

微观经济学 (Microeconomics)

第四章 消费者理论 (Consumer's Theory)

§1 基数效用理论(Cardinal Utility)

1. 效用与效用函数 (Utility and Utility Function)

① 效用 (定义、效用与使用价值 Value in Use)

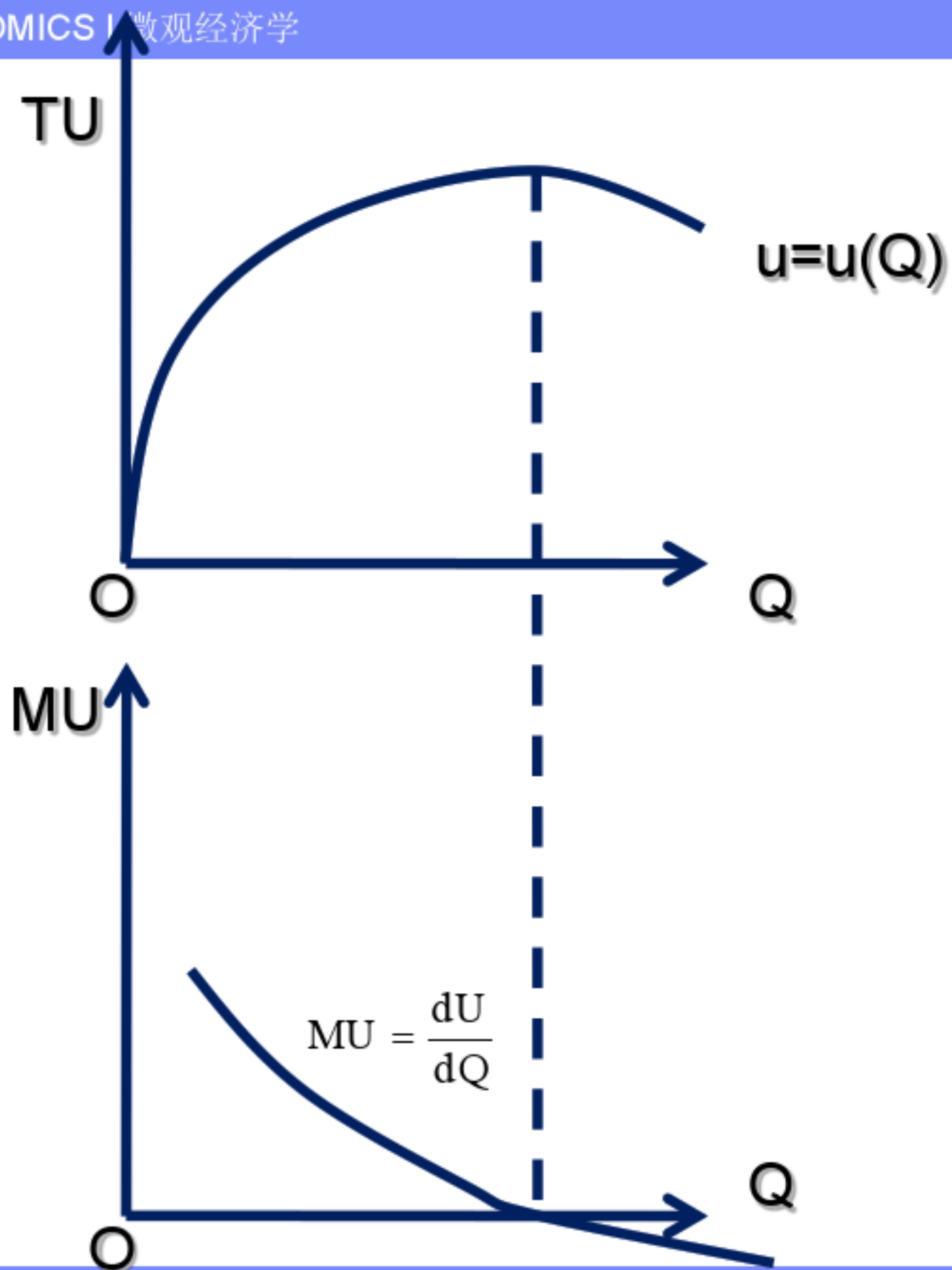
② 效用函数:

$$u = u(Q_x, Q_y, Q_z)$$

$$\text{or } u = u(Q)$$

1. 总效用与边际效用 (Total Utility and Marginal Utility)

Q	TU	MU
1	10	10
2	19	9
3	26	7
4	30	4
5	31	1
6	31	0



1. 边际效用递减规律 (Decreasing Marginal Utility or Gossen's Law)

- ① 边际效用递减规律：定义
- ② 边际效用递减规律：条件
- ③ 边际效用递减规律：反例（喝茶？上瘾品？）
- ④ 边际效用递减规律：扩展解释（监禁？）

§2 序数效用理论 (Ordinal Utility)

1. 消费者偏好 (Consumer's Preference)

① 完全性 (Completeness)

$$A^P B, \quad B^P A \quad \text{or} \quad A^I B$$

消费者能在任何可能的不同商品或商品组合中自主地作出比较 (例: 空姐航空餐服务)

① 不满足性 (Nonsatiation)

商品组合 $A(x_A, y_A)$ 与商品组合 $B(x_B, y_B)$,

若 $x_A = x_B$, 同时 $y_A > y_B$

则 $A^P B$

多多益善? 人心不足蛇吞象?

① 传递性 (**Transitivity**)

$$A^P B \text{ and } B^P C \Rightarrow A^P C$$

$$A^I B \text{ and } B^I C \Rightarrow A^I C$$

消费者的偏好具有内在的一致性

① 传递性的进一步讨论：阿罗不可能定理
(ARROW'S IMPOSSIBILITY THEOREM)

商品 群体			
	A	B	C
甲	1st	2nd	3rd
乙	3rd	1st	2nd
丙	2nd	3rd	1st

(i) A与B之间选择

甲和丙A 对 乙B, A胜出

(ii) B与C之间选择

甲和乙B 对 丙C, B胜出

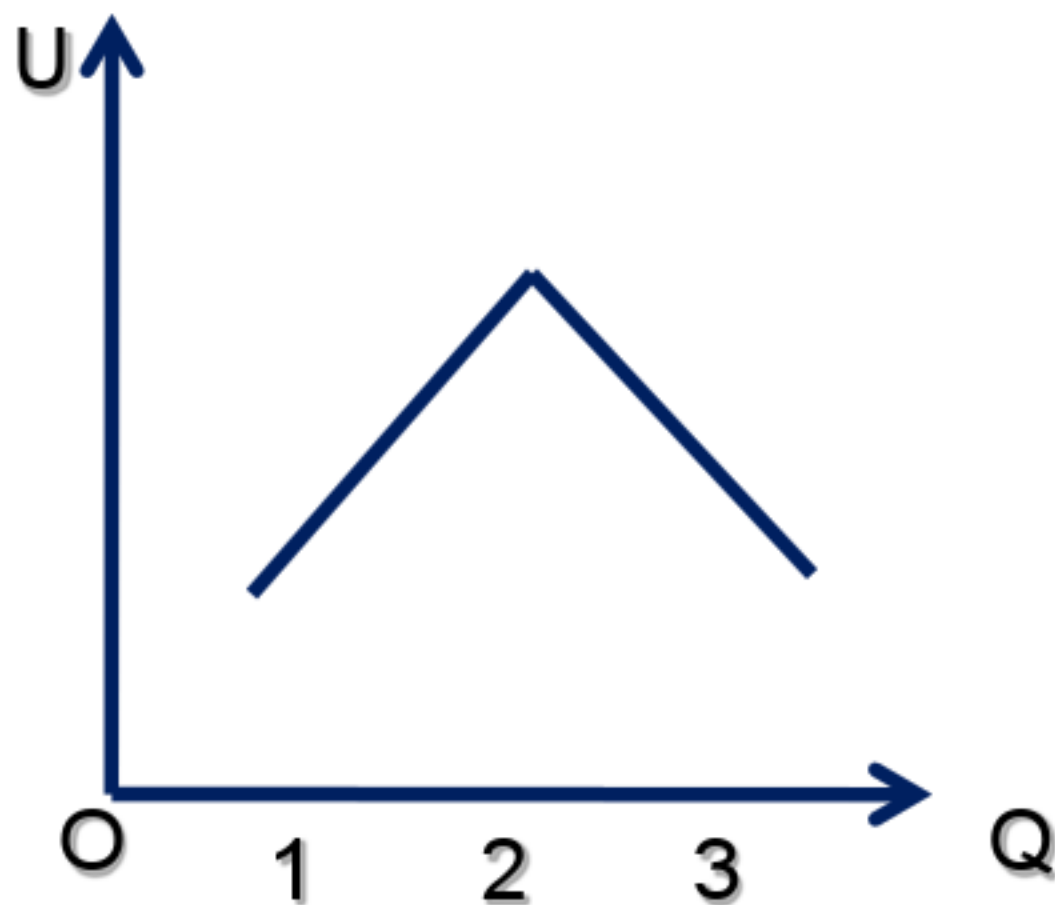
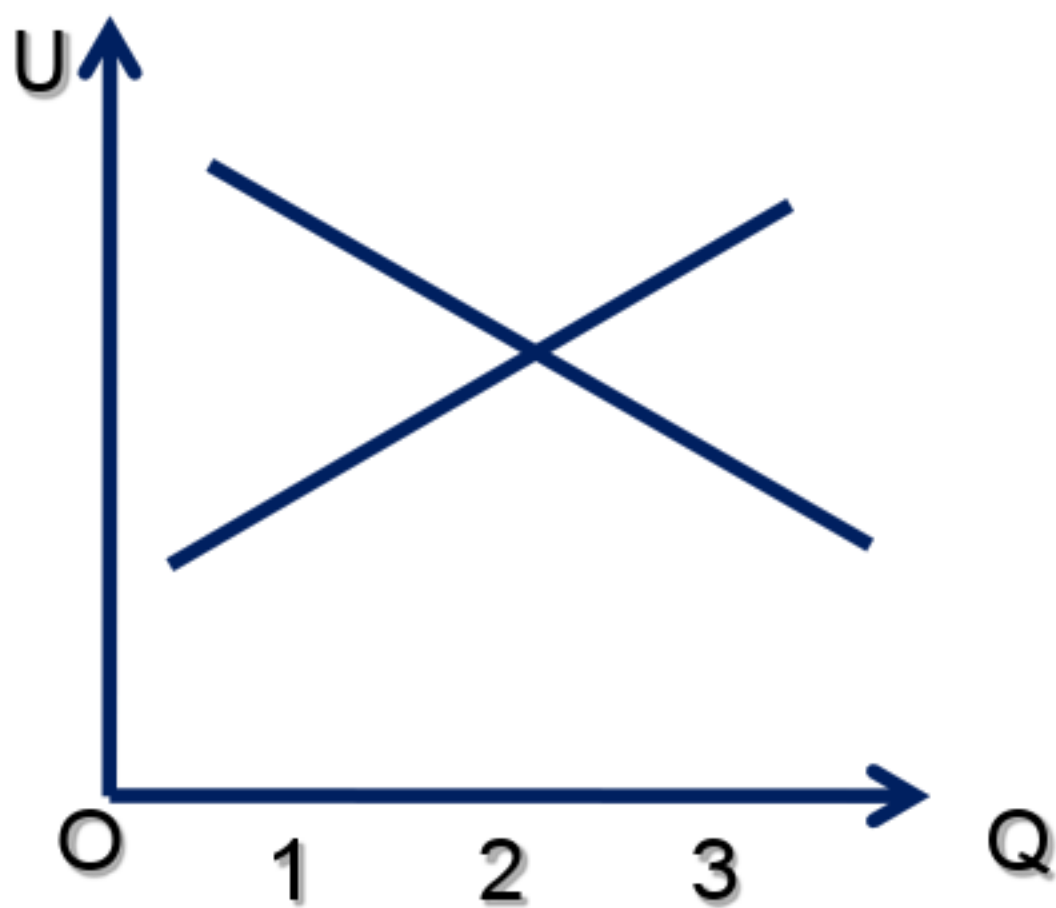
(iii) C与A之间选择

