

# 20 成本最小化

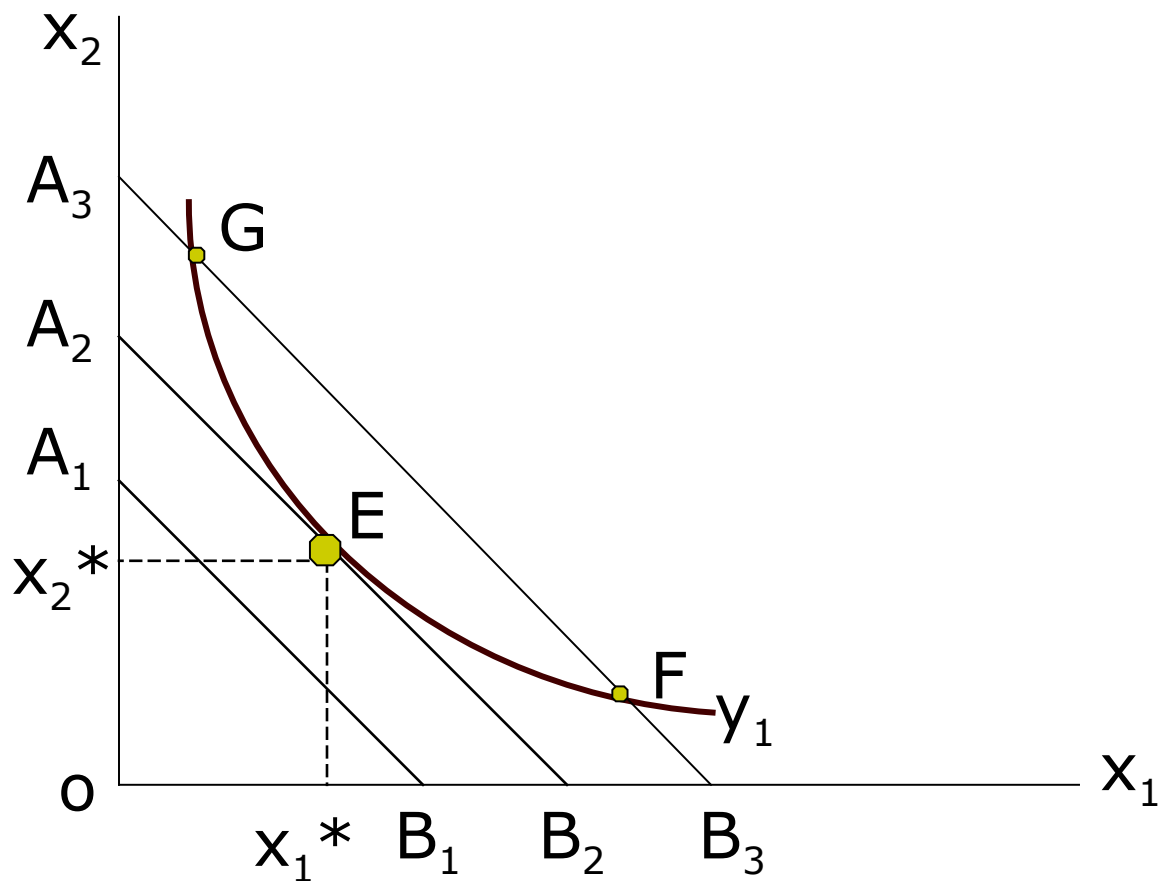
- 本章考察怎样使生产既定产量的成本最小。
- 主要内容：
  - 成本最小化及其计算
  - 成本最小化弱公理
  - 规模报酬与成本函数



**SAKURA**



# 图 20.1 成本最小化



# 成本最小化的条件

- 图 20.1 中，成本最小化的条件为等产量曲线与等成本曲线相切，即两线的斜率的绝对相等： $|MRTS(x_1, x_2)| = MP_1 / MP_2 = w_1 / w_2$
- □□□□□□□  $y = 6x_1x_2$ ，要素 1 和要素 2 的价格分别为 10 和 5，试求要素 1 和 2 的最优投入比例。(1 : 2)
- 如果生产函数  $y = \min\{3x_1, x_2\}$ ，要素 1 和 2 的价格分别都为 2，求要素 1 和 2 的最优投入比例。(1 : 3)



