

模拟试卷二

1. 证明若 X 是有限的, 则任何理性偏好关系都生成一个非空的选择规则; 也就是说, 对于任意 $B \subset X$, 且 $B \neq \Phi$, 有 $C(B) \neq \Phi$ 。

2. 考虑一个 $L=3$ 的经济环境, 以及消费集为 \mathbb{R}^3 的一个消费者。假定其需求函数 $x(p, w)$ 为

$$x_1(p, w) = \frac{p_2}{p_3}$$

$$x_2(p, w) = \frac{p_1}{p_3}$$

$$x_3(p, w) = \frac{w}{p_3}$$

(a) 证明 $x(p, w)$ 在 (p, w) 上是零次齐次的, 并且满足瓦尔拉定律。

(b) 证明 $x(p, w)$ 违反弱公理。

(c) 证明对于所有 $v \in \mathbb{R}^3$, 有 $v \cdot S(p, w)v = 0$ 。

3. 假定在一个两种商品的世界里, 消费者的效用函数为 $u(x) = [\alpha_1 x_1^\rho + \alpha_2 x_2^\rho]^{1/\rho}$ 。这一效用函数叫作常替代弹性 (CES) 效用函数。

(a) 证明当 $\rho=1$ 时, 无差异曲线是线性的。

(b) 证明当 $\rho \rightarrow 0$ 时, 这一效用函数代表的是和 (广义) 科布一道格拉斯效用函数 $u(x) = x_1^\rho x_2^\rho$ 一样的偏好。

(c) 证明当 $\rho \rightarrow -\infty$ 时, 无差异曲线是一个“直角”; 也就是说, 该效用函数在极限处具有里昂惕夫效用函数 $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ 的无差异图。

4. 推导单一产出技术的利润函数 $\pi(p)$ 和供给函数（或对应） $y(p)$ 。该技术的生产函数为

(a) $f(z) = \sqrt{z_1 + z_2}$ 。

(b) $f(z) = \sqrt{\min\{z_1, z_2\}}$ 。

(c) $f(z) = (z_1^\rho + z_2^\rho)^{1/\rho}$, 其中 $\rho \leq 1$

5. 证明：一个有着凸生产和消费集以及凹效用函数的经济，其效用可能性集 U 是凸的。

6. 假定偏好关系 \succeq_i 是局部非饱和的，而且 x^* 是集合 $\{x_i \in X_i : p \bullet x_i \leq W_i\}$ 中对 \succeq_i 而言的最大值。证明下面的性质成立：“如果 $x_i \succeq_i x_i^*$ ，那么 $p \bullet x_i \geq W_i$ 。”