乙和丙C 对 甲A, C胜出

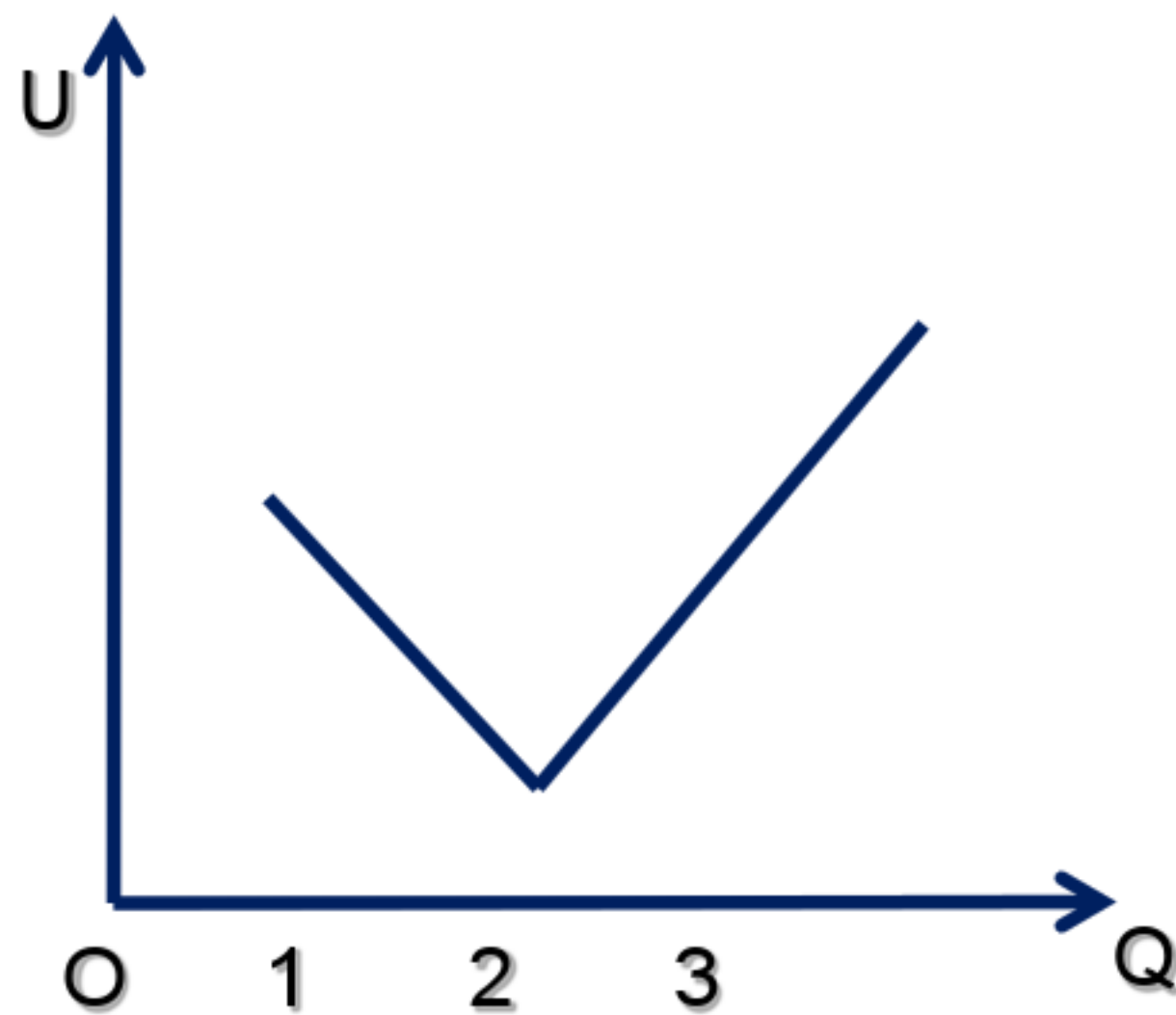
(社会有优先选择A、B、C的一致意见吗?)

⑤ 单峰偏好与双峰偏好

i) 单峰偏好



ii) 双峰偏好



(例：公校与私校、节日奖金)

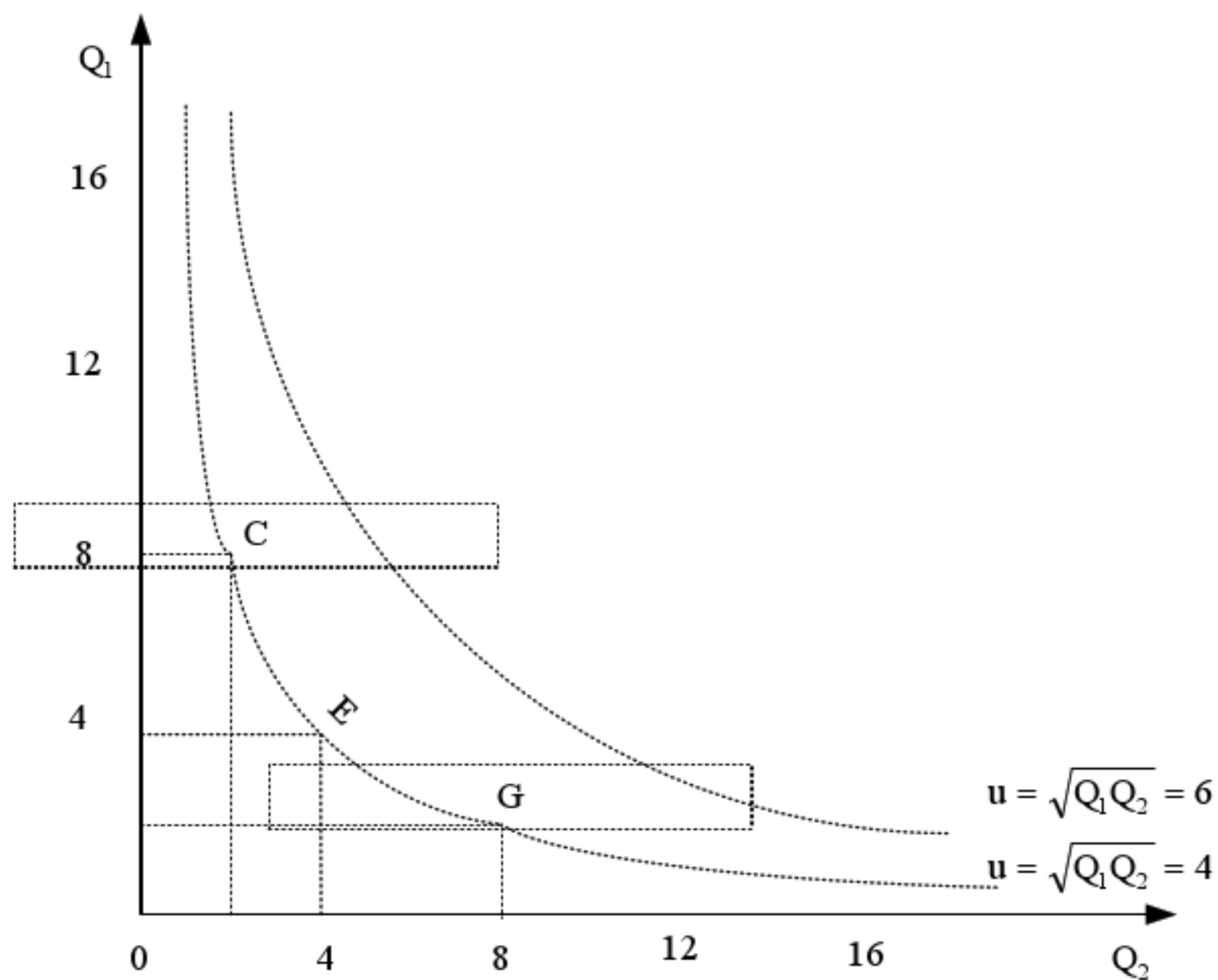
1. 效用函数与商品组合 (Bundles)

$$u = u(Q_x, Q_y)$$

$$\bar{u} = \sqrt{Q_x Q_y} = 4 \quad \text{or} \quad \bar{u} = Q_x^{\frac{1}{2}} Q_y^{\frac{1}{2}} = 4$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Q_x	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	$\frac{16}{3}$	8	16	32
Q_y	32	16	8	$\frac{16}{3}$	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$

1. 无差异曲线 (Indifference Curve)



无差异曲线的性质：

- (i) 无差异曲线斜率为负，凸向原点
- (ii) 无差异曲线离原点愈远，效用愈大
- (iii) 无差异曲线图中两条或以上无差异曲线不能相交
(经济含义解释)

1. 边际替代率 (Marginal Rate of Substitution, $MRS_{x,y}$)

① $MRS_{x,y} = \Delta Q_y / \Delta Q_x$ (定义为曲线的负斜率)

② $MRS_{x,y} = dQ_y / dQ_x = \frac{Mu_x}{Mu_y}$

证明: $u = u(Q_x, Q_y)$

$$du = \frac{\partial u}{\partial Q_x} dQ_x + \frac{\partial u}{\partial Q_y} dQ_y = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dQ_y}{dQ_x} = \frac{\partial u / \partial Q_x}{\partial u / \partial Q_y} = \frac{Mu_x}{Mu_y}$$