# 成本最小化：计算

- 假设厂商的生产函数为柯布 - 道格拉斯函数： $y=f(x_1,x_2)=x_1x_2$ ，投入成本为  $c$ ，要素 1 和要素 2 的价格分别为  $w_1$  和  $w_2$ ，试求：(1) 成本最小的要素投入组合，即产量  $y$  既定时的要素 1 和 2 的需求函数（被称为有条件的要素需求函数或派生的要素需求函数）；(2) 成本最小时的成本。

- 答案：

$$(1) \quad x_1(w_1, w_2, y) = w_1^{-1/2} w_2^{1/2} y^{1/2}$$

$$x_2(w_1, w_2, y) = w_1^{1/2} w_2^{-1/2} y^{1/2}$$

$$(2) \quad c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y) \\ = 2w_1^{1/2} w_2^{1/2} y^{1/2}$$



# 特定技术的成本最小化

## □ 完全互补

设生产函数  $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ ，那么产量为  $y$  的最小成本为：

$$C(w_1, w_2, y) = w_1 y + w_2 y = (w_1 + w_2) y$$

## □ 完全替代

设生产函数  $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ ，那么产量为  $y$  的最小成本为：

$$C(w_1, w_2, y) = \min\{w_1 y, w_2 y\} = \min\{w_1, w_2\} y$$

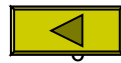


# 成本最小化弱公理 (WACM)

- 假设在  $t$  时期，厂商面临的价格为  $(w_1^t, w_2^t)$ ，所作的选择为  $(x_1^t, x_2^t)$ ；在  $s$  时期，厂商面临的价格为  $(w_1^s, w_2^s)$ ，所作的选择为  $(x_1^s, x_2^s)$ ；假定两个时期的产量都为  $y$ ，并且每个时期厂商都按相应的价格进行成本最小化选择，那么就可以得到：

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s \quad ①$$

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \leq w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t \quad ②$$




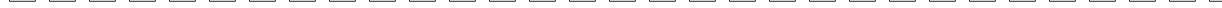
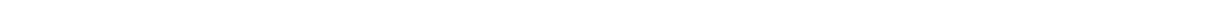
# 成本最小化弱公理 (WACM)

- 从方程①②中可以得到：

$$\Delta \mathbf{w}_1 \Delta \mathbf{x}_1 + \Delta \mathbf{w}_2 \Delta \mathbf{x}_2 \leq 0 \quad \square$$

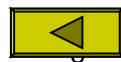
- 这就是厂商成本最小化行为弱公理 (Weak Axiom of Cost Minimization)

- 

- **(1)** 
  - **(2)** 
  - **(3)** 

# 规模报酬和成本函数

- 设平均成本函数为：  $AC(y) = c(w_1, w_2, y)/y$
- 如果规模报酬不变，则有  $c(w_1, w_2, y) = c(w_1, w_2, 1)y$ ，从而有  $AC(w_1, w_2, y) = c(w_1, w_2, 1)y/y = c(w_1, w_2, 1)$ ，即产品的平均成本保持不变。
- 如果规模报酬递增，那么随着产量的增加，平均成本将趋于下降（规模经济）。
- 如果规模报酬递减，那么随着产量的增加，平均成本将趋于上升（规模不经济）。





# 短期成本与长期成本

- 成本函数被定义为生产既定产量时的最小成本；
- 短期成本函数被定义为在只有可变生产要素可以调整的情况下，生产既定产量时的最小成本；
- 长期成本函数被定义为所有生产要素可以自由调整的情况下，生产既定产量时的最小成本。



# 可变成本、不变成本与准不变成本

- **可变要素**是指可以按不同数量使用的要素；**不变要素**是指不论生产与否都须支付成本的要素，如租赁的厂房；**准不变要素**是指只有在厂商决定生产一定单位的产量时才需要支付成本的要素，如照明用电。
- **可变成本**是随着产量的变化而变化的成本；**不变成本**是与产量无关的成本，指不论生产与否都须支付的成本；**准不变成本**也与产量水平无关的成本，只在厂商决定生产一定单位的产量时才需要支付。
- **沉没成本与可回收成本**