

第三章 计算题

1. 假定某人决定购买啤酒(B)、葡萄酒(W)和苏打水(S)三种饮料。它们的价格分别为每瓶 2 元、4 元和 1 元，这些饮料给他带来的边际效用如下表所示。如果此人共有 17 元钱可用来购买这些饮料，为了使其效用达到最大，每种饮料他应各买多少？

数量	1	2	3	4	5	6
MUB	50	40	30	20	16	12
MUW	60	40	32	24	20	16
MUS	10	9	8	7	6	5

2. 若某人的效用函数为 $U = 4\sqrt{X} + Y$ 。(1)求商品的边际替代率 MRS_{XY} ，以及 $X=1$ 时的 MRS_{XY} ；(2)原来消费 9 单位 X，8 单位 Y，现在 X 减到 4 单位，问需要多少单位 Y 才能获得与以前相同的满足？

3. 某人每月收入 120 元可花费在 X 和 Y 两种商品上，他的效用函数为 $U = XY$ ， $P_X = 2$ 元， $P_Y = 4$ 元。求：(1)为获得最大效用，他会购买几单位 X 和 Y？(2)货币的边际效用和总效用各为多少？(3)假如 X 的价格提高 44%，Y 的价格不变，为保持原有的效用水平，他的收入必须增加多少？

4. 已知某人消费两种商品 X 和 Y 的效用函数为 $U = X^{\frac{1}{3}}Y^{\frac{2}{3}}$ ，商品的价格分别为 P_X 和 P_Y ，收入为 M，求：(1)此人对商品 X 和 Y 的需求函数；(2)商品 X 与 Y 的需求的点价格弹性。

5. 若需求函数为 $q = a - bp$ ， $a, b > 0$ ，求：(1)当价格为 P_1 时的消费者剩余；(2)当价格由 P_1 变到 P_2 时消费者剩余的变化。

6. 某消费者的效用函数为 $U = XY$ ， $P_X = 1$ 元， $P_Y = 2$ 元， $M = 40$ 元，现在 P_Y 下降 1 元，试问：(1) P_Y 下降的替代效应使他买更多还是更少的 Y 商品？买更多还是更少的 X 商品？(2) P_Y 下降的收入效应使他买更多还是更少的 X？(3) P_Y 下降对 X 商品的需求总效应是多少？对 Y 的需求总效应又是多少？

第三章 计算题答案

1. 根据效用最大化的条件：购买的每种商品的边际效用与其价格之比相等，及消费者恰好花完其收入，可以求出该人效用最大化时，购买 4 瓶啤酒，2 瓶葡萄酒和 1 瓶苏打水。

2. (1) 边际替代率 $MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{2}{\sqrt{x}}$,

故当 $x=1$ 时, 边际替代率 $MRS_{xy}=2$ 。

(2) x 消费 9 单位和 y 消费 8 单位时, 总效用 $U = 4\sqrt{x} + y = 20$,

所以, 当 x 的消费量减少到 4 单位时, 若要达到总效用 20, 则 $y=12$

3. (1) 消费者面临的效用最大化问题要满足以下两个条件:

$$P_x X + P_y Y = M \quad \text{和} \quad \lambda = \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$$

已知的效用函数 $U = XY$, $P_x = 2$, $P_y = 4$, $M = 120$,

因而可以求出实现效用最大化的 $x=30$, $y=15$ 。

(2) 货币的边际效用为: $\lambda = \frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = 7.5$

总效用为: $U = XY = 450$

(3) 新的均衡条件变为: $\frac{MU_x}{P_x(1+44\%)} = \frac{MU_y}{P_y}$ 和 $U = XY = 450$

因而求得收入必须增加到 $M' = P_x(1+44\%)X + P_y Y = 144$, 即收入增加 24 才能保

持原来的总效用水平。

4. (1) 已知效用函数的形式为 $U = x^{1/3}y^{2/3}$, 并且当效用最大化时, 还满足以下两个条件:

$$P_X X + P_Y Y = M \text{ 和 } \frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$$

由此求得 X 和 Y 的需求函数分别为: $X = \frac{M}{3P_X}$, $Y = \frac{2M}{3P_Y}$

(2) 由点价格弹性计算公式得商品 X 和 Y 的需求的点价格弹性分别为:

$$E_D(X) = \frac{dX}{dP_X} \frac{P_X}{X} = -1, \quad E_D(Y) = \frac{dY}{dP_Y} \frac{P_Y}{Y} = -1$$

5. (1) 价格为 P_1 时, 消费者剩余为: $\int_0^{a-bP_1} \frac{a-Q}{b} dQ - (a-bP_1)P_1 = \frac{1}{2b}(a-bP_1)^2$

(2) 由 (1) 中结论得, 当价格从 P_1 变化到 P_2 时, 消费者剩余的变化为

$$\frac{1}{2b}[(a-bP_2)^2 - (a-bP_1)^2]$$

6. (1) ① 根据已知条件, 在 $U=XY$, $P_X=1$, $P_Y=2$, $M=40$ 的条件下, 求出效用最大化的购买量: $X=20$, $Y=10$, 总效用 $U=200$ 。

② 同样, 在 P_Y 发生变化后, 在 $U=XY$, $P_X=1$, $P_Y=1$, $M=40$ 的条件下, 求出效用最大化的购买量为: $X=20$, $Y=20$, 总效用 $U=400$ 。

③ 在 $U=XY=200$, $P_X=1$, $P_Y=1$ 的条件下, 可求出效用最大化的购买量:

$X=10\sqrt{2}$, $Y=10\sqrt{2}$, 相应的收入 $M=20\sqrt{2}$ 。

④ 故 P_Y 下降的替代效应使该消费者购买更多的 Y, $\Delta Y = 10\sqrt{2} - 10$;

同时替代效应使他买更少的 X, $\Delta X = 10\sqrt{2} - 20$ (为负数)。

(2) P_Y 下降的收入效应使该消费者购买更多的 X, $\Delta X = 20 - 10\sqrt{2}$

(3) P_Y 下降对 X 商品的总需求效应为 0, 对 Y 的总需求效应为 10。