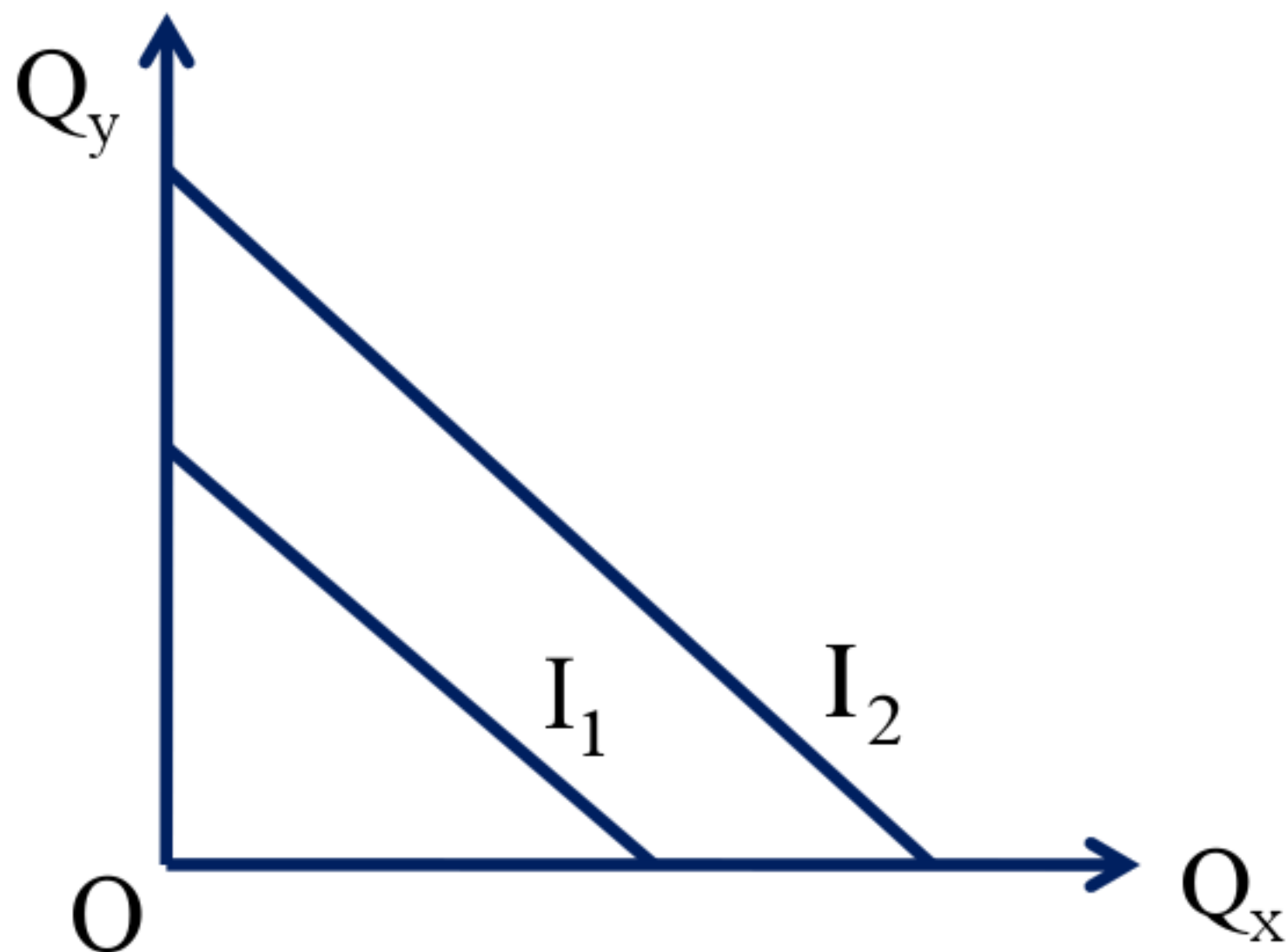
③ **MRS_{x,y}递减 (Diminishing Marginal Rate of Substitution)**

Q_x 增加, Mu_x 下降

Q_y 减少, Mu_y 上升

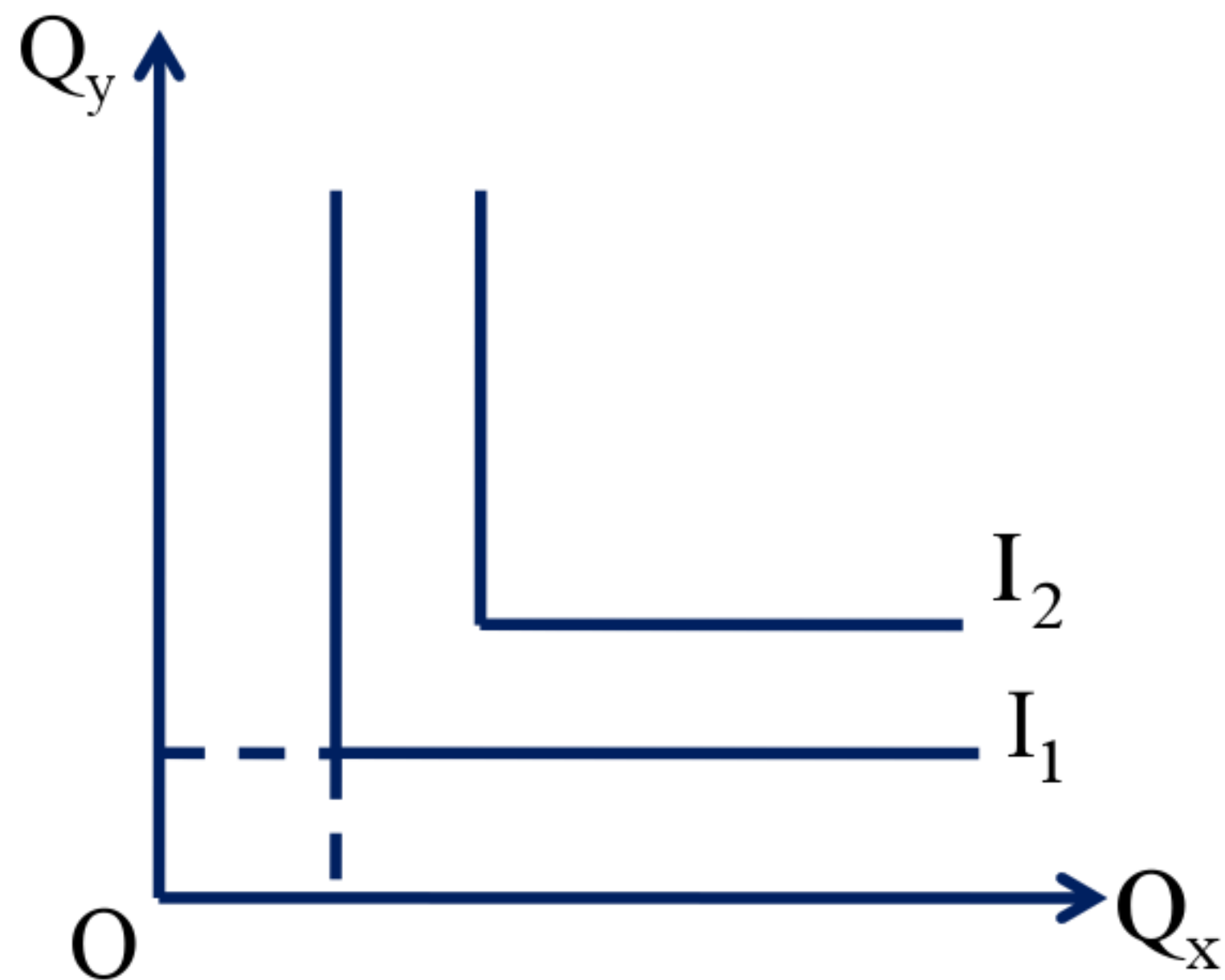
1. 特殊类型的无差异曲线

① 完全替代品 (Perfect Substitutes)



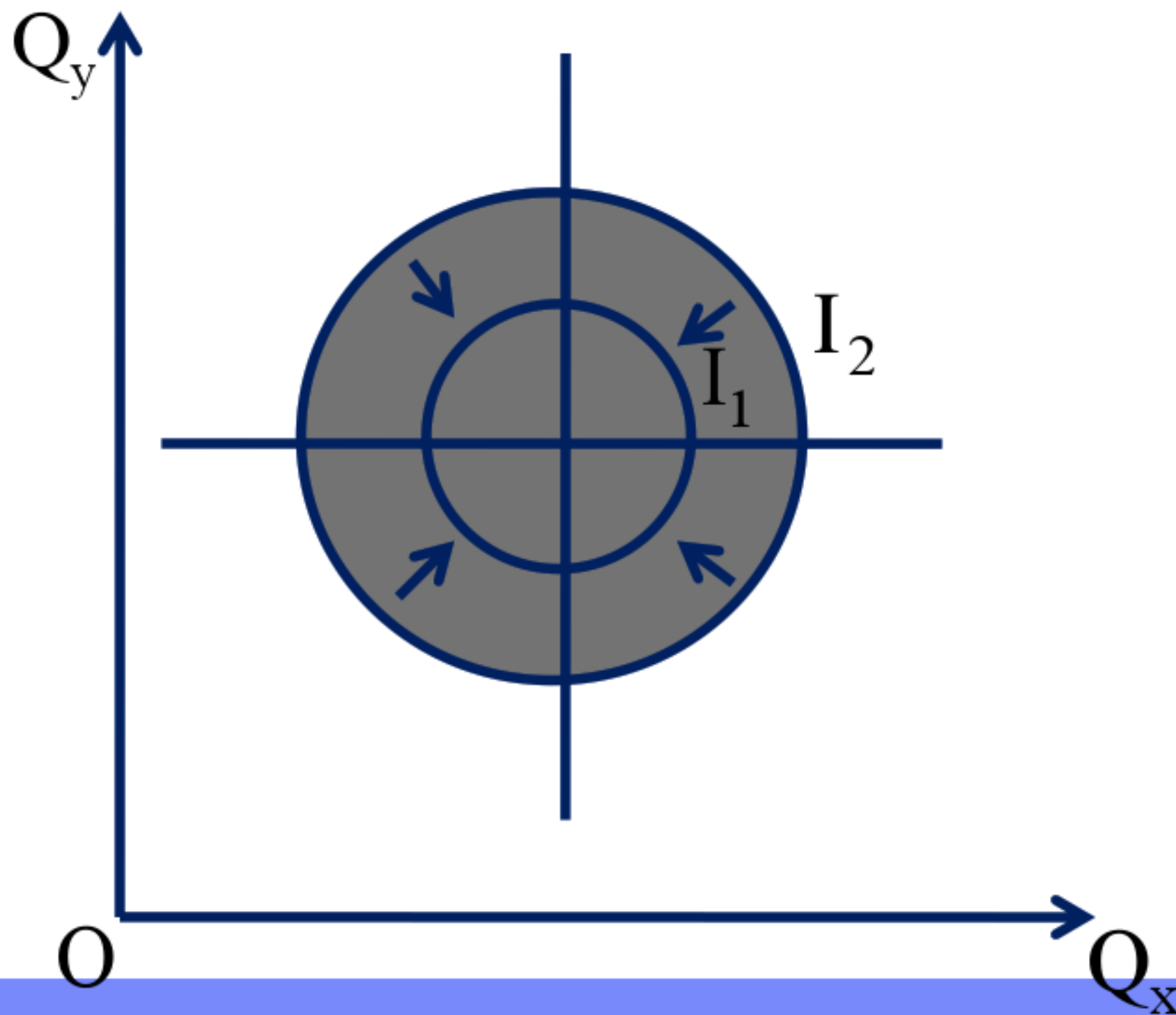
(讨论：红铅笔、蓝铅笔)

① 完全互补品 (Perfect Complements)



(讨论：左脚鞋、右脚鞋)

① “good” and “bad”



§3 预算约束 (Budget Constraint)

