

模拟试卷一

1. 令 $X = \{x, y, z\}$ ，考虑下述选择结构 $(\mathfrak{B}, C(\bullet))$ ，式中假定 $\mathfrak{B} = \{\{x, y\}, \{y, z\}, \{x, z\}, \{x, y, z\}\}$ ， $C(\{x, y\}) = \{x\}$ ， $C(\{y, z\}) = \{y\}$ ， $C(\{x, z\}) = \{z\}$ 。证明 $(\mathfrak{B}, C(\bullet))$ 必然违反弱公理。
2. 证明若 $x(p, w)$ 是满足弱公理的瓦尔拉斯需求函数，则 $x(p, w)$ 一定是零次齐次的。
3. 请写出位似偏好关系的定义，并请证明一个连续偏好关系 \succsim 是位似的，当且仅当它容许一个一次齐次的效用函数。
4. 考虑效用函数 $u(x_1, x_2) = 2x_1^{\frac{1}{2}} + 4x_2^{\frac{1}{2}}$ ，则
 - (1) 找出依赖于价格和财富的对商品 1 和商品 2 的需求函数；
 - (2) 找出补偿需求函数 $h(\bullet)$ ；
 - (3) 找出支出函数，验证 $h(p, u) = \nabla_p e(p, u)$ ；
 - (4) 找出间接效用函数，验证罗伊恒等式。
5. 证明：如果 Y 是闭的、凸的，且 $-R_+^L \subset Y$ ，那么自由处置性质成立。
6. 有三种规模报酬不变的单一生产技术，请分别推导其成本函数 $c(w, q)$ 和条件要素需求函数（或对应） $z(w, q)$ 。这三种技术的生产函数分别为
 - (a) $f(z) = z_1 + z_2$ 。（投入完全可替代）
 - (b) $f(z) = \min\{z_1, z_2\}$ 。（里昂惕夫技术）
 - (c) $f(z) = (z_1^\rho + z_2^\rho)^{1/\rho}$ ， $\rho \leq 1$ （等替代弹性技术）

7. 假定有一个具有连续且强单调偏好的经济（消费集是 $X_i = \mathbb{R}_+^L$ ）。还假定一个严格为正的生產是可能的；也就是说，有 $y_i \in Y_j$ 使得 $\sum_j y_i + \bar{\omega} \gg 0$ 。证明任何有转移的价格准均衡也一定是有转移的价格均衡。