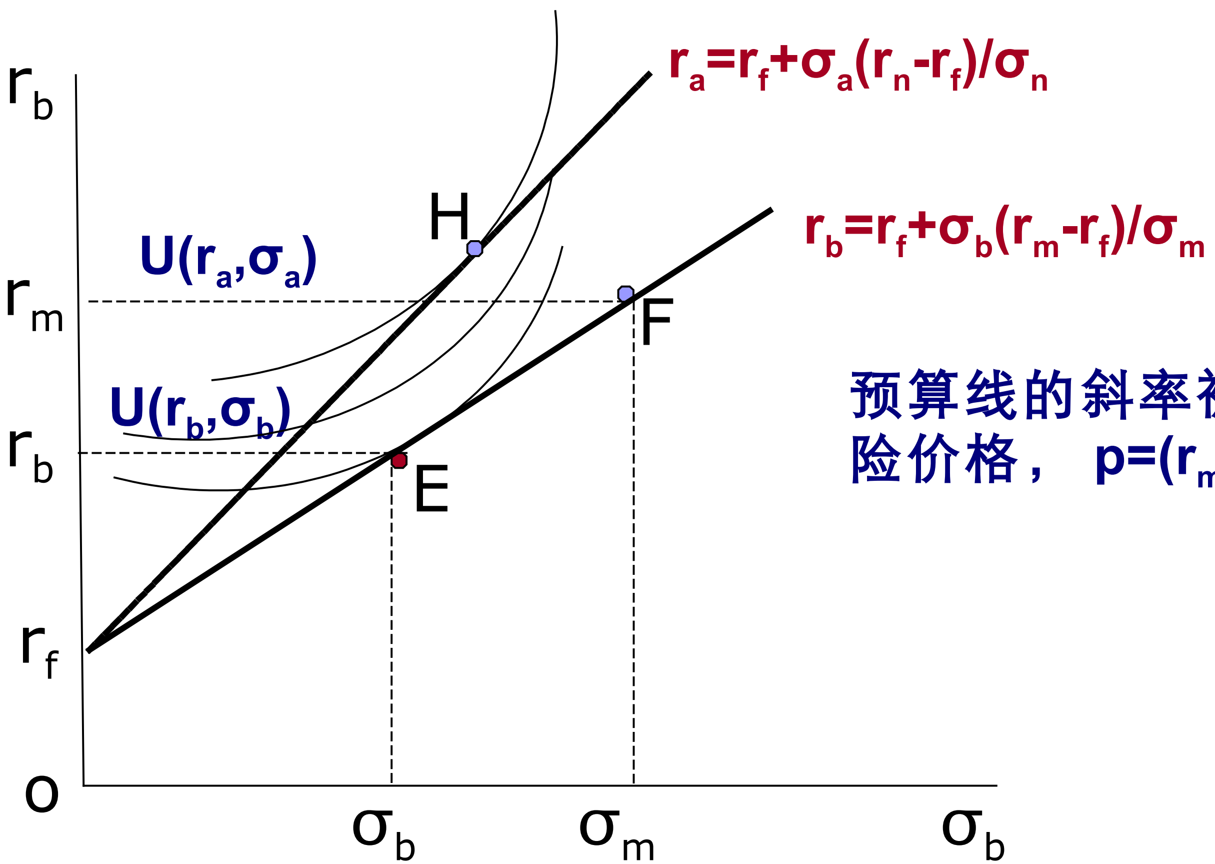
$$\sigma_w^{\ 2} = \sum_{i=1}^{n} \rho_i (w_i - \mu_w)^2$$

- 标准差则是：$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_w^{\ 2}}$$

均值 - 方差模型

- 假设投资者拥有财富 w_i 的概率为 ρ_i ，那么财富的效用函数可用这种概率分布的均值 - 方差函数或均值 - 标准差函数表示: $U(\mu_w, \sigma_w^2), U(\mu_w, \sigma_w)$
- 假设你在两种不同的资产上投资，一种是无风险资产—国库券，其固定报酬率为 r_f ；另一种是风险资产—股票，令 R_m 为投资股票的实际报酬， r_m 为投资股票的期望报酬，用 σ_m 表示它的报酬的标准差。再假设你投资在股票上的财富比例为 b ，投资在国库券上的财富比例为 1-b ，那么你的两种资产组合的平均报酬就是： $r_b=br_m+(1-b)r_f=r_f+b(r_m-r_f)$ ；两种资产组合的报酬的方差就是： $\sigma_b^2=b^2\sigma_m^2$ ；标准差是： $\sigma_b=b\sigma_m$ ，即 $b=\sigma_b/\sigma_m$ ，将其代入平均报酬，得到投资的预算线： $r_b=r_f+\sigma_b(r_m-r_f)/\sigma_m$ ，它表示资产组合的平均报酬 (r_b ，代表投资的预期收益) 随着报酬的标准差 (σ_b ，代表投资风险) 上升而上升。

图 13.1　资产组合的选择



预算线的斜率被称为风险价格， $p=(r_m-r_f)/\sigma_m$

报酬与风险的计算：

- 如果某人将其储蓄投资于两种资产 - 国库券与股票，国库券的报酬率为 4%(即 r_f=0.04)，股票市场的预期报酬率为 12%(即 r_m=0.12)，假设他将其储蓄的一半投资于股市 (即 b=0.5)，那么他的两种资产的平均报酬是多少？如果股市的报酬的标准差是 2%(即 σ_m=0.02)，那么他的资产组合的风险如何？其风险价格又是多少？
- 答案： r_b=0.8， σ_b=0.01， p=4

风险的测度

- 在只有一种风险资产时，风险资产的风险值就是它的标准差；但是，存在多种风险资产时，某种资产的风险值不再是其标准差，而要取决于它同其他资产的关系。
- 如果 i 表示某种特定的资产（一种股票），它相对于整个股票市场的风险记作 β_i，那么

  β_i= 资产 i 的风险程度 / 股票市场的风险程度

- $\beta_i=1$，表示该种股票的风险程度与整个股票市场的风险程度相同。

风险资产的市场均衡

- 如果风险资产的市场预期报酬为 r_m，无风险资产的报酬为 r_f，另有两种资产 i 和 j，它们分别具有预期报酬 r_i 和 r_j，以及 β_i 和 β_j，那么市场均衡的条件是：

$$r_i-\beta_i(r_m-r_f)=r_j-\beta_j(r_m-r_f)$$

即两种资产经过风险调整的报酬必须相等。

- 对于无风险资产有 $\beta_f=0$，因而一定有

$$r_i-\beta_i(r_m-r_f)=r_f-\beta_f(r_m-r_f)=r_f$$

整理后可得： $r_i=r_f+\beta_i(r_m-r_f)$

即任何资产的预期报酬一定等于无风险报酬加上风险调整。这个方程是资产定价模型 (CAPM) 的主要结果。

资产报酬的调整

- 资产的预期报酬也可以表示为： $r_i=(p_1-p_0)/p_0$
- 假设你发现某种资产，它的预期报酬经过风险调整后高于无风险报酬，即

  $r_i-\beta_i(r_m-r_f)>r_f$
- 那么当人们发现它时，就会购买它。而当人们争相购买时，这种资产的现行价格 p_0 就会上升，从而 r_i 就会下降。
- r_i 会降到多少？ 下降到使 $r_i=r_f+\beta_i(r_m-r_f)$ **时。**