1. 预算方程

$$M = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

两种商品x和y

$$M = p_x Q_x + p_y Q_y$$

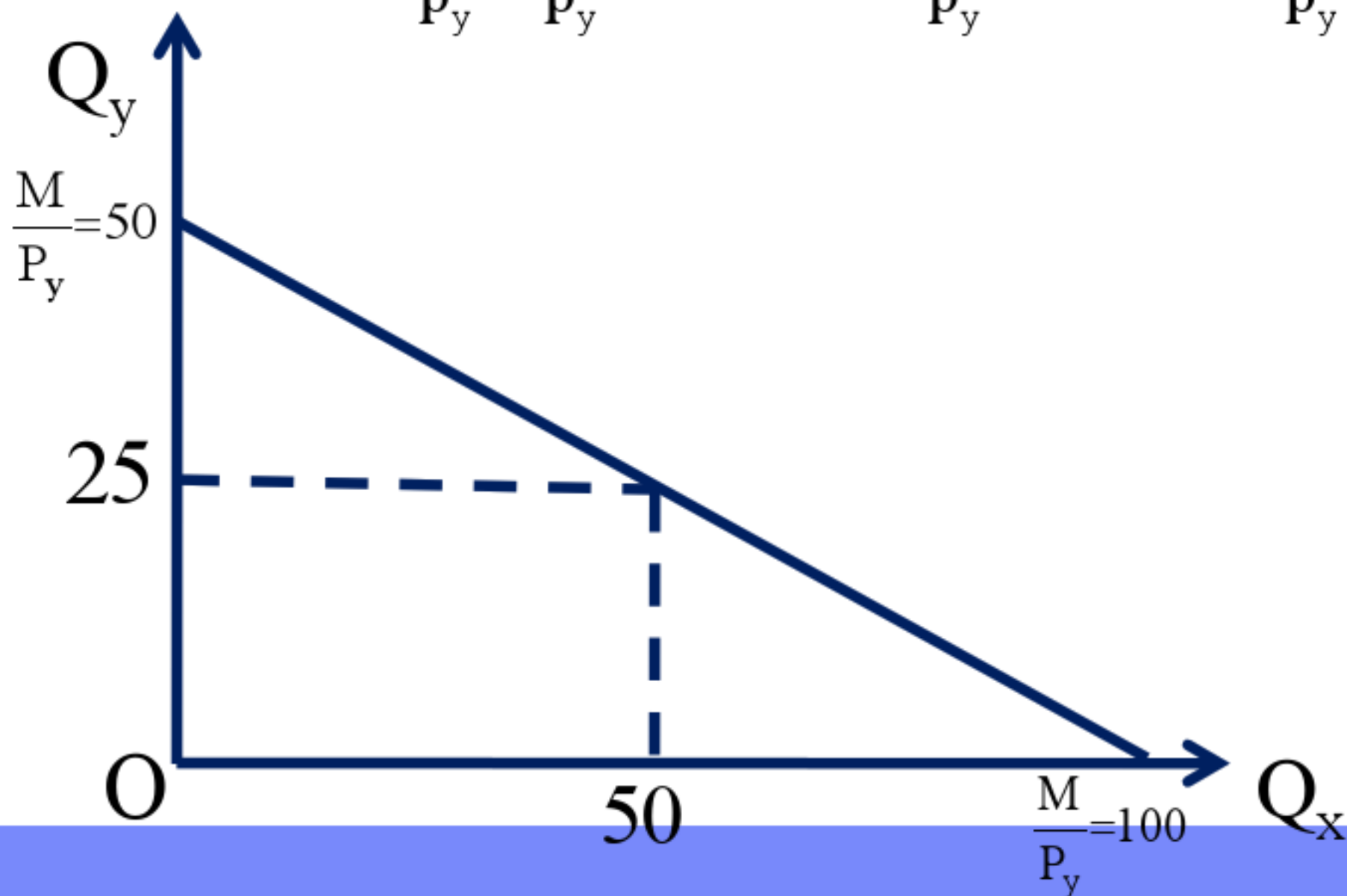
例： $M = 100, P_x = 1, P_y = 2$ 时的商品组合

Q_x 100.....75.....50.....25.....0

Q_y 0.....12.5.....25.....37.5.....50

1. 预算线 (Budget Line)

$$Q_x = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} Q_x ; \text{截距} = \frac{M}{p_y}, \text{斜率} = -\frac{p_x}{p_y}$$



1. 预算线变动

$$\textcircled{1} Q_x = f(p_x, p_y, M); \bar{p}_y, \bar{M}; \quad p_x \uparrow \rightarrow \frac{M}{p_x} \downarrow \quad \text{slope} = \frac{p_x}{p_y} \uparrow$$

$$p_x \downarrow \rightarrow \frac{M}{p_x} \uparrow \quad \text{slope} = \frac{p_x}{p_y} \downarrow$$

$$\textcircled{2} Q_y = f(p_x, p_y, M); \bar{p}_x, \bar{M}; \quad p_y \uparrow \rightarrow \frac{M}{p_y} \downarrow \quad \text{slope} = \frac{p_x}{p_y} \downarrow$$

$$p_y \downarrow \rightarrow \frac{M}{p_y} \uparrow \quad \text{slope} = \frac{p_x}{p_y} \uparrow$$

$$\textcircled{3} \bar{p}_y, \bar{p}_x; M \uparrow \quad \text{slope} = \frac{p_x}{p_y} \text{ constant}$$

$$Q_x = f(p_x, p_y, M) \quad M \uparrow \quad \frac{M}{p_x} \uparrow \quad \frac{M}{p_y} \uparrow$$

$$Q_y = f(p_x, p_y, M) \quad M \downarrow \quad \frac{M}{p_x} \downarrow \quad \frac{M}{p_y} \downarrow$$

1. 预算线：食品券案例研究(Food—Stamp)

美国政府给低收入家庭（月收入\$100）食物购买补助（例如每户补贴\$50）

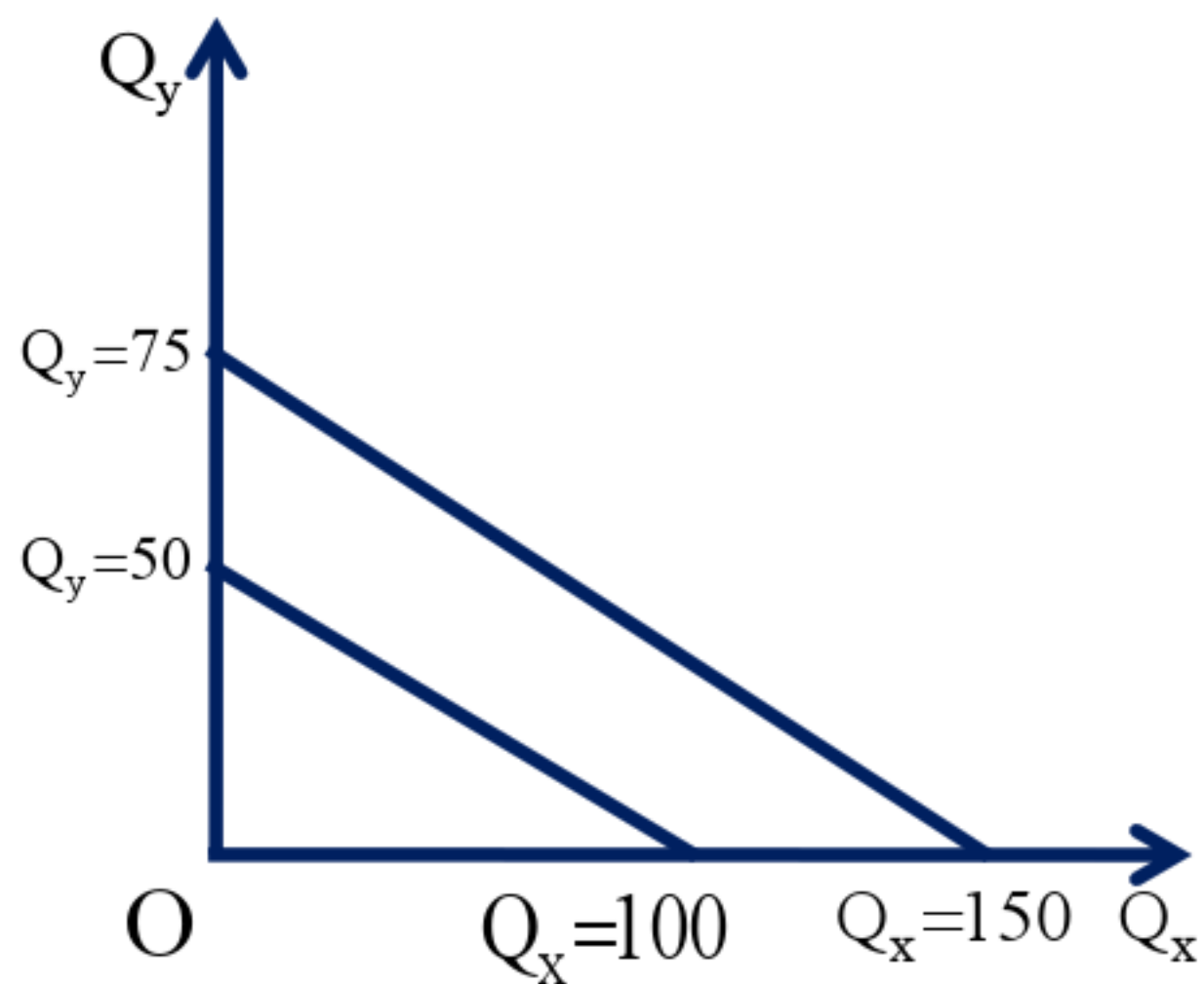
政府有三种可以选择的补助方式：

- ① 每户低收入家庭每月直接发放\$50
- ② 每户低收入家庭每月直接发放面值\$50食物券，食物券仅限购食物

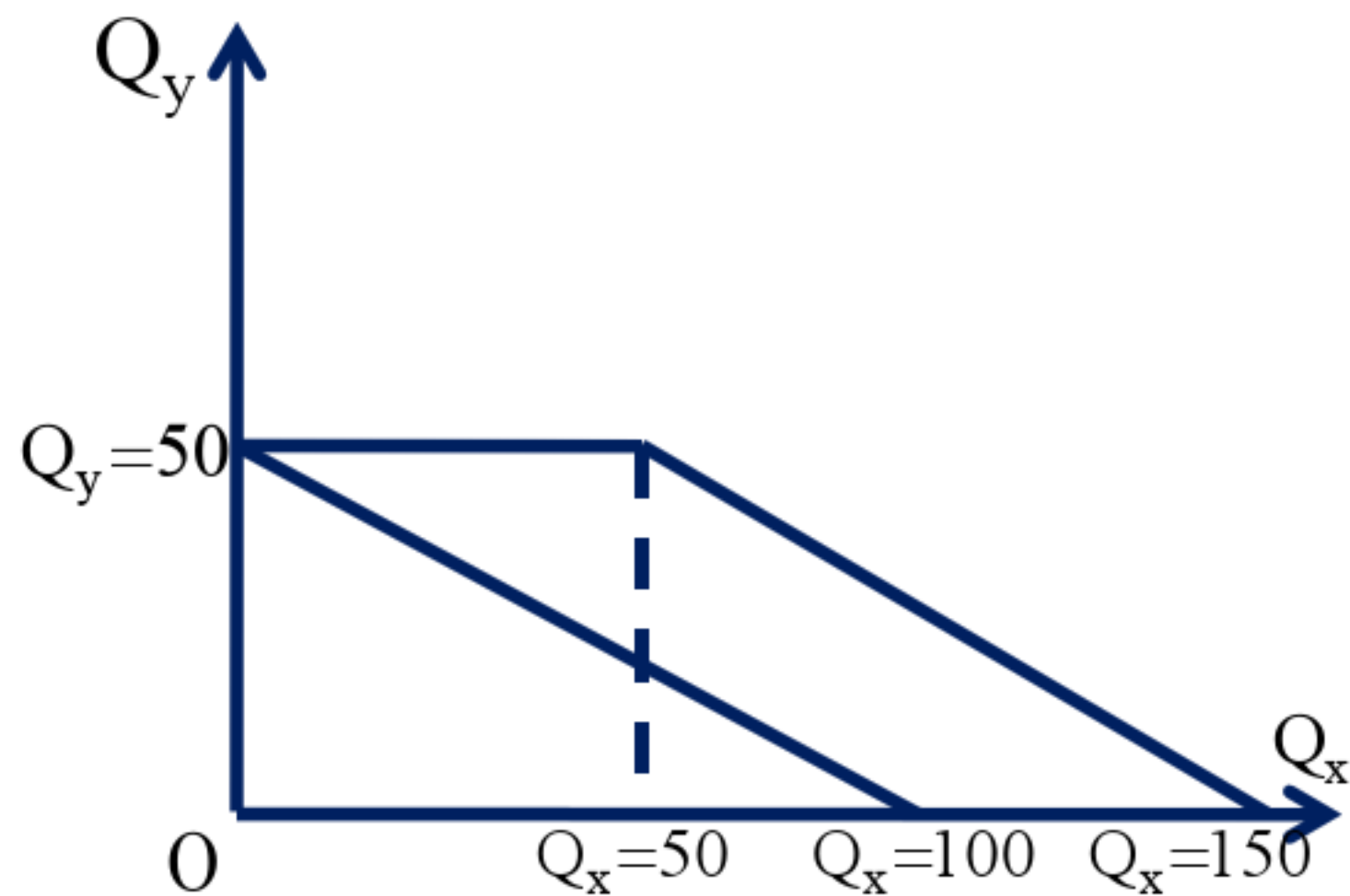
- ① 每户低收入家庭每月可自愿用\$1购买\$2面值食物券的价格向政府购买食物券，但每月每个家庭最高限额购买面值\$100的食物券

