

## 1 Jeu sans les murs

Toutes les cases vides doivent être illuminées :

$$\bigwedge_{i,j \in [1,N]} \text{islit}_{i,j}$$

Une case est illuminée si et seulement si elle contient une lampe, ou etc.

$$\text{islit}_{i,j} \Leftrightarrow \left( \bigvee_{i' \in [1,N]} \text{bulb}_{i',j} \right) \vee \left( \bigvee_{j' \in [1,N]} \text{bulb}_{i,j'} \right)$$

Une lampe ne doit pas être éclairée par une autre lampe :

$$\text{bulb}_{i,j} \Rightarrow \neg \left( \left( \bigvee_{\substack{i' \in [1,N] \\ i \neq i'}} \text{bulb}_{i',j} \right) \vee \left( \bigvee_{\substack{j' \in [1,N] \\ j \neq j'}} \text{bulb}_{i,j'} \right) \right)$$

## 2 Ajout des murs sans cardinalité

Formule pour nowall :

$$\text{nowall}_{(i,j)(k,l)} : \bigwedge_{\substack{m \in [i,k] \\ n \in [j,l]}} \neg \text{wall}_{m,n}$$

Formule pour haswall :

$$\text{haswall}_{(i,j)(k,l)} : \bigvee_{\substack{m \in [i,k] \\ n \in [j,l]}} \text{wall}_{m,n}$$

Toutes les cases doivent être illuminées (ajout de la possibilité que la case soit un mur) :

$$\bigwedge_{i,j \in [1,N]} (\text{islit}_{i,j} \vee \text{wall}_{i,j})$$

Une lampe ne peut pas être placée sur un mur :

$$\bigwedge_{i,j \in [1,N]} (\text{bulb}_{i,j} \Rightarrow \neg \text{wall}_{i,j})$$

Un mur bloque le passage de la lumière :

$$\begin{aligned} \text{bulb}_{i,j} \Rightarrow & \text{islit}_{i,j} \wedge \left( \bigwedge_{i' \in [1,i-1]} (\text{islit}_{i',j} \vee \text{haswall}_{(i',j)(i,j)}) \right) \wedge \left( \bigwedge_{j' \in [1,j-1]} (\text{islit}_{i,j'} \vee \text{haswall}_{(i,j')(i,j)}) \right) \dots \\ & \dots \wedge \left( \bigwedge_{i' \in [i+1,N]} (\text{islit}_{i',j} \vee \text{haswall}_{(i,j)(i',j)}) \right) \wedge \left( \bigwedge_{j' \in [j+1,N]} (\text{islit}_{i,j'} \vee \text{haswall}_{(i,j)(i,j')}) \right) \end{aligned}$$

Case illuminée par une lampe (prend en compte les murs pouvant bloquer la lumière) :

$$\begin{aligned} \text{islit}_{i,j} \Rightarrow & \text{bulb}_{i,j} \vee \left( \bigvee_{i' \in [1,i-1]} (\text{bulb}_{i',j} \wedge \text{nowall}_{(i',j)(i,j)}) \right) \vee \left( \bigvee_{j' \in [1,j-1]} (\text{bulb}_{i,j'} \wedge \text{nowall}_{(i,j')(i,j)}) \right) \dots \\ & \dots \vee \left( \bigvee_{i' \in [i+1,N]} (\text{bulb}_{i',j} \wedge \text{nowall}_{(i,j)(i',j)}) \right) \vee \left( \bigvee_{j' \in [j+1,N]} (\text{bulb}_{i,j'} \wedge \text{nowall}_{(i,j)(i,j')}) \right) \end{aligned}$$

Une lampe ne doit pas être éclairée par une autre lampe :

$$\begin{aligned} \text{bulb}_{i,j} \Rightarrow & \left( \bigwedge_{i' \in [1,i-1]} (\neg \text{bulb}_{i',j} \vee \text{haswall}_{(i',j)(i,j)}) \right) \wedge \left( \bigwedge_{j' \in [1,j-1]} (\neg \text{bulb}_{i,j'} \vee \text{haswall}_{(i,j')(i,j)}) \right) \dots \\ & \dots \wedge \left( \bigwedge_{i' \in [i+1,N]} (\neg \text{bulb}_{i',j} \vee \text{haswall}_{(i,j)(i',j)}) \right) \wedge \left( \bigwedge_{j' \in [j+1,N]} (\neg \text{bulb}_{i,j'} \vee \text{haswall}_{(i,j)(i,j')}) \right) \end{aligned}$$

### 3 Ajout des cardinalités

Pas de lampe :

$$\text{card}_{(i,j),0} : \neg \text{bulb}_{i,j}$$

Lampe :

$$\text{card}_{(i,j),1} : \text{bulb}_{i,j}$$

card(i,j) n,e,s,w :

$$\begin{aligned} \text{card}_{(i,j),n,e,s,w} : & [(n \wedge \text{bulb}_{i-1,j}) \vee (\neg n \wedge \neg \text{bulb}_{i-1,j})] \wedge [(e \wedge \text{bulb}_{i,j+1}) \vee (\neg e \wedge \neg \text{bulb}_{i,j+1})] \wedge \\ & \dots \wedge [(s \wedge \text{bulb}_{i+1,j}) \vee (\neg s \wedge \neg \text{bulb}_{i+1,j})] \wedge [(w \wedge \text{bulb}_{i,j-1}) \vee (\neg w \wedge \neg \text{bulb}_{i,j-1})] \end{aligned}$$

Mur de card0 :

$$\text{card0}_{(i,j)} : \text{card}_{(i,j),0,0,0,0}$$

Mur de card1 :

$$\text{card1}_{(i,j)} : \text{card}_{(i,j),1,0,0,0} \vee \text{card}_{(i,j),0,1,0,0} \vee \text{card}_{(i,j),0,0,1,0} \vee \text{card}_{(i,j),0,0,0,1}$$

Mur de card2 :

$$\text{card2}_{(i,j)} : \text{card}_{(i,j),1,1,0,0} \vee \text{card}_{(i,j),1,0,1,0} \vee \text{card}_{(i,j),1,0,0,1} \vee \text{card}_{(i,j),0,1,1,0} \vee \text{card}_{(i,j),0,1,0,1} \vee \text{card}_{(i,j),0,0,1,1}$$

Mur de card3 :

$$\text{card3}_{(i,j)} : \text{card}_{(i,j),1,1,1,0} \vee \text{card}_{(i,j),1,1,0,1} \vee \text{card}_{(i,j),1,0,1,1} \vee \text{card}_{(i,j),0,1,1,1}$$

Mur de card4 :

$$\text{card4}_{(i,j)} : \text{card}_{(i,j),1,1,1,1}$$