问题：不同的补助方式对预算线的影响？

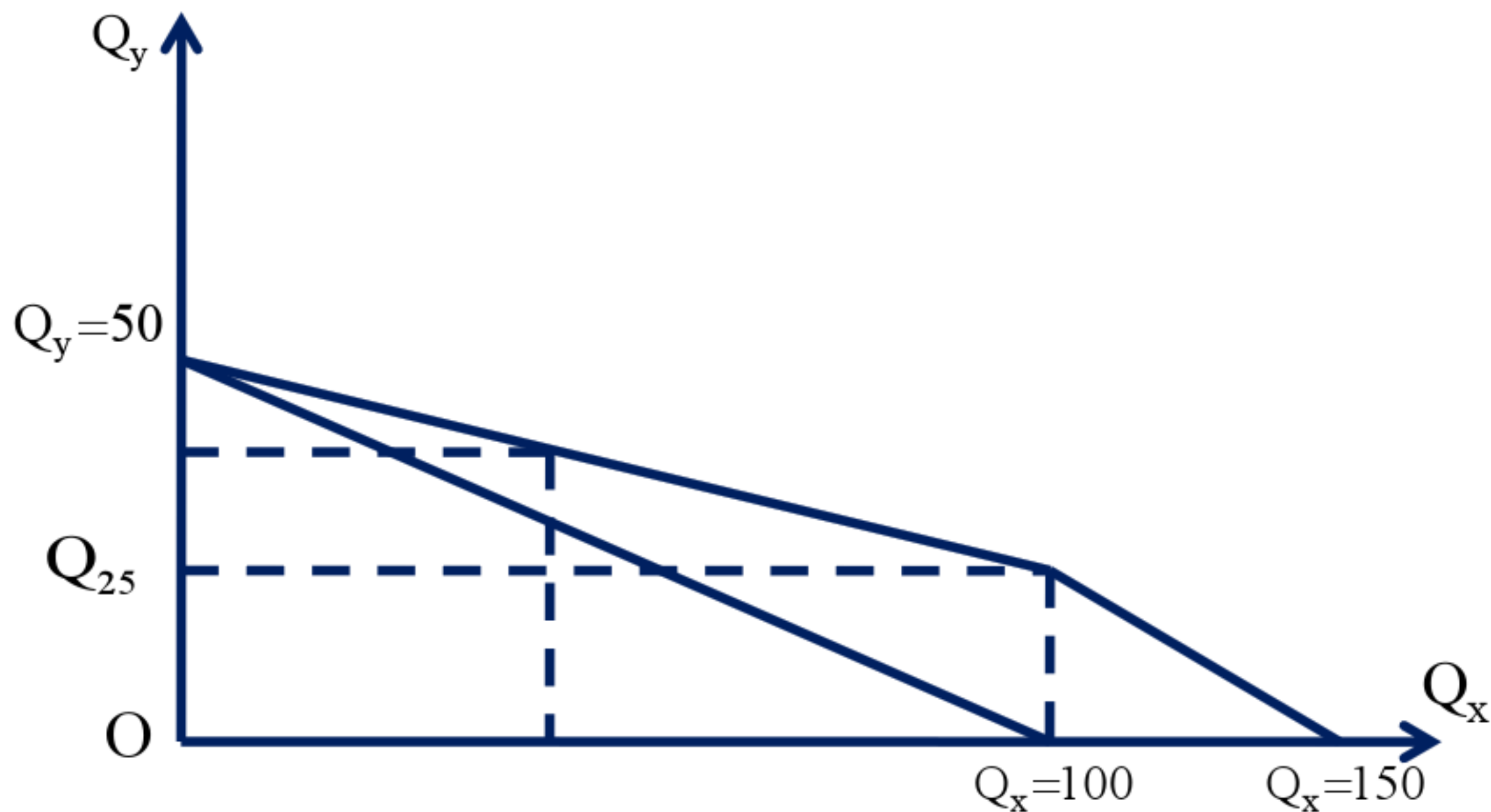
① 直接发放\$50



① 直接发放食物券（面值\$50）



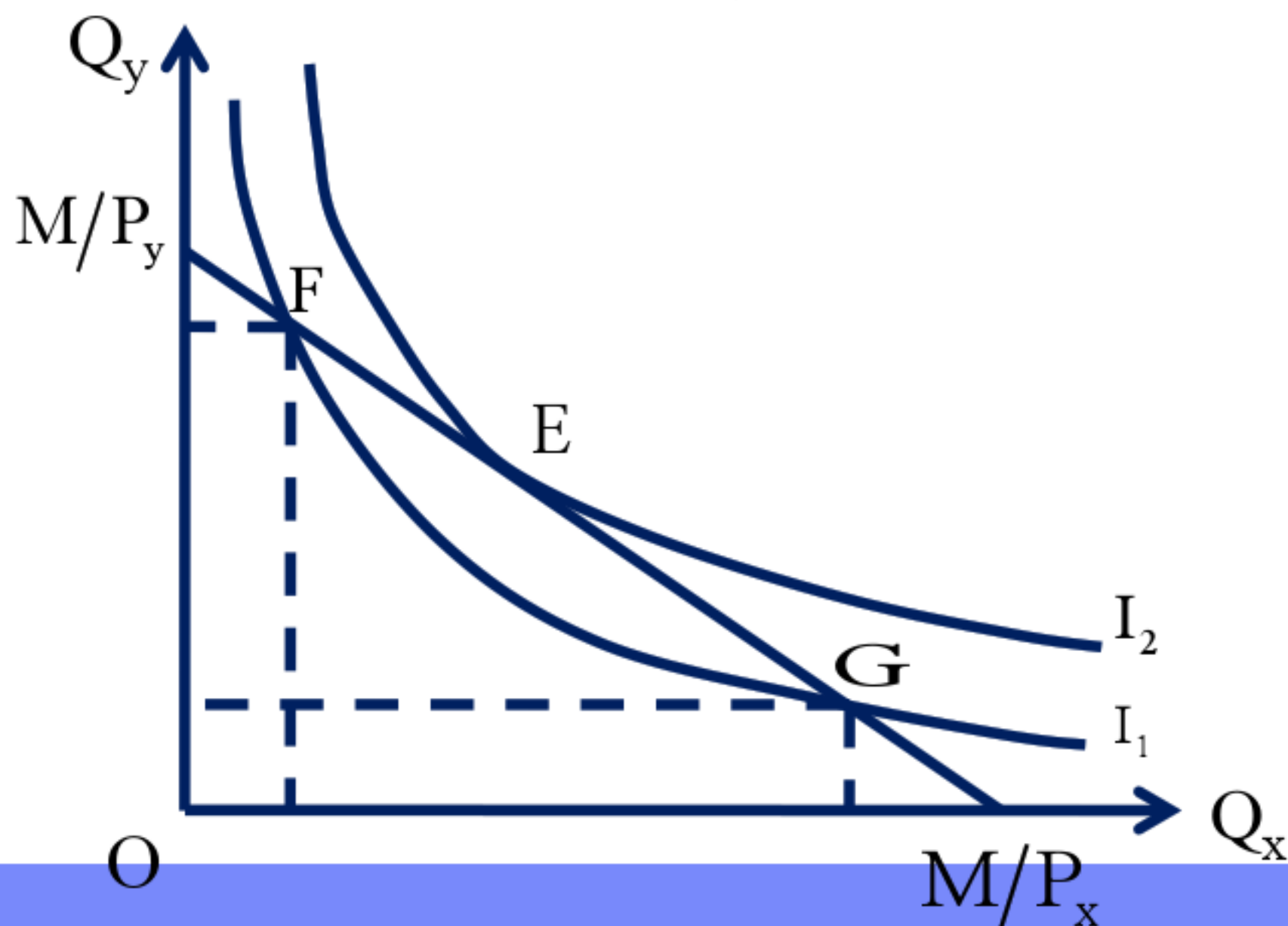
- ① 每个低收入家庭可自愿花费钱向政府限额购买最多面值\$100的食物券



§4 消费者均衡 (Consumer's Equilibrium)

1. 收入既定，效用最大化

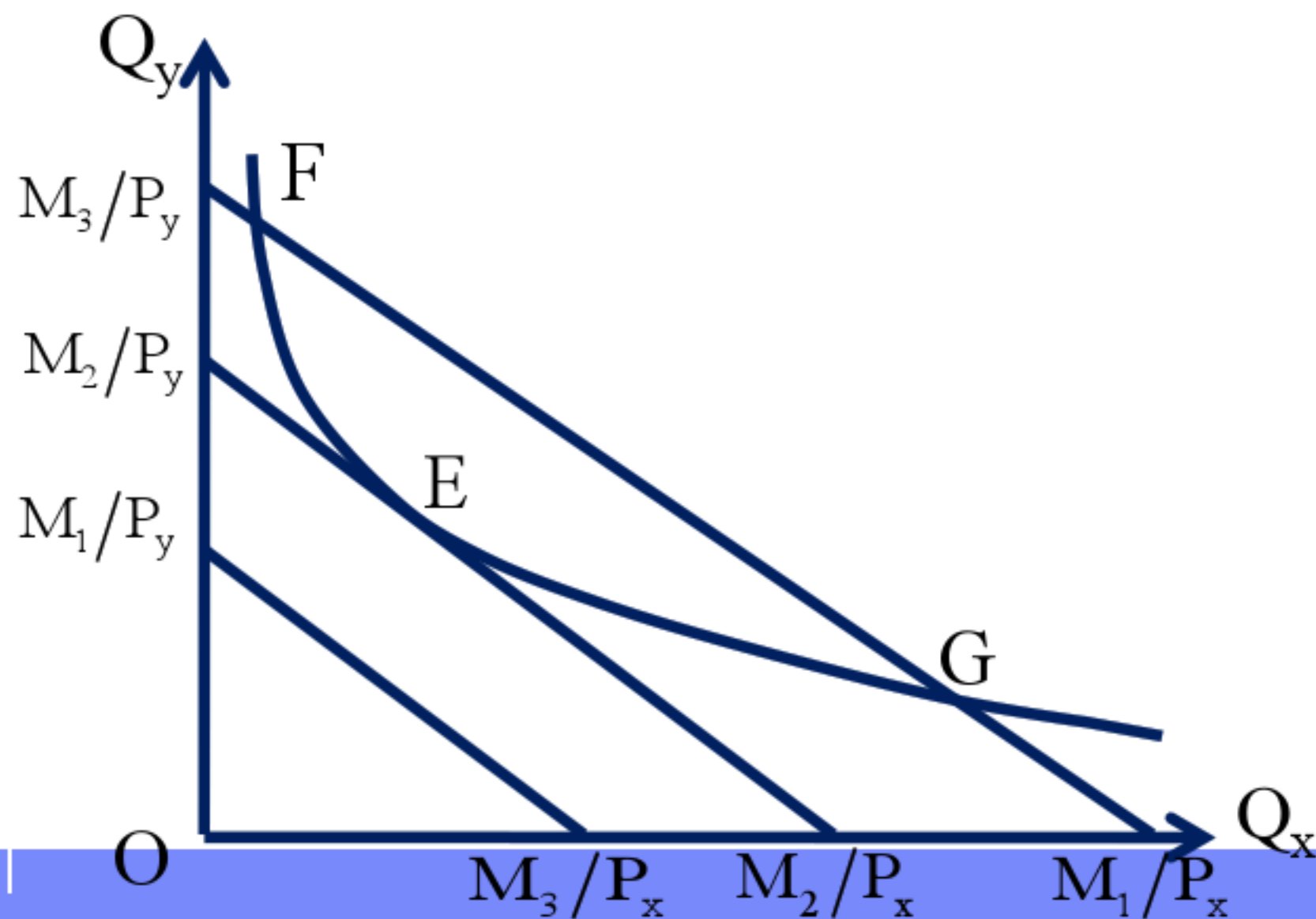
$$\text{Max } u = u(Q_x, Q_y) \quad \text{s.t.} \quad M = p_x Q_x + p_y Q_y$$



1. 效用既定，开支最小化

$$\text{Min } M = p_x Q_x + p_y Q_y$$

$$\text{s.t. } \bar{u} = u(Q_x, Q_y)$$



1. 均衡条件

$$\textcircled{1} \quad \text{Max } u = u(Q_x, Q_y)$$

$$\text{s.t } M = p_x Q_x + p_y Q_y$$

$$L = u(Q_x, Q_y) + \lambda(M - p_x Q_x - p_y Q_y)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_x} = \frac{\partial u}{\partial Q_x} - \lambda p_x = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_y} = \frac{\partial u}{\partial Q_y} - \lambda p_y = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = M - p_x Q_x - p_y Q_y = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial u}{\partial Q_x} \frac{1}{p_x} \quad \frac{\partial u}{\partial Q_x} = \text{Mu}_x \quad \lambda = \frac{\text{Mu}_x}{p_x}$$

$$\lambda = \frac{\partial u}{\partial Q_y} \frac{1}{p_y} \quad \frac{\partial u}{\partial Q_y} = \text{Mu}_y \quad \lambda = \frac{\text{Mu}_y}{p_y}$$

$$\frac{\text{Mu}_x}{\text{Mu}_y} = \frac{p_x}{p_y} \quad (\text{无差异曲线与预算线相切点})$$

$$\text{or} \quad \frac{\text{Mu}_x}{p_x} = \frac{\text{Mu}_y}{p_y} \quad (\text{经济含义})$$

② 均衡条件分析

F点

$$\frac{Mu_x}{p_x} > \frac{Mu_y}{p_y} \quad Q_x \text{太少}, Q_y \text{太多} \quad \text{调整.}$$

G点

$$\frac{Mu_x}{p_x} < \frac{Mu_y}{p_y} \quad Q_x \text{太多}, Q_y \text{太少} \quad \text{调整.}$$

$$\text{E点: } \frac{Mu_x}{p_x} = \frac{Mu_y}{p_y} \quad \text{均衡}$$

③ 例子:

$$\text{Max } u = u(Q_x, Q_y) = Q_x \cdot Q_y$$

$$\text{s.t } M = p_x Q_x + p_y Q_y$$

$$M = 100, \quad p_x = 1, \quad p_y = 2$$

$$L = Q_x \cdot Q_y + \lambda(100 - Q_x - 2Q_y)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q_x} = Q_y - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q_y} = Q_x - 2\lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 100 - Q_x - 2Q_y = 0$$

$$Q_y - \lambda = Q_x - 2\lambda$$

$$\Rightarrow Q_x = 2Q_y$$

代入 $M - p_x Q_x - p_y Q_y = 0$

得到 $100 - 2Q_y - 2Q_y = 0$

$$\Rightarrow 4Q_y = 100, \text{ 即 } Q_y = 25$$

代入 $100 - Q_x - 2Q_y = 0$

$$\Rightarrow Q_x = 50$$

④ 扩展 (C-D型效用函数)

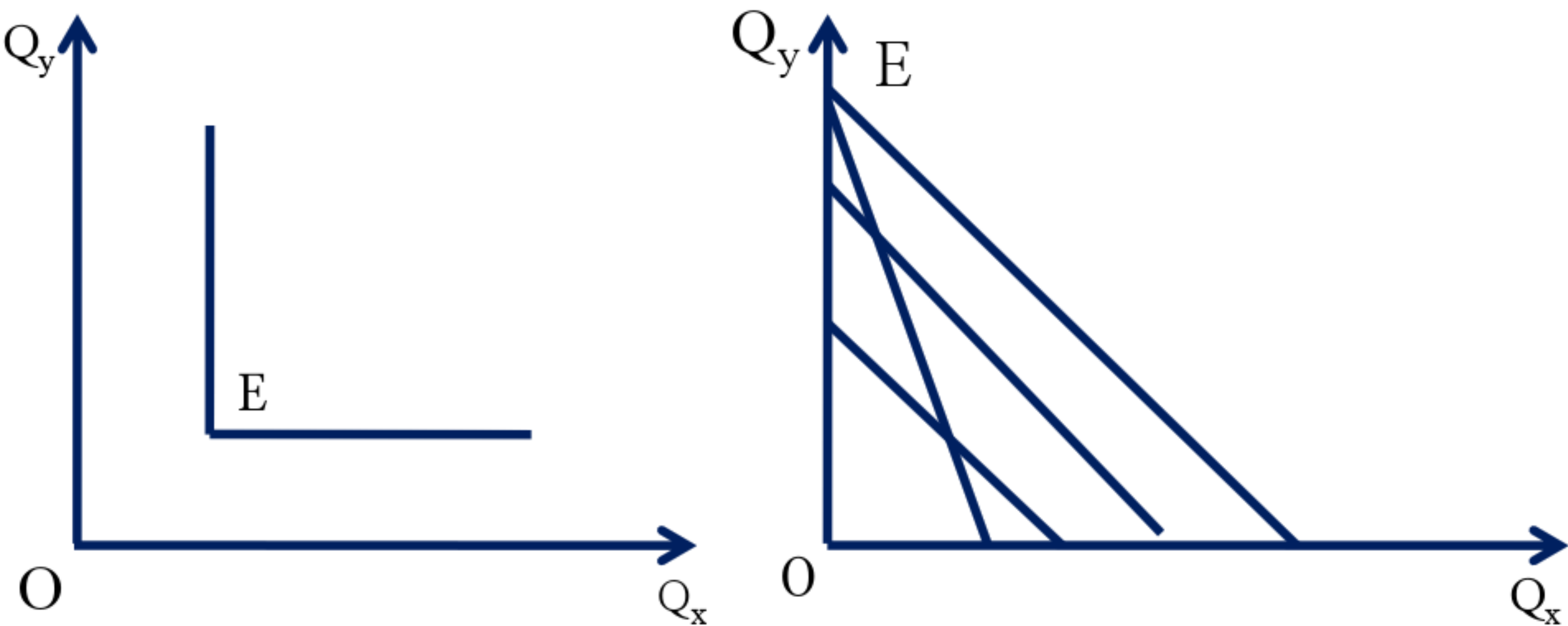
$$u = u(Q_x, Q_y) = Q_x^\alpha Q_y^\beta$$

$$M = p_x Q_x + p_y Q_y$$

$$Q_x = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_x} \quad (\alpha = \beta \quad Q_x = \frac{M}{2p_x})$$

$$Q_y = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{M}{p_y} \quad (\alpha = \beta \quad Q_y = \frac{M}{2p_y})$$

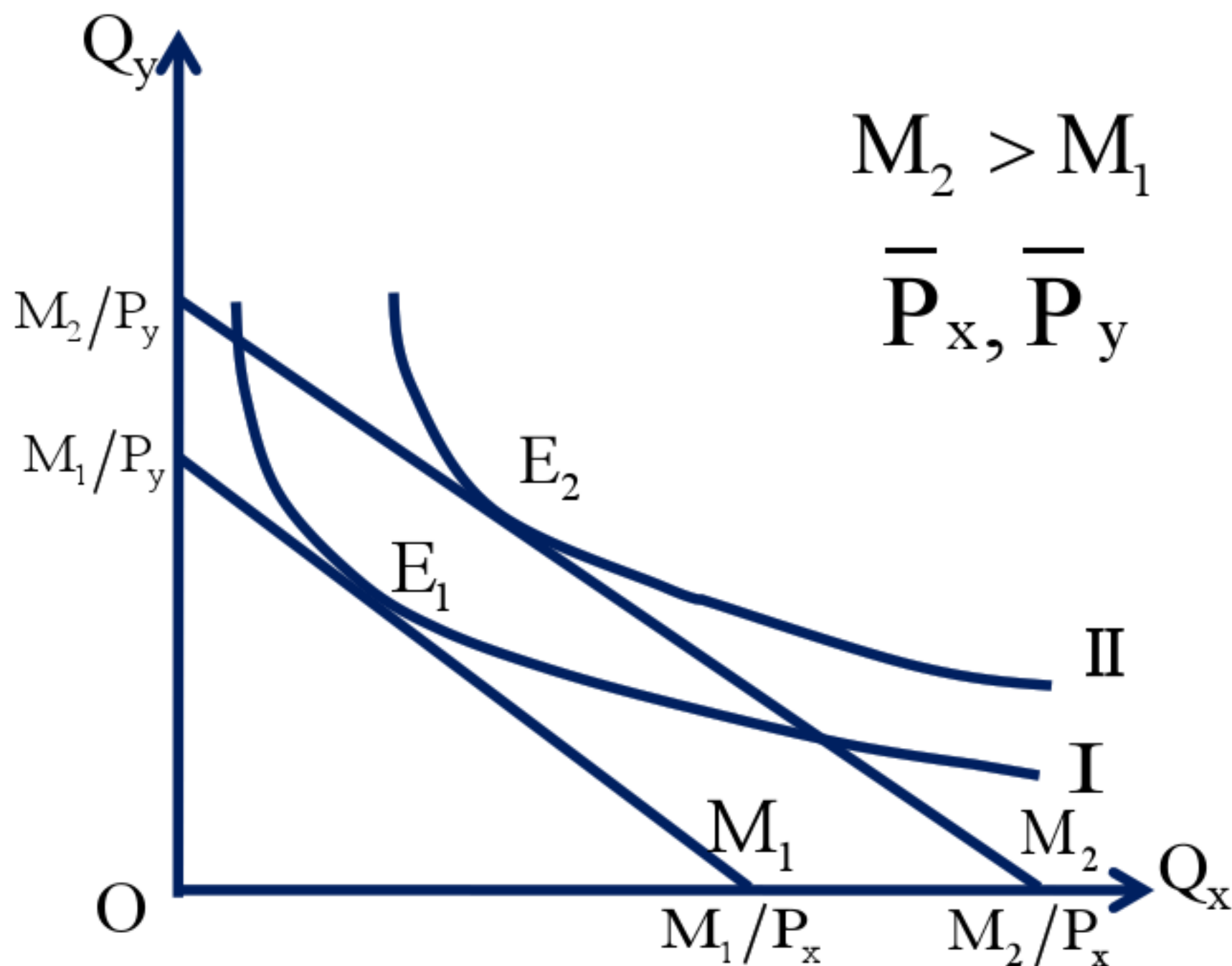
1. 角点解 (Conner Solution)



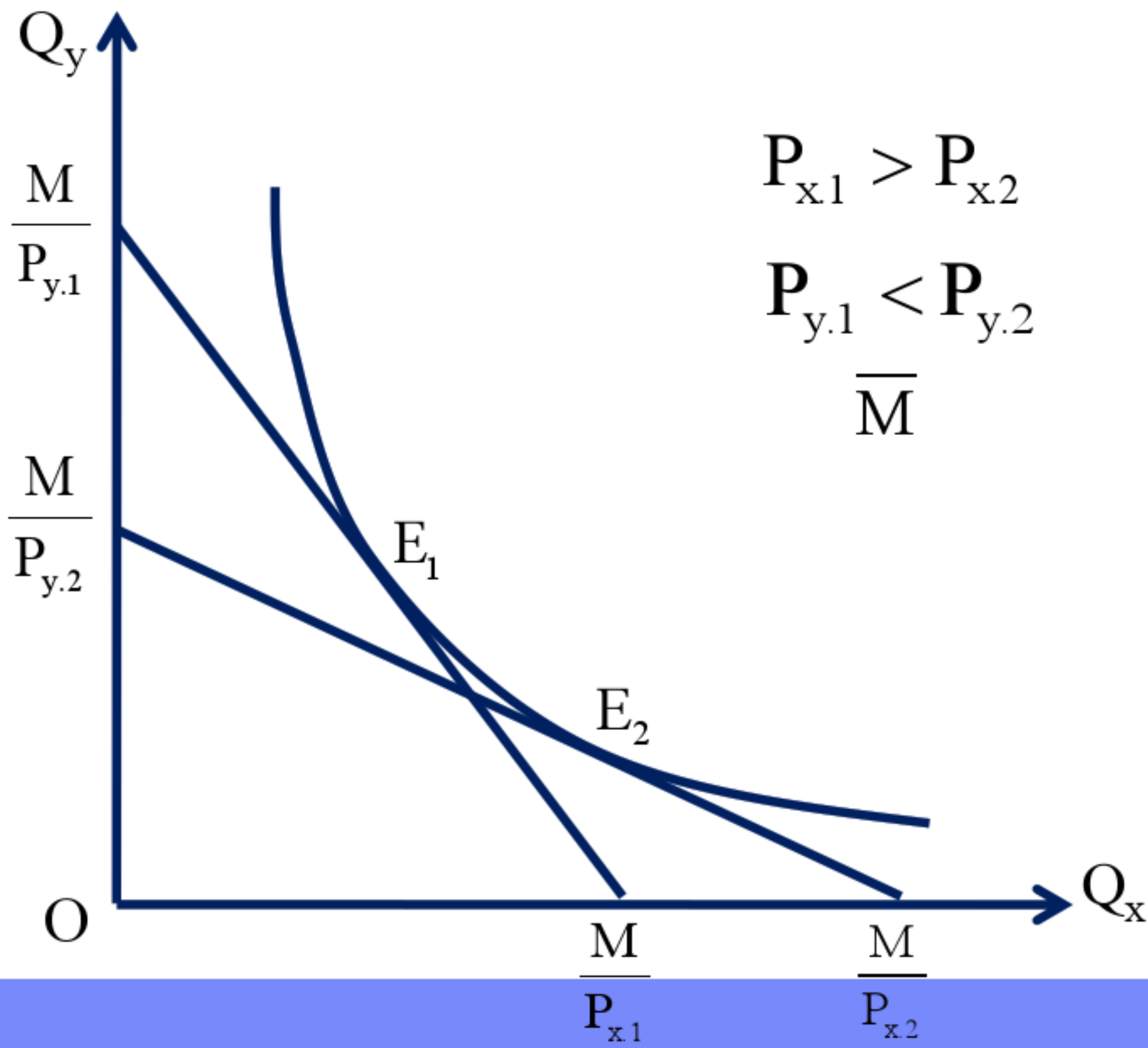
(超边际分析问题)

§5 收入、替代与价格效应

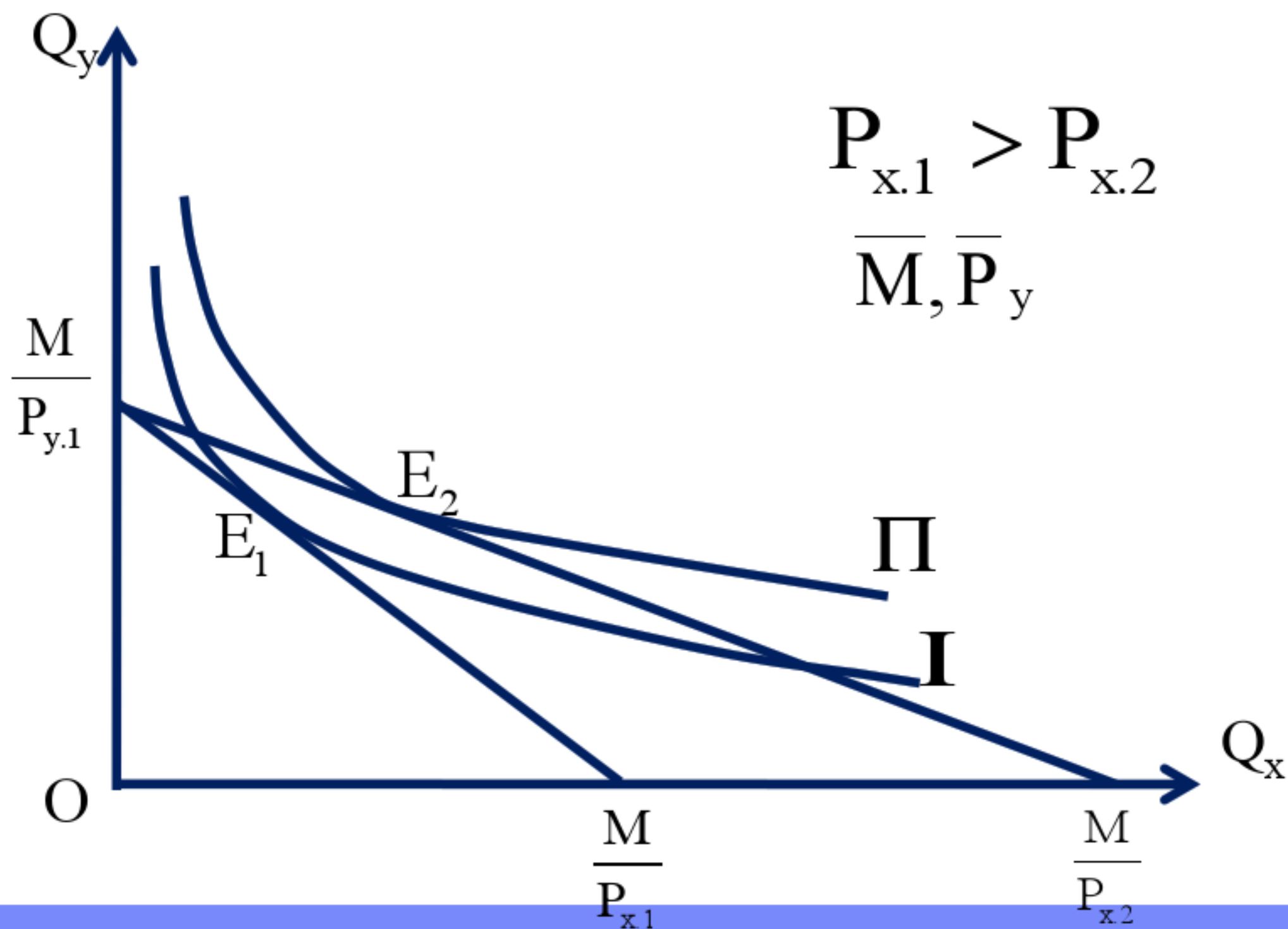
1. 收入效应 (Income Effect)



1. 替代效应 (Substitution Effect)

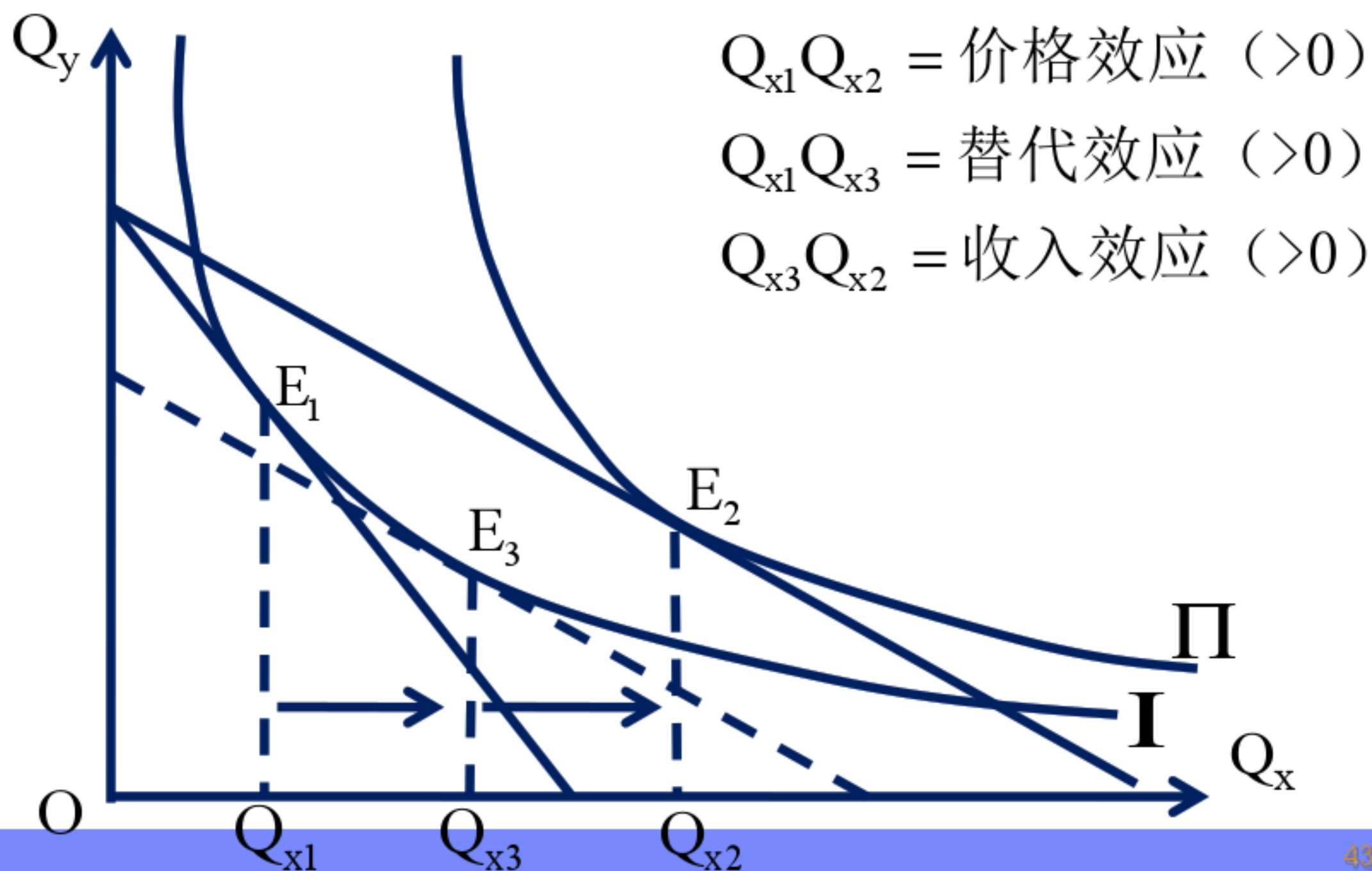


1. 价格效应 (Price Effect)

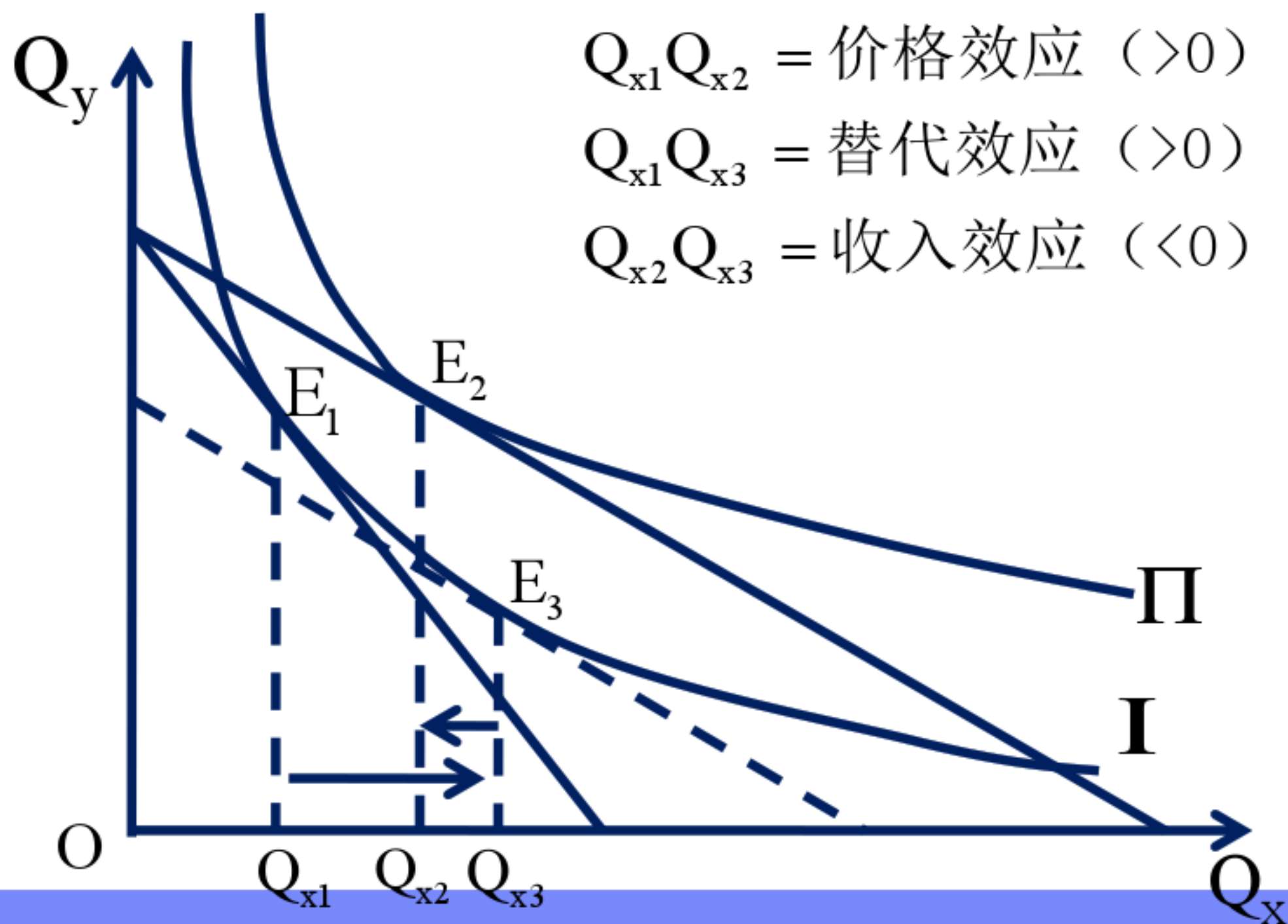


1. 不同商品的效应分析

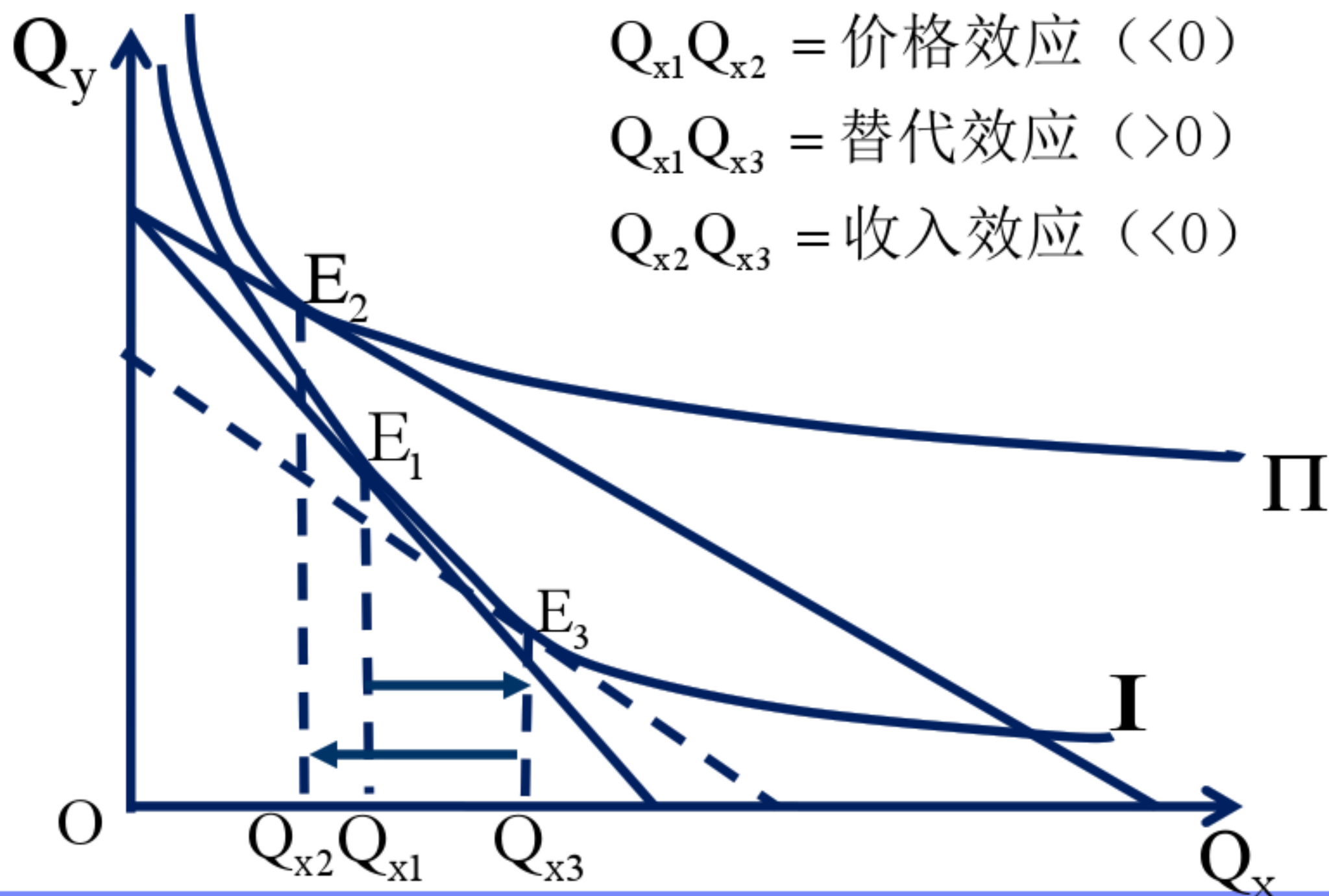
① 正常商品 (normal goods)



① 低档商品 (inferior goods)



① 吉芬商品 (Giffin's good)



① 小结

价格效应 = 替代效应 + 收入效应

商品类别	替代效应	收入效应	替代效应 + 收入效应	价格效应
正常产品	>0	>0	>0	>0
低档商品	>0	<0	>0 $ SE > IE $	>0
吉芬商品	>0	<0	<0 $ SE < IE $	<0

§6 消费者均衡：应用研究

1. 税收：收入税与消费税

效用函数： $u = u(Q_x, Q_y) = Q_x \cdot Q_y$

预算约束： $M = p_x Q_x + p_y Q_y$

假设： $(M = 100, p_x = 1, p_y = 1)$

消费者均衡： $Q_x = 50, Q_y = 50$

消费者效用： $u = Q_x \cdot Q_y = 2500$

① 对单位产品X征税，每单位商品征税1元 ($t=1$)

$$Q_x = 25 \quad Q_y = 50 \quad u = Q_x \cdot Q_y = 1250 \quad T = t \cdot Q_x = 25$$

② 对收入征税 $T=25$

$$Q_x = 37.5 \quad Q_y = 37.5 \quad u = Q_x \cdot Q_y = 1406.25$$

1. 物价指数的计算

拉氏指数、帕氏指数、理想指数

1. 消费者的跨时期选择(Intertemporal Choice)

- ① 预算线（无资本市场、无借贷）
- ② 预算线变动（有资本市场、有借贷）
- ③ 预算线变动（收入变动）
- ④ 预算线变动（利率变动、利息征税）

（参见中级微观经济学）

微观经济学 (Microeconomics)

